

УДК 533.6

## МОДЕЛИРОВАНИЕ ДЕТОНАЦИИ МЕТАЛЛОГАЗОВЫХ ГОРЮЧИХ СМЕСЕЙ В ВЫСОКОСКОРОСТНОМ ПОТОКЕ ЗА УДАРНОЙ ВОЛНОЙ

© 2019 г. В. Ю. Гидаспов<sup>1</sup>, Н. С. Северина<sup>1</sup>, \*

<sup>1</sup>Московский авиационный институт, Москва, Россия

\*E-mail: severina@mail.ru

Поступила в редакцию 28.01.2019 г.

После доработки 28.02.2019 г.

Принята к публикации 27.03.2019 г.

Приводится физико-математическая модель, позволяющая описывать процессы самовоспламенения, горения и детонации горючих металлогазовых смесей. Разработана упрощенная физико-математическая модель процесса. Дисперсные частицы считаются многокомпонентными, учитываются процессы плавления, испарения материала частиц, а также поверхностные реакции, в которых могут участвовать как жидкие, так и газообразные компоненты. Несущий газ считается многокомпонентным с возможностью протекания произвольного числа химических реакций. Рассматривается случай, когда продукты сгорания находятся в состоянии термодинамического равновесия, при этом в них учитывается наличие мелкодисперсных частиц металлов, оксидов и нитридов металлов. Расчетным путем определены структура и минимальная скорость распространения стационарной детонационной волны. Показано, что вычисленные в волнах параметры асимптотически стремятся к своим равновесным значениям. Разработанные физико-математическая модель и вычислительные алгоритмы могут быть использованы при создании методик моделирования горения и детонации металлогазовых смесей в многомерной постановке.

DOI: 10.1134/S0040364419040069

### ВВЕДЕНИЕ

В настоящее время большой теоретический и практический интерес вызывают задачи образования и распространения волн горения и детонации в многофазных средах, состоящих из частиц горючего и газообразного окислителя. Особый интерес среди них представляют проблемы, связанные с горением и детонацией воздушных смесей с углеводородами и частицами металлов, в частности алюминия, магния и бора. Горение металлизированных топлив и углеводородов имеет как много общих закономерностей, так и ряд принципиальных отличий. Горение капель углеводородного топлива происходит в газовой фазе: горят продукты испарения, при этом температура самих капель существенно ниже температуры продуктов сгорания. Горение газозвесей металлических частиц сопровождается протеканием поверхностных и газофазных химических реакций, а также образованием конденсированных продуктов на поверхности частицы и в продуктах сгорания, в то время как температура частиц может превышать температуру окружающего газа. Оригинальные результаты и обзоры экспериментальных и расчетно-теоретических исследований горения металлогазовых и углеводородных топлив содержатся в большом количестве статей и монографий [1–32].

Из обзора литературы, в частности, следует, что экспериментально изучалась в основном детонация смесей мелкодисперсного алюминия в воздухе, детонация магниевых-воздушных смесей исследовалась в небольшом числе работ, анализ детонации боро-воздушных смесей практически отсутствует. В случае смесей магния и бора имеется значительное число экспериментальных и расчетно-теоретических исследований горения частиц в воздухе и кислороде. Необходимо отметить, что детонационная (равновесная ударная) адиабата для горючих смесей является объективной характеристикой процесса горения. Детонационная адиабата содержит точки Чепмена–Жуге детонации и дефлаграции, а также точки, соответствующие адиабатическому сгоранию топлива при заданных удельном объеме и давлении, что позволяет рассчитывать величину тепловыделения в соответствующих идеальных реакторах.

В предлагаемой работе исследуется процесс самовоспламенения, горения и детонации взвесей алюминия, магния и бора в воздухе [2, 5, 8, 22–24]. Считается, что материал частиц испаряется и одновременно участвует в реакциях изменения состава капли (образовании оксидов алюминия, магния, бора). В газовой фазе происходят химические превращения, приводящие к образованию различных соединений, состоящих из эле-

ментов, входящих в состав горючего и воздуха, количество и фазовый состав которых существенно зависит от соотношения горючего и окислителя. Процесс сгорания заканчивается установлением скоростного, температурного, фазового и химического равновесий.

Разработанные математические модели, вычислительные алгоритмы и компьютерные программы апробированы на задачах расчета высокоскоростного горения в газочапельных углеводородных и металлогазовых топливных смесях [13, 18, 23, 25, 27–32, 37].

### ФИЗИКО-МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ

Исследуется процесс самовоспламенения, горения и детонации мелкодисперсной взвеси алюминия, магния и бора в воздухе в канале постоянного сечения. Рассматривается течение за ударной волной, распространяющейся с постоянной скоростью [13, 18, 23, 25]. При построении физико-математической модели процесса считается, что течение одномерное, объемная доля частиц в газе мала, эффекты вязкости теплопроводности и диффузии существенны только при взаимодействии частиц с газом, химические реакции протекают в газовой фазе и на поверхности частиц. Дробление и коагуляция частиц не рассматриваются. Стационарные двухфазные течения, возникающие в канале постоянного сечения за стационарной ударной волной (УВ), распространяющейся по горючей смеси со скоростью  $D$ , при сделанных выше предположениях описываются аналогичной, используемой в [13, 18, 23, 25] системой дифференциально-алгебраических уравнений

$$\begin{aligned} \rho v + n_s m_s v_s &= \rho_0 v_0 + n_{s0} m_{s0} v_{s0}, \\ \rho v^2 + p + n_s m_s v_s^2 &= \rho_0 v_0^2 + p_0 + n_{s0} m_{s0} v_{s0}^2, \\ \rho v \left( e + \frac{p}{\rho} + \frac{v^2}{2} \right) + n_s m_s v_s \left( e_s + \frac{v_s^2}{2} \right) &= \\ = \rho_0 v_0 \left( e_0 + \frac{p_0}{\rho_0} + \frac{v_0^2}{2} \right) + n_{s0} m_{s0} v_{s0} \left( e_{s0} + \frac{v_{s0}^2}{2} \right), \\ n_s v_s &= n_{s0} v_{s0}. \end{aligned} \quad (1)$$

$$\frac{d\rho v \gamma_i + n_s m_s v_s \gamma_{is}}{d\xi} = W_i, \quad i = 1, \dots, N,$$

$$v_s \frac{dm_{si}}{d\xi} = \dot{m}_{si} = W_i \mu_i / n_s, \quad i = N_s + 1, \dots, N + N_s, \quad (2)$$

$$v_s \frac{du_s}{d\xi} = \dot{u}_s, \quad v_s \frac{dm_s H_s}{d\xi} = \dot{H}_s.$$

Здесь  $\rho, p, e, \gamma_i, \mu_i$  – плотность, давление, внутренняя энергия, мольно-массовые концентрации и молекулярные веса компонент соответственно;  $n_s, m_s, e_s, H_s, \gamma_{is}, m_{si}$  – число частиц в единице объе-

ма, масса, внутренняя энергия, энтальпия, число молей  $i$ -го вещества в килограмме массы частицы, масса  $i$ -го вещества в частице соответственно;  $\dot{u}_s, \dot{H}_s, \dot{m}_{si}$  – выражения, описывающие скорости изменения скорости, энтальпии и массы  $i$ -го вещества частицы;  $W_i$  – число молей  $i$ -го вещества, образующегося в единице объема в единицу времени за счет протекания химических реакций и фазовых переходов. В системе уравнений (1), (2) в список из  $N$  веществ в газовой фазе могут входить конденсированные компоненты. Вещества, входящие в состав дисперсной частицы, нумеруются индексами  $N + 1, \dots, N + N_s$ , соответствующие им газофазные и твердые продукты могут также присутствовать в газовой фазе.

При рассмотрении течения за УВ  $\xi = Dt - x$  (расстояние от ударной волны до рассматриваемой точки  $x, t$  – время),  $v = D - u, v_s = D - u_s$  – скорость газа и частиц относительно УВ, индексом 0 обозначены параметры перед УВ.

Из системы (1), (2) может быть получено дифференциальное уравнение для скорости потока:

$$\begin{aligned} \rho a^2 \left( \frac{\rho h_T}{p_T} - 1 \right) (M^2 - 1) dv &= \\ = \rho v \sum_{i=1}^N \left( h_{\gamma_i} - \frac{h_T}{p_T} p_{\gamma_i} \right) d\gamma_i + n_s v_s \left[ h_s + \frac{v_s^2}{2} - h - \frac{v^2}{2} + \right. \\ &+ a^2 \left( \frac{\rho h_T}{p_T} - 1 \right) + \frac{\rho v h_T}{p_T} (v - v_s) \left. \right] dm_s - \\ - n_s v_s m_s \left[ v \left( \frac{\rho h_T}{p_T} - 1 \right) + (v - v_s) \right] du_s + n_s v_s m_s dh_s. \end{aligned}$$

$$\text{Здесь } a^2 = p_p \frac{p_T - p_p}{\rho h_T - 1}, \quad M = \frac{v}{a}, \quad a \text{ – скорость}$$

звука, нижние индексы  $T, p, \gamma_i$  значают частное дифференцирование по соответствующему параметру. Из термодинамики следует, что  $\rho h_T / p_T - 1 > 0$  [33]. Дифференциалы  $d\gamma_i, du_s, dh_s, dm_s$  определяются описанными ниже моделями химической кинетики, межфазных сопротивлений и теплообмена соответственно. Данное дифференциальное уравнение для относительной скорости содержит особенность в случае, когда в процессе решения  $M^2 - 1 = 0$ , а правая часть уравнения не равна нулю, и тогда рассматриваемая система решения не имеет [33–35]. Точка Чепмена–Жуге соответствует одновременному выполнению равенства  $M^2 - 1 = 0$  и достижения состояния равновесия, т.е. равенству нулю правой части данного дифференциального уравнения.

Для замыкания системы (1), (2) используются модели термодинамики, химической кинетики, сопротивления и тепломассообмена, аналогичные приведенным в [13, 18, 23, 25, 28, 36]. В рассматриваемом случае газовая смесь представляет собой смесь совершенных газов, термодинамические свойства которой описываются заданием потенциала Гиббса [37] вида

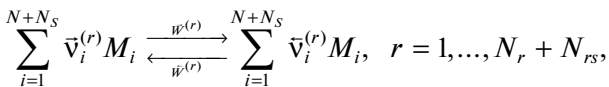
$$G(p, T, \gamma) = \sum_{i=1}^N \gamma_i \left[ RT \ln \left( p \gamma_i / P_0 \sum_{j=1}^N \gamma_j \right) + G_i^0(T) \right].$$

Потенциал Гиббса веществ, входящих в состав частиц, считается зависящим от температуры и в ряде случаев от давления:

$$G_{iS}(p, T) = \gamma_{iS} \left( G_{iS}^0(T) + \frac{1}{\rho_{Si}(T)} (p - P_0) \right), \\ i = N + 1, \dots, N + N_S.$$

Здесь  $G_i^0(T)$  – известные функции, стандартные молярные потенциалы Гиббса отдельных компонент [37],  $\rho_{Si}$  – плотность компонента, входящего в состав частицы. Все остальные термодинамические параметры могут быть рассчитаны с использованием выражения для потенциала Гиббса и его частных производных по давлению, температуре и концентрациям [37].

Произвольный механизм химических реакций и фазовых переходов при участии в том числе и жидких компонентов может быть записан в следующем виде [5, 33, 35]:



где  $\bar{v}_i^{(r)}$  – стехиометрические коэффициенты,  $M_i$  – символ молекулы  $i$ -го вещества. Число молей  $i$ -го вещества, образующегося в единицу времени в единице объема смеси, записывается традиционным образом:

$$W_i = \sum_{r=1}^{N_r+N_{rS}} (\bar{v}_i^{(r)} - \bar{v}_i^{(r)}) (\bar{W}^{(r)} - \bar{W}^{(r)}).$$

Здесь  $W^r$  – скорость  $r$ -й реакции. В случае реакций на поверхности частиц и фазовых переходов ( $r = N_r + 1, \dots, N_r + N_{rS}$ ) выполняется соотношение

$$\dot{m}_i^r n_S \frac{1}{\mu_i} = (\bar{v}_i^{(r)} - \bar{v}_i^{(r)}) (\bar{W}^{(r)} - \bar{W}^{(r)}), \quad \dot{m}_i = \sum_{r=N_r}^{N_r+N_{rS}} \dot{m}_i^r.$$

Выражения для  $\dot{m}_i^r$  определяются соответствующими моделями тепломассообмена и кинетики поверхностных реакций. В высокотемпературном случае ( $T > 2000$  К) химические превращения, протекающие в газовой фазе, можно рассматривать в равновесном приближении [5].

В этом случае концентрации химических компонент могут быть найдены из решения нелинейной системы уравнений

$$W_i(\rho, T, \gamma_1, \dots, \gamma_N) = 0, \quad i = 1, \dots, N$$

или из решения эквивалентной ей системы уравнений химического равновесия [5, 13, 35]

$$\frac{P_0 V}{RT} \sum_{i=1}^N A_K^i \exp \left( \sum_{l=1}^{N_e} A_l^i Z_l - G_i^0(T) / RT \right) = \gamma_K^0, \quad (3) \\ k = 1, \dots, N_e,$$

$$\gamma_i = \frac{P_0 V}{RT} \exp \left( \sum_{K=1}^{N_e} A_K^i Z_K - G_i^0(T) / RT \right), \quad V = \frac{1}{\rho}. \quad (4)$$

Здесь  $\gamma_K^0 = \sum_{i=1}^N A_K^i \gamma_i$ ,  $k = 1, \dots, N_e$  – заданное число молей  $K$ -го элемента в газовой фазе. Система нелинейных алгебраических уравнений (3) устанавливает связь между двумя термодинамическими параметрами  $V$  и  $T$  и параметрами  $Z_K$ ,  $K = 1, \dots, N_e$  в состоянии химического равновесия. Если  $V$  и  $T$  известны, то значения  $Z_K$  могут быть найдены из (3), а затем из (4) могут быть рассчитаны равновесные концентрации  $\gamma_i$ ,  $i = 1, \dots, N$ , а также их частные производные по термодинамическим параметрам [5, 33, 35]. Таким образом, в состоянии термодинамического равновесия  $\gamma_i$  являются неявно заданными функциями удельного объема, температуры и элементного состава

$$\gamma_i = \gamma_i(V, T, \gamma_1^0, \dots, \gamma_{N_e}^0), \quad i = 1, \dots, N.$$

Необходимо отметить, что система уравнений (3) может быть использована для расчета равновесного состава при наличии жидких и твердых компонент. Жидкая и твердая фазы при этом трактуются как совершенный газ, состоящий из кластеров данного вещества, включающих  $K$  молекул [5, 13]. Выражения для молекулярного веса и молярного потенциала Гиббса такого “газа” имеют вид

$$\mu_s^* = K \mu_s,$$

$$G_s^*(p, T, \gamma) = RT \ln \left( p \gamma_s^* / p_0 \sum_{(j)} \gamma_j \right) + K G_s^0(T),$$

где  $\mu_s$  – молекулярный вес,  $G_s^0(T)$  – стандартный молярный потенциал Гиббса жидкой фазы [37].

Если записать условие химического равновесия для кластера, то при больших  $K$  оно автоматически переходит в условие равновесия между газовой и жидкой фазами. В реальных расчетах уже при  $K = 500$  ошибка при определении массовой доли жидкой фазы не превышает 1%.

Модели сопротивления и тепломассообмена испаряющейся частицы характеризуют зависимости  $\dot{u}_s, \dot{m}_s, \dot{H}_s$  от текущих значений параметров

капель и обтекающего их газа. Применены полуэмпирические критериальные зависимости для квазистационарных, континуальных режимов теплообмена и сопротивления одиночных испаряющихся капель, обтекаемых многокомпонентным газом [5, 36, 38].

Неравновесными считаются процессы теплообмена между газом и частицами

$$\sum_{r=N_r+1}^{N_r+N_{rs}} (\bar{v}_i^{(r)} - \bar{v}_i^{(r)}) (\bar{W}^{(r)} - \bar{W}^{(r)}) = \sum_{r=1}^{N_{rs}} \dot{m}_i^r \neq 0.$$

Используется гипотеза о том, что процесс испарения происходит в “тонком слое” вокруг частицы, в котором плотность постоянна [5, 36] и равна плотности газа  $\rho$ . Будем считать, что мольно-массовые концентрации газовых компонент, участвующих в процессе межфазного массообмена у поверхности частиц, вычисляются из условия равенства потенциалов Гиббса компонент, участвующих в реакциях испарения (конденсации) и поверхностных реакциях окисления, вычисленных при температуре частицы  $T_s$  и плотности газа, а остальные  $\gamma_i^S$  – из условий химического равновесия в газовой фазе. Средние концентрации и температура в “тонком” слое рассчитываются по формулам

$$\bar{\gamma}_i = \beta \gamma_i^S + (1 - \beta) \gamma_i, \quad \bar{T} = \beta T_s + (1 - \beta) T,$$

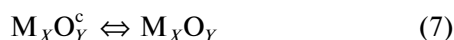
где  $\beta$  – некоторый параметр из интервала [0, 1] (в расчетах  $\beta = 0.5$ ).

Выражение для потока  $i$ -го компонента в реакции испарения (конденсации) в соответствии с диффузионной моделью [5, 18, 36] может быть записано в виде

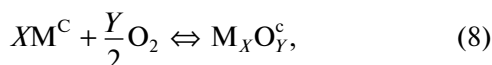
$$\begin{aligned} \dot{m}_i^r &= -2\pi d \frac{m_{Si} \rho_S}{\rho_{Si} m_S} \bar{D}_i \bar{\rho} \delta_{mi}^0 \ln \left( \frac{1 - \alpha_i \rho_i / \rho}{1 - \alpha_i \rho_i^H / \rho} \right) = \\ &= -2\pi d \frac{m_{Si} \rho_S}{\rho_{Si} m_S} \bar{D}_i \bar{\rho} \delta_{mi}^0 \ln \left( \frac{1 - \alpha_i \bar{\gamma}_i \mu_i}{1 - \alpha_i \gamma_i^S \mu_i} \right). \end{aligned} \quad (5)$$

Здесь  $\rho_i^H = p_i^H / \rho R T_s$ ,  $p_i^H = p_i^H(T_s)$  – давление насыщенных паров  $i$ -го вещества при температуре частицы,  $\alpha_i$  – параметр, вообще говоря, зависящий от кинетики межфазного массообмена (в расчетах  $\alpha_i = 1$ ).

Для описания межфазного массообмена и поверхностных реакций рассматриваются три реакции:



и реакции окисления металла



где  $M$  – символ молекулы металла, индекс “с” относится к твердой и жидкой фазам,  $X, Y$  – число атомов металла и кислорода в молекуле окисла. Концентрации металла, оксида металла и кислорода у поверхности частиц ( $\gamma_i^S$ ) находятся из условий равновесия реакций (6), (7) и (8) соответственно. Скорости испарения (конденсации) металла и оксида металла определяются по формуле (5), а скорости притока (оттока) кислорода к частице по формуле (5) – диффузионная модель или по кинетической модели:

$$\begin{aligned} \dot{m}_{O_2}^{R3} &= \pi d_s^2 \frac{m_J \rho_S}{\rho_J m_S} \delta_{mO_2}^0 K T_s^m \left( \frac{d_s}{d_s^0} \right)^n \rho \times \\ &\times \exp(-E/T_s) (\gamma_{O_2} - \gamma_{O_2}^S), \quad (9) \\ J &= \begin{cases} M, & \gamma_{O_2} > \gamma_{O_2}^S, \\ M_X O_Y, & \gamma_{O_2} < \gamma_{O_2}^S. \end{cases} \end{aligned}$$

Здесь  $K, n, m, E$  – константы, подбираемые из условия согласия скорости массообмена с экспериментальными данными.

Выражение для потока тепла  $Q$  от газа к частице может быть записано [5, 18, 36] как

$$Q = \frac{\bar{C}_p \delta_T^0 (T - T_s) \sum_i \dot{m}_{si} / \delta_{mi}^0}{\frac{\bar{C}_p \sum_i \dot{m}_{si}}{e} \frac{2\pi d_s \bar{\lambda}}{e} - 1}.$$

Здесь  $\delta_{mi}^0 = 1 + 0.287 \text{Re Sc}_i (\text{Re Sc}_i^{4/3} + 1.232)^{-1/2}$  и  $\delta_T^0 = 1 + 0.287 \text{Re Pr} (\text{Re Pr}^{4/3} + 1.232)^{-1/2}$  – поправки на ненулевую скорость обтекания капель потоком газа,  $\text{Re} = \frac{|v - v_s| d_s}{\bar{\eta}}$ ,  $\text{Pr} = \frac{\bar{\eta} \bar{C}_p \bar{\rho}}{\bar{\lambda}}$ ,  $\text{Sc}_i = \frac{\bar{\eta}}{\bar{D}_i}$ ,

$\bar{\lambda}$  – коэффициенты диффузии и теплопроводности,  $\bar{C}_p$  – теплоемкость,  $\bar{\rho}$  – плотность вычислялись по средним значениям в “тонком слое” вокруг частицы. Эффективные коэффициенты диффузии паров вещества капель в многокомпонентном газе и вязкости рассчитывались по приближенной формуле Уилки, а коэффициент теплопроводности по формуле Массона и Саксена с использованием уточненной корреляции Эйкена [37].

При наличии химических реакций уравнение для нахождения температуры частицы имеет вид [13, 18, 23]

$$\begin{aligned} \frac{dm_s H_s}{dt} &= Q + \sum_{r=N_r}^{N_r+N_{rs}} \sum_{i=1}^N (\bar{v}_i^{(r)} - \bar{v}_i^{(r)}) \times \\ &\times (\bar{W}^{(r)} - \bar{W}^{(r)}) \frac{\mu_i}{n_s} H_i(T_s). \end{aligned} \quad (10)$$

В процессе теплообмена материалы, входящие в состав частицы, могут переходить из твердого

агрегатного состояния в жидкое и обратно. В работе считается, что процессы плавления и кристаллизации протекают равновесно. В этом случае суммарная энтальпия частиц может быть записана как

$$H_s(T) = \sum_{i=1}^{N_s} (\gamma_i^s H_i^s(T) + \gamma_i^l H_i^l(T)). \quad (11)$$

Здесь верхние индексы  $s$  и  $l$  относятся к твердой и жидкой фазам, содержание  $i$ -го компонента в частице равно сумме соответствующих концентраций

$$\gamma_i = \gamma_i^s + \gamma_i^l = \frac{m_{Si}}{m_s \mu_i}.$$

Значение энтальпии  $H_s$  может быть найдено из (10), а температура частицы  $T_s$  и концентрации  $\gamma_i^s, \gamma_i^l$  из (11). При фиксированных концентрациях  $\gamma_i$  энтальпия частицы (11) является монотонно-возрастающей функцией температуры и для вычисления температуры и концентраций  $\gamma_i^s, \gamma_i^l$  может использоваться приведенный ниже алгоритм. Вещества, входящие в состав частицы, нумеруются в порядке возрастания температуры плавления  $T_m^i$ . В нижеприведенных формулах, если индекс начала суммирования больше индекса конца суммирования, суммирование не производится.

$$\text{Если } H_s < \sum_{i=1}^{N_s} \gamma_i H_i^s(T_m^1),$$

$$\text{то } T_s : H_s = \sum_{i=1}^{N_s} \gamma_i H_i^s(T_s), \quad \gamma_i^s = \gamma_i, \quad \gamma_i^l = 0.$$

$$\text{Если } \sum_{i=1}^{j-1} \gamma_i H_i^l(T_m^j) + \sum_{i=j}^{N_s} \gamma_i H_i^s(T_m^j) <$$

$$< H_s < \sum_{i=1}^j \gamma_i H_i^l(T_m^j) + \sum_{i=j+1}^{N_s} \gamma_i H_i^s(T_m^j), \quad j = 1, \dots, N_s,$$

$$\text{то } T_s = T_m^j;$$

$$\gamma_j^s = \frac{H_s - \sum_{i=1}^{j-1} \gamma_i H_i^l(T_m^j) - \sum_{i=j}^{N_s} \gamma_i H_i^s(T_m^j)}{H_i^s(T_m^j) - H_i^l(T_m^j)},$$

$$\gamma_j^l = \gamma_j - \gamma_j^s, \quad \gamma_i^l = \gamma_i, \quad \gamma_i^s = 0, \quad i = 1, \dots, j-1;$$

$$\gamma_i^l = 0, \quad \gamma_i^s = \gamma_i, \quad i = j+1, \dots, N_s.$$

$$\text{Если } \sum_{i=1}^j \gamma_i H_i^l(T_m^j) + \sum_{i=j+1}^{N_s} \gamma_i H_i^s(T_m^j) < H_s <$$

$$< \sum_{i=1}^j \gamma_i H_i^l(T_m^{j+1}) + \sum_{i=j+1}^{N_s} \gamma_i H_i^s(T_m^{j+1}), \quad j = 1, \dots, N_s - 1,$$

$$\text{то } T_s : H_s = \sum_{i=1}^j \gamma_i H_i^l(T_s) + \sum_{i=j+1}^{N_s} \gamma_i H_i^s(T_s),$$

$$\gamma_i^l = \gamma_i, \quad \gamma_i^s = 0, \quad i = 1, \dots, j; \quad \gamma_i^l = 0, \quad \gamma_i^s = \gamma_i,$$

$$i = j+1, \dots, N_s.$$

$$\text{Если } H_s > \sum_{i=1}^{N_s} \gamma_i H_i^l(T_m^{N_s}),$$

$$\text{то } T_s : H_s = \sum_{i=1}^{N_s} \gamma_i H_i^l(T_s), \quad \gamma_i^s = 0, \quad \gamma_i^l = \gamma_i.$$

Для интегрирования системы обыкновенных дифференциальных уравнений (2) используется модифицированный метод У.Г. Пирумова [25, 29–32, 35], на каждой итерации которого с высокой точностью решается система нелинейных алгебраических уравнений (1), (3). Метод интегрирования обеспечивает точное выполнение законов сохранения элементного состава.

Рассматриваемая система дифференциально-алгебраических уравнений в случае, когда частицы полностью испаряются, имеет предельное равновесное решение: точку, лежащую на равновесной адиабате, удовлетворяющей системе нелинейных алгебраических уравнений:

$$\rho v = \rho_0 v_0 + n_{s0} m_{s0} v_{s0} = Q_0,$$

$$\rho v^2 + p = \rho_0 v_0^2 + p_0 + n_{s0} m_{s0} v_{s0}^2 = I_0,$$

$$e + \frac{p}{\rho} + \frac{v^2}{2} =$$

$$\rho_0 v_0 \left( e_0 + \frac{p_0}{\rho_0} + \frac{v_0^2}{2} \right) + n_{s0} m_{s0} v_{s0} \left( e_{s0} + \frac{v_{s0}^2}{2} \right) = \frac{E_0}{Q_0},$$

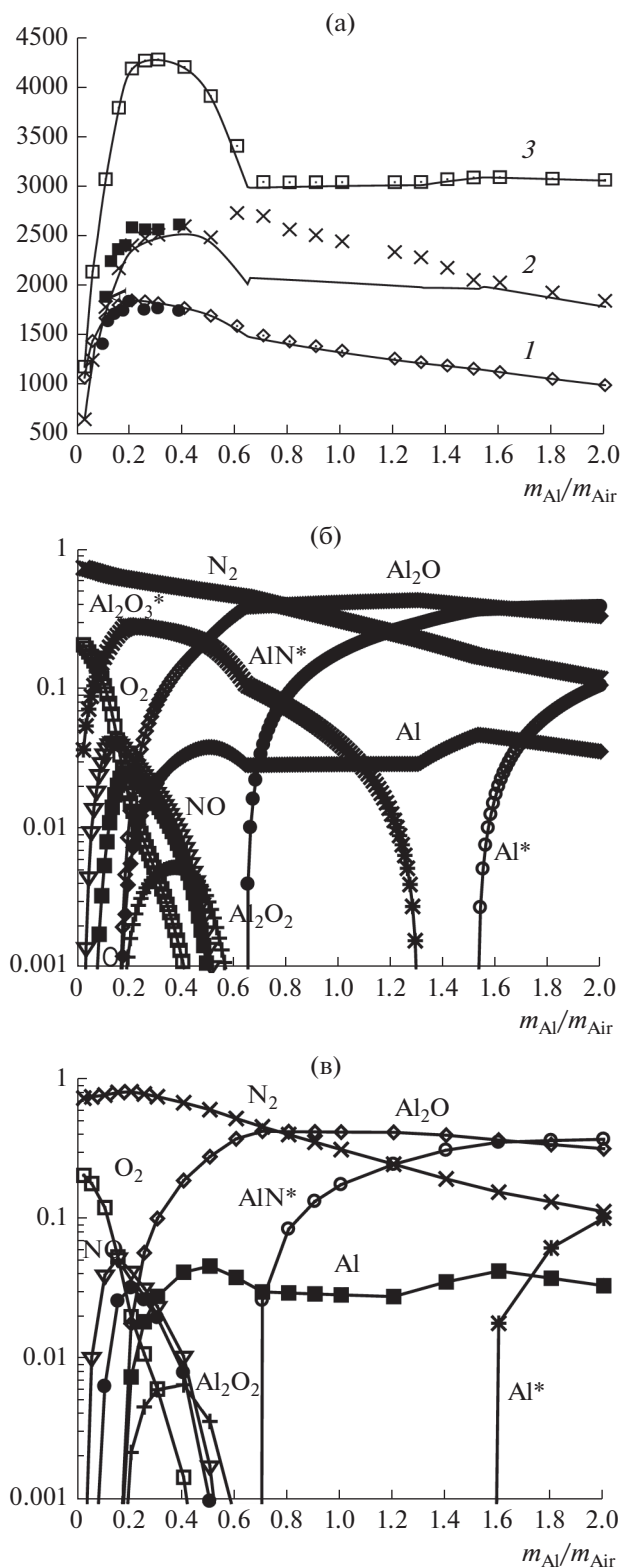
$$p = \rho R \sum_{i=1}^N \gamma_i T, \quad e = \sum_{i=1}^N \gamma_i e_i^0(T),$$

$$\gamma_i = \gamma_i(V, T, \gamma_1^0, \dots, \gamma_{Ne}^0), \quad i = 1, \dots, N.$$

Из данной системы уравнений могут быть получены предельные значения  $v_0$ , при которых данная система имеет решение и которые являются для двухфазной смеси аналогами скорости детонации Чепмена–Жуге [13, 18, 23, 25, 32].

## РЕЗУЛЬТАТЫ ЧИСЛЕННОГО МОДЕЛИРОВАНИЯ

**Моделирование детонации частиц алюминия в воздухе.** Исследуется процесс самовоспламенения и детонации взвеси алюминия в воздухе [1–13] за ударной волной, распространяющейся с постоянной скоростью. За УВ происходит прогрев частиц до температуры воспламенения за счет теплообмена с газовой фазой, а также гетерогенной экзотермической химической реакции образования окисной пленки  $Al_2O_3$ . После воспламенения



**Рис. 1.** Зависимость параметров ДВ Чепмена–Жуге от отношения расходов частиц алюминия и воздуха: (а): 1 – скорость ДВ Чепмена–Жуге, 2 – давление/1000, 3 – температура (простые маркеры – двухфазный расчет, закрашенные – эксперимент [33]); (б), (в): массовые концентрации компонент, (б) – равновесный расчет, (в) – двухфазный.

алюминий одновременно участвует в реакциях изменения состава капли (образования оксида алюминия) и испарения, при этом температура частиц может существенно превышать температуру окружающей среды. В газовой фазе происходят химические превращения, приводящие к образованию соединений алюминия с кислородом и азотом, количество и фазовый состав которых существенно зависит от соотношения алюминия и кислорода в горючей смеси. Процесс сгорания заканчивается установлением скоростного, температурного, фазового и химического равновесий. В процессе окисления капля становится многокомпонентной и состоит из алюминия и оксида алюминия (Al<sub>2</sub>O<sub>3</sub>). В интересных для практики случаях в процессе нагрева частиц могут достигаться температуры плавления и кипения алюминия ( $T_m^{Al} = 933.61$ ,  $T_b^{Al} = 2792$  К) и оксида алюминия ( $T_m^{Al_2O_3} = 2327$ ,  $T_b^{Al_2O_3} = 3253$  К).

Для описания межфазного теплообмена и изменения состава частиц используется сокращенный по сравнению с [4] кинетический механизм поверхностных реакций, включающий реакции испарения (конденсации) и окисления алюминия (6)–(8) с  $X = 2$ ,  $Y = 3$ . Стехиометрическое соотношение:  $(m_{Al}/m_{Air})_{CT} = 0.262$ . Скорости реакций (6)–(8) в первом приближении можно найти из соотношений (5).

Рассматривалась горючая смесь, состоящая из воздуха ( $0.21O_2 + 0.79N_2$ ) и твердых частиц алюминия, продукты сгорания включали 14 компонент [6]: AlO<sub>2</sub>, Al<sub>2</sub>O<sub>3</sub>, Al<sub>2</sub>O, Al<sub>2</sub>O<sub>2</sub>, N<sub>2</sub>, O<sub>2</sub>, NO, AlN, Al<sub>2</sub>O<sub>3</sub>(ж), Al(ж), AlN(ж), O, N, Al, термодинамические свойства которых заимствовались из [37]. На рис. 1 приведены результаты численного моделирования параметров детонационной волны (ДВ) Чепмена–Жуге для смеси, состоящей из частиц алюминия и воздуха при нормальных условиях ( $p_0 = 101325$  Па,  $T_0 = 298.15$  К). Полученные результаты хорошо согласуются с данными экспериментальных и расчетно-теоретических исследований, которые приводятся в [7]. Графики параметров (рис. 1а) имеют максимум при отношении начальных массовых расходов алюминия и воздуха  $m_{Al}/m_{Air}$ , близком к стехиометрическому. В рассмотренном диапазоне значений  $m_{Al}/m_{Air}$  в равновесном составе в газовой фазе (рис. 1б) могут присутствовать мелкодисперсные алюминий, нитрат алюминия и окись алюминия. Точка минимума на графике температуры (рис. 1а, кривая 3) при  $m_{Al}/m_{Air} \sim 0.65$  связана с появлением в продуктах сгорания жидкого нитрата алюминия.

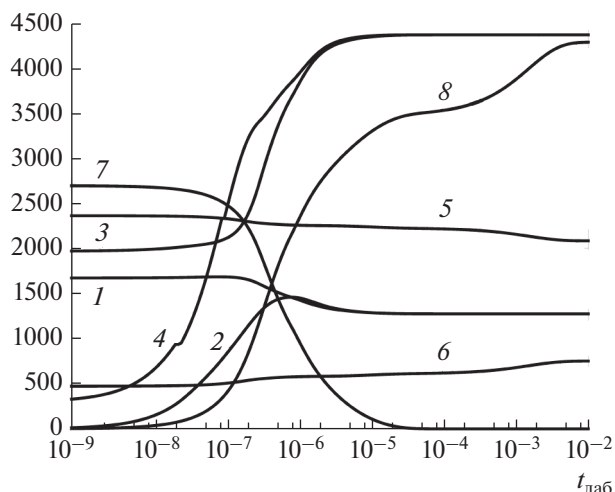
Исследовалось влияние на параметры детонации Чепмена–Жуге скоростной и температурной неравновесности газовой и дисперсной фаз. Рассчитанные минимальная скорость детонации

(рис. 1а, маркеры 1) и температура (рис. 1а, маркеры 3) отличаются от равновесных (рис. 1, сплошные кривые 1, 3) менее чем на 0.5%. Давление (рис. 1а, маркеры 2) в области  $m_{\text{Al}}/m_{\text{Air}} > 0.5$  отличается более существенно, что связано с неполным испарением частиц.

На рис. 2 приведены рассчитанные зависимости параметров продуктов сгорания в пересжатой детонационной волне при соотношении алюминий/воздух, близком к стехиометрическому, от лабораторного времени (время, отсчитываемое от момента прохождения ударной волны через точку пространства, где расположен наблюдатель). Расчет проводился до достижения состояния термодинамического равновесия. Скоростное и температурное равновесия (кривые 1–4), наступало примерно через 10 мкс. Расход частиц в процессе расчета увеличивался, а газа уменьшался (кривые 5, 6). Алюминий, содержащийся (рис. 2, кривая 7) в частице, через 30 мкс полностью израсходовался, при этом количество окисла (кривая 8) в частице росло за счет конденсации из газовой фазы вплоть до выхода на равновесие. В равновесном составе в газовой фазе при  $m_{\text{Al}}/m_{\text{Air}} = 0.2$  в однофазном расчете (рис. 1б) присутствует жидкий оксид алюминия, а в двухфазном (рис. 1в) – нет, так как он входит в состав частицы.

**Моделирование детонации частиц магния [1–8, 14–18] в воздухе.** Температура воздуха, приводящая к воспламенению газозвеси частиц магния в воздухе, может быть ниже температуры плавления магния [1], поэтому в работе предполагается, что в химических реакциях с кислородом участвует как “жидкий”, так и “твердый” магний. В процессе окисления частица становится многокомпонентной и состоит из магния (Mg) и оксида магния (MgO). В процессе теплового взаимодействия с воздухом частица нагревается и ее температура может достигать температур плавления и испарения магния ( $T_m^{\text{Mg}} = 923$ ,  $T_b^{\text{Mg}} = 1363$  К) и оксида магния ( $T_m^{\text{MgO}} = 3100$ ,  $T_b^{\text{MgO}} = 3600$  К).

Для описания поверхностных реакций используется кинетический механизм, включающий реакции испарения (конденсации) и окисления магния по механизму (6)–(8) с  $X = 1$ ,  $Y = 2$ . Стехиометрическое соотношение  $(m_{\text{Mg}}/m_{\text{Air}})_{\text{СТ}} = 0.354$ . Скорости реакций (6), (7) в первом приближении можно найти из соотношений (5). Для нахождения скорости реакции (8) можно использовать диффузионную (5) и кинетическую (9) модели [14, 15]. Считается, что скорость притока кислорода к частице магния прямо пропорциональна объемной концентрации кислорода и площади поверхности капли, занятой магнием. Значение приведенной энергии активации  $E = 12535$  К заимствовано из [15]. Значение константы  $K = 59$  подбиралось из условия совпаде-



**Рис. 2.** Зависимость параметров течения в детонационной волне от лабораторного времени ( $D = 2000$  м/с,  $m_{\text{Al}}/m_{\text{Air}} = 0.2$ ): 1, 3, 5 –  $U$ ,  $T$ ,  $\rho U$  продуктов сгорания; 2, 4, 6 –  $U$ ,  $T$ ,  $\rho U$  частиц; 7 –  $m_{\text{Al}} \times 10^8$  в частице, 8 –  $m_{\text{Al}_2\text{O}_3} \times 10^8$  в частице.

ния рассчитанной предельной температуры воспламенения одиночных сферических частиц магния ( $d_s^0 = 15\text{--}50$  мкм) с экспериментальными данными, приведенными в [15]. Отличие не превысило 0.5%. В формуле (9) использовались следующие параметры:  $d_s^0 = 1$  мкм,  $n = 2$ ,  $m = 0$ .

Кинетическая модель (9) позволяет достаточно точно определить параметры воспламенения частиц магния, однако дает сильно завышенное значение температуры горения [15]. Диффузионная модель (5), наоборот, не позволяет корректно определять предельную температуру воспламенения, но дает достоверную температуру сгорания частиц при высоких температурах газа [1].

В настоящей работе в качестве скорости притока кислорода к частице выбирается минимальная из рассчитанных по кинетической и диффузионной моделям – кинетически-диффузионная модель [14]. Для тестирования модели в [18] расчетным путем воспроизведены три режима нагрева частиц магния: без воспламенения частиц, воспламенение с погасанием, воспламенение [14].

Изучалась горючая смесь, состоящая из воздуха ( $0.21\text{O}_2 + 0.79\text{N}_2$ ) и частиц магния, продукты сгорания включали десять компонент: MgO,  $\text{O}_2$ ,  $\text{N}_2$ , NO, MgO(ж), Mg(ж),  $\text{Mg}_3\text{N}_2$ (ж), O, N, Mg, термодинамические свойства которых заимствовались из [37]. На рис. 3 приведены результаты расчетов параметров равновесной детонации Чепмена–Жуге для рассматриваемой смеси при нормальных условиях. Пиковые значения скорости детонации и температуры при сгорании ча-

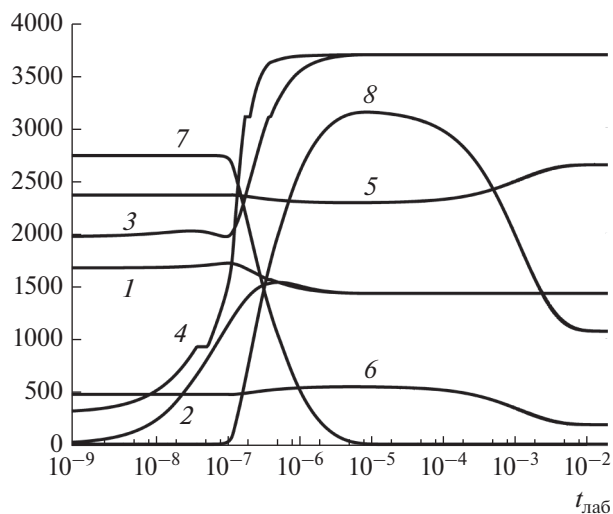
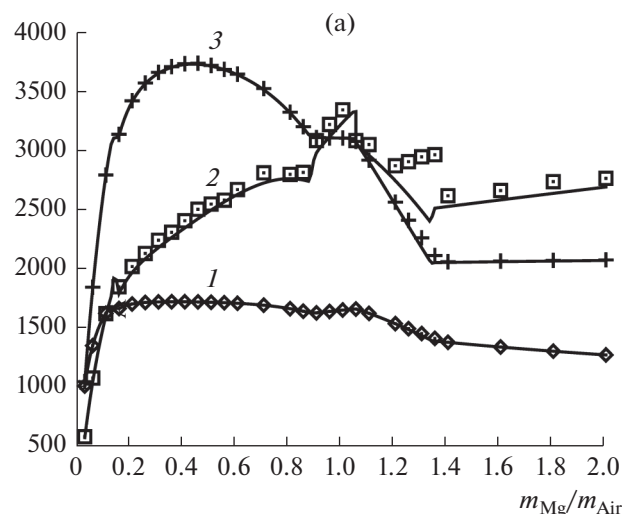


Рис. 4. Зависимость параметров течения в детонационной волне от лабораторного времени ( $D = 2000$  м/с,  $m_{Mg}/m_{Air} = 0.2$ ): 1–6 – см. рис. 2; 7 –  $m_{Mg} \times 10^8$  кг в частице, 8 –  $m_{MgO} \times 10^8$  кг в частице.

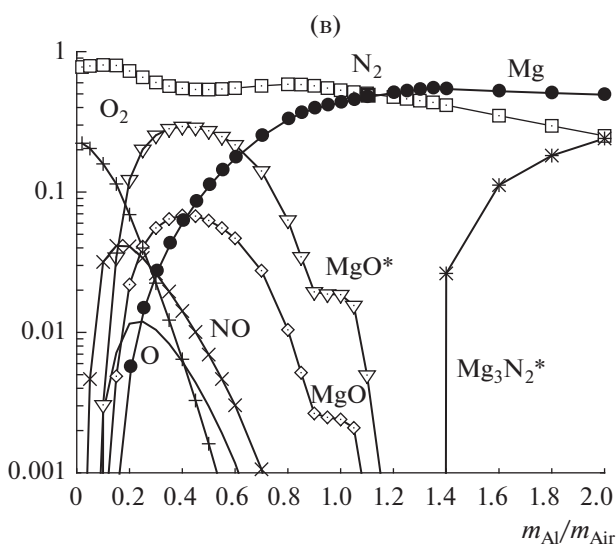
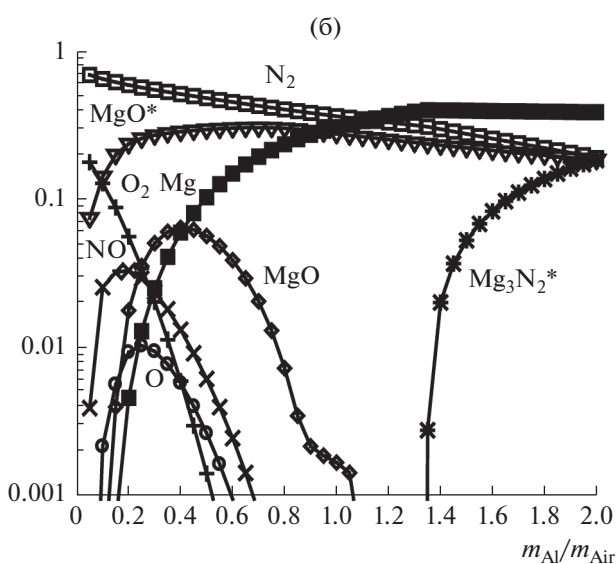


Рис. 3. Зависимость параметров ДВ Чепмена–Жуге от отношения расходов частиц магния и воздуха: (а) – (в) – см. рис. 1; \* – жидкое состояние.

стиц магния ниже, чем у алюминия (рис. 1а, 3а), при этом при большом массовом содержании металла скорость детонации выше в смеси магния с воздухом. В равновесных продуктах сгорания магния (рис. 3б) присутствуют в виде мелких частиц оксид магния, а при  $m_{Mg}/m_{Air} > 1.35$  нитрид магния, в неравновесных расчетах (рис. 3в) при  $m_{Mg}/m_{Air} > 1.1$  мелкодисперсный оксид магния отсутствует.

Исследовалось влияние на параметры детонации Чепмена–Жуге скоростной и температурной неравновесности газовой и дисперсной фаз. Рассматривались частицы магния с начальным диаметром 1 мкм.

На рис. 4 приведены графики изменения параметров продуктов сгорания в пересечной ДВ при соотношении магний/воздух, близком к стехиометрическому. Скоростное и температурное равновесия (кривые 1–4) наступали примерно через 6 мкс. На графике температуры содержатся полочки, соответствующие температурам плавления магния и оксида магния. Магний, содержащийся (рис. 4, кривая 7) в частице, через 10 мкс полностью израсходовался, при этом количество оксида магния (рис. 2, кривая 8) в частице выросло, а затем уменьшилось из-за испарения. В газовой фазе при  $m_{Mg}/m_{Air} < 1.1$  в двухфазном расчете (рис. 3в) присутствует мелкодисперсный оксид магния.

**Моделирование детонации частиц бора [1, 8, 9, 19–24] в воздухе.** Особенностью горения бора по сравнению с магнием и алюминием является то, что температуры плавления и кипения оксида бо-



ра ( $T_m^{B_2O_3} = 723$  К,  $T_b^{B_2O_3} = 1953$  К), образующегося в процессе окисления бора кислородом, существенно ниже температур плавления и кипения бора ( $T_m^B = 2348$ ,  $T_b^B = 3931$  К). Характерные температуры горения бора составляют 2700–3200 К (при детонации 3000–3700 К), при этом пиковые значения достигаются в узкой зоне в окрестности стехиометрии ( $(m_B/m_{air})_{CT} = 0.105$ ). Таким образом, при избытке окислителя частица может либо полностью испариться, либо состоять из жидкого оксида бора, а при недостатке окислителя на момент окончания горения частица будет состоять из трудно испаряющегося бора [8, 19–24]. Разработанная модель тестировалась в [23] моделированием горения бора в кислороде при различных давлениях. Полученные результаты хорошо согласуются с данными [8] по значениям температуры и массовой концентрации конденсированного бора в продуктах сгорания.

При математическом моделировании считается, что продукты сгорания бора в воздухе включают 14 компонент:  $BO_2$ ,  $B_2O_3$ ,  $B_2O$ ,  $B_2O_2$ ,  $N_2$ ,  $O_2$ ,  $NO$ ,  $BN$ ,  $B_2O_3(ж)$ ,  $B(ж)$ ,  $BN(ж)$ ,  $O$ ,  $N$ ,  $B$ . Для описания поверхностных реакций используется кинетический механизм, включающий реакции испарения (конденсации) и окисления бора по механизму (6)–(8) с  $X = 2$  и  $Y = 3$ . Скорости реакций (6) и (7) в первом приближении можно найти из соотношений (5). Для нахождения скорости реакции (8) используется диффузионно-кинетическая модель (5), (9). Считается, что скорость притока кислорода к частице бора прямо пропорциональна объемной концентрации кислорода, площади поверхности капли, занятой бором. Также в экспериментальных работах отмечается, что скорость воспламенения возрастает при увеличении размера частицы. Константы  $K$ ,  $n$ ,  $m$ ,  $E$  подбираются из условия совпадения рассчитанных минимальных температур воздуха, необходимых для самовоспламенения частиц, с экспериментальными данными из [17–22]. В расчетах  $E = 13002$  К,  $n = 1$ ,  $m = 2$ ,  $d_s^0 = 100$  мкм,  $K = 198$  [23].

Параметры детонации Чепмена–Жуге, рассчитанные по газовой равновесной и двухфазной моделям (рис. 5, 6), близки при  $m_B/m_{air} < 0.5$ . Из вычислительного эксперимента следует, что диапазон отношений масс бора к массе воздуха, при котором существует высокоскоростная детонация, существенно уже, чем в случае с алюминием и магнием. В состав продуктов сгорания, рассчитанных по однофазной модели (рис. 5б), входят конденсированные компоненты: при избытке окислителя –  $B_2O_3$ , при избытке горючего –  $BN$  и  $B$ . В окрестности стехиометрии существует узкая зона, в которой состав продуктов сгорания полностью газофазный. В двухфазном расчете в равно-

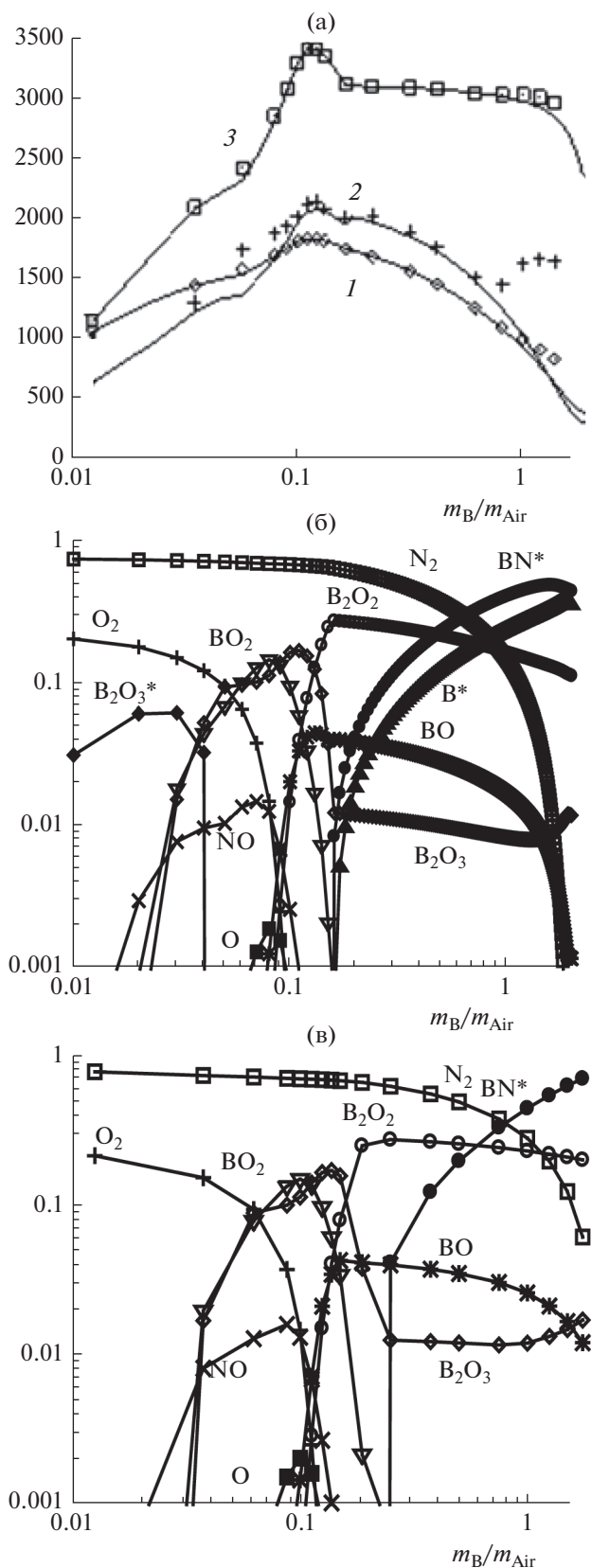
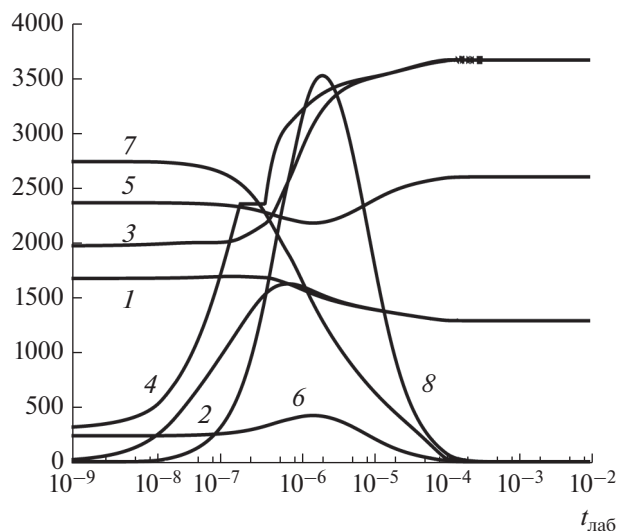


Рис. 5. Зависимость параметров ДВ Чепмена–Жуге от отношения расходов частиц бора и воздуха: (а)–(в) – см. рис. 1.



**Рис. 6.** Зависимость параметров течения в детонационной волне от лабораторного времени ( $D = 2000$  м/с,  $m_B/m_{Air} = 0.1$ ): 1–6 – см. рис. 2; 7 –  $m_B \times 10^8$  кг в частице, 8 –  $m_{B_2O_3} \times 10^8$  кг в частице.

весном составе присутствует только конденсированный нитрид бора при  $m_B/m_{Air} > 0.3$ .

На рис. 6 приведены зависимости параметров продуктов сгорания в пересжатой детонационной волне при соотношении бор/воздух, близком к стехиометрическому, от лабораторного времени. Расчет проводился до достижения состояния термодинамического равновесия. Скоростное и температурное равновесия (кривые 1–4) наступало примерно через 30 мкс. На графике температуры

частиц (кривая 4) имеется полочка, соответствующая температуре плавления бора. Расход частиц в процессе расчета сначала увеличивался из-за реакции окисления бора и образования оксида бора (кривые 7, 8), а затем уменьшался до нуля, так как весь бор переходил в оксид бора, который испарялся (кривая 8). В газовой фазе при этом твердая фаза отсутствует. Необходимо отметить, что экспериментальных данных о детонации в смеси дисперсных частиц бора с воздухом нет, полученные численные результаты, соответственно, носят качественный характер.

**Особенности структуры волны детонации при избытке частиц металла.** При численном исследовании детонации смесей алюминия с воздухом (табл. 1) и бора с воздухом (табл. 2) при избытке металла полное равновесие наступает на значительных расстояниях от ударной волны. Вблизи волны наблюдается состояние частичного равновесия, которое, по-видимому, более соответствует реальным значениям параметров, достигаемым при детонации. Так для смеси алюминий–воздух температура и давление в состоянии частичного равновесия на 4–7% выше, чем при полном, диаметр частиц и концентрация мелкодисперсного алюминия существенно больше. Это связано с частичным испарением алюминия и окисла алюминия и, как следствие, образованием  $Al_2O$  в потоке, а также с конденсацией нитрида алюминия (AlN).

Для смеси бор + воздух (табл. 2) при переходе от состояния частичного равновесия к полному наблюдается существенный рост температуры от 15 до 60%, связанный с конденсацией нитрида бора. Данный факт указывает на то, что наблюда-

**Таблица 1.** Частичное и полное равновесие. Алюминий + воздух

Величина	Равновесие	$m_{Al}/m_{Air}$				
		0.6	0.8	1.2	1.6	2.0
$d_s$ , мкм	Частичное	0.66	0.63	0.59	0.82	0.9
	Полное	0.63	0.47	0.37	0.04	0.008
T, К	Частичное	3375	3225	3245	3245	3245
	Полное	3425	3057	3050	3105	3071
P, МПа	Частичное	2.80	2.59	2.66	2.73	2.56
	Полное	2.74	2.46	2.35	2.1	1.86
AlN*	Частичное	0	0.1	0.14	0.23	0.34
	Полное	0	0.09	0.26	0.37	0.39
Al*	Частичное	0	0.06	0.27	0.25	0.23
	Полное	0	0	0	0.02	0.11
$Al_2O$	Частичное	0.35	0.25	0.13	0.08	0.04
	Полное	0.40	0.45	0.44	0.39	0.34

**Таблица 2.** Частичное и полное равновесие. Бор + воздух

Величина	Равновесие	$m_B/m_{Air}$				
		0.3	0.5	1.8	1.0	1.4
$d_s$ , мкм	Частичное	0.86	1.0	1.0	1.0	1.0
	Полное	0.64	0.73	0.77	0.78	0.8
T, К	Частичное	2675	2355	2314	2175	1845
	Полное	3090	3060	3036	3035	2961
P, МПа	Частичное	2.60	2.43	1.50	1.47	1.27
	Полное	1.9	1.66	1.44	1.62	1.64
BN*	Частичное	0	0	0	0	0
	Полное	0.12	0.27	0.45	0.54	0.7
$B_2O_2$	Частичное	0	0	0	0	0
	Полное	0.27	0.25	0.23	0.22	0.2

мая температура при детонации частиц бора в воздухе (с избытком бора) должна быть существенно ниже, чем предсказывает равновесная теория.

Необходимо отметить, что детонация горючих смесей частиц металлов в воздухе является чрезвычайно сложным многомерным процессом [1–34], который может быть адекватно описан только с использованием средств многомерного моделирования, элементом которого являются приведенные в работе физико-математическая модель и вычислительные алгоритмы.

### ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Предложенная в работе физико-математическая модель апробирована в широком диапазоне отношений начальных массовых расходов частиц алюминия, магния и бора в воздухе. Расчетным путем получена тонкая структура стационарной детонационной волны, включающая нагрев, плавление, испарение, воспламенение и изменение состава частиц, воспламенение и соответствующее изменение состава газофазных продуктов сгорания, образование мелкодисперсных частиц алюминия, магния и бора, а также их оксидов и нитридов.

Исследовано влияние массового расхода частиц металлов на минимальную скорость стационарной детонации. Показано, что параметры стационарной детонационной волны асимптотически стремятся к равновесным значениям — точке на равновесной детонационной адиабате. При избытке алюминия и бора в воздухе может реализоваться состояние частичного равновесия, параметры в котором заметно отличаются от соответствующих параметров при полном равновесии. В целом показано, что разработанная модель является физически непротиворечивой и внутренне согласованной, которая позволяет получать результаты, качественно совпадающие (в ряде случаев и количественно) с экспериментальными данными.

Работа выполнена в соответствии с государственным заданием № 9.7555.2017/БЧ.

### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Похил П.Ф., Беляев А.Ф., Фролов Ю.В., Логачев В.С., Коротков А.И.* Горение порошкообразных металлов в активных средах. М.: Наука, 1972. 294 с.
2. *Митрофанов В.В.* Детонация гомогенных и гетерогенных систем. Новосибирск: Изд-во Института гидродинамики им. М.А. Лаврентьева СО РАН, 2003. 200 с.
3. *Медведев А.Е., Федоров А.В., Фомин В.М.* Описание горения смесей газа и твердых частиц методами механики сплошной среды // *ФГВ*. 1984. Т. 20. № 2. С. 3.
4. *Гремячкин В.М., Истратов А.Г., Лейпунский О.И.* Модель горения мелких капель металла // *ФГВ*. 1975. Т. 11. № 3. С. 366.
5. *Дрегалин А.Ф., Зенуков И.А., Крюков В.Г., Наумов В.И.* Математическое моделирование высокотемпературных процессов в энергоустановках / Под ред. Алемасова В.Е. Изд-во Казанского университета, 1985. 263 с.
6. *Федоров А.В., Фомин В.М., Хмель Т.А.* Гетерогенная детонация. В кн.: *Законы горения* / Под ред. Полежаева Ю.В. М.: Энергомаш, 2006. С. 276.
7. *Физика взрыва* / Под ред. Орленко Л.П. Т. 1. М.: Физматлит, 2004. 832 с.
8. *Ягодников Д.А.* Воспламенение и горение порошкообразных металлов. М.: Изд-во МГТУ им. Н.Э. Баумана, 2009. 432 с.
9. *Ильин А.П., Громов А.А.* Горение порошков алюминия и бора в сверхтонком состоянии. Томск: ТГУ, 2002. 154 с.
10. *Афанасьева Е.А., Левин В.А.* Воспламенение и горение частиц алюминия за ударными и детонационными волнами // *ФГВ*. 1987. Т. 23. № 1. С. 8.
11. *Кратова Ю.В., Федоров А.В., Хмель Т.А.* Особенности ячеистой детонации в полидисперсных газозвесах частиц алюминия // *ФГВ*. 2011. Т. 47. № 5. С. 85.
12. *Кратова Ю.В., Хмель Т.А., Федоров А.В.* Осесимметричная расширяющаяся гетерогенная детонация в газозвесах частиц алюминия // *ФГВ*. 2016. Т. 52. № 1. С. 84.
13. *Гидаспов В.Ю.* Численное моделирование стационарных детонационных волн в смеси частиц алюминия с воздухом // *Труды МАИ*. 2011. № 49.
14. *Попов В.Н., Федоров А.В., Шульгин А.В.* Численное моделирование воспламенения частицы магния в неоднородном тепловом поле // *Математическое моделирование*. 2007. Т. 19. № 6. С. 109.
15. *Авдеев К.А., Фролов Ф.С., Басевич А.А., Фролов С.М.* Модифицированная модель воспламенения частицы магния // *Химическая физика*. 2008. Т. 27. № 6. С. 47.
16. *Федоров А.В., Тропин Д.А.* Математическая модель воспламенения магния в расширенном диапазоне параметров // *ФГВ*. 2008. Т. 44. № 5. С. 64.
17. *Андреев М.А., Степанов А.М.* Инициированная детонация в аэрозвеси металлических частиц // *ФГВ*. 1986. Т. 22. № 1. С. 103.
18. *Гидаспов В.Ю.* Численное моделирование стационарных волн горения и детонации в смеси частиц магния с воздухом // *Труды МАИ*. 2013. № 66.
19. *Гремячкин В.М., Истратов А.Г., Лейпунский О.И.* К теории горения частицы бора в кислороде при высоких температурах // *ФГВ*. 1979. Т. 15. № 6. С. 5.
20. *Гуревич М.А., Кирьянов И.М., Озеров Е.С.* Горение одиночных частиц бора // *ФГВ*. 1969. Т. 5. № 2. С. 217.
21. *Давидчук Е.Л., Димитров В.И., Рафалович М.Л., Тулунов Ю.И., Славинская Н.А.* Кинетика горения бора в сухом воздухе // *ФГВ*. 1991. Т. 27. № 1. С. 45.
22. *Давидчук Е.Л., Димитров В.И., Залож В.А., Славинская Н.А., Тулунов Ю.И.* Коэффициенты переноса продуктов горения бора в сухом воздухе // *ФГВ*. 1991. Т. 27. № 1. С. 52.

23. *Гидасов В.Ю.* Численное моделирование стационарных волн горения и детонации в смеси частиц бора с воздухом // Труды МАИ. 2016. № 91.
24. *Рашковский С.А., Милёхин Ю.М., Федорычев А.В.* Влияние распределенного подвода воздуха в камеру дожигания ракетно-прямоточного двигателя на полноту сгорания частиц бора // ФГВ. 2017. Т. 53. № 6. С. 38.
25. *Гидасов В.Ю., Москаленко О.А., Пирумов У.Г.* Численное моделирование стационарных детонационных волн в газовых и газокапельных реагирующих смесях // Вестник МАИ. М.: Изд-во МАИ-ПРИНТ, 2009. Т. 16. № 2. С. 51.
26. *Ленкевич Д.А., Головастов С.В., Голуб В.В., Бочарников В.М., Бивол Г.Ю.* Параметрическое исследование распространения детонации в узких каналах, заполненных смесью пропан–бутан–кислород // ТВТ. 2014. Т. 52. № 6. С. 916.
27. *Бивол Г.Ю., Головастов С.В., Голуб В.В.* Формирование пересжатой волны детонации в потоке метано-кислородных смесей в канале переменного сечения // ТВТ. 2017. Т. 55. № 4. С. 576.
28. *Волков В.А., Гидасов В.Ю., Пирумов У.Г., Стрельцов В.Ю.* Численное моделирование течений реагирующих газокапельных и газовых смесей в экспериментах по воспламенению метанола // ТВТ. 1998. Т. 36. № 3. С. 424.
29. *Гидасов В.Ю., Северина Н.С.* Численное моделирование экспериментов по определению времени задержки воспламенения за падающими ударными волнами // ФГВ. 2013. Т. 49. № 4. С. 31.
30. *Гидасов В.Ю., Северина Н.С.* Численное моделирование тонкой структуры цилиндрической детонационной волны в водородно-воздушной горючей смеси // ТВТ. 2015. Т. 53. № 4. С. 556.
31. *Гидасов В.Ю., Северина Н.С.* Численное моделирование детонации пропано-воздушной горючей смеси с учетом необратимых химических реакций // ТВТ. 2017. Т. 55. № 5. С. 795.
32. *Гидасов В.Ю., Москаленко О.А., Северина Н.С.* Численное исследование влияния капель воды на структуру детонационной волны в водородо-воздушной горючей смеси // ТВТ. 2018. Т. 56. № 5. С. 829.
33. *Лунев В.В.* Течение реальных газов с большими скоростями. М.: Физматлит, 2007. 760 с.
34. *Франк-Каменецкий А.А.* Диффузия и теплопередача в химической кинетике. М.: Наука, 1967.
35. *Зельдович Я.Б.* Теория горения и детонации газов. М.: Изд-во АН СССР, 1944.
36. Термодинамические свойства индивидуальных веществ: Справочное издание в 4-х томах / Л.В. Гурвич, И.В. Вейц, В.А. Медведев и др. М.: Наука, 1982.
37. *Гидасов В.Ю., Северина Н.С.* Некоторые задачи физической газовой динамики. М.: Изд-во МАИ, 2016. 196 с.
38. *Рид Р., Праусниц Дж., Шервуд Т.* Свойства газов и жидкостей. Л.: Химия, 1982. 592 с.