

УДК 536.4:536.7

## ДИНАМИКА ПОЛИДИСПЕРСНОЙ ПАРОКАПЕЛЬНОЙ СМЕСИ С УЧЕТОМ ДРОБЛЕНИЯ, КОАГУЛЯЦИИ, ИСПАРЕНИЯ КАПЕЛЬ И КОНДЕНСАЦИИ ПАРА

© 2019 г. А. Л. Тукмаков<sup>1,2, \*</sup>, Н. А. Тукмакова<sup>1, \*\*</sup>

<sup>1</sup>Казанский национальный технический исследовательский университет им. А.Н. Туполева – КАИ, г. Казань, Татарстан, Россия

<sup>2</sup>ФГБУН Институт механики и машиностроения КазНЦ РАН, г. Казань, Татарстан, Россия

\*E-mail: tukmakov@imm.knc.ru

\*\*E-mail: Nadejdatukmakova@yandex.ru

Поступила в редакцию 05.06.2018 г.

После доработки 07.08.2018 г.

Принята к публикации 25.12.2018 г.

Построена численная модель гидро- и термодинамики полидисперсной парокапельной смеси, в которой учитываются процессы дробления, коагуляции, испарения капель и конденсации пара. Для описания динамики несущей среды применяется система уравнений движения вязкого сжимаемого теплопроводного газа с учетом обмена массой, импульсом и энергией с фракциями дисперсной фазы. Каждая дисперсная фракция капель описывается системой уравнений, включающей в себя уравнение неразрывности для средней плотности, уравнения сохранения составляющих импульса и уравнение сохранения тепловой энергии с учетом межфазного обмена массой, импульсом и энергией с несущей средой. Численное решение системы уравнений движения несущей среды и фракций дисперсной фазы явным методом Мак-Кормака с расщеплением пространственного оператора по направлениям и со схемой нелинейной коррекции на каждом временном шаге представляет собой основную часть вычислительного алгоритма, который дополняется моделями дробления, коагуляции, испарения капель и конденсации пара с последующей коррекцией гидро- и термодинамических параметров смеси. На основе представленной модели разработан программный комплекс и приведен пример расчета течения полидисперсной парокапельной смеси с коагуляцией, дроблением, испарением капель и конденсацией пара в канале, составленном из соосных цилиндров.

DOI: 10.1134/S0040364419030190

### ВВЕДЕНИЕ

Существует множество природных и технических процессов, для описания которых применяются модели парокапельных сред. На основе таких моделей решаются задачи метеорологии и климатологии, разрабатываются способы очистки промышленных выбросов, описывается городской микроклимат. В качестве рабочих сред парокапельные системы представлены в теплоэнергетике, аэрокосмической технике, двигателестроении. Описание гидро- и термодинамики таких сред требует применения моделей, учитывающих ряд взаимовлияющих физических процессов. В данной работе приводится модель и численный метод для описания динамики полидисперсных парокапельных систем со скоростным и температурным скольжением фаз, с учетом дробления, коагуляции, испарения капель и конденсации пара. В качестве примера выполнен расчет одного из режимов течения парокапельной смеси в коаксиальном канале разрабатываемого тепловоспринимающего элемен-

та нагревателя-регазификатора сжиженного природного газа [1].

### МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ ДИНАМИКИ ПОЛИДИСПЕРСНОЙ ПАРОКАПЕЛЬНОЙ СМЕСИ

Динамика полидисперсной парокапельной смеси описывается системами уравнений движения несущей среды и дисперсной фазы [2, 3], известными экспериментально-теоретическими моделями дробления и испарения капель различных фракций со скоростной неравновесностью относительно несущей среды [3–5], лагранжевой моделью Смолуховского [6], описывающей коагуляцию при парных столкновениях частиц, и равновесной моделью фазовых переходов в системе пар–мелкодисперсная фракция [5]. Основным шагом вычислительного алгоритма на каждом временном слое состоит в решении системы уравнений движения несущей среды и систем уравнений движения фракций дисперсной фазы

в эйлеровой постановке [7]. На этом этапе находятся промежуточные значения плотности, скорости, температуры и давления несущей среды, скоростей и средних плотностей фракций дисперсной фазы. Затем анализируются условия возникновения фазовых переходов в системе пар-равновесная мелкодисперсная фракция и, если система находится в неравновесном состоянии, рассчитывается изменение массы, температуры фаз и давления смеси при переходе ее к термодинамически равновесному состоянию [5]. Следующий шаг состоит в анализе возможности реализации механизма дробления капель фракций со скоростной неравновесностью относительно несущей среды. Фиксируется момент времени, когда для данной фракции капля оказывается превышенным критическое число Вебера, и по истечении времени индукции рассчитывается уменьшение массы капель дробящихся фракций. На этом этапе считается, что капли-“осколки” пополняют равновесную мелкодисперсную фракцию. Если число Вебера для капли со скоростной неравновесностью относительно несущей среды меньше критического значения, а температура капли достигает температуры насыщения для давления в потоке, то реализуется механизм испарения капли, рассчитывается уменьшение ее массы и радиуса, корректируется изменение средней плотности и объемного содержания фракции, а также увеличение плотности пара. Если одновременно выполняются условия для дробления капли и ее испарения, то вначале капля дробится, а осколки от дробления пополняют равновесную фракцию. Ее испарение будет осуществлено на следующем временном шаге после анализа условий испарения-конденсации. Следующий шаг состоит в коррекции параметров системы за счет механизма коагуляции капель фракций с относительным скоростным скольжением [6, 7]. В ансамбле фракций в каждом узле дискретной сетки определяются фракции, для которых число Вебера меньше критического. Для этих фракций по модели Смолуховского рассчитывается увеличение массы капель-акцепторов, изменение их импульса и температуры, а также уменьшение концентрации капель-доноров. На основе новых значений массы капель, их радиусов и концентраций находятся новые значения объемного содержания и средней плотности всех капельных фракций. Таким образом, получаем параметры несущей и дисперсной фазы на текущем временном слое, после чего переходим к решению уравнений движения несущей среды и дисперсной фазы на следующем шаге по времени.

#### УРАВНЕНИЯ ДВИЖЕНИЯ НЕСУЩЕЙ СРЕДЫ И ДИСПЕРСНОЙ ФАЗЫ

Для описания движения полидисперсной смеси применяется система уравнений многоскорост-

ной и многотемпературной газозвеси, включающей в себя  $n$  фракций. В цилиндрической системе координат при осесимметричном течении системы уравнений для несущей среды и для дисперсной фазы имеют вид [3, 7]

$$\begin{aligned} \frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{\partial(\rho u)}{\partial x} + \frac{\partial(\rho v)}{\partial y} &= -\frac{\rho v}{y}, \\ \frac{\partial(\rho u)}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x}(\rho u^2 + p - \tau_{xx}) + \frac{\partial}{\partial y}(\rho uv - \tau_{xy}) &= \\ &= -\frac{\rho uv - \tau_{xy}}{y} - \sum_{i=1, n} F_{xi} + \alpha \frac{\partial p}{\partial x}, \\ \frac{\partial(\rho v)}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x}(\rho uv - \tau_{xy}) + \frac{\partial}{\partial y}(\rho v^2 + p - \tau_{yy}) &= \\ &= -\frac{\rho v^2 + p - \tau_{yy}}{y} - \sum_{i=1, n} F_{yi} + \alpha \frac{\partial p}{\partial y}, \\ \frac{\partial(\rho w)}{\partial t} + \frac{\partial(\rho uw)}{\partial x} + \frac{\partial(\rho vw)}{\partial y} &= -\frac{\rho vw}{y} - \sum_{i=1, n} F_{zi}, \\ \frac{\partial(e)}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x}([e + p - \tau_{xx}]u - \tau_{xy}v + \lambda \frac{\partial T}{\partial x}) + \\ + \frac{\partial}{\partial y}([e + p - \tau_{yy}]v - \tau_{xy}u + \lambda \frac{\partial T}{\partial y}) &= \\ &= -\frac{[e + p - \tau_{yy}]v - \tau_{xy}u + \lambda \frac{\partial T}{\partial y}}{y} - \\ - \sum_{i=1, n} Q_i - \sum_{i=1, n} (|F_{xi}|(u - u_i) - |F_{yi}|(v - v_i)) + \\ + \alpha \left( \frac{\partial p u}{\partial x} + \frac{\partial p v}{\partial y} \right), \quad e = I + \rho(u^2 + v^2)/2, \\ \tau_{xx} = \mu \left( 2 \frac{\partial u}{\partial x} - \frac{2}{3} D \right), \quad \tau_{xy} = \mu \left( \frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x} \right), \\ \tau_{yy} = \mu \left( 2 \frac{\partial v}{\partial y} - \frac{2}{3} D \right), \quad D = \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{v}{y}, \\ F_{xi} = \frac{3}{4} \frac{\alpha_i}{(2r_i)} C_{di} \rho \sqrt{(u - u_i)^2 + (v - v_i)^2 + (w - w_i)^2} \times \\ \times (u - u_i) + \alpha_i \rho \left( \frac{\partial u}{\partial t} + u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} \right) + \\ + 0.5 \alpha_i \rho \left( \frac{\partial u}{\partial t} + u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} - \frac{\partial u_i}{\partial t} - u_i \frac{\partial u_i}{\partial x} - v_i \frac{\partial u_i}{\partial y} \right), \\ F_{yi} = \frac{3}{4} \frac{\alpha_i}{(2r_i)} C_{di} \rho \sqrt{(u - u_i)^2 + (v - v_i)^2 + (w - w_i)^2} \times \\ \times (v - v_i) + \alpha_i \rho \left( \frac{\partial v}{\partial t} + u \frac{\partial v}{\partial x} + v \frac{\partial v}{\partial y} \right) + \\ + 0.5 \alpha_i \rho \left( \frac{\partial v}{\partial t} + u \frac{\partial v}{\partial x} + v \frac{\partial v}{\partial y} - \frac{\partial v_i}{\partial t} - u_i \frac{\partial v_i}{\partial x} - v_i \frac{\partial v_i}{\partial y} \right), \end{aligned}$$

$$F_{zi} = \frac{3 \cdot \alpha_i}{4(2r_i)} C_{di} \rho \times \\ \times \sqrt{(u - u_i)^2 + (v - v_i)^2 + (w - w_i)^2} (w - w_i), \\ C_{di} = C_{di}^0 \psi(M_{i0}), \quad C_{di}^0 = \left( \frac{24}{\text{Re}_{i0}} + \frac{4}{\text{Re}_{i0}^{0.5}} + 0.4 \right) \times \\ \times \left( 1 + 0.25 \text{We}_i^{0.1} / \text{Lp}_i^{0.04} \right), \\ \psi(M_{i0}) = 1 + \exp \left( - \frac{0.427}{M_{i0}^{0.63}} \right), \\ \text{Re}_{i0} = \rho |\bar{V} - \bar{V}_i| 2r_i / \mu, \quad M_{i0} = |\bar{V} - \bar{V}_i| / c, \\ \text{We}_i = \rho |\bar{V} - \bar{V}_i|^2 d_i / \sigma, \quad \text{Lp}_i = \rho d_i \sigma / \mu^2.$$

Здесь  $\rho$ ,  $T$ ,  $u$ ,  $v$ ,  $w$ ,  $e$ ,  $\lambda$ ,  $\mu$ ,  $d_i$ ,  $\sigma$  – плотность, температура, составляющие скорости по трем направлениям, удельная полная энергия, коэффициенты теплопроводности и вязкости несущей фазы, диаметр капли  $i$ -й фракции и коэффициент поверхностного натяжения жидкости. Величины с индексом  $i$  относятся к  $i$ -й фракции дисперсной фазы. Объемное содержание дисперсной фазы определяется суммированием объемных содержаний фракций:  $\alpha = \sum_{i=1,n} \alpha_i$ . Коэффициент аэродинамического сопротивления  $C_d$  рассчитывается с учетом поправки на сжимаемость среды  $\psi(M_{i0})$  [3]. Система уравнений движения несущей среды содержит уравнение для азимутальной составляющей импульса, записанное в предположении об азимутальной симметрии потока при его вращении и без учета составляющих вязкого трения [8]. Составляющие сил аэродинамического сопротивления  $F_{xi}$ ,  $F_{yi}$ ,  $F_{zi}$  и тепловой поток  $Q_i$  на границе частица–газ определяются законом межфазного трения с учетом изменения формы капли в зависимости от чисел Вебера  $\text{We}_i$  и Лапласа  $\text{Lp}_i$  и законом теплообмена [3, 4]. Здесь  $I = \rho RT / (\gamma - 1)$  – внутренняя энергия газа;  $R$ ,  $\gamma$  – газовая постоянная и постоянная адиабаты несущей среды. Температура несущей среды  $T = (\gamma - 1) \times (e / \rho - 0.5(u^2 + v^2)) / R$ . В уравнение сохранения полной энергии для несущей фазы входит тепловой поток, возникающий вследствие теплообмена между газом и частицами  $i$ -й фракции:  $Q_i = 6\alpha_i \text{Nu}_i \lambda (T - T_i) / (2r_i)^2$ , где  $\text{Nu}_i = 2r_i \alpha^T / \lambda$  – число Нуссельта,  $r_i$  – радиус частиц  $i$ -й фракции. Число Нуссельта определяется при помощи известного приближения [4], использующего относительные числа Маха  $M_{i0}$ , Рейнольдса  $\text{Re}_{i0}$  и Прандтля  $\text{Pr}$ .

Дисперсная фаза состоит из ряда фракций, каждая из которых образована частицами определенного размера. Динамика каждой фракции описывается уравнением сохранения средней плотности фракции, уравнениями сохранения

компонент импульса и уравнением сохранения тепловой энергии [3, 7]:

$$\frac{\partial \rho_i}{\partial t} + \frac{\partial (\rho_i u_i)}{\partial x} + \frac{\partial (\rho_i v_i)}{\partial y} = - \frac{\rho_i v_i}{y}, \\ \frac{\partial (\rho_i u_i)}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x} (\rho_i u_i^2) + \frac{\partial}{\partial y} (\rho_i u_i v_i) = \\ = - \frac{\rho_i u_i v_i}{y} + F_{xi} - \alpha \frac{\partial p}{\partial x}, \\ \frac{\partial (\rho_i v_i)}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x} (\rho_i u_i v_i) + \frac{\partial}{\partial y} (\rho_i v_i^2) = \\ = - \frac{\rho_i v_i^2}{y} + F_{yi} - \alpha \frac{\partial p}{\partial y}, \\ \frac{\partial (\rho_i w_i)}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x} (\rho_i u_i w_i) + \\ + \frac{\partial}{\partial y} (\rho_i v_i w_i) = - \frac{\rho_i v_i w_i}{y} + F_{zi}, \\ \frac{\partial (e_i)}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x} (e_i u_i) + \frac{\partial}{\partial y} (e_i v_i) = \text{Nu}_i \frac{6\alpha_i}{(2r_i)^2} \lambda (T - T_i), \\ \rho_i = \alpha_i \rho_{i0}, \quad e_i = \rho_i C_{pi} T_i.$$

Здесь  $\alpha_i$ ,  $\rho_i$ ,  $e_i$ ,  $T_i$ ,  $C_{pi}$ ,  $\rho_{i0}$  – объемное содержание, средняя плотность, тепловая энергия, температура, теплоемкость и плотность вещества  $i$ -й дисперсной фракции. Тепловая энергия  $i$ -й фракции определяется как  $e_i = \rho_i C_{pi} T_i$ . Система уравнений движения каждой дисперсной фракции содержит уравнение для азимутальной составляющей импульса, записанное в предположении об азимутальной симметрии потока при его вращении [8].

### РАВНОВЕСНАЯ МОДЕЛЬ ИСПАРЕНИЯ И КОНДЕНСАЦИИ КАПЕЛЬ МЕЛКОЙ ФРАКЦИИ

Парокапельная смесь, наряду с каплями сравнительно крупных фракций, содержит мелкую фракцию, температурным и скоростным скольжением которой относительно несущей среды можно пренебречь и считать, что испарение таких капель, или конденсация пара в случае отклонения температуры и давления от кривой фазового равновесия, описывается равновесной моделью фазовых переходов [5]. Испаряется при этом такая масса мелкодисперсной капельной фракции, или конденсируется такая масса пара, которая обеспечивает возвращение параметров несущей среды – давления и температуры на кривую фазового равновесия. Если масса мелкой капельной фракции недостаточна для того, чтобы система перешла в равновесное состояние, то мелкая фракция испаряется полностью, а затем начинается испарение капель крупных фракций – этот процесс продолжается до достижения равновес-

ного давления и температуры, или до испарения всей жидкой фазы. При этом учитывается уменьшение температуры пара вследствие поглощения скрытой теплоты парообразования. Массовое содержание самой мелкой фракции может увеличиваться как вследствие дробления в потоке капель более крупных фракций, так и вследствие конденсации пара; уменьшение массового содержания мелких капель может происходить вследствие испарения и в результате коагуляции с более крупными каплями.

Давление пара определяется с учетом объемного содержания капель:

$$p = \rho RT / (1 - \rho_l / \rho_l^0),$$

где  $\rho$ ,  $R$ ,  $T$  – плотность, газовая постоянная и температура пара;  $\rho_l$  – суммарная средняя плотность капель по всем фракциям. Здесь учитывается, что часть объема  $\rho_l / \rho_l^0$  в смеси занимают капли ( $\rho_l^0$  – истинная плотность жидкости в каплях).

В соответствие с моделью равновесных фазовых переходов конденсация пара происходит при увеличении парциального давления пара свыше давления насыщения  $p_s(T)$ . Капли испаряются при уменьшении парциального давления пара ниже  $p_s(T)$ . Схема равновесного фазового перехода приведена, например, в [5]. В результате конвективного и диффузионного переноса вещества, импульса и энергии изменяется парциальное давление пара  $p$ . При  $p(T) > p_s(T)$  избыточная масса пара  $\delta m_v$  конденсируется, возрастает температура смеси от  $T$  до  $T'$ , а давление пара  $p(T')$  возвращается на кривую насыщения. Температура возрастает на  $\delta T' = T' - T$  за счет выделения энергии при конденсации  $\delta Q = L \delta m_v$ , где  $L$  – скрытая теплота фазового перехода. Температура  $T'$  определяется решением уравнения  $p(T') = p_s(T')$ .

Масса сконденсировавшегося в единице объема пара вычисляется из условия теплового баланса  $\delta m_v = (\rho' C_p T' - \rho C_p T) / L$ , где  $\rho$ ,  $T$ ,  $\rho'$ ,  $T'$  – плотность и температура пара до и после конденсации. Если  $p(T) < p_s(T)$  и в смеси содержится мелкодисперсная фракция, то испарение происходит по той же схеме, но с учетом того, что температура смеси и средняя плотность мелкодисперсной фракции снижаются.

Рассмотрим условие перехода подсистемы пар–мелкодисперсная капельная фракция в равновесное состояние. Для этого выразим текущее давление пара  $p$  через температуру и плотность нового равновесного состояния  $T'$  и приравняем его давлению насыщенного пара при температуре  $T'$ :  $p_s(T') = \rho' RT' / (1 - \rho_l' / \rho_l^0)$ .

В это уравнение входят новые значения парциальных плотностей пара и капель  $\rho'$ ,  $\rho_l'$ . После

фазового перехода  $\rho' = \rho - \rho C_p (T' - T) / L$ ,  $\rho_l' = \rho_l + \rho C_p (T' - T) / L$ , тогда как  $\rho$ ,  $\rho_l$ ,  $T$  соответствуют плотности пара, средней плотности капель и температуре смеси до наступления фазового перехода. Получаем уравнение для нового значения температуры пара после перехода системы в равновесное состояние

$$p_s(T') = \rho (1 - C_p (T' - T) / L) \times RT' / (1 - (\rho_l + \rho C_p (T' - T) / L) / \rho_l^0), \quad (1)$$

где для давления насыщенного пара метана применяется известная аппроксимация

$$p_s(T') = p_{кр} \exp(a_0 + a_1 / (T' / T_{кр}) + a_2 \ln(T' / T_{кр}) + a_3 (T' / T_{кр})), \quad a_0 = 2.7346, \quad (2)$$

$$a_1 = -7.8725, \quad a_2 = -7.265, \quad a_3 = 5.1363.$$

Уравнение (1) с учетом (2) решается итерационным методом относительно нового значения температуры  $T'$ . Итерационная процедура позволяет найти  $T'$  и в том случае, когда масса пара или масса мелких капель недостаточны для перехода системы в равновесие при конденсации или испарении. По  $T'$  определяются новые значения плотности пара  $\rho' = \rho - \rho C_p (T' - T) / L$  и средней плотности мелкодисперсной фракции  $\rho_l' = \rho_l + \rho C_p (T' - T) / L$ . А по ним находится новое значение давления смеси.

## МОДЕЛЬ ДРОБЛЕНИЯ КАПЕЛЬ

Если число Вебера  $We = 2r_i \rho_{ж} |V - V_i|^2 / \sigma$  для капли  $i$ -фракции больше критического, то ее движение сопровождается газодинамическим дроблением, приводящим к уменьшению массы таких частиц. В качестве механизма разрушения капли может быть выбран тарельчатый тип дробления, связанный со срывом пограничного слоя [2–4] и реализующийся при  $We_{кр} \leq We < 1.7 \times 10^4 / Lp^{0.5}$ . При этом диаметр отрывающихся частиц

$$d = 2.4 \frac{d_i}{\sqrt{Re_{i0}}} \left( \frac{\mu_{ж}}{\mu} \right)^{0.5} \left( \frac{\rho}{\rho_{ж}} \right)^{0.25}, \quad \text{где } d_i \text{ – диаметр капли } i\text{-й фракции; } \mu_{ж}, \mu, \rho_{ж}, \rho \text{ – коэффициенты динамической вязкости и плотность жидкости и пара [4].}$$

Для описания процесса потери капель массы при газодинамическом дроблении применимо полуэмпирическое уравнение [4]

$$\frac{dm_i}{dt} = -m_i \frac{K_1 (We)^\psi (Re)^\omega}{t_i} \left[ 1 - \exp\left(-\frac{K_2 t}{t_i}\right) \right],$$

$$m_i = \frac{\pi d^3 \rho_{ж}}{6}, \quad K_1 = 2.4-7.5, \quad K_2 = 1.1, \quad (3)$$

$$\psi = 0.8-1.3, \quad \omega = -0.15-0.2.$$

Здесь  $m_1$  – масса отрывающейся при дроблении капли,  $m_i$  – масса дробящейся капли  $i$ -й фракции,  $t$  – интервал времени с момента достижения критического значения числа Вебера для капли  $i$ -й фракции,  $t_i$  – время от начала деформации капли до начала ее дробления [4]:

$$t_i = 0.37 \frac{d_i}{|\mathbf{V} - \mathbf{V}_i|} \sqrt{\frac{\rho_{\text{ж}}}{\rho}}$$

Для решения обыкновенного дифференциального уравнения (3) применим метод рядов. Представим приближенно решение (3) рядом Тейлора, ограничившись членами до второго порядка:

$$\begin{aligned} m_i(t + \Delta t) &= m_i(t) + \frac{\partial m_i}{\partial t} \Delta t + \\ &+ \frac{1}{2} \frac{\partial^2 m_i}{\partial t^2} (\Delta t)^2 + O((\Delta t)^3), \quad \frac{\partial m_i}{\partial t} = -m_1 \times \\ &\times \frac{K_1 (We)^\psi (Re)^\omega}{t_i} \left[ 1 - \exp\left(-\frac{K_2 t}{t_i}\right) \right], \\ \frac{\partial^2 m_i}{\partial t^2} &= -m_1 \frac{K_1 (We)^\psi (Re)^\omega}{t_i^2} \times \\ &\times K_2 \exp\left(-\frac{K_2 t}{t_i}\right) \left[ 1 - \exp\left(-\frac{K_2 t}{t_i}\right) \right], \\ m_1 &= \frac{\pi d^3 \rho_{\text{ж}}}{6}, \quad K_1 = 2.4-7.5, \quad K_2 = 1.1, \\ \psi &= 0.8-1.3, \quad \omega = -0.15-0.2. \end{aligned} \tag{4}$$

Масса капли в текущий момент времени  $t$  известна. На следующем временном шаге она определяется рядом Тейлора (4). По массе дробящейся капли  $i$ -й фракции на новом временном шаге рассчитываются ее новый радиус и объем. Известное значение концентрации капелек  $i$ -й фракции позволяет найти объемное содержание и новое значение средней плотности  $i$ -й фракции. Полагая, что отрывающиеся при дроблении капли-“осколки” переходят в самую мелкую фракцию смеси, находим увеличение средней плотности и концентрации капелек этой фракции.

### МОДЕЛЬ ПРОГРЕВА И ИСПАРЕНИЯ КАПЕЛЬ КРУПНЫХ ФРАКЦИЙ

Если для капли  $i$ -й фракции число Вебера превышает критическое значение, а ее температура достигла температуры насыщения, то на первом этапе процессом испарения с поверхности крупных капелек пренебрегаем, так как унос массы неравновесной с несущей средой по скорости капли за счет дробления происходит более интенсивно [4], чем за счет испарения. Если же число Вебера меньше критического, а температура капли повысилась до температуры насыщения при текущем давлении, то требуется учесть уменьшение

средней плотности дисперсной фазы за счет испарения крупных капелек. Испарению капли предшествует ее нагрев до температуры насыщения, после чего начинается испарение с ее поверхности. Прогрев капли происходит за счет конвективного теплообмена в движущейся несущей среде. Коэффициент поверхностного теплообмена на поверхности капли  $\alpha_p$  выражается через число Нуссельта, диаметр капли  $d$  и коэффициент теплопроводности несущей среды  $\lambda_r$  как  $\alpha_p = Nu \lambda_r / d$ . Для определения числа Нуссельта используется известная из литературы [2–4] зависимость

$$Nu = \frac{k_{\text{исп}} (2 + 0.459 Re^{0.55} Pr^{0.33})}{[1 + 3.42 M_{\text{отн}} (2 + 0.459 Re^{0.55} Pr^{0.33})] Re Pr}$$

Здесь  $M_{\text{отн}} = u_{\text{отн}} / c$  – относительное число Маха, где  $c$  – скорость звука,  $u_{\text{отн}} = |\mathbf{U} - \mathbf{U}_i|$  – скорость  $i$ -й фракции относительно несущей среды;  $Re = \rho |\mathbf{U}| d / \mu$  – число Рейнольдса;  $Pr = \mu C_{pr} / \lambda_r$  – число Прандтля;  $\mu$ ,  $C_{pr}$  – динамическая вязкость и удельная изобарная теплоемкость несущей среды. В процессе нагрева до температуры насыщения  $k_{\text{исп}} = 1$ , после достижения каплей этой температуры  $k_{\text{исп}} = 0.6$ . С учетом температурной однородности температура движущейся в потоке капли описывается дифференциальным уравнением [4]

$$\frac{\partial T_p}{\partial t} = \frac{6 \alpha_p}{d_p C_{p\text{ж}} \rho_{\text{ж}}} \left[ \frac{T_r \left( 1 + M_{\text{отн}}^2 \frac{(\gamma - 1)}{2} \right)}{\left( 1 + M^2 \frac{(\gamma - 1)}{2} \right) - T_p} \right]$$

Для решения этого уравнения применим схему Эйлера:

$$T_p(t + \Delta t) \approx T_p(t) + \frac{\partial T_p(t)}{\partial t} \Delta t.$$

Считаем, что до достижения каплей температуры насыщения испарением с ее поверхности можно пренебречь [4]. С момента времени достижения этой температуры при текущем давлении начинается интенсивное испарение с поверхности. Процесс испарения описывается уравнением

$$\frac{\partial m}{\partial t} = \frac{\pi d^2 \alpha_p}{L(T_p)} \left[ \frac{T_r \left( 1 + M_{\text{отн}}^2 \frac{(\gamma - 1)}{2} \right)}{\left( 1 + M^2 \frac{(\gamma - 1)}{2} \right) - T_s(p)} \right],$$

где  $L(T_p)$  – теплота парообразования жидкости при температуре  $T_p$ ,  $T_s(p)$  – температура насыщения при давлении  $p$ ,  $m$  – масса капли  $i$ -й фракции. Решение уравнения, описывающего изменение массы капли, будем искать по схеме Эйлера

$$m(t + \Delta t) \approx m(t) + \frac{\partial m(t)}{\partial t} \Delta t.$$

При известной концентрации капель находим новое значение средней плотности и объемное содержание фракции, а также новое значение плотности пара.

### МОДЕЛЬ КОАГУЛЯЦИИ КАПЕЛЬ

Если число Вебера для капли  $i$ -й фракции меньше критического значения ( $We_{кр} \approx 10$ ), то при столкновениях ее с частицами менее крупных фракций происходит их коагуляция, вследствие чего изменяются масса, концентрация, импульс и температура частицы  $i$ -й фракции. Этот процесс описывается лагранжевой моделью Смолуховского для коагуляции частиц при парных соударениях [6].

Масса  $m_i$  частицы  $i$ -й фракции ( $i = 2, \dots, n$ ) возрастает за счет поглощения частиц  $j$ -х фракций меньшего размера с массой  $m_j$  ( $j = 1, 2, \dots, i - 1$ ):

$$\partial m_i / \partial t = \sum_{j=1}^{i-1} k_{ij} n_j m_j,$$

где

$$k_{ij} = K_0 \frac{\pi}{4} (d_i + d_j)^2 \times \\ \times \sqrt{(u_i - u_j)^2 + (v_i - v_j)^2 + (w_i - w_j)^2}$$

— константа коагуляции,  $d_i$  — диаметр частиц  $i$ -й фракции,  $d_j < d_i$ . Новое значение массы частиц  $i$ -й фракции в текущем узле конечно-разностной сетки позволяет определить новое значение радиуса частицы  $r_i$ . Уменьшение концентрации частиц  $j$ -х фракций вследствие поглощения их более крупными  $i$ -ми ( $i = j + 1, j + 2, \dots, n$ ) описывается уравнением

$$\partial n_j / \partial t = -n_j \sum_{i=j+1}^n k_{ij} n_i, \quad j = 1, 2, \dots, n - 1.$$

Новое значение объемного содержания  $i$ -й фракции, изменившегося вследствие коагуляции, определяется как  $\alpha_i = (4/3)\pi r_i^3 n_i$ . Концентрация  $n_i$  рассчитывается через среднюю плотность и радиус  $i$ -й фракции на каждом шаге вычислений. Слияние мелких капель с более крупными приводит к изменению их скорости:

$\partial w_i / \partial t = \frac{1}{m_i} \sum_{j=1}^{i-1} k_{ij} (w_j - w_i) m_j n_j$ . Температура частицы  $i$ -й фракции после коагуляции с более мелкими находилась из соотношения  $T = \frac{1}{Cm} \left( \sum_{j=1}^{i-1} k_{ij} n_j C_j m_j T_j + C_i m_i T_i \right)$ , где  $T$ ,  $C$ ,  $m$  — температура, удельная массовая теплоемкость и масса частицы  $i$ -й фракции после коагуляции;  $T_i$ ,  $C_i$ ,  $m_i$  — те же параметры до коагуляции. Связанные с коагуляцией изменения скорости и температуры

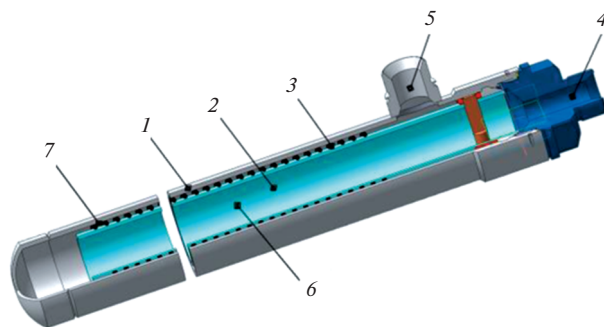
дисперсной фазы учитывались на каждом временном шаге основного алгоритма.

Далее переходим на следующий временной шаг и выполняем вычисления эйлера этапа решения уравнений движения несущей среды и дисперсной фазы парок капельной смеси.

Система уравнений движения двухфазной полидисперсной парок капельной смеси записывалась в обобщенных криволинейных координатах [7, 9, 10] и решалась явным методом Мак-Кормака второго порядка с расщеплением пространственного оператора по направлениям и со схемой нелинейной коррекции [7, 9]. Для термодинамических характеристик жидкого метана и его пара были использованы известные из литературы аппроксимации [11]. Работоспособность модели определялась решением задач для отдельных механизмов (дробления и испарения капель, для равновесной модели фазовых переходов, для коагуляции полидисперсной смеси) и сопоставлением полученных результатов с известными из литературы, а также с решениями, полученными аналитически.

### ОБЪЕКТ МОДЕЛИРОВАНИЯ И ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ

В качестве примера рассмотрим течение парок капельной смеси в тепловоспринимающем элементе трубного подогревателя-регазификатора сжиженного природного газа. Устройство выполнено в виде трубы Фильда, представляющей собой систему из двух концентрических труб, по которым движется парожидкостная смесь (рис. 1). Внешняя труба нагревается в огневой зоне. Поток сжиженного природного газа течет по внутренней трубе, на выходе из нее разворачивается и движется в противоположном направлении в зазоре между внутренней и внешней трубами, где



**Рис. 1.** Схема тепловоспринимающего элемента: 1 — внешняя теплообменная труба; 2 — внутренняя теплообменная труба; 3 — интенсификатор теплоотдачи, выполненный в виде скрученной ленты; 4 — входной штуцер нагреваемой среды; 5 — выходной штуцер нагреваемой среды; 6 — внутренняя полость теплообменной трубы; 7 — внешняя полость, образованная кольцевыми зазорами между внешней 1 и внутренней 2 трубами.

происходит нагрев и испарение жидкости. Процесс установления стационарного режима и формирование фронта испарения в межтрубном зазоре зависит от расхода жидкости и внешнего теплового потока. Изменение расхода нарушает установившийся режим в тепловоспринимающем элементе и вызывает новый процесс установления термо- и гидродинамических параметров, сопровождающийся возникновением кризисных явлений при кипении жидкости на границе со стенкой и генерацией нестационарных колебаний.

Конструктивное исполнение нагревателя-регазификатора сжиженного природного газа, содержащего горелочное устройство, кожухотрубный теплообменник и тепловоспринимающие элементы (рис. 1), приведено в [1].

Для устранения длительных переходных процессов и кризисов кипения при смене расхода требуется модификация устройства, состоящая в том, что на входе во внутреннюю трубу жидкость диспергируется и далее движется в виде парокапельной смеси. При выходе из внутренней трубы поток разворачивается и движется в канале между коаксиально расположенными трубами, внешняя из которых нагрета. В этом случае происходит испарение диспергированной жидкости, что может позволить избежать нестационарных процессов, вызванных кризисом кипения жидкого метана на стенке внешней трубы. Для увеличения времени пребывания смеси в нагретой зоне и для транспортировки капель к нагретой стенке служит закрутка потока при его движении в межтрубном зазоре.

В процессе движения в зависимости от режима течения и интенсивности нагрева могут происходить процессы коагуляции, дробления, испарения капель и конденсации пара, влияющие на структуру и расход потока. Для выбора конструктивных параметров тепловоспринимающего элемента и режимов его работы – дисперсности на входе, перепада давления на входе-выходе, величины внешнего теплового потока – требуется моделирование процессов, сопровождающих течение парокапельной смеси.

## РЕЗУЛЬТАТЫ РАСЧЕТОВ

На рис. 2а показана геометрия расчетной области, построенная с учетом осевой симметрии канала, длина которого  $L = 1$  м, радиусы внутренней и наружной труб  $R_{\text{вн}} = 0.05$  м,  $R_{\text{н}} = 0.1$  м. Парокапельная смесь втекает во внутреннюю трубу при  $x = 0$  (область I на рис. 2а). Поток разворачивается в области II, протекает через внешний концентрический канал III и вытекает через сечение  $x = L$ . Дисперсная фаза включает в себя пять капельных фракций. Радиус капель равновесной фракции составляет 1 мкм. Неравновесные по скорости с несущей средой фракции образова-

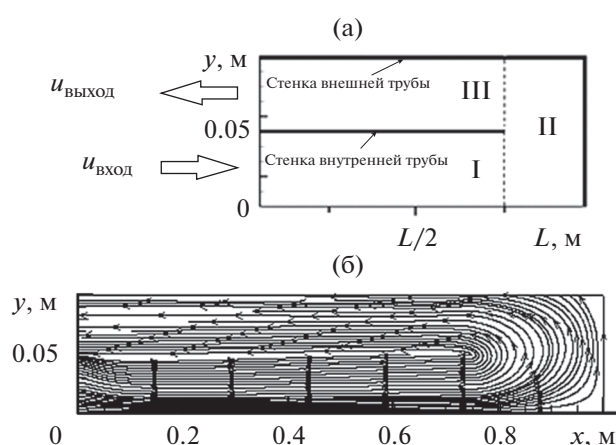


Рис. 2. Геометрия расчетной области (а) и векторное поле скоростей (б) несущей среды в момент времени  $t = 0.012$  с.

ны каплями с начальными радиусами 10, 20, 50, 100 мкм. Начальные объемные содержания фракций одинаковы и составляют  $\alpha_i = 0.0001$  при плотности жидкого метана  $\rho_{\text{жидк}} = 416$  кг/м<sup>3</sup>. Начальная температура и плотность пара  $T_0 = 107$  К,  $\rho_0 = 1.29$  кг/м<sup>3</sup>. Начальная температура равновесной ( $R_0 = 1$  мкм) фракции совпадает с начальной температурой пара и равна температуре насыщения для начального давления смеси  $p_0 = 71499$  Па.

Температура капель крупных фракций составляет  $T_i = 100$  К. Оценка для скорости звука в несущей среде  $c = (\gamma RT)^{1/2} = 268$  м/с, где  $\gamma = 1.3$  – постоянная адиабаты,  $R = 518$  Дж/(кг К) – газовая постоянная метана. Расчеты проводились на равномерной в осевом и радиальном направлении блочно-структурированной конечно-разностной сетке, включающей в себя три подобласти I–III и содержащей  $200 \times 100$  узлов (рис. 2а). Граничные условия на линиях стыковки блоков задавались с учетом направления течения. Блоки I–III включают в себя узлы: I –  $1 \leq j \leq 3nj/4$ ,  $1 \leq k \leq nk/2$ ; II –  $3nj/4 \leq j \leq nj$ ,  $1 \leq k \leq nk$ ; III –  $1 \leq j \leq 3nj/4$ ,  $nk/2 \leq k \leq nk$ , где  $nj$ ,  $nk$  – число узлов в осевом и радиальном направлении.

На входе в подобласть I при  $x = 0$  задавались однородное граничное условие Неймана для давления и составляющие скорости несущей среды:  $u(t, x = 0) = 0.1M$ ,  $v(t, x = 0) = 0$ . На выходе из области III (рис. 2а) при  $x = L$  задавалось давление несущей среды, а для остальных газодинамических функций ставилось однородное граничное условие Неймана. Для азимутальной составляющей скорости на оси симметрии при  $y = 0$  и на боковых стенках (области I, III) принимались однородные граничные условия первого рода. Закрутка потока моделировалась заданием азимутальной составляющей скорости вблизи боковой границы

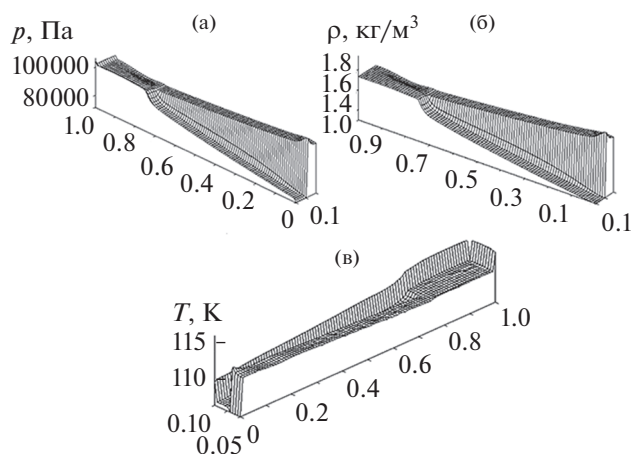


Рис. 3. Пространственные распределения давления (а), плотности (б), температуры (в) несущей среды в момент времени  $t = 0.012$  с.

области III при  $y = R_n - \delta$ :  $w(x, R_n - \delta) = \omega(R_n - \delta)$ , где  $\omega = -6\pi\mu(x, R_n - \delta)$ .

В начальный момент времени в области I задаются составляющие скорости потока. В приведенных ниже расчетах  $u(t=0) = 0.1$  М,  $v(t=0) = 0$ , где  $M = |V|/c$  – число Маха. В областях II, III начальные скорости парок капельной смеси нулевые. На твердых стенках канала для скорости задается граничное условие прилипания, а для давления, плотности, температуры и энергии пара ставятся однородные граничные условия Неймана.

На рис. 2б показано поле скоростей пара, а на рис. 3 приведены пространственные распределения давления, плотности и температуры пара, сформировавшиеся в расчетной области к моменту времени  $t = 0.012$  с. Параметры течения на входе в область I (при  $x = 0$ ):  $p_{\text{вх}} = 110$  кПа,  $\rho_{\text{вх}} = 1.75$  кг/м<sup>3</sup>,  $T_{\text{вх}} = 112$  К. В выходном сечении области III (при  $x = 0$ )  $p_{\text{вых}} = 71.5$  кПа,  $\rho_{\text{вых}} = 1.29$  кг/м<sup>3</sup>,  $T_{\text{вых}} = 107$  К.

Движение парок капельной смеси сопровождается изменением ее дисперсности. На рис. 4 при-

водится зависимость параметров фракций смеси от времени в точке ( $x = 0.25$  м,  $y = 0.075$  м), принадлежащей области III. В начальный момент времени капли всех фракций неподвижны. Движение пара приводит к дроблению самой крупной фракции, радиус капель которой снижается от 100 до 93 мкм (рис. 4а). В результате ее средняя плотность уменьшается от 0.0416 до 0.033 кг/м<sup>3</sup>. “Осколки” от дробления переходят в самую мелкую равновесную фракцию, в результате чего ее средняя плотность возрастает с 0.0416 кг/м до 0.054 кг/м<sup>3</sup> (рис. 4б). Расчеты показывают, что в поле течения существуют две зоны конденсации пара: на входе в область I вследствие влияния граничного условия и в области III (рис. 2а), где возникают условия для конденсации пара и роста средней плотности равновесной фракции (рис. 5). В результате в области III вследствие коагуляции наблюдается рост капель и средних плотностей всех крупных фракций (рис. 4а, 4б). Основным донором является равновесная мелкодисперсная фракция ( $R_0 = 1$  мкм). Рост капель различных фракций происходит в потоке до тех пор, пока для них не будет достигнуто критическое значение числа Вебера (рис. 4а, 4в). При достижении числа Вебера критического значения (рис. 4в) коагуляция и рост капель сменяются их дроблением и уменьшением радиуса (рис. 4а). Можно отметить, что процесс коагуляции и последующего дробления капель с начальными радиусами 100, 50, 20 и 10 мкм в присутствии равновесной фракции с радиусом 1 мкм, играющей при коагуляции роль донора, приводит к тому, что к моменту времени  $t \approx 0.045$  с полидисперсная система крупных капель превращается в монодисперсную с радиусом капель  $R \approx 45$  мкм. К этому моменту времени процесс коагуляции для капель с начальным радиусом 10 мкм в системе  $R_0 = 1-10$  мкм сменяется дроблением. После образования монодисперсной системы процесс дробления протекает с меньшей скоростью (рис. 4а). К моменту времени  $t \approx 0.075$  с в системе присутствует две дисперсные капельные фракции: рав-

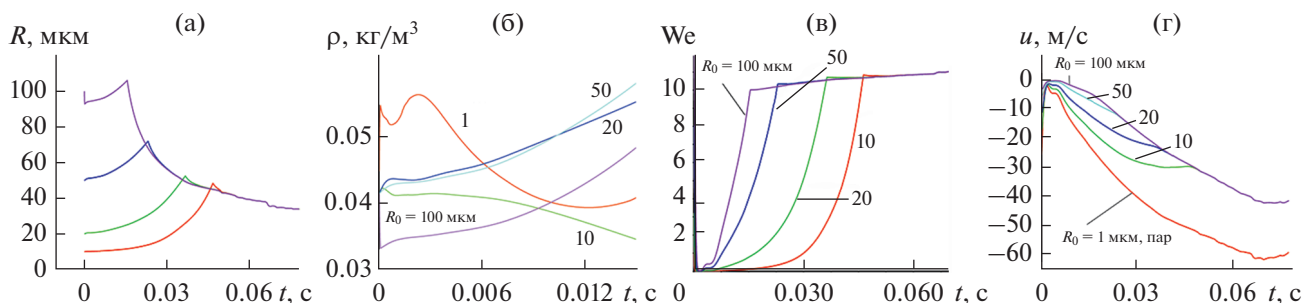


Рис. 4. Зависимость параметров фракций парок капельной смеси от времени в точке ( $x = 0.25$  м,  $y = 0.075$  м): (а) – радиусы капель различных фракций, (б) – средние плотности фракций, (в) – числа Вебера для капель различных фракций, (г) – осевые составляющие скорости различных фракций.



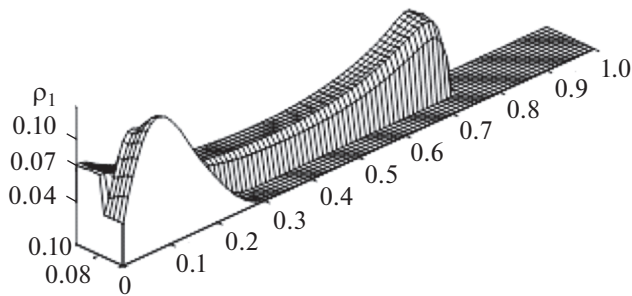


Рис. 5. Пространственное распределение средней плотности мелкодисперсной фракции ( $R_0 = 1$  мкм) в момент времени  $t = 0.012$  с.

новесная с радиусом капель  $R \approx 1$  мкм и фракция капель с радиусом  $R \approx 32$  мкм. Процесс сближения радиусов капель крупных фракций сопровождается установлением в системе двухскоростного режима: движение происходит со скоростью равновесной фракции и несущей среды и со скоростью монодисперсной крупной фракции с радиусом  $R \approx 32$  мкм (рис. 4г).

### ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Моделирование гидро- и термодинамики полидисперсной парокапельной смеси в коаксиальном цилиндрическом канале, учитывающее процессы испарения, коагуляции, дробления капель и конденсации пара, позволило сделать ряд выводов для рассмотренного режима течения:

- если в выходной части устройства (область III) температура пара ниже температуры насыщения для давления потока, то конденсация пара приводит к повышению концентрации и средней плотности мелкодисперсной фракции, являющейся донором в процессе коагуляции для всех остальных капельных фракций;

- большая концентрация фракции-донора, образовавшаяся при конденсации пара, приводит к интенсивной коагуляции и быстрому росту капель и средних плотностей всех неравновесных по скорости фракций;

- вследствие дальнейшего роста капель различных фракций в потоке возникают режимы течения с достижением и превышением критиче-

ского числа Вебера, когда коагуляция капель сменяется дроблением;

- в результате конкурентного воздействия механизмов коагуляции и дробления в окрестности критического числа Вебера в потоке может произойти изменение структуры системы с переходом от полидисперсной многоскоростной смеси к двухскоростной с двумя преобладающими размерами капель.

Исследование выполнено при поддержке РФФИ и правительства Республики Татарстан (проект № 18-48-160017) и по госзаданию Минобрнауки России вузам (проект № 9.5542.2017/6.7).

### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Серазетдинов Б.Ф., Серазетдинов Ф.Ш., Тонконог В.Г.* Технологический нагреватель. Патент РФ № 2467260. 2012.
2. *Нигматулин Р.И.* Динамика многофазных сред. Ч. 1. М.: Наука; Гл. ред. физ.-мат. лит., 1987. 464 с.
3. *Кутушев А.Г.* Математическое моделирование волновых процессов в аэродисперсных и порошкообразных средах. СПб.: Недра, 2003. 283 с.
4. *Арефьев К.Ю., Воронецкий А.В.* Моделирование процесса дробления и испарения капель не реагирующей жидкости в высокоэнтальпийных газодинамических потоках // Теплофизика и аэромеханика. 2015. Т. 22. № 5. С. 609.
5. *Баянов И.М., Хамидуллин И.Р., Шагапов В.Ш.* Об эволюции облака аэрозоля при диффузионном перемешивании с газом // ТВТ. 2007. Т. 45. № 5. С. 756.
6. *Алемасов В.Е., Дрегалин А.Ф., Тишин А.П., Худяков В.А.* Термодинамические и теплофизические свойства продуктов сгорания. Спр. В 5-ти т. Т. 1. Методы расчета. М.: Изд-во ВИНТИ, 1971. 267 с.
7. *Тукмаков А.Л., Тонконог В.Г., Арсланова С.Н.* Волновая коагуляция полидисперсной газозвеси в технологии газификации и криостатирования сжиженного природного газа // Акуст. журн. 2016. Т. 62. № 1. С. 125.
8. *Самойлович Г.С.* Газодинамика. М.: Машиностроение, 1990. 384 с.
9. *Флетчер К.* Вычислительные методы в динамике жидкостей. Т. 2. М.: Мир, 1991. 551 с.
10. *Steger J.L.* Implicit Finite-Difference Simulation of Flow about Arbitrary Two-Dimensional Geometries // AIAA J. 1978. V. 16. № 7. P. 679.
11. *Рид Р., Праусниц Дж., Шервуд Т.* Свойства газов и жидкостей. Л.: Химия, 1982. 496 с.