

УДК 532.529:534.2

РАСПРОСТРАНЕНИЕ СФЕРИЧЕСКИХ И ЦИЛИНДРИЧЕСКИХ ВОЛН В МНОГОФРАКЦИОННЫХ ПОЛИДИСПЕРСНЫХ ГАЗОВЗВЕСЯХ

© 2019 г. Д. А. Губайдуллин¹, *, Р. Р. Зарипов¹, **

¹Институт механики и машиностроения –
ОСП ФГБУН “Федеральный исследовательский центр “Казанский НЦ РАН”,
Казань, Татарстан, Россия

*E-mail: gubaidullin@imm.knc.ru

**E-mail: rinat_zaripov.imm@mail.ru

Поступило в редакцию 18.05.2018 г.

После доработки 19.09.2018 г.

Принято к публикации 25.12.2018 г.

Изучено распространение плоских, сферических и цилиндрических волн в многофракционных смесях газа с полидисперсными включениями. Учитывается, что каждая фракция смеси имеет различные теплофизические свойства, размеры включений и функции распределения включений по размерам. Получено единое дисперсионное соотношение. Рассчитаны эволюции импульсного возмущения давления в рассматриваемой среде. Показано влияние теплообмена на затухания импульсного возмущения давления в полидисперсной газозвеси.

DOI: 10.1134/S0040364419030050

ВВЕДЕНИЕ

В настоящее время большой интерес исследователей направлен на изучение задач, связанных с волновой динамикой многофазных сред. Проблемы акустики смеси газа с каплями или твердыми частицами рассмотрены в известных монографиях [1, 2]. Основной сложностью изучения таких сред является необходимость учета наличия нескольких фракций включений смеси и полидисперсности состава каждой фракции. Работы [3–5] посвящены исследованию особенностей нестационарных процессов в двухфазных средах. Распространение акустических волн в многофракционных газозвесах без учета полидисперсности каждой фракции рассмотрено в [6]. Влияние полидисперсности частиц на распространение звука в газозвесах исследовано в [7, 8]. Сферические и цилиндрические волны малой амплитуды в полидисперсных туманах рассмотрены в [9, 10].

В данной работе исследуется распространение плоских, сферических и цилиндрических импульсных возмущений давления в многофракционных газозвесах с полидисперсными включениями.

ОСНОВНЫЕ УРАВНЕНИЯ

Рассмотрим плоское одномерное движение многофракционной газозвеси с полидисперсными включениями. Пусть каждая фракция отличается теплофизическими свойствами, размерами включений и описывается своей функцией

распределения включений по размерам. Межфазный массообмен в смеси не учитывается. Для описания возмущенного движения многофракционной газозвеси с полидисперсными включениями необходимо уравнения движения [6] проинтегрировать как в [10]. Таким образом, можно получить следующую систему интегродифференциальных уравнений, которая при $\theta = 0$ описывает распространение плоских, при $\theta = 1$ цилиндрических и при $\theta = 2$ сферических волн:

$$\begin{aligned} \frac{\partial p_1'}{\partial t} + \rho_{10} \left(\frac{\partial v_1'}{\partial r} + \theta \frac{v_1'}{r} \right) &= 0, \\ \frac{\partial p_{2j}'}{\partial t} + \int_{\Delta R_j} \left(\frac{\partial v_{2j}'}{\partial r} + \theta \frac{v_{2j}'}{r} \right) N_0^j(R_j) g_0^j(R_j) dR_j &= 0, \\ j &= \overline{1, N}, \\ \rho_{10} \frac{\partial v_1'}{\partial t} + \frac{\partial p_1'}{\partial r} + \sum_{j=1}^N \int_{\Delta R_j} f_j N_0^j(R_j) dR_j &= 0, \quad (1) \\ \rho_{10} c_{p1} \frac{\partial T_1'}{\partial t} - \alpha_{10} \frac{\partial p_1'}{\partial t} + \sum_{j=1}^N \int_{\Delta R_j} q_{1j} N_0^j(R_j) dR_j &= 0, \\ g_0^j(R_j) \frac{\partial v_{2j}'}{\partial t} = f_j, \quad g_0^j(R_j) c_{p2j} \frac{\partial T_{2j}'}{\partial t} &= -q_{2j}, \\ j &= \overline{1, N}, \quad p_1' = \frac{C_1^2}{\gamma_{10} \alpha_{10}} \rho' + \frac{p_{10}}{T_{10}} T_1'. \end{aligned}$$

Здесь ρ – плотность, v – скорость, p – давление, T – температура, γ – показатель адиабаты, α – объемное содержание, c_p – теплоемкость, N_0 – функция распределения включений по размерам, g_0 – масса частицы, r – координата, t – время, ΔR – диапазон изменения радиуса включений, f – сила межфазного взаимодействия, q – интенсивность теплообмена. Индекс 1 относится к несущей фазе, $2j$ – к дисперсной фазе j -й фракции. Штрих вверху используется для обозначения возмущения параметров, а индекс 0 соответствует начальному невозмущенному состоянию.

Решение системы уравнений (1) будем искать в виде плоских, цилиндрических и сферических возмущений

$$\phi' = A_\phi \exp[i(K_* r - \omega t)], \tag{2}$$

$$\phi' = A_\phi H_0^{(1)}(K_* r) \exp[i - \omega t], \tag{3}$$

$$\phi' = \frac{A_\phi}{r} \exp[i(K_* r - \omega t)] \tag{4}$$

соответственно.

Здесь K_* – комплексное волновое число, ω – частота возмущений, i – мнимая единица, A_ϕ – амплитуда возмущений, $H_0^{(1)}$ – функция Ханкеля.

Подставляя аналогично [10] выражения (2)–(4) в систему уравнений (1) и решая полученную систему относительно амплитуд A_ϕ , получим единое дисперсионное соотношение

$$\left(\frac{C_1 K_*}{\omega}\right)^2 = V(\omega) D(\omega),$$

$$V(\omega) = 1 + \sum_{j=1}^N m_j \left\langle \frac{1}{1 - i\omega \tau_{vj}^*} \right\rangle,$$

$$D(\omega) = 1 + (\gamma_1 - 1) \frac{t_d}{1 + t_d}, \tag{5}$$

$$t_d = \sum_{j=1}^N m_{2j} \frac{c_{p2j}}{c_{p1}} \left\langle \frac{1}{1 - i\omega \tau_{Tj}^*} \right\rangle,$$

$$\langle h \rangle_j = \frac{1}{\rho_{20}^j} \int_{\Delta R_j} N_0^j(R_j) g_0^j(R_j) h_j dR_j.$$

Здесь C_1 – скорость звука в чистом газе; m – относительное массовое содержание; $\langle h \rangle$ – линейный оператор осреднения [7]; τ_v^* , τ_T^* – комплексные времена релаксации скорости и температуры соответственно [1]. Отметим, что дисперсионное соотношение (5) не зависит от параметра θ и в частном случае совпадает с дисперсионным соотношением,

полученным в [10] при отсутствии фазовых превращений.

РЕЗУЛЬТАТЫ РАСЧЕТОВ

С помощью (5) на основе методики [2] и подпрограммы быстрого преобразования Фурье [11] исследуем эволюцию импульсных возмущений в смеси газа с полидисперсными включениями при $p_0 = 0.1$ МПа и $T_0 = 273$ К. Предположим, что дисперсная фаза состоит из трех фракций. Первая фракция состоит из капель воды, вторая фракция – из частиц сажи, третья – из частиц алюминия. Каждая фракция имеет непрерывную функцию распределения частиц по размерам $N_0^k(R_k) = R_k^{-3}$, $k = a, b, c$ при значениях радиуса капель $R_a \in [10^{-4}, 10^{-3}]$, частиц сажи $R_b \in [10^{-5}, 5 \times 10^{-4}]$ и алюминия $R_c \in [10^{-6}, 5 \times 10^{-5}]$ м. Начальный вид кривой импульсных возмущений давления описывается следующей функцией: $p(0, t) = \exp[-(t - t_*)/M]$, где t_* – половина продолжительности импульса; M – параметр, определяющий ширину пика импульса.

На рис. 1 представлено влияние учета наличия нескольких фракций на распространение импульса давления типа гауссовой кривой в случае плоских волн. Полученные профили давления построены на расстоянии 25 и 50 м от места инициирования импульса. Проиллюстрированы случаи смесей газа с каплями воды (а), газа с каплями воды и частицами золы (б) и газа с каплями воды, частицами золы и алюминия (в). Наличие нескольких фракций в смеси приводит не только к более сильному затуханию плоских волн, но и к изменению начальной формы импульса.

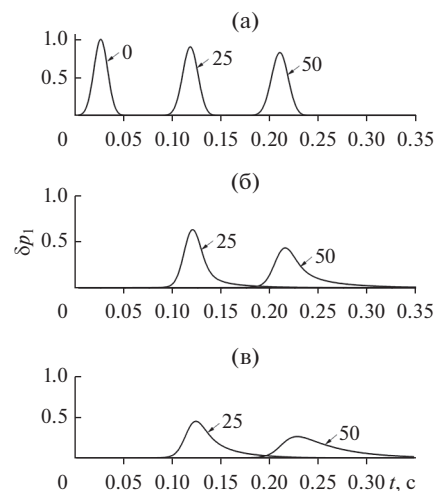


Рис. 1. Распространение плоского импульсного возмущения давления в смеси газа с полидисперсными включениями.

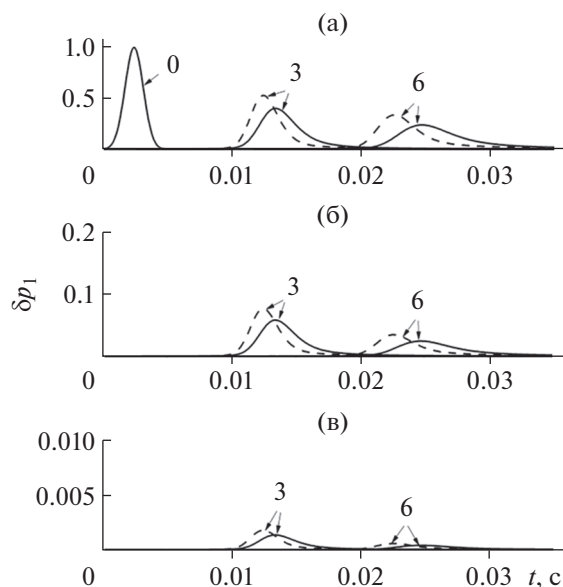


Рис. 2. Распространение импульсного возмущения давления в плоском, сферическом и цилиндрическом случаях в смеси газа с полидисперсными включениями.

На рис. 2 показано распространение импульса давления типа гауссовой кривой в случае плоских (а), цилиндрических (б) и сферических (в) волн. Полученные профили давления построены на расстоянии 3 и 6 м от места инициирования импульса. Здесь сплошные и штриховые линии соответствуют случаям с учетом и без учета теплообмена между фракциями соответственно. Как и следовало ожидать, для трехфракционной полидисперсной газовой смеси в цилиндрическом и сферическом случаях затухание волн сильнее, чем в плоском случае. Отметим, что учет теплообмена между фракциями и несущей средой также приводит к более сильному затуханию волн.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Представлена замкнутая система уравнений движения многофракционной смеси газа с полидисперсными включениями. Получено дисперсионное соотношение, которое описывает распространение плоских, сферических и цилиндрических возмущений в многофракционной газовой смеси. Изучено влияние наличия нескольких фракций в смеси на распространение плоских импульсных возмущений давления. Проанализировано распространение плоских, цилиндрических и сферических импульсных возмущений давлений с учетом и без учета теплообмена. Показано, что учет наличия фракций в смеси, так же как и теплообмена, приводит к более сильному затуханию волн, а также к изменению начальной формы импульса в первом случае.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Нигматуллин Р.И. Динамика многофазных сред. М.: Наука, 1987. 464 с.
2. Губайдуллин Д.А. Динамика двухфазных парогазокапельных сред. Казань: Изд-во Казан. матем. об-ва, 1998. 153 с.
3. Вараксин А.Ю. Гидрогазодинамика и теплофизика двухфазных потоков: проблемы и достижения // ТВТ. 2013. Т. 51. № 3. С. 421.
4. Вараксин А.Ю. Кластеризация частиц в турбулентных и вихревых двухфазных потоках // ТВТ. 2014. Т. 52. № 5. С. 777.
5. Вараксин А.Ю. Обтекание тел дисперсными газовыми потоками // ТВТ. 2018. Т. 56. № 2. С. 282.
6. Губайдуллин Д.А., Терезулова Е.А., Губайдуллина Д.Д. Распространение акустических волн в многофракционной газовой смеси // ТВТ. 2015. Т. 53. № 5. С. 942.
7. Гумеров Н.А., Ивандеев А.И. Распространение звука в полидисперсных газовых смесях // ПМТФ. 1988. № 5. С. 115.
8. Губайдуллин Д.А., Федоров Ю.В. Распространение акустических волн в двухфракционных газовых смесях с полидисперсными частицами разных материалов и размеров // Изв. вузов. Проблемы энергетики. 2011. № 5–6. С. 3.
9. Губайдуллин Д.А. Сферические и цилиндрические волны малой амплитуды в полидисперсных туманах с фазовыми переходами // Изв. РАН. МЖГ. 2003. № 5. С. 85.
10. Губайдуллин Д.А., Федоров Ю.В. Сферические и цилиндрические волны в парогазовых смесях с полидисперсными частицами и каплями // ТВТ. 2012. Т. 50. № 5. С. 659.
11. Гапов В.А. Пакет программ быстрого преобразования Фурье с приложениями к моделированию случайных процессов. Предпринт № 14-76. Новосибирск: Изд-во ИТФ СО АН СССР, 1976. 19 с.