

УДК 532.529:534.2

ОТРАЖЕНИЕ И ПРОХОЖДЕНИЕ АКУСТИЧЕСКОЙ ВОЛНЫ ЧЕРЕЗ МНОГОФРАКЦИОННЫЙ ПУЗЫРЬКОВЫЙ СЛОЙ

© 2020 г. Д. А. Губайдуллин¹, *, Р. Н. Гафиятов¹, **

¹ИММ – обособленное структурное подразделение ФИЦ КазНЦ РАН, г. Казань, Россия

*E-mail: gubaidullin@imm.knc.ru

**E-mail: gafiyatov@mail.ru

Поступила в редакцию 29.11.2018 г.

После доработки 18.04.2019 г.

Принята к публикации 16.05.2019 г.

Исследована задача об отражении акустической волны от многослойной среды, содержащей слой многофракционной пузырьковой жидкости. Для смеси “вода–пузырьковая жидкость–вода” рассчитаны коэффициенты отражения и прохождения волны. Выполнено сопоставление теории и экспериментальных данных.

DOI: 10.31857/S0040364420010081

ВВЕДЕНИЕ

Основные подходы к исследованию акустики пузырьковых жидкостей, а также наиболее существенные результаты по изучению волновых процессов в таких средах представлены в монографиях [1–3]. В [4, 5] рассмотрены проблемы и особенности изучения двухфазных потоков с твердыми частицами, каплями и пузырями. Распространение волн в сложных слоистых средах является предметом активных исследований. Особенный интерес представляет слоистая среда, содержащая пузырьковую жидкость [6, 7]. Это связано как с природными, так и с технологическими процессами.

Некоторые аспекты пузырьковых сред изучены в [8–10]. В [11] рассмотрена задача об отражении акустической волны от двухслойной среды, содержащей слой пузырьковой жидкости. В [12] приведены экспериментальные данные для трехслойной среды “вода–вода с пузырьками воздуха–вода”. Найден коэффициент прохождения через пузырьковый экран.

В настоящей работе на основе методики, изложенной в [13], и зависимости волнового числа от частоты возмущений для пузырьковой жидкости, полученной в [14], исследуется отражение и прохождение акустической волны через многослойный объект, содержащий слой многофракционной пузырьковой жидкости.

МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ

Рассматривается плоское одномерное движение многофракционной пузырьковой жидкости в акустическом поле. Дисперсная фаза состоит из $N + M$ фракций пузырьков разных газов и различных размеров. N фракций пузырьков содержат пар

и участвуют в фазовых превращениях, а M фракций пузырьков состоят из нерастворимого газа. Дисперсионная зависимость, определяющая распространение акустических возмущений в таких средах, получена в [14] и имеет следующий вид:

$$\left(\frac{K_*}{\omega}\right)^2 = \frac{1}{C_f^2} + \frac{\rho_{10}}{\rho_0} \left(\frac{(S_{1i} + S_{1j})(S_{3i} + S_{3j})}{S_{2i} + S_{2j} - i\omega} + S_{Ri} + S_{Rj} \right), \quad (1)$$

где C_f – замороженная скорость звука ($C_f = C_1/\alpha_{10}$), а также:

$$\begin{aligned} S_{1i} &= \sum_{i=1}^M H_{1i}, & S_{1j} &= \sum_{j=1}^N H_{1j}, & S_{3i} &= \sum_{i=1}^M H_{3i}, \\ S_{3j} &= \sum_{j=1}^N H_{3j}, & S_{2i} &= \sum_{i=1}^M \left(\frac{m_i}{\tau_{T1i}} + H_{2i} \right), \\ S_{2j} &= \sum_{j=1}^N \left(\frac{m_j}{\tau_{T1j}} + H_{2j} \right), \\ S_{Ri} &= \sum_{i=1}^M \left(\frac{\alpha_{20i}}{N_{Ri}} \left(1 - \frac{M_{4i}}{M_{3i}} \right) \right), \\ S_{Rj} &= \sum_{j=1}^N \left(\frac{\alpha_{20j}}{N_{Rj}} \left(1 - \frac{M_{4j}}{M_{3j}} \right) \right), \\ H_{1j} &= \frac{m_j}{\tau_{T1j}} \left(\frac{M_{1j}M_{4j}}{M_{3j}} + M_{2j} \right), \\ H_{1i} &= \frac{m_i}{\tau_{T1i}} \left(\frac{M_{1i}M_{4i}}{M_{3i}} + M_{2i} \right), \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
H_{2j} &= \frac{m_j M_{1j} b_j}{\tau_{T1j} M_{3j}}, & H_{2i} &= \frac{m_i M_{1i} b_i}{\tau_{T1i} M_{3i}}, \\
H_{3j} &= \frac{\alpha_{j0} b_j}{N_{Rj} M_{3j}}, & H_{3i} &= \frac{\alpha_{i0} b_i}{N_{Ri} M_{3i}}, \\
M_{1j} &= G_j - M_{2j} - \frac{L_{1j} N_{3j}}{L_{4j} - \delta N_{2j}}, \\
M_{2j} &= \frac{N_{2j} L_{1j}}{N_{Rj} (L_{4j} - \delta N_{2j})}, \\
M_{3j} &= \frac{N_{3j} \delta - L_{2j} N_{3j}}{L_{4j} - \delta N_{2j}} + L_{3j} + M_{4j}, \\
M_{4j} &= \frac{L_{4j} - L_{2j} N_{2j}}{N_{Rj} (L_{4j} - \delta N_{2j})}, & M_{1i} &= -(N_{3i} + M_{2i}), \\
M_{2i} &= \frac{N_{2i}}{N_{Ri}}, & M_{3i} &= 1 + N_{3i} (1 + b_i) + M_{4i}, \\
M_{4i} &= \frac{1}{N_{Ri}} (1 + N_{2i} (1 + b_i)), & N_{1j} &= \frac{i\omega\tau_{T1j}}{m_j} - 1, \\
N_{1i} &= 1, & N_{2j} &= i\omega\tau_{Tj} - 1, & N_{2i} &= i\omega\tau_{Ti} - 1, \\
N_{3j} &= k_{2j} (c_j - R_j) - 1 + G_j, & N_{3i} &= k_{2i} (c_i - R_i) - 1, \\
L_{1j} &= E_j (1 - i\omega\tau_j), \\
L_{2j} &= -\frac{l_0 k_{2j}}{(1 - k_{Vj0}) T_0} + \Delta R_j - L_{1j} (1 + b_j), \\
L_{3j} &= 1 - G_j (1 + b_j), & L_{4j} &= L_{1j} + \Delta R_j N_{2j}, \\
k_{2j} &= \frac{i\omega\tau_{Tj}}{c_j}, & k_{2i} &= \frac{i\omega\tau_{Ti}}{c_i}, & b_j &= \frac{c_1 \tau_{Tj}}{c_j \tau_{T1j}}, \\
b_i &= \frac{c_1 \tau_{Ti}}{c_i \tau_{T1i}}, & N_{Rj} &= \frac{-(i\omega)(a_{j0})^2 G_{Rj} \rho_{10}^0}{3(t_{Aj} G_{Rj} + 1) p_0}, \\
N_{Ri} &= \frac{-(i\omega)(a_{i0})^2 G_{Ri} \rho_{10}^0}{3(t_{Ai} G_{Ri} + 1) p_0}, & G_{Rj} &= \frac{1}{t_{Rj}} - i\omega, \\
G_{Ri} &= \frac{1}{t_{Ri}} - i\omega, & t_{Rj} &= \frac{(a_{j0})^2}{4v_1}, & t_{Ri} &= \frac{(a_{i0})^2}{4v_1}, \\
t_{Aj} &= \frac{a_{j0}}{C_1 (\alpha_{j0})^{1/6}}, & t_{Ai} &= \frac{a_{i0}}{C_1 (\alpha_{i0})^{1/6}}, \\
m_{j0} &= \frac{\rho_{j0}^0}{\rho_{10}^0}, & m_{i0} &= \frac{\rho_{i0}^0}{\rho_{10}^0}, & m_j &= \frac{\rho_{j0}}{\rho_{10}}, \\
m_i &= \frac{\rho_{i0}}{\rho_{10}}, & i &= 1, 2, \dots, M, & j &= 1, 2, \dots, N.
\end{aligned}$$

Здесь a – радиус пузырька; c – удельная теплоемкость; C – скорость звука; l – удельная теплота парообразования; m, m_0 – отношение средних и истинных плотностей; p – давление; R – газовая постоянная; T – температура; α – объемное содержание; v – кинематическая вязкость; ρ, ρ^0 –

средняя и истинная плотность; τ – время релаксации. Индексы: 0 – начальное состояние, 1 – несущая фаза, i – параметры пузырьков без фазовых переходов, j – с фазовыми переходами, A – акустическая добавка, R – радиальное движение.

Дисперсионная зависимость (1) комплексного волнового числа K_* от частоты колебаний ω определяет распространение акустических возмущений в многофракционных смесях жидкости с парогазовыми и газовыми пузырьками (разных начальных радиусов, начальных объемных содержаний и разных теплофизических свойств газов в пузырьках).

Для анализа взаимодействия акустического сигнала с многослойным объектом, схема которого представлена на рис. 1, используется следующая методика расчета. Согласно [13], результатом отражения и прохождения плоской монохроматической волны $\exp[i(\omega t - Kx)]$ через многослойный объект будут плоские волны $R \exp[i(\omega t + Kx)]$ и $T \exp[i(\omega t - Kx)]$, где R и T – соответственно коэффициенты отражения и прохождения волны, которые определяются через импедансы слоев Z_i и входные импедансы границ слоев Z_i^{in} . Для многослойного объекта, состоящего из n слоев, коэффициенты отражения и прохождения R и T имеют вид [13]:

$$\begin{aligned}
R &= \frac{Z_n^{in} - Z_{n+1}}{Z_n^{in} + Z_{n+1}}, & T &= \prod_{j=1}^n \left(\frac{Z_j^{in} + Z_j}{Z_j^{in} + Z_{j+1}} \exp[iK_j d_j] \right), \\
Z_j &= \rho_j \frac{\omega}{K_j}, & Z_j^{in} &= \frac{Z_{j-1}^{in} - iZ_j \operatorname{tg}(K_j d_j)}{Z_j - iZ_{j-1}^{in} \operatorname{tg}(K_j d_j)} Z_j, \\
Z_1^{in} &= Z_1, & i^2 &= -1,
\end{aligned}$$

где d_j, K_j – толщина и волновое число j -го слоя, ω – частота возмущений. Для однородного слоя волновое число определяется как $K_j = \omega/C_j$, где C_j – скорость звука в j -м слое.

РЕЗУЛЬТАТЫ РАСЧЕТОВ

Рассмотрим прохождение акустического сигнала через трехслойную среду “вода–пузырьковая жидкость–вода”. Дисперсная фаза пузырьковой жидкости содержит паровоздушные пузырьки, пузырьки углекислого газа с паром и гелиевые пузырьки. Пусть толщина пузырькового слоя $d_2 = 5$ мм; радиус пузырьков – 2 мм (паровоздушные пузырьки), 1 мм (пузырьки углекислого газа с паром), 1.5 мм (пузырьки гелия); объемная концентрация пузырьков $\alpha_{20} = 0.01$ (для паровоздушных пузырьков – $\alpha_{2N1} = 0.00334$, для пузырьков углекислого газа с водяным паром – $\alpha_{2N2} = 0.00333$, для пузырьков гелия – $\alpha_{2M1} = 0.00333$). Давление $p_0 = 0.1$ МПа, температура $T_0 = 288$ К. Расчеты вы-

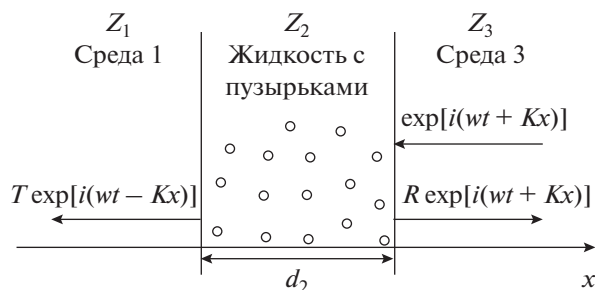


Рис. 1. Схема среды.

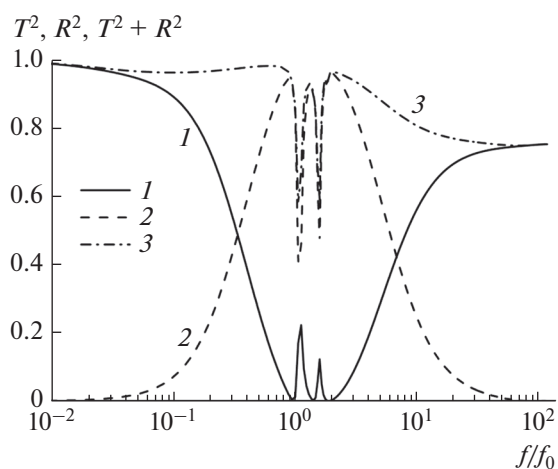


Рис. 2. Коэффициенты отражения и прохождения звука через пузырьковый экран: 1 – T^2 , 2 – R^2 , 3 – $R^2 + T^2$.

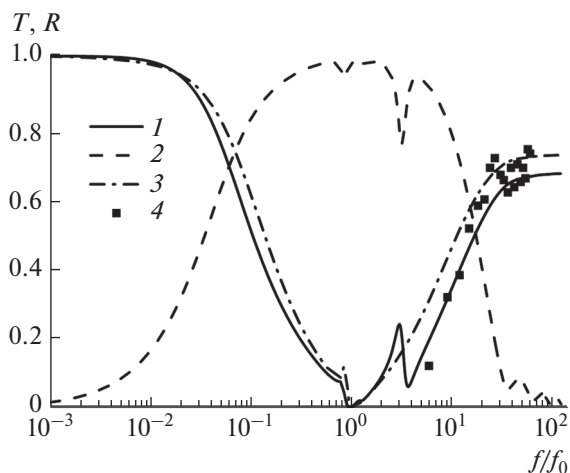


Рис. 3. Сравнение с экспериментом.

полнены с использованием дисперсионного соотношения (1). Зависимости коэффициентов отражения (кривая 2) и прохождения (кривая 1) волны через данный пузырьковый слой от безразмерной частоты возмущений представлены на рис. 2. Для обезразмеривания использовалась ре-

зонансная частота паровоздушных пузырьков радиусом 2 мм, $f_0 = 1630$ Гц. Резонансная частота пузырьков углекислого газа с водяным паром радиусом 1 мм составляет 3261 Гц, пузырьков гелия радиусом 1.5 мм – 2446 Гц. Видно, что минимум коэффициента прохождения и максимум коэффициента отражения наблюдаются в области резонансной частоты пузырьков. Это означает, что на данной частоте пузырьковый слой почти полностью отражает падающую акустическую волну. Кроме того, три фракции с разными начальными радиусами дисперсной фазы приводят к появлению на этих коэффициентах трех локальных минимумов и максимумов. Это связано с разницей в значениях резонансных частот собственных колебаний пузырьков каждой из фракций. Если сложить величины этих коэффициентов (кривая 3), то результат будет всегда меньше единицы, поскольку энергия волны частично поглощается пузырьками при колебании за счет вязкости и теплопроводности жидкости и газа в пузырьках.

На рис. 3 представлено сравнение теоретических расчетов с экспериментальными данными [12]. В эксперименте использовался бак с водой, где создавался пузырьковый слой. Фазовых переходов нет. Также считается, что все пузырьки одного радиуса. Параметры дисперсной среды: $\alpha_{20} = 0.0146$, $a_0 = 2$ мм, толщина пузырькового слоя $d_2 = 15$ мм. Приведен только коэффициент прохождения волны через пузырьковый слой. В расчетах использовалось полученное дисперсионное соотношение при значениях концентрации пара в пузырьках, равной нулю. Сначала был сделан расчет для пузырьков одного радиуса (кривая 3). Однако по результатам проведенного эксперимента было сделано предположение о том, что не все пузырьки одного радиуса. Поэтому был сделан еще один расчет, когда малая часть пузырьков заменялась на пузырьки чуть большего и чуть меньшего радиусов при неизменном общем объеме содержания пузырьков (кривые 1 и 2). Как видно из рис. 3, в этом случае расчеты лучше объясняют экспериментальные данные (4) при частотах, когда $f/f_0 \approx 10$. Значительный разброс данных эксперимента при частотах $f/f_0 \approx 100$ не позволяет точно определить размеры пузырьков составляющей смеси.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Представлена математическая модель, определяющая взаимодействие акустической волны со средой, содержащей слой многофракционной жидкости с пузырьками. Выявлено, что особые дисперсионные и диссипативные свойства слоя пузырьковой жидкости могут существенно влиять на отражение и прохождение акустических волн в многослойной среде. Проведен сравнительный анализ с имеющимися экспериментами.

Получено хорошее соответствие между теоретическим расчетом и экспериментальными данными.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Нигматулин Р.И.* Динамика многофазных сред. Ч. 1, 2. М.: Наука, 1987.
2. *Накоряков В.Е., Покусаев Б.Г., Шрейбер И.Р.* Распространение волн в газо- и парожидкостных средах. Новосибирск: ИТФ, 1983. 238 с.
3. *Temkin S.* Suspension Acoustics: An Introduction to the Physics of Suspensions. N.Y.: Cambridge University Press, 2005. 398 p.
4. *Вараксин А.Ю.* Гидрогазодинамика и теплофизика двухфазных потоков: проблемы и достижения // ТВТ. 2013. Т. 51. № 3. С. 421.
5. *Вараксин А.Ю.* Обтекание тел дисперсными газовыми потоками // ТВТ. 2018. Т. 56. № 2. С. 282.
6. *Шагапов В.Ш., Саранулова В.В.* Особенности преломления и отражения звука на границе пузырьковой жидкости // Акуст. журн. 2015. Т. 61. № 1. С. 40.
7. *Leroy V., Strybulevych A., Lanoy M., Lemoult F., Tourin A., Page J.H.* Super-absorption of Acoustic Waves with Bubble Meta-screens // Phys. Rev. B. 2015. V. 91. P. 020301.
8. *Губайдуллин Д.А., Федоров Ю.В.* Звуковые волны в двухфракционных полидисперсных пузырьковых средах // ПММ. 2013. Т. 77. № 5. С. 743.
9. *Губайдуллин Д.А., Никифоров А.А.* Взаимодействие акустического сигнала с неподвижной дискретно-слоистой средой, содержащей слой пузырьковой жидкости // ТВТ. 2017. Т. 55. № 1. С. 102.
10. *Гафиятов Р.Н., Губайдуллин Д.А., Губайдуллина Д.Д.* Акустические волны разной геометрии в многофракционных пузырьковых жидкостях // Изв. РАН. МЖГ. 2018. Т. 18. № 1. С. 121.
11. *Губайдуллин Д.А., Федоров Ю.В.* Отражение акустической волны от пузырькового слоя конечной толщины // ДАН. 2016. Т. 470. № 5. С. 525.
12. *Tien T.M.* Sound Propagation through a Bubble Screen at Finite Gas-volume Fraction. Taiwan: National Cheng Kung University, 2001. 59 p.
13. *Бреховских Л.М., Гордин О.А.* Акустика слоистых сред. М.: Наука, 1989. 416 с.
14. *Губайдуллин Д.А., Никифоров А.А., Гафиятов Р.Н.* Акустические волны в многофракционных пузырьковых жидкостях // ТВТ. 2015. Т. 53. № 2. С. 250.