

УДК 532.542.2

НЕСТАЦИОНАРНЫЙ ПОПЕРЕЧНЫЙ ВДУВ СТРУИ ГАЗА В СВЕРХЗВУКОВОЙ СОПЛОВОЙ ПОТОК

© 2020 г. К. Н. Волков¹, *, В. Н. Емельянов¹, М. С. Яковчук¹

¹Балтийский государственный технический университет,
Санкт-Петербург, Россия

*E-mail: dsci@mail.ru

Поступила в редакцию 09.02.2018 г.

После доработки 28.06.2019 г.

Принята к публикации 22.10.2019 г.

Рассматриваются газодинамические процессы, сопровождающие вдув импульсной струи газа в диффузорную часть сопла, применительно к созданию управляющих усилий в ракетных двигателях. Расход газа через сопло вдува регулируется при помощи заслонки, совершающей вращательное движение. Для дискретизации осредненных по Рейнольдсу уравнений Навье–Стокса и уравнений SST-модели турбулентности применяется метод конечных объемов и технология подвижных сеток. Исследуется влияние времени раскрытия заслонки на динамику формирования управляющего усилия, а также зависимость тяговых и энергетических характеристик сопла от расхода вдуваемого рабочего тела. Проводится сравнение результатов расчетов, полученных в рамках нестационарной и квазистационарной постановки задачи. Обсуждается формирование ударно-волновой и вихревой структуры течения. Делаются выводы о влиянии входных параметров задачи на коэффициент изменения тяги.

DOI: 10.31857/S0040364420020210

ВВЕДЕНИЕ

Для управления вектором тяги в объектах ракетно-космической техники находят применение органы управления, основанные на вдуве струи газа в сверхзвуковую часть сопла [1, 2]. Создаваемое управляющее усилие складывается из двух составляющих: тяги сопла вдува и силы, приложенной к стенкам основного сопла и возникающей вследствие перераспределения давления в области взаимодействия потоков [3].

Стремление к эффективному управлению процессами, сопровождающими работу инжекционных органов управления, выдвигает задачу разработки средств математического моделирования. Приоритетной задачей является определение динамических характеристик органов управления, в частности временных задержек отклика управляющей системы и динамики формирования управляющего усилия во времени [4]. Решение данной задачи представляется возможным в рамках нестационарного вычислительного эксперимента, учитывающего открытие клапана узла регулирования, заполнение полости газохода, формирование струйного истечения с нестационарной ударно-волновой структурой, выход на рабочий режим.

Стационарные сверхзвуковые течения в соплах ракетных двигателей и инжекционные орга-

ны управления со вдувом стационарных струй газа в сверхзвуковой поток достаточно подробно исследованы в литературе [5–13]. Вопросы, связанные с оптимизацией инжекционных органов управления, обсуждаются в работах [14–18].

В меньшей степени исследованы нестационарные течения, возникающие на начальной стадии процесса, когда истекающий газ попадает в стационарный сверхзвуковой поток. Имеющиеся данные свидетельствуют о возможности интенсификации смещения поперечной импульсной струи со сверхзвуковым потоком по сравнению со стационарным случаем [19, 20]. Поперечные пульсирующие струи характеризуются большей глубиной проникновения в основной поток, чем стационарные струи [21–23]. Вихревая структура течения, возникающего при взаимодействии поперечной струи со сверхзвуковым потоком, изучается в работах [24–27] как экспериментальными средствами, так и при помощи численного моделирования. Данные физического эксперимента по вдуву звуковой струи с поверхности плоской пластины в сверхзвуковой поток обсуждаются в работе [28]. В работах [29, 30] на основе обобщения экспериментальных и расчетных данных предлагается классификация различных режимов взаимодействия пульсирующей струи с основным потоком.

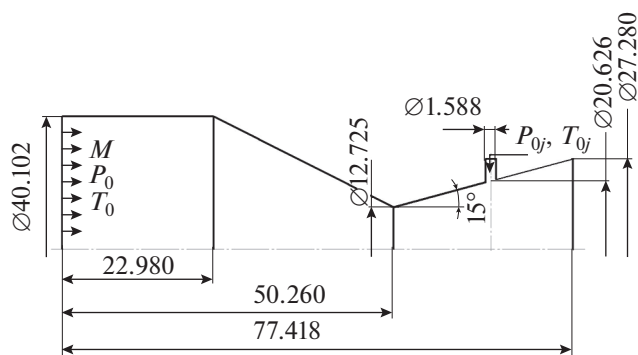


Рис. 1. Геометрия сопла: длины – в мм.

Нестационарные течения в соплах и струях представляют собой сложные явления, уровень понимания которых отстает от потребностей современной техники, что препятствует дальнейшему развитию прикладных работ. Важными элементами таких течений являются крупномасштабные вихревые образования, которые определяют способность импульсных струй распространяться на большие расстояния и значительно увеличивают время установления стационарных распределений параметров. Это приводит к заметному уширению струй и к перестройке пространственных распределений параметров потока по сравнению со стационарными течениями [31].

В данной работе рассматриваются процессы, имеющие место при взаимодействии импульсной струи, вдуваемой в сверхзвуковую часть сопла, с основным потоком. Решение нестационарной задачи сравнивается с решением стационарной задачи, когда заслонка не препятствует прохождению газа через сопло вдува. Приводятся данные о зависимости управляющего усилия от времени, и обсуждается влияние учета газомеханических процессов на структуру потока.

ГЕОМЕТРИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ

Геометрия сопла показана на рис. 1 и соответствует работе [32], в которой приводятся данные физического эксперимента. Задача является симметричной относительно плоскости, проходящей через отверстие вдува, поэтому расчетная область содержит половину проточной части соплового тракта. Вдув струи в сверхзвуковую часть сопла производится по нормали к оси сопла через круглое отверстие диаметром $d_j = 1.588$ мм. Конфузорный и диффузорный участки сопла имеют коническую форму с углами наклона образующей конуса с оси сопла 12.725 и 15 град. Поскольку наибольший интерес представляет сверхзвуковая область течения, в которой реализуется попереч-

ный вдув струи, то области, соответствующие дозвуковой части сопла и предшествующему участку газодинамического тракта, исключаются из рассмотрения. Рассогласование чисел Маха, рассчитанных в рамках полного и упрощенного подходов, не превышает 1% [13], что подтверждает возможность использования декомпозиции расчетной области.

Элементы газодинамического тракта и клапана регулирования расхода вдуваемого газа показаны на рис. 2. При этом рассматривается простой закон вращательного движения поворотной заслонки с постоянной угловой скоростью (рис. 3). Вращение заслонки происходит против часовой стрелки. Угол поворота заслонки клапана регулирования изменяется от 0 до 78 град. В начальный момент времени, соответствующий углу поворота $\varphi = 0^\circ$, заслонка перекрывает газоход, препятствуя втеканию газа в полость сопла вдува. С началом движения поворотной заслонки и с постепенным раскрытием клапана начинается развитие газодинамических процессов: заполнение полости сопла вдува, струйное истечение в сверхзвуковую часть сопла, формирование поперечной струи, ее нестационарное взаимодействие со сверхзвуковым потоком в основном сопле. В момент времени, соответствующий углу $\varphi = 78^\circ$, когда заслонка полностью раскрывает клапан, ее движение останавливается, а массовый расход вдуваемого газа достигает своего максимального значения. Угловая скорость поворота заслонки представляет собой параметр расчета.

РАСЧЕТНАЯ СЕТКА

Для построения блочно-структурированной сетки применяется разбиение физического объема на ряд непересекающихся блоков, в каждом из которых разрешение сетки подбирается исходя из газодинамических особенностей течения. Расчеты проводятся на сетке, содержащей около одного миллиона ячеек. Производится сгущение координатных линий сетки около критического сечения сопла и около отверстия вдува. Узлы сетки сгущаются также около стенок сопла для надлежащего разрешения пограничного слоя.

Вычислительная сетка, соответствующая области течения в газоходе с поворотной заслонкой вращается в процессе счета. Расчеты проводятся с использованием технологии подвижных сеток, реализованной в пакете Ansys Fluent и позволяющей моделировать движение заслонки системы регулирования расходом. Подвижные и неподвижные сеточные области в среде пакета Ansys Fluent соединяются границами типа interface (стыковка некогерентных сеток).

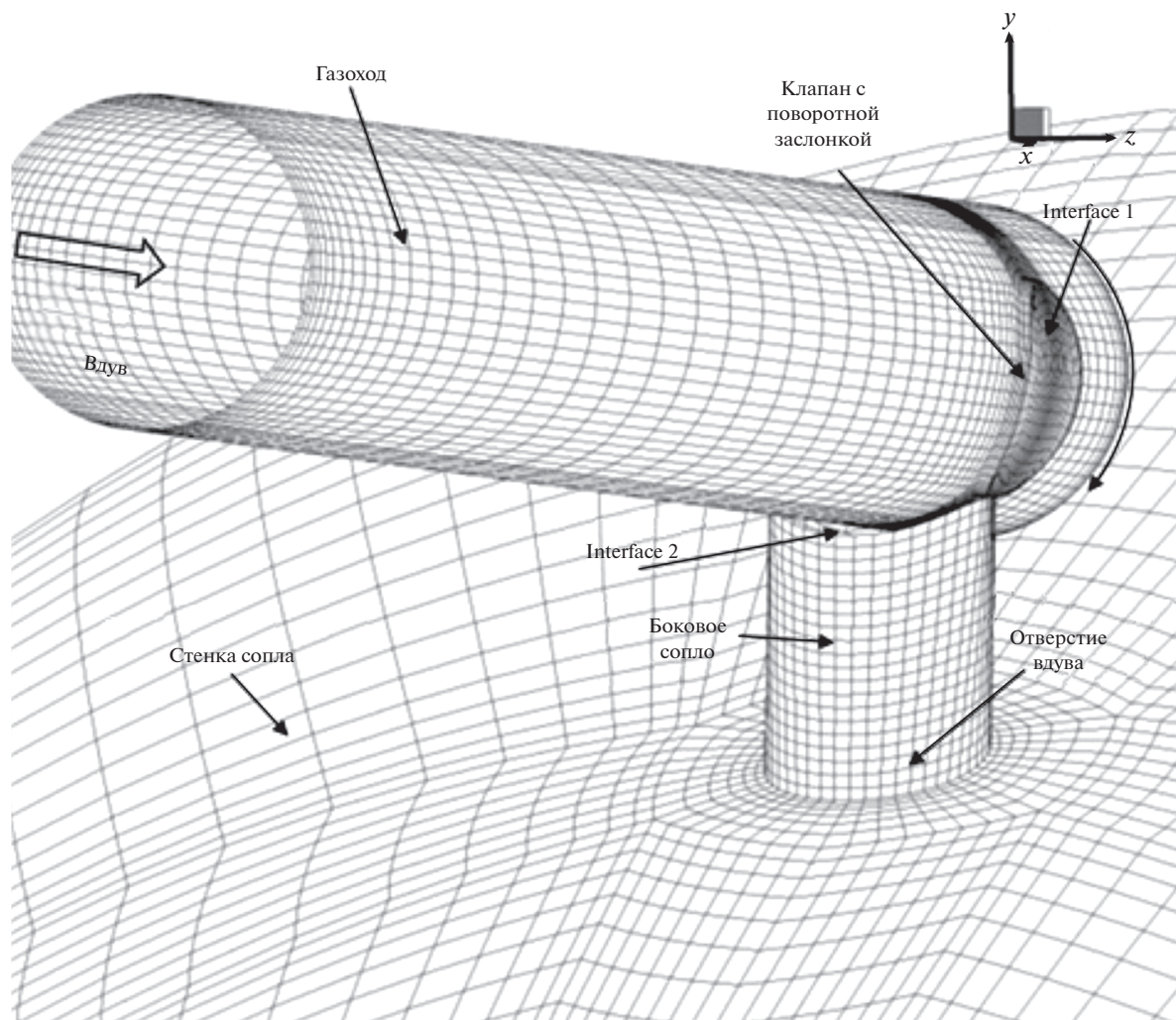


Рис. 2. Фрагмент расчетной области, соответствующей клапану и соплу вдува.

Движение заслонки задается с помощью пользовательского программирования. В рабочей директории создается файл, содержащий закон движения заслонки и представляющий собой подпрограмму на языке С. Программный код компилируется либо через интерфейс пакета Fluent, либо стандартными средствами компилятора языка С. После этого скомпилированный код до-

бавляется к библиотеке пользовательского программирования. В процессе расчета с заданным шагом по времени производится сохранение файлов сетки и характеристик потока. Полученная картина развития процесса во времени допускает как самостоятельную обработку с использованием средств пользовательского программирования, так и обработку в специализированных пакетах.

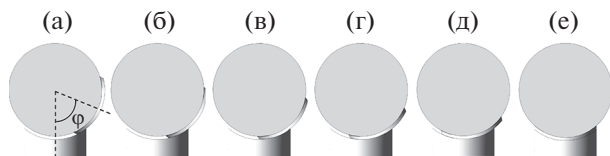


Рис. 3. Клапан регулирования расхода вдува при различных положениях поворотной заслонки: $\phi = 65^\circ$ (а); 52° (б); 39° (в); 26° (г); 13° (д); 0° (е).

ГРАНИЧНЫЕ УСЛОВИЯ

На входной границе газохода задается полное давление и полная температура. Рассматривается вдув горячего газа с параметрами продуктов сгорания в камеру двигателя, моделирующего перепуск из камеры сгорания.

Во входном сечении расчетной области задается массовый расход рабочего тела ($m = 0.32 \text{ кг/с}$),

полная температура ($T_0 = 1200 \text{ K}$), а также радиальные профили скорости и характеристик турбулентности, полученные из осесимметричного расчета течения продуктов горения в канале заряда [13]. Число Рейнольдса в канале заряда $Re = 1.87 \times 10^7$.

В выходном сечении сопла задается статическое давление. В случае сверхзвукового течения оно определяется экстраполяцией решения из внутренних узлов, а в случае дозвукового течения используется атмосферное давление ($p_\infty = 10^5 \text{ Па}$).

Во входном сечении сопла вдува задаются полное давление p_{0j} (этот параметр варьируется, позволяя получать струи с различной степенью нерасчетности), полная температура ($T_{0j} = 298 \text{ K}$) и характеристики турбулентности. Степень турбулентности составляет 0.1%, а гидравлический диаметр – 1.6 мм.

Для скорости на поверхности сопла используются граничные условия непротекания и прилипания для нормальной и тангенциальной скорости. Стенки сопла считаются теплоизолированными. Характеристики турбулентности на стенке находятся при помощи метода пристеночных функций.

ВЫЧИСЛИТЕЛЬНАЯ ПРОЦЕДУРА

Расчеты проводятся в пакете Ansys Fluent на основе осредненных по Рейнольдсу уравнений Навье–Стокса, которые замыкаются при помощи SST-модели турбулентности. В качестве рабочей среды используется воздух. Теплофизические свойства – справочные с учетом их зависимости от температуры.

Дискретизация основных уравнений осуществляется при помощи метода конечных объемов и метода поправки давления SIMPLE. Для дискретизации конвективных и диффузионных потоков используются противопоточные и центрированные разностные схемы второго порядка точности с расщеплением вектора потока по методу Рунге, а для дискретизации по времени – неявная схема второго порядка точности. Система разностных уравнений решается методом LU–SGS. Число Куранта варьируется в интервале от 2 до 7.

При фиксированных входных параметрах решение задачи осуществляется за два шага.

На шаге 1 задача решается в стационарной постановке. Считается, что регулирующий клапан находится в закрытом положении и не препятствует прохождению потока через сопло вдува. Заслонка повернута на угол $\varphi = 78^\circ$ от вертикальной плоскости, препятствуя вдуву газа в закрити-

ческую часть сопла. Боковое усилие при этом не реализуется. Полученные результаты численного моделирования сравниваются с данными физического эксперимента [32]. Для контроля сходимости итерационного процесса проверяется уровень невязки искомым функций и выполнение интегрального уравнения неразрывности. Расчет продолжается до тех пор, пока не сформируется установившееся течение, наступление которого контролируется с помощью изменения во времени управляющего усилия. Расчеты прекращаются, когда уровень невязки всех искомым функций уменьшается на три порядка, а рассогласование массовых расходов на входных и выходных границах расчетной области становится меньше, чем 10^{-3} кг/с .

На шаге 2 проводится решение задачи в нестационарной постановке с моделированием раскрытия заслонки клапана. В качестве начальных условий используется решение стационарной задачи, полученное на шаге 1. Решение ищется на интервале времени, равном полному периоду движения регулирующей заслонки, когда угол поворота заслонки изменяется от 0 до 78 град.

РЕЗУЛЬТАТЫ РАСЧЕТОВ

Линии уровня числа Маха показаны на рис. 4. Вдуваемая струя служит препятствием для сплошного потока, поток тормозится, и возникает положительный градиент давления. Линии тока основного потока разворачиваются, проходя через скачок уплотнения над отверстием вдува, а вдуваемая струя искривляется под воздействием основного потока.

Сравнение распределений давления на стенке сопла в плоскости симметрии представлено на рис. 5. Линия 1 соответствует модели турбулентного течения, линия 2 – модели невязкого газа, а точки – данным работы [32]. При этом имеется существенное различие в распределениях давления, рассчитанных при помощи модели невязкого газа, модели турбулентного течения, и экспериментальными данными. Модель турбулентного течения и данные измерений дают схожие распределения давления как в области, расположенной вниз по течению от отверстия вдува, так и в области перед вдуваемой струей. В то же время модель невязкого течения приводит к существенным погрешностям в распределении давления в передней отрывной зоне, достаточно хорошо согласуясь с данными измерений вниз по потоку от отверстия вдува.

Ударно-волновая структура потока, реализующаяся при вдуве стационарной струи в сверхзвуковой поток в сопле, показана на рис. 6 в раз-

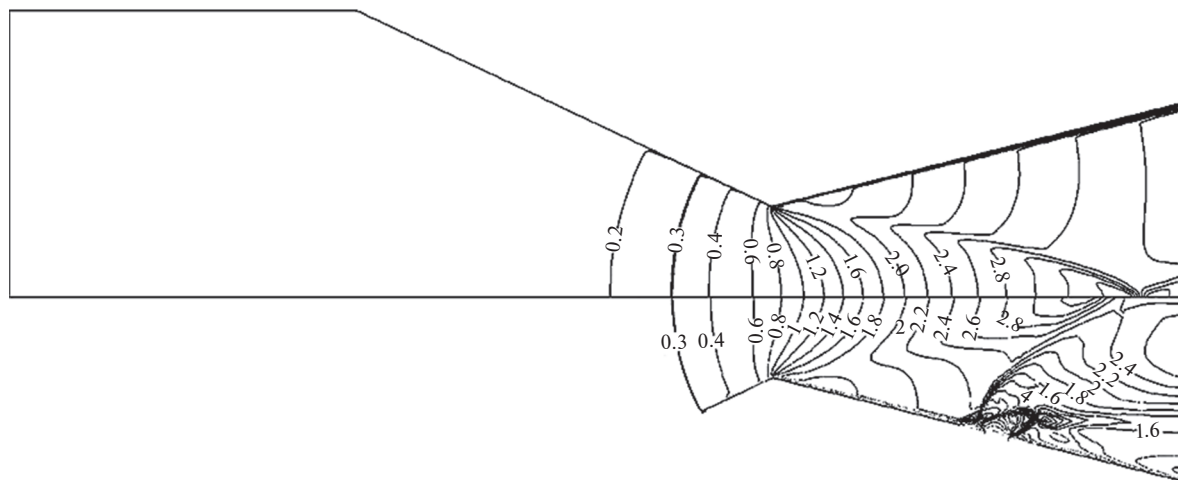


Рис. 4. Линии уровня числа Маха в сопле при отсутствии вдува (сверху) и при вдуве струи в поток (снизу).

личных сечениях расчетной области. Перед инжектируемым потоком образуется скачок уплотнения, за которым течение тормозится до дозвукового. Для области за соплом вдува характерно образование области разрежения, которая вблизи меридиональной плоскости формируется инжектируемой струей, а на остальном участке – основным потоком, обтекающим газообразное препятствие. При вдуве струи формируется сверхзвуковая область течения, ограниченная висящими скачками и диском Маха. Граница образовавшейся сверхзвуковой зоны замыкается, формируя диск Маха, за которым течение замедляется и становится дозвуковым.

В пристеночной зоне перед струей имеются два вихря, образующиеся в результате первичного и вторичного отрыва потока от стенки. Направления движения газа в вихревых структурах являются противоположными вследствие того, что часть потока воздуха вблизи стенки, проходя участки скачков уплотнения, поворачивает вниз по направлению к пластине и проникает в зону отрывного течения, а затем растекается в противоположных направлениях. Формирование трехмерных вихревых структур поясняется на рис. 7. Отрыв пограничного слоя и формирование рециркуляционной зоны перед отверстием вдува приводят к образованию подковообразного вихря, который огибает инжектируемую струю с обеих сторон [11]. Интенсивность возникающих ударно-волновых структур и вихревых образований определяется отношением давлений во вдуваемой струе и в основном потоке, числом Маха основного потока, формой отверстия вдува и местоположением вдуваемой струи, а также рядом других параметров. Изменение диаметра вихревых трубок показывает, что вниз по течению сна-

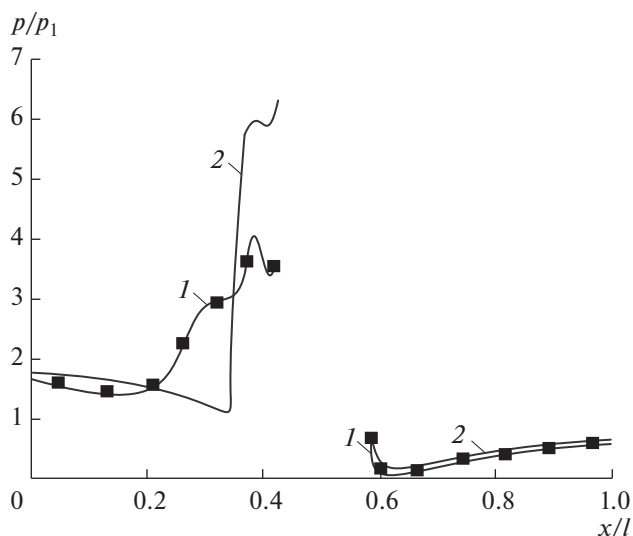


Рис. 5. Распределения давления на стенке сопла в плоскости симметрии.

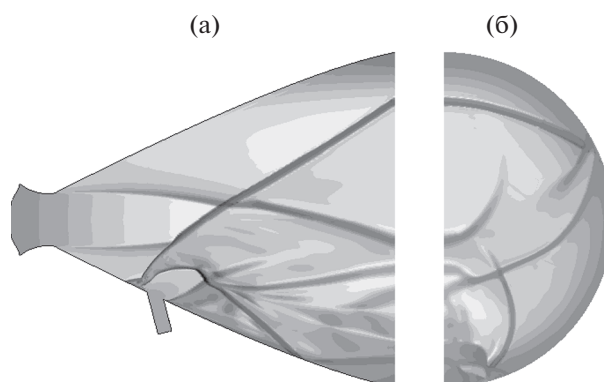


Рис. 6. Ударно-волновая структура потока в срединной плоскости (а) и в выходном сечении сопла (б).

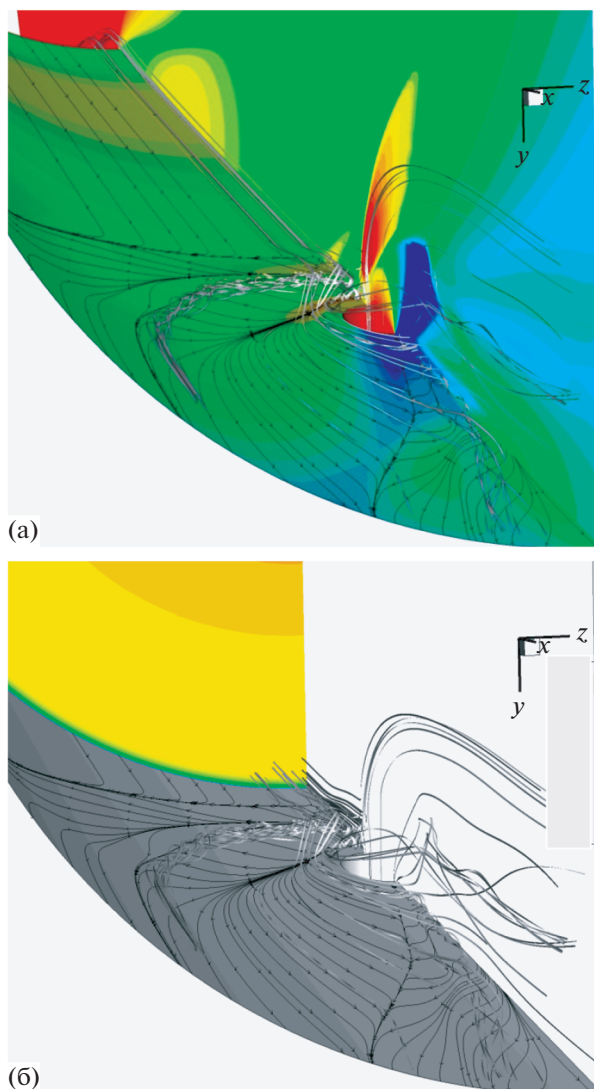


Рис. 7. Линии уровня давления на стенке сопла и плоскости симметрии (а) и линии растекания газа по поверхности сопла (б).

чала происходит усиление продольной завихренности в виде парных продольных вихревых структур, а затем ослабление и полное затухание.

Расчет характеристик инжекционных органов управления сводится к определению величины управляющей силы, возникающей при инжекции газа, и к расчету расхода вдуваемого газа, необходимого для обеспечения заданного уровня управляющей силы. Результирующая сила является суммой сил, обусловленных увеличением давления в зоне отрыва и увеличением давления на стенках сопла в области между зоной отрыва и скачком уплотнения, а также силы, которая определяется количеством движения инжектируемого рабочего тела.

В области отрыва перед отверстием имеет место резкое повышение давления, а за отверстием — понижение давления. Боковое усилие при инжектировании вторичного рабочего тела образуется в результате реакции вдуваемой струи и неуравновешенного избыточного поля давления в зоне возмущения. Управляющее усилие представляет собой сумму тяги сопла вдува и силы, приложенной к стенкам основного сопла. Тяга сопла вдува вычисляется при помощи соотношения

$$P_1 = \int_{F_j} (\rho v_y^2 + p) dF.$$

Сила, приложенная к стенкам основного сопла и возникающая вследствие перераспределения

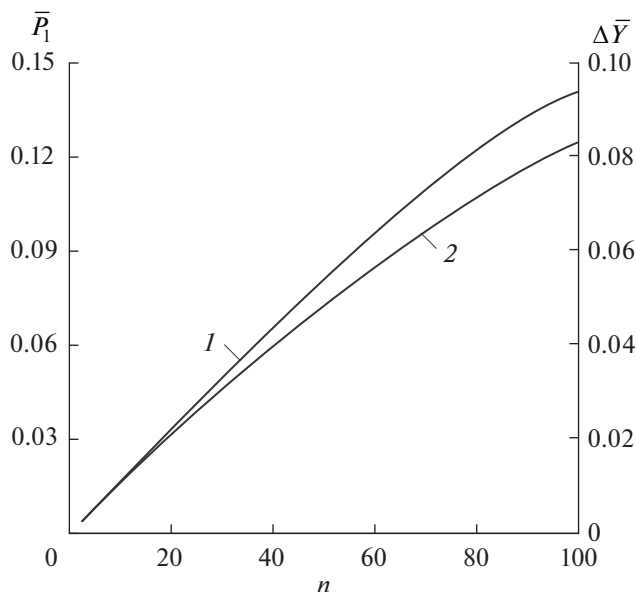


Рис. 8. Влияние степени нерасчетности вдуваемой струи на боковую управляющую силу (1) и ее составляющую, вызванную перераспределением давления на стенке сопла (2), отнесенные к тяге двигательной установки.

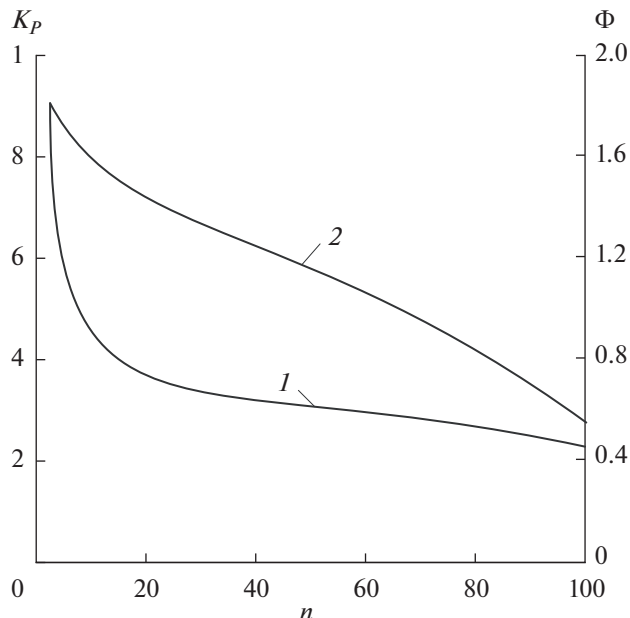


Рис. 9. Влияние степени нерасчетности вдуваемой струи на коэффициент усиления (1) и приведенный единичный импульс (2).

давления в области взаимодействия потоков, вычисляется при помощи интегрирования статического давления по внутренней поверхности стенок сопла

$$P_2 = \int_{F_w} p n_y dF.$$

В приведенных соотношениях под ρ , p и v_y понимаются плотность, давление и нормальная компонента скорости. Площадь и проекция нормали на ось y обозначаются через F и n_y . Индексы j и w относятся к поверхности сопла вдува и поверхности основного сопла.

Эффективность работы инжекционных органов управления определяется рядом безразмерных параметров. Коэффициент усиления тяги рассчитывается по формуле $K_p = P_1/P_2$, где $P_1 = \Delta Y + P_2 \cos \alpha$ – боковое управляющее усилие, P_2 – сила тяги, реализуемая при вдуве, ΔY – составляющая, вызванная перераспределением давления на стенке, α – угол между осью отверстия инъекции и нормалью к оси симметрии сопла.

Приведенный единичный импульс $\Phi = K_p J_{1j}/J_1$, где $J_{1j} = P_2/m_j$ – удельный импульс инжектируемого рабочего тела, m_j – его массовый расход, J_1 – удельный импульс сопла. Удельный импульс двигательной установки $J_1 = P/m_s$,

где P – ее тяга, m_s – суммарный массовый расход. Относительное управляющее усилие $\bar{P} = P_1/P$, относительный массовый расход $\bar{m}_j = m_j/m$, где m – массовый расход основного рабочего тела.

Зависимости характеристик инжекционных органов управления от степени нерасчетности вдуваемой струи показывает рис. 8 и 9. В данном случае под степенью нерасчетности n понимается отношение полного давления в инжектируемой струе p_{0j} к давлению в сопле перед областью отрыва p_1 . Статическое давление в инжектируемой струе изменяется в интервале 1–72 МПа. При увеличении степени нерасчетности боковая управляющая сила возрастает по зависимости, близкой к линейной.

Расход вдуваемого газа (интенсивность вдува) оказывает существенное влияние на реактивную составляющую управляющего усилия, а также на глубину проникновения струи в поток и размеры возмущенной зоны. Влияние массового расхода вдуваемого газа на управляющее усилие показывает рис. 10. Сплошная линия соответствует расчету на основе модели SST, штриховая – модели невязкого сжимаемого газа. Символы соответствуют данным физического эксперимента [32]. Рассогласование расчетов и эксперимента составляет несколько процентов. В то же время имеется существенное влияние вязких эффектов на интенсивность силового взаимодействия по-

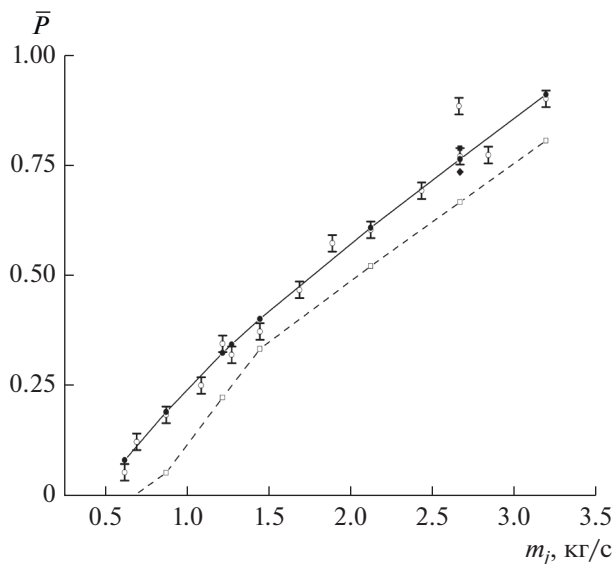


Рис. 10. Влияние массового расхода вдвухаемого газа на управляющее усилие.

тока со стенками. Расчеты по модели вязкого течения дают лишь качественное согласование с данными физического эксперимента [32]. Максимальное различие результатов расчетов, полученных в рамках модели турбулентного течения и модели вязкого сжимаемого газа, достигает 12%.

Эффективность работы газоструйных органов управления характеризуется коэффициентом усиления, показывающим, во сколько раз управляющее усилие при вдуве превосходит тягу при отсутствии вдува, и приведенным импульсом, представляющим собой отношение импульса при вдуве к импульсу при отсутствии вдува.

Изменение управляющего усилия в зависимости от скорости раскрытия клапана показывает рис. 11. Управляющее усилие представлено в виде суммарной боковой силы (линия 1) и двух ее составляющих: тяги бокового сопла вдува (линия 2) и силы, приложенной к стенке основного сопла за счет перераспределения давления в области взаимодействия сверхзвукового потока с поперечной струей (линия 3). Боковое усилие вычисляется интегрированием давления по поверхности стенок бокового сопла, газохода и стенок основного сопла. Результаты расчетов нормируются на максимальное значение тяги, реализуемое при стационарном режиме работы органов управления при полностью раскрытом клапане.

Символы на рис. 11 показывают значения управляющего усилия, отвечающие результатам моделирования стационарных режимов работы органов управления при различных степенях раскрытия клапана. Положения символов соответ-

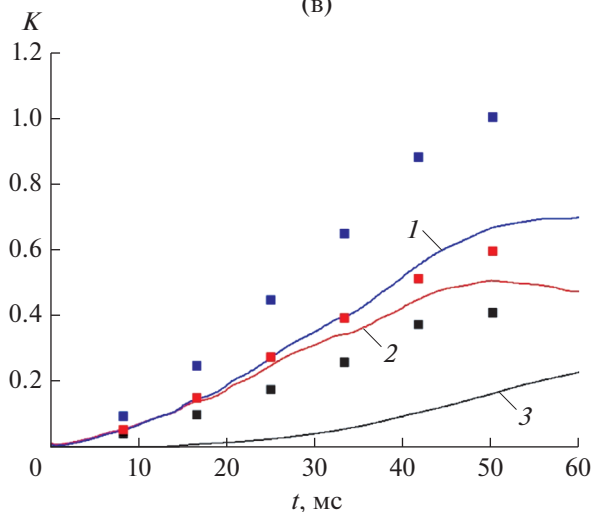
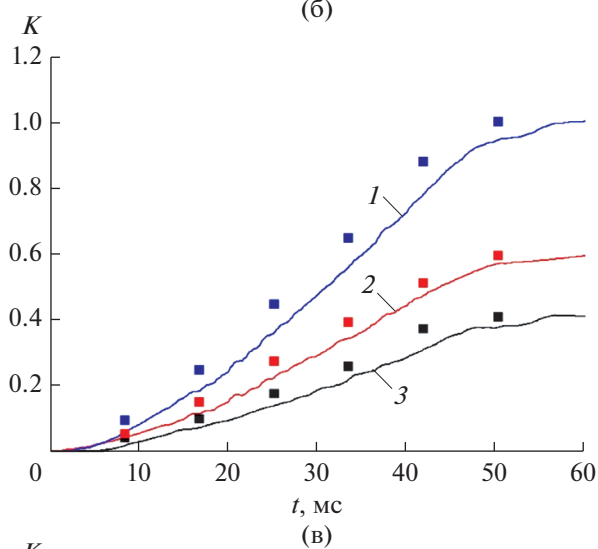
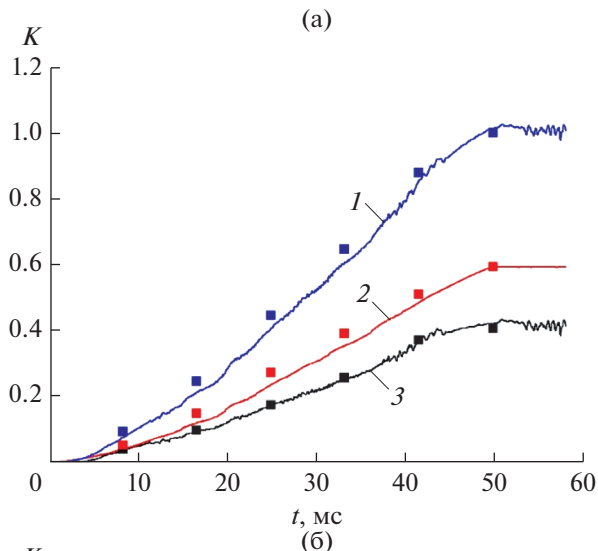


Рис. 11. Влияние времени раскрытия клапана на динамику формирования управляющего усилия при $t_j = 50$ (а), 5 (б), 0,5 мс (в).

ствуют моментам времени, когда заслонка в ходе нестационарного расчета поворачивается на угол φ . В рамках квазистационарной постановки задачи для упрощения считается, что время отработки команды на изменение угла поворота заслонки намного меньше времени изменения параметров течения в сопле.

При сравнительно больших временах раскрытия заслонки ($t_j = 50$ мс) практически отсутствуют задержки создания управляющего усилия на раскрытие клапана. Нестационарный расчет в этом случае допускает замену серией расчетов в стационарной постановке, отвечающих различным степеням раскрытия клапана регулирования расходом. С увеличением скорости раскрытия клапана ($t_j = 5$ мс) проявляется инерция системы управления вектором тяги. В этом случае управляющее усилие создается с запаздыванием, а задержки на отклик системы управления становятся существенными, поэтому задача допускает корректное решение только в нестационарной постановке. В случае практически мгновенного раскрытия поворотной заслонки ($t_j = 0.5$ мс) имеет место усиление влияния времени раскрытия клапана на динамику формирования управляющего усилия.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Разработан подход к моделированию нестационарных газодинамических процессов, сопровождающих работу органов управления вектором тяги, основанных на импульсном струйном вдуве в сверхзвуковую часть сопла. Подход реализован в среде современных вычислительных пакетов газовой динамики с использованием технологии подвижных сеток, позволяющей учесть движение клапана системы регулирования расходом.

Результаты численного моделирования позволяют определить динамические характеристики системы управления, такие как динамика формирования управляющего усилия во времени, а также временные задержки на отклик управляющей системы в зависимости от скорости раскрытия клапана. Сравнение результатов расчетов на основе квазистационарного и нестационарного подходов показывает существенное влияние нестационарности течения на интенсивность силового взаимодействия инжектируемого потока со стенками сопла. В частности, различие решений в рамках этих подходов, заключается в коэффициенте усиления тяги сопла. Квазистационарный подход приводит к занижению от 5 до 30% коэффициента усиления тяги в зависимости от скорости движения заслонки.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Шишков А.А., Панин С.Д., Румянцев Б.В. Рабочие процессы в РДТТ. М.: Машиностроение, 1989. 240 с.
2. Органы управления вектором тяги твердотопливных ракет / Под ред. Кузнецова Н.П. М.—Ижевск: НИЦ “Регулярная и хаотическая динамика”, 2006. 552 с.
3. Калугин В.Т. Аэрогазодинамика органов управления полетом летательных аппаратов. М.: Изд-во МГТУ, 2004. 688 с.
4. Ягодников Д.А., Рудинский А.В. Диагностика ракетных и реактивных двигателей по характеристикам собственного электромагнитного поля продуктов сгорания // ТВТ. 2017. Т. 55. № 5. С. 828.
5. Газодинамические и теплофизические процессы в ракетных двигателях твердого топлива / Под ред. Коротева А.С. М.: Машиностроение, 2004. 512 с.
6. Савельев С.К., Емельянов В.Н., Бендерский Б.Я. Экспериментальные методы исследования газодинамики РДТТ. СПб.: Недра, 2007. 268 с.
7. Волков К.Н., Емельянов В.Н., Яковчук М.С. Численное моделирование взаимодействия поперечной струи со сверхзвуковым потоком при помощи различных моделей турбулентности // ПМТФ. 2015. Т. 56. № 5. С. 64.
8. Forghany F., Taeibe-Rahni M., Asadollahi-Ghohieh A. Numerical Investigation of Optimization of Injection Angle Effects on Fluidic Thrust Vectoring // J. Appl. Fluid Mech. 2017. V. 10. № 1. P. 157.
9. Li L.-Q., Huang W., Yan L. Mixing Augmentation Induced by a Vortex Generator Located Upstream of the Transverse Gaseous Jet in Supersonic Flows // Aerospace Sci. Technol. 2017. V. 68. P. 77.
10. Гапонов С.А., Терехова Н.М. Теплообмен в сверхзвуковом пограничном слое как способ управления режимами обтекания // ТВТ. 2017. Т. 55. № 6. С. 733.
11. Волков К.Н., Емельянов В.Н., Яковчук М.С. Моделирование поперечного вдува импульсной струи с поверхности плоской пластины в сверхзвуковой поток // ПМТФ. 2017. Т. 58. № 6. С. 114.
12. Noaman H.R., Tang H.B., Khalil E. Numerical Simulation on the Influence of Injection Location, Injection Angle, and Divergence Half Angle on SITVC Nozzle Flow Field // Int. J. Aerospace Eng. 2019. 7392497 (16 p.).
13. Волков К.Н., Емельянов В.Н., Яковчук М.С. Структура течения и изменение тяги при вдуве струи газа в сверхзвуковую часть сопла // ЖТФ. 2019. Т. 89. № 3. С. 353.
14. Domel N.D., Baruzzini D., Miller D.N. Pulsed Injection Flow Control for Throttling in Supersonic Nozzles — a Computational Fluid Dynamics Based Performance Correlation // AIAA Paper 2007-4214. 2007.
15. Zmijanovic V., Lago V., Sellam M., Chpoun A. Thrust Shock Vector Control of an Axisymmetric Conical Supersonic Nozzle Via Secondary Transverse Gas Injection // Shock Waves. 2014. V. 24. 1. P. 97.
16. Zmijanovic V., Leger L., Depussay E. Experimental-Numerical Parametric Investigation of a Rocket Nozzle Secondary Injection Thrust Vectoring // J. Propuls. Power. 2016. V. 32. № 1. P. 196.

17. *Wu K., Kim H.D.* Numerical Study on the Shock Vector Control in a Rectangular Supersonic Nozzle // Proc. Inst. Mech. Engineers. Part G: J. Aerospace Eng. 2019. P. 1–23.
18. *Волков К.Н., Емельянов В.Н., Яковчук М.С.* Многопараметрическая оптимизация органов управления вектором тяги, основанных на вдуве струи газа в сверхзвуковую часть сопла // Вычислительные методы и программирование. 2018. Т. 19. С. 158.
19. *Bogdanoff D.W.* Advanced Injection and Mixing Techniques for Scramjet Combustors // J. Propuls. Power. 1994. V. 10. № 2. P. 183.
20. *Cutler A.D., Harding G.C., Diskin G.S.* High Frequency Pulsed Injection into a Supersonic Duct Flow // AIAA J. 2013. V. 51. № 4. P. 809.
21. *Randolph H., Chew L., Johari H.* Pulsed Jets in Supersonic Crossflow // J. Propuls. Power. 1994. V. 10. № 5. P. 746.
22. *Seiner J.M., Dash S.M., Kenzakowski D.C.* Historical Survey on Enhanced Mixing in Scramjet Engines // J. Propuls. Power. 2001. V. 17. № 6. P. 1273.
23. *Kouchi T., Sasaya K., Watanabe J., Sibayama H., Masuya G.* Penetration Characteristics of Pulsed Injection into Supersonic Crossflow // AIAA Paper 2010-6645. 2010.
24. *Cortelezzi L., Karagozian A.R.* On the Formation of the Counter-Rotating Vortex Pair in Transverse Jets // J. Fluid Mech. 2001. V. 446. P. 347.
25. *M'Closkey R.T., King J.M., Cortelezzi L., Karagozian A.R.* The Actively Controlled Jet in Crossflow // J. Fluid Mech. 2002. V. 452. P. 325.
26. *Coussement A., Gicquel O., Schuller T., Degrez G.* Large Eddy Simulation of Pulsed Jet in Crossflow // AIAA Paper 2010-561. 2010.
27. *Genin F., Menon S.* Dynamics of Sonic Jet Injection into Supersonic Cross Flow // J. Turbulence. 2010. V. 11. № 4. P. 1.
28. *Erdem E., Kontis K., Saravanan S.* Penetration Characteristics of Air, Carbon Dioxide and Helium Transverse Sonic Jets in Mach 5 Cross Flow // Sensors. 2014. V. 14. P. 23462.
29. *Johari H.* Scaling of Fully Pulsed Jets in Crossflow // AIAA J. 2006. V. 44. № 11. P. 2719.
30. *Hsu C.M., Huang R.F.* Comparisons of Flow and Mixing Characteristics between Unforced and Excited Elevated Transverse Jets // J. Mechanics. 2014. V. 30. P. 87.
31. *Голуб В.В., Баженова Т.В.* Импульсные сверхзвуковые струйные течения. М.: Наука, 2008. 280 с.
32. *Walker R.E., Stone A.R., Shandor M.* Secondary Gas Injection in a Conical Rocket Nozzle // AIAA J. 1963. V. 1. № 2. P. 334.