УДК 532.6:533.2:501

# ЧИСЛЕННОЕ ИССЛЕДОВАНИЕ ВЛИЯНИЯ ДРОБЛЕНИЯ ДИСПЕРСНОЙ ФАЗЫ НА ПРОЦЕСС РАСПРОСТРАНЕНИЯ УДАРНОЙ ВОЛНЫ ИЗ ЧИСТОГО ГАЗА В АЭРОЗОЛЬ

© 2019 г. Д. А. Губайдуллин<sup>1, \*</sup>, Д. А. Тукмаков<sup>1, \*\*</sup>

<sup>1</sup>ИММ — обособленное структурное подразделение ФИЦ КазНЦ РАН, г. Казань, Россия \*E-mail: gubajdullin@imm.knc.ru \*\*E-mail: tukmakovDA@imm.knc.ru Поступила в редакцию 27.11.2018 г. После доработки 18.04.2019 г. Принята к публикации 16.05.2019 г.

В работе сопоставляются результаты численных расчетов прохождения прямого скачка уплотнения из чистого газа в аэрозоль, полученных с учетом и без учета эффектов дробления капель. Определяется влияние эффекта дробления капель аэрозоля на профиль и скорость волны сжатия, распространяющейся в двухфазной среде. Получены размеры капель, при которых эффект дробления дисперсных включений влияет на процесс движения ударной волны по аэрозолю.

DOI: 10.1134/S0040364419060097

### **ВВЕДЕНИЕ**

Решение актуальных задач механики сплошной среды связано с численным моделированием нестационарных процессов в неоднородных средах [1-3]. При большом объемном содержании компонент смеси, находящихся в различных агрегатных состояниях, необходимо использовать математические модели, учитывающие механическое и термодинамическое взаимодействие компонент смеси [4-9]. Одним из примеров таких течений является дисперсный газожидкостный поток, сопровождающийся разрушением капель в потоке аэрозоля за проходящей ударной волной [10–15]. Данная тематика связана с рядом практически востребованных приложений, таких как пожаро- и взрывобезопасность углеводородных аэрозолей, приготовление топливных смесей в авиационных и ракетных двигателях, дождевая капельная эрозия деталей планера и двигателей высокоскоростных летательных аппаратов и т.д.

В настоящей работе исследуется влияние разрушения капель воды в процессе распада разрыва в ударной трубе на скорость и профиль волны давления в газовзвеси. Цель расчетов состоит в сопоставлении параметров волн, распространяющихся в двухфазной смеси и полученных на основе моделей, как учитывающих, так и не учитывающих разрушения капель жидкости после прохождения ими фронта волны сжатия. Для описания движения двухфазной смеси применяется система уравнений динамики двухкомпонентного двухскоростного аэрозоля со скоростной и температурной неравновесностью фаз [2]. Система включает в себя уравнения движения несущей среды и дисперсной фазы, а также модель дробления капель.

### МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ

Система уравнений движения двухфазной двухтемпературной двухскоростной монодисперсной смеси в двумерном случае имеет вид [1–3, 7–9]

$$\begin{split} \frac{\partial \rho_1}{\partial t} + \nabla \left( \rho_1 \mathbf{V}_1 \right) &= 0, \\ \frac{\partial \rho_2}{\partial t} + \nabla \left( \rho_2 \mathbf{V}_2 \right) &= 0, \\ \frac{\partial \rho_1 V_1^k}{\partial t} + \nabla^i \left( \rho_1 V_1^k V_1^i + \delta_{ik} p - \tau_{ik} \right) &= \\ &= -F_1^k + \alpha \nabla^k p \quad (k = 1, 2), \\ \frac{\partial \rho_2 V_2^k}{\partial t} + \nabla^i \left( \rho_2 V_2^i V_2^k \right) &= F_2^k - \alpha \nabla^k p \quad (k = 1, 2), \\ \frac{\partial (e_1)}{\partial t} + \nabla^k \left( V_1^k \left( e_1 + p - \tau_{kk} \right) - V_1^i \tau_{ki} - \lambda \nabla^k T \right) = \\ &= -Q - |F_k| \left( V_1^k - V_2^k \right) + \alpha \nabla^k \left( p V_1^k \right), \\ \frac{\partial (e_2)}{\partial t} + \nabla^k \left( e_2 V_2^k \right) = Q. \end{split}$$

Здесь  $V_1^1 = u_1$ ,  $V_1^2 = v_1 -$ составляющие вектора скорости несущей среды;  $V_2^1 = u_2$ ,  $V_2^2 = v_2 -$ составляющие вектора скорости дисперсной фазы. Тензор вязких напряжений несущей компоненты выглядит как

$$\begin{aligned} \tau_{xx} &= \mu \bigg( 2 \frac{\partial u_1}{\partial x_1} - \frac{2}{3} D \bigg), \quad \tau_{yy} &= \mu \bigg( 2 \frac{\partial v_1}{\partial y} - \frac{2}{3} D \bigg), \\ \tau_{xy} &= \tau_{yx} = \mu \bigg( \frac{\partial u_1}{\partial y} + \frac{\partial v_1}{\partial x} \bigg), \quad D &= \frac{\partial u_1}{\partial x} + \frac{\partial v_1}{\partial y}. \end{aligned}$$

Сила межфазного взаимодействия включает в себя силы аэродинамического сопротивления, Архимеда и присоединенных масс. Для двумерного случая декартовы компоненты силы взаимодействия  $F_x$ ,  $F_y$  и тепловой поток Q определяются как

$$\begin{split} F_x &= \frac{3}{4} \frac{\alpha}{(2r)} C_d \rho_1 \sqrt{\left(u_1 - u_2\right)^2 + \left(v_1 - v_2\right)^2} \left(u_1 - u_2\right) + \\ &+ \alpha \rho_1 \left(\frac{\partial u_1}{\partial t} + u_1 \frac{\partial u_1}{\partial x_1} + v_1 \frac{\partial u_1}{\partial x_2}\right) + 0.5 \alpha \rho_1 \times \\ &\times \left(\frac{\partial u_1}{\partial t} + u_1 \frac{\partial u_1}{\partial x_1} + v_1 \frac{\partial u_1}{\partial x_2} - \frac{\partial u_2}{\partial t} - u_2 \frac{\partial u_2}{\partial x_1} - v_2 \frac{\partial u_2}{\partial x_2}\right), \\ F_y &= \frac{3}{4} \frac{\alpha}{(2r)} C_d \rho_1 \sqrt{\left(u_1 - u_2\right)^2 + \left(v_1 - v_2\right)^2} \left(v_1 - v_2\right) + \\ &+ \alpha \rho_1 \left(\frac{\partial v_1}{\partial t} + u_1 \frac{\partial v_1}{\partial x_1} + v_1 \frac{\partial v_1}{\partial x_2}\right) + 0.5 \alpha \rho_1 \times \\ &\times \left(\frac{\partial v_1}{\partial t} + u_1 \frac{\partial v_1}{\partial x_1} + v_1 \frac{\partial v_1}{\partial x_2} - \frac{\partial v_2}{\partial t} - u_2 \frac{\partial v_2}{\partial x_1} - v_2 \frac{\partial v_2}{\partial x_2}\right), \\ C_d &= \frac{24}{\mathrm{Re}_{12}} + \frac{4}{\mathrm{Re}_{12}^{0.5}} + 0.4, \\ Q &= 6\lambda \mathrm{Nu}\alpha \left(T_1 - T_2\right) / (2r)^2 \,. \end{split}$$

Здесь *p*,  $\rho_1$  – давление и плотность несущей среды; *T*<sub>1</sub>, *e*<sub>1</sub> –температура и полная энергия газа; ρ<sub>2</sub>, T<sub>2</sub>, e<sub>2</sub> – средняя плотность, температура и внутренняя энергия дисперсной фазы. Температура несущей среды находится из уравнения  $T_1 =$  $= (\gamma - 1)(e_1/\rho_1 + 0.5(u_1^2 + v_1^2))/R$ , где R – газовая постоянная несущей фазы. Внутренняя энергия взвешенной в газе дисперсной фазы определяется как  $e_2 = \rho_2 C_p T_2$ , где  $C_p -$ удельная теплоемкость единицы массы вещества дисперсной фазы. В уравнение энергии для несущей фазы входит коэффициент теплопроводности газа, коэффициент теплообмена α<sup>T</sup> на поверхности частица-несущая среда и тепловой поток за счет теплообмена между газом и частицей  $Q = \alpha^T 4 \alpha r^2 (T_1 - T_2) n =$ =  $6\lambda Nu\alpha (T_1 - T_2)/(2r)^2$ , где Nu =  $2r\alpha^T/\lambda$  и  $n - \kappa_0$ личество частиц в единице объема, C<sub>d</sub> -коэффициент сопротивления частицы. Число Нуссельта определяется с помощью известной аппроксимации в зависимости от относительных чисел Маха, Рейнольдса и от числа Прандтля [2]:

$$\begin{split} \mathbf{M}_{12} &= |V_1 - V_2|/c, \quad \mathrm{Re}_{12} = \rho_1 |V_1 - V_2| 2r/\mu, \\ \mathrm{Nu} &= 2 \mathrm{exp}(-\mathbf{M}_{12}) + 0.459 \mathrm{Re}_{12}^{0.55} \mathrm{Pr}^{0.33}, \\ 0 &< \mathbf{M}_{12} \leq 2, \quad 0 < \mathrm{Re}_{12} < 2 \times 10^5. \end{split}$$

В [14, 15] авторы отмечают, что законченная модель аэродинамического дробления капель жидкости до сих пор не разработана. Все имеющиеся теоретические результаты о механизмах дробления и определяющих параметрах процесса получаются из физических экспериментов, и при различных методиках проведения таких экспериментов полученные по их результатам математические модели могут отличаться. При этом наиболее полробно исслеловано разрушение капель в ударных волнах. В этом случае в качестве основного параметра, определяющего процесс дробления, рассматривается число Вебера We =  $= \rho d |\mathbf{V}_1 - \mathbf{V}_2|^2 / \sigma$ , где  $\sigma$  – коэффициент поверхностного натяжения жидкости, из которой сформированы капли аэрозоля; ρ – плотность несущей среды; *d* – диаметр капли.

В данной работе при проведении численных расчетов для монодисперсного аэрозоля число Вебера варьировалось в пределах  $0.5 \le \text{We} \le 235$ , исходя из относительной скорости движения фаз и размера частиц. Для расчета диаметра отрывающихся в процессе дробления микрочастицы жид-кости и времени разрушения капли, отсчитываемого от момента времени, когда число Вебера превысит критическое значение, использовались следующие соотношения [15]:

$$d = 2.43d_0 \left(\mu_L/\mu\right)^{1/2} \left(\rho_L/\rho\right)^{1/4} \left(\text{Re}_{12}\right)^{-1/2},$$
  
$$t = 0.37d_0 \left(d_0/u\right) \left(\rho_I/\rho\right)^{1/2}.$$

Здесь  $\rho_L$  и  $\mu_L$  – плотность и динамическая вязкость жидкости капли. Предполагалось, что мелкие капли диаметром меньше 1 мкм, оторвавшиеся в результате дробления, мгновенно испаряются и их масса переходит в несущую среду, плотность которой возрастает. Уравнения движения двухфазной среды дополнялись соответствующими начальными и граничными условиями. На твердых границах расчетной области для составляющих скорости газа задавались условия прилипания, а для составляющих скорости дисперсной фазы условия проскальзывания. Система уравнений решалась явным методом Мак-Кормака второго порядка [16] с последующим применением схемы нелинейной коррекции решения [17].

## РЕЗУЛЬТАТЫ РАСЧЕТОВ

Пусть в начальный момент времени аэрозоль с заданным объемным содержанием и средней плотностью дисперсной фазы находится в правой половине канала ((L/2) < x < L). Область 0 < x < < (L/2) в начальный момент времени заполнена несущей средой и не содержит дисперсной фракции (рис. 1). Пусть физическая плотность материала частиц  $\rho_{20} = 1000$  кг/м<sup>3</sup> при начальном объемном содержании дисперсной фазы  $\alpha = 0.001$ .



Рис. 1. Схема ударной трубы с аэрозолем в камере низкого давления.

Длина и высота канала составляют соответственно L = 2 м и h = 0.1 м.

На рис. 2 представлены полученные численно распределения плотности и давления дисперсной фазы в различные моменты времени без учета дробления капель с d = 100 мкм. Можно заметить, что при движении волны сжатия по аэрозолю наблюдается формирование участков с повышенной средней плотностью дисперсной фазы [2, 3], образующихся вследствие эффекта "сгребания" [2, 18]. Наибольшая средняя плотность достигается левее фронта волны сжатия, в области спутного потока газа. За счет увлечения частиц движущимся потоком происходят перераспределение средней плотности дисперсной фазы в направлении движения волны сжатия и рост средней плотности дисперсной фазы на переднем крае ударной волны. На рис. За представлены распределения средних плотностей дисперсных фракций с различным размером капель, полученные без учета дробления капель. Расчеты показывают, что для аэрозолей, сформированных более крупными каплями, локальный максимум средней плотности дисперсной фазы меньше, чем для аэрозоля, состоящего из капель меньшего размера. При этом чем крупнее капли аэрозоля, тем на больших расстояниях от фронта волны сжатия образуется максимум средней плотности. На рис. 36 показана зависимость расстояния от фронта волны сжатия до точки с наибольшей средней плотностью аэрозолей от лиаметра капель. По мере роста диаметра частицы (и увеличения ее инерционности) отставание точки, в которой достигается наибольшая средняя плотность от фронта волны сжатия, растет.



**Рис. 2.** Пространственное распределение плотности дисперсной фазы (а) и давления несущей среды (б) в моменты времени: 1 - t = 0 мс, 2 - 1.09, 3 - 1.45, 4 - 2.55.

ТЕПЛОФИЗИКА ВЫСОКИХ ТЕМПЕРАТУР том 57 № 6 2019



**Рис. 3.** Пространственное распределение плотности дисперсной фазы (а) при t = 2.55 мс для аэрозолей с размерами капель d = 10 (*I*), 100 (*2*), 200 (*3*), 1000 мкм (*4*) и расстояние от точки с наибольшей плотностью дисперсной фазы до фронта волны сжатия (б) для капель различного диаметра.



**Рис. 4.** Средняя плотность дисперсной фазы и давление несущей среды, полученные численно в моделях без дробления (1) и с дроблением (2) при 100 (a), (б) и 200 мкм (в), (г).

Сопоставление результатов расчетов динамики аэрозоля с помощью моделей без учета и с учетом эффекта дробления капель диаметром d = 10 мкм дает схожий результат.

С увеличением диаметра частиц растет число Вебера, интенсивность дробления возрастает, что приводит к снижению средней плотности дисперсной фазы и росту плотности и давления несущей среды. На рис. 4 представлены пространственные распределения средней плотности и давления газа для аэрозолей с размером частиц 100 и 200 мкм. Распределения средней плотности дисперсной фазы, полученные численно с учетом и без учета дробления капель в потоке, различаются как по расстоянию между точкой с максимумом средней плотности и передним фронтом волны сжатия, так и по абсолютной величине средней плотности. Эффект можно объяснить тем, что в данной модели при дроблении капель происходит мгновенное уменьшение массы дисперсной фазы, а следовательно, дисперсная составляющая аэрозоля становится менее инертной и быстрее переносится спутным потоком газа к правому краю ударной трубы. Одновременно с этим скорость движения волны сжатия в модели, учитывающей дробление аэрозоля, меньше, а абсолютная величина давления газа на фронте ударной волны больше, что связано с переходом массы дробящейся дисперсной фракции в газовую фазу. В результате увеличивается давление несущей среды. Скорость же волны сжатия уменьшается за счет увеличения импульса дисперсной фазы, что происходит вследствие уменьшения размера капель (уменьшения их инерционности и увеличения интенсивности межфазного обмена импульсом).

На рис. 5 представлены полученные численно результаты расчетов плотности газа. Можно отметить, что интенсификация процесса разрушения и испарения капель приводит к увеличению плотности несущей среды, за счет чего в расчетах, учитывающих дробление капель, происходит рост давления газа.

Результаты расчетов динамики аэрозоля с d = 1 мм, полученные на основе моделей, учитывающих и не учитывающих дробление частиц на фронте ударной волны, не имеют существенных отличий. Причина, видимо, состоит в том, что для таких крупных капель велико время, в течение которого нарастают деформации капли, приводящие к ее дроблению. Таким образом, вследствие того, что мелкодисперсные капли за счет малой инерционности не подвергаются дроблению, а для крупных капель слишком велико время индукции отрывного материала, для капель больших и малых диаметров разрушение капель жидкости не оказывает существенного влияния на движение прямого скачка уплотнения из чистого газа в аэрозоль.



**Рис. 5.** Пространственные распределения плотности несущей среды при разных размерах дисперсной фазы в момент времени t = 2.55 мс; (a) -d = 100 мкм, (б) -d = 200 мкм; 1 - 6ез учета дробления, 2 - с учетом дробления капель.

## ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Численное моделирование показало, что эффект дробление капель влияет на ударно-волновую динамику взвеси. При этом в случае крупных капель, время дробления которых велико, влияние дробления на характеристики ударной волны незначительно, так как волна успевает пройти большое расстояние от области интенсивного дробления капель. Мелкие капли мало подвержены разрушению вследствие малого относительного числа Вебера. В этом случае дробление незначительно и не приводит к изменению скорости волны сжатия и давления на фронте волны. Однако существует некоторые средние размеры капель в диапазоне от 100 до 200 мкм, когда происходят замедление движения волны сжатия и увеличение давления на ее фронте.

Работа выполнена при поддержке гранта РФФИ (№ 19-01-00442).

## СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- 1. *Нигматулин Р.И.* Динамика многофазных сред. Ч. 1. М.: Наука, 1987. 464 с.
- 2. *Кутушев А.Г.* Математическое моделирование волновых процессов в аэродисперсных и порошкообразных средах. СПб.: Недра, 2003. 284 с.
- 3. Яненко Н.Н., Солоухин Р.И., Папырин А.Н., Фомин В.М. Сверхзвуковые двухфазные течения в условиях скоростной неравновесности частиц. Новосибирск: Наука, 1980. 160 с.
- 4. *Вараксин А.Ю*. Кластеризация частиц в турбулентных и вихревых двухфазных потоках // ТВТ. 2014. Т. 52. № 5. С. 777.
- Кратова Ю.В., Фёдоров А.В., Хмель Т.А. Дифракция плоской ударной волны на обратном уступе в газовзвеси // ФГВ. 2009. № 5. С. 95.
- Веревкин А.А., Циркунов Ю.М. Течение дисперсной примеси в сопле Лаваля и рабочей секции двухфазной гиперзвуковой ударной трубы // ПМТФ. 2008. № 5. С. 102.
- 7. Баянов Р.И., Тукмаков А.Л. Численная модель динамики односкоростной парогазокапельной сре-

ды // Изв. вузов. Авиационная техника. 2015. № 1. С. 19.

- Нигматулин Р.И., Губайдуллин Д.А., Тукмаков Д.А. Ударно-волновой раздет газовзвесей // Докл. РАН. 2016. Т. 466. № 4. С. 418.
- 9. Губайдуллин Д.А., Тукмаков Д.А. Численное исследование эволюции ударной волны в газовзвеси с учетом неравномерного распределения частиц // Матем. моделирование. 2014. Т. 26. № 10. С. 109.
- Гельфанд Б.Е., Сильников М.В., Такаяма К. Разрушение капель жидкости. СПб.: Изд-во Политехн. ун-та, 2008. 307 с.
- Вараксин А.Ю. Воздушные торнадоподобные вихри: математическое моделирование // ТВТ. 2017. Т. 55. № 2. С. 291.
- Pilch M., Erdman C.A. Use of Breakup Time Data and Velocity History Data to Predict the Maximum Size of Stable Fragments for Acceleration-induced Breakup of Liquid Drop // Int. J. Multiphase Flow. 1987. V. 13. P. 741.
- Ranger A.A. Shock Wave Propagation through a Twophase Medium // Acta Astronaut. 1972. V. 17. № 4/5. P. 675.
- 14. Бойко В.М., Поплавский С.В. Экспериментальное исследование физических особенностей вторичного аэродинамического дробления капель жидкости в градиентных потоках // Вестн. Нижегородск. ун-та им. Н.И. Лобачевского. 2011. № 4. С. 2030.
- 15. Арефьев К.Ю., Воронецкий А.В. Моделирование процесса дробления и испарения капель нереагирующей жидкости в высокоэнтальпийных газодинамических потоках // Теплофизика и аэромеханика. 2015. Т. 22. № 5. С. 609.
- 16. *Fletcher C.A.* Computation Techniques for Fluid Dynamics. Berlinetal: Springer–Verlang, 1988. 502 p.
- 17. *Музафаров И.Ф., Утюжников С.В.* Применение компактных разностных схем к исследованию нестационарных течений сжимаемого газа // Матем. моделирование. 1993. Т. 5. № 3. С. 74.
- Куликов В.Н., Лапидус А.И., Тиванов Г.Г., Шамиев К.Н. О структуре ударной волны в газовзвеси // МЖГ. 1989. № 2. С. 190.

ТЕПЛОФИЗИКА ВЫСОКИХ ТЕМПЕРАТУР том 57 № 6 2019