

УДК 536.21

## МОДЕЛИРОВАНИЕ ТЕПЛОМАССОПЕРЕНОСА В ТЕПЛОЗАЩИТНЫХ КОМПОЗИЦИОННЫХ МАТЕРИАЛАХ НА ОСНОВЕ УНИВЕРСАЛЬНОГО ЗАКОНА РАЗЛОЖЕНИЯ СВЯЗУЮЩИХ

© 2020 г. В. Ф. Формалев\*

Московский авиационный институт  
(национальный исследовательский университет), Москва, Россия

\*E-mail: formalev38@yandex.ru

Поступила в редакцию 04.12.2019 г.

После доработки 16.12.2019 г.

Принята к публикации 10.03.2020 г.

В работе на основе идентифицированного закона разложения связующих большинства теплозащитных композиционных материалов построена физико-математическая модель тепломассопереноса в условиях фазовых превращений при высокотемпературном аэродинамическом нагреве скоростных летательных аппаратов. Математическая модель включает в себя описание возникновения и продвижения зоны разложения связующих (пиролиза), ограниченной двумя подвижными границами фазовых превращений, теплопереноса и фильтрации пиролизных газов в пористом коксовом остатке, их вдува в газодинамический пограничный слой, а также распределения температуры и плотности композиционного материала в зоне пиролиза. Математическая модель и метод аналитического решения нелинейной задачи тепломассопереноса позволяют свести задачу типа Стефана к решению трансцендентного уравнения относительно массовой скорости движения зоны пиролиза. Получены результаты по температурным полям с учетом фильтрации в пористом остатке и распределения давления пиролизных газов, а также температурные поля в зоне пиролиза и не затронутом разложением связующего материала, а также распределение плотности пиролизных газов в зоне пиролиза.

DOI: 10.31857/S0040364420030059

### ВВЕДЕНИЕ

Теплозащитные композиционные материалы (КМ) в условиях аэродинамического нагрева сверх- и гиперзвуковых летательных аппаратов (ЛА) подвергаются фазовым превращениям, а именно разложению связующих (пиролизу) КМ с образованием газовой компоненты и пористого остатка, через который пиролизные газы фильтруются и вдуваются в высокотемпературный пограничный слой, уносу массы с наружной границы ЛА под действием высоких температур и касательных напряжений в пограничном слое, а также различным гетерогенным и гомогенным химическим реакциям внутри КМ. При проектировании тепловой защиты, изготовляемой из теплозащитных КМ, необходимо прежде всего определять массовую скорость разложения связующих КМ с учетом эндотермического эффекта, массовую и линейную скорости движения зоны пиролиза, массовую и линейную скорости фильтрации газов через пористый остаток с учетом конвективного охлаждения, а также тепловой эффект вдува в температурный пограничный слой. Все эти процессы происходят под действием вы-

соких температур и тепловых потоков от пограничного слоя к телу параллельно с тепломассопереносом внутри КМ.

Для каждого теплозащитного КМ до настоящего времени разрабатывается своя физико-математическая модель разложения связующих с учетом их химического состава, возможных химических реакций как между химическими элементами пиролизного газа (гомогенные реакции), так и реакции между пиролизными газами и коксовым остатком КМ (гетерогенные реакции). При тепловом проектировании другого КМ необходимо разрабатывать свою физико-химическую и тепловую модель. Такой путь проектирования тепловой защиты бесперспективен.

Поскольку моделирование тепломассопереноса в теплозащитных КМ является комплексной проблемой, то необходимо взаимосвязанно рассматривать модели разложения связующих, фильтрации, прогрева с учетом подвижной зоны пиролиза и фильтрации, вдува в пограничный слой и многие другие проблемы для большинства теплозащитных КМ.

Задачи прогрева с учетом подвижных границ фазовых превращений рассматривались в работах [1–3], модели разложения связующих в [1–6], неизотермическая фильтрация в [7, 8], теплопроводность в составных телах в [9–13].

В данной работе в математической модели теплообмена в КМ идентифицирован и использован новый универсальный закон разложения связующих КМ на основе известных паспортных данных для каждого теплозащитного КМ о температурах и плотностях начала и окончания разложения связующих. Поскольку данный закон использует общие паспортные характеристики КМ, то он носит универсальный характер и пригоден для большинства теплозащитных КМ. В работе идентифицированный закон использован для математического моделирования теплообмена в теплозащитных КМ с учетом всех физико-химических превращений, включая определение скорости движения зоны пиролиза под действием баланса тепловых потоков в окрестности этой зоны.

### ИДЕНТИФИКАЦИЯ УНИВЕРСАЛЬНОГО ЗАКОНА РАЗЛОЖЕНИЯ СВЯЗУЮЩИХ ТЕПЛОЗАЩИТНЫХ КМ

Рассмотрим температуры  $T_b, T_e$  и плотности  $\rho_b, \rho_e$  начала и окончания разложения связующих теплозащитных КМ в зоне пиролиза, ограниченной границами начала  $x_b$  и окончания  $x_e$ , причем  $T_e > T_b, \rho_b > \rho_e$ , т.е. имеют место следующие границы изменения температур и плотностей в зоне пиролиза:  $x \in [x_e, x_b]; T \in [T_b, T_e], \rho \in [\rho_e, \rho_b]$ .

Известно [5], что уменьшение плотности связующего КМ, а следовательно, и всего КМ, описывается обыкновенным дифференциальным уравнением первого порядка с учетом движения зоны пиролиза  $x \in [x_e, x_b]$  со скоростью  $\dot{x}(t)$ :

$$\frac{d\rho(x(t))}{dt} = \rho(x(t)) \frac{E}{\bar{R}T(x)}, \quad x \in [x_e(t), x_b(t)], \quad (1)$$

где  $E$  – энергия активации реакций разложения,  $\bar{R}$  – газовая постоянная смеси газов.

Интегрируя это уравнение, получим

$$\rho(x(t)) = A \exp\left[\frac{E}{T(x)} t\right], \quad x \in [x_e(t); x_b(t)], \quad (2)$$

где  $A$  – неизвестная постоянная интегрирования, постоянная  $B = E/\bar{R}$  также считается неизвестной.

Для нахождения  $A$  и  $B$  используем две пары экспериментальных данных  $T_b, T_e, \rho_e, \rho_b$ , которые являются паспортными данными каждого теплозащитного КМ. Подставляя их в (2) вначале для  $x = x_b$ , а затем для  $x = x_e$ , получим систему уравнений для определения  $A$  и  $B$

$$x = x_e = t_e \dot{x}: \quad \rho_e = A \exp\left[\frac{E}{T_e} t_e\right], \quad (3)$$

$$x = x_b = t_b \dot{x}: \quad \rho_b = A \exp\left[\frac{E}{T_b} t_b\right], \quad (4)$$

откуда

$$B = \ln \left( \frac{\rho_e}{\rho_b} \right)^{T_e T_b / (T_b t_e - T_e t_b)}, \quad (5)$$

$$A = \rho_b \left( \frac{\rho_e}{\rho_b} \right)^{-T_e t_b / (T_b t_e - T_e t_b)}. \quad (6)$$

Подставляя (5) и (6) в (2) и используя равенства  $t_e = x_e / \dot{x}(t), t_b = x_b / \dot{x}(t)$ , получим

$$\rho(x(t)) = \rho_b \left( \frac{\rho_e}{\rho_b} \right)^{T_e \left( \frac{T_b}{T(x)} x(t) - x_b \right) / (T_b x_e - T_e x_b)}. \quad (7)$$

Формула (7) является искомой зависимостью плотности КМ в зоне пиролиза  $x \in [x_e, x_b]$  от переменной  $x(t)$  и температуры  $T(x)$ .

Считая распределение температур квазистационарным (стационарным в каждый момент времени), находим его из решения задачи

$$\frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{\rho c_p \dot{x}}{\lambda} \frac{\partial T}{\partial x} = \frac{\dot{\rho} Q^*}{\lambda}, \quad x \in [x_e(t), x_b(t)], \quad (8)$$

$$T(x_e) = T_e, \quad x = x_e(t), \quad (9)$$

$$T(x_b) = T_b, \quad x = x_b(t). \quad (10)$$

Среднюю скорость изменения плотности  $\dot{\rho}(t)$  можно принять пропорциональной линейной скорости движения  $\dot{x}(t)$ , т.е.

$$\dot{\rho}(t) = \frac{\rho_b - \rho_e}{x_b - x_e} \dot{x}(t). \quad (11)$$

Решением задачи (8)–(10) будет функция

$$T(x) = T_b - \frac{\dot{\rho} Q^*}{\rho c_p \dot{x}} (x_b - x) + \left[ (T_e - T_b) + \frac{\dot{\rho} Q^* (x_b - x_e)}{\rho c_p \dot{x}} \right] \frac{1 - \exp\left(\frac{\dot{x}}{a}\right)(x_b - x)}{1 - \exp\left(\frac{\dot{x}}{a}\right)(x_b - x_e)}, \quad (12)$$

где  $a = \lambda/(c\rho)$  – температуропроводность в зоне пиролиза,  $Q^*$  – тепловой эффект разложения связующего КМ. Линейная скорость  $\dot{x}(t)$  движения зоны пиролиза при решении комплексной задачи теплообмена определяется из баланса тепловых потоков, подводимых к этой зоне и отводимых от нее.

### ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ О ТЕПЛОМАССОПЕРЕНОСЕ В ТЕПЛОЗАЩИТНОМ КМ

При моделировании теплообмена в КМ используются следующие допущения:

– зона разложения (пиролиза) связующего возникает сразу после приложения тепловых потоков к наружной границе  $x = 0$ ;

– для нахождения скорости движения узкой зоны пиролиза последняя заменяется подвижной границей  $x^*(t)$  с температурой  $T^* = (T_b + T_e)/2$ , а после определения температур в областях  $x \in [0; x^*(t)]$  и  $x \in [x^*(t); \infty]$  зона пиролиза реализуется интерполяцией по температурам  $T_b$  и  $T_e$ , причем  $T_b > T_e$ ;

– полубесконечное тело заменяется конечным  $x \in [0; l]$ , где  $l$  – расстояние, на котором температура не превышает 1% сверх начальной температуры;

– в пористом коксовом остатке  $x \in [0; x^*(t)]$  реакции разложения отсутствуют так же, как и в области  $x > x^*(t)$ , не затронутой разложением.

С учетом этих допущений комплексная физико-математическая модель представлена следующим образом:

зафиксируем границу  $x^*(t)$  фазовых превращений введением параметра  $x_f$ ;

баланс тепловых потоков на наружной границе с учетом вдува пиролизных газов

$$-\lambda_2 \frac{\partial T_2(x, 0)}{\partial x} = q_w \exp\left[-(\rho v c_p)_g^2 t / 4a_2\right] - (\rho v c_p)_g T_2(0, t), \quad x = 0, \quad t > 0, \quad (13)$$

уравнение теплопроводности в коксовом остатке 2 с учетом фильтрации

$$\frac{\partial T_2}{\partial t} = a_2 \frac{\partial^2 T_2}{\partial x^2} - \frac{(\rho v c_p)_g}{c_2 \rho_2} \frac{\partial T_2}{\partial x}, \quad 0 < x < x_f, \quad t > 0, \quad (14)$$

температура подвижной границы фазовых превращений, разделяющей фазы 2 и 1,

$$T_2(x_f - 0, t) = T_1(x_f + 0, t) = T^* = \text{const}, \quad x = x_f, \quad t > 0; \quad (15)$$

уравнение теплопроводности в области 1, не затронутой фазовыми превращениями,

$$\frac{\partial T_1}{\partial t} = a_1 \frac{\partial^2 T_1}{\partial x^2}, \quad x_f < x < \infty, \quad t > 0, \quad (16)$$

$$T(\infty, t) = T_0, \quad x \rightarrow \infty, \quad t > 0, \quad (17)$$

$$T(x, 0) = T_0, \quad 0 < x < \infty, \quad t = 0, \quad (18)$$

баланс тепловых потоков на подвижной границе фазовых превращений с учетом массовой скорости  $\dot{m}(t)$  с эндотермическим эффектом  $Q^*$

$$-\lambda_2 \frac{\partial T_2}{\partial x} \Big|_{x=x_f-0} + \lambda_1 \frac{\partial T_1}{\partial x} \Big|_{x=x_f+0} = \dot{m} Q^*, \quad x = x_f, \quad t > 0. \quad (19)$$

В соотношениях (13)–(19)  $q_w$  – плотность теплового потока на границе  $x = 0$ ,  $a$  – температуропроводность,  $T_0$  – начальная температура. Они предназначены для определения следующих функций:  $T_2(x, t)$ ,  $0 < x < x_f$ ,  $T_1(x, t)$ ,  $x \in [x_f, \infty]$ ,  $\dot{m}$ ,  $x = x_f$  и  $\dot{x}_f = \dot{m}/\rho_1$ .

В уравнениях газообразования в зоне пиролиза связующих КМ  $\rho(x)$  определяется законом (7);

$$\rho_g(x) = \rho_b - \rho(x), \quad x_e(t) < x < x_b(t), \quad t > 0, \quad (20)$$

где  $\rho_g$  – плотность газов;

плотность торможения газов в зоне пиролиза  $x_e < x < x_b$

$$\rho_{g0} = \int_{x_e}^{x_b} \rho_g(x) dx; \quad (21)$$

давление торможения в зоне пиролиза

$$p_{g0} = \rho_{g0} \bar{R}_g \bar{T}, \quad (22)$$

где  $\bar{R}_g$  – усредненная газовая постоянная смеси,  $\bar{T}$  – усредненная температура в зоне пиролиза, определяемая по формуле (12);

уравнение фильтрации в пористой среде

$$\frac{\partial(\rho v)_g}{\partial x} = 0, \quad x \in (0, x_f), \quad t > 0; \quad (23)$$

нелинейный закон фильтрации [3]

$$v_g = -\frac{k}{\mu_g(1 + \Pi \cdot \text{Re}_d)} \frac{\partial p_g}{\partial x}, \quad (24)$$

где  $k$  – коэффициент проницаемости пористой среды;  $\mu_g$  – динамическая вязкость газа;  $\Pi$  – пористость;  $\text{Re}_d$  – фильтрационное число Рейнольдса, определяемое по толщине капилляра  $d$ .

## МЕТОД РЕШЕНИЯ

Метод решения задачи (7)–(24) содержит следующие пункты.

1. Расчет начинается с момента достижения границей  $x = 0$  температуры  $T(0, t) > T^* = (T_b + T_e)/2$ , в соответствии с чем интерполяцией полученного распределения температур определяется координата  $x^*(t)$  границы фазовых превращений. Граница  $x^*$  фиксируется введением параметра  $x_f$ :  $x^* = x_f$ .

2. Решается задача теплопроводности в пористом коксовом остатке  $T_2(x, t)$ ,  $0 < x < x_f$ .

3. Решается задача теплопроводности в области, не затронутой разложением  $T_1, T_2$  связующего,  $T_1(x, t)$ ,  $x_f < x < \infty$ .

4. Определяется тепловой поток на границе  $x = x_f$  со стороны пористой области 2.

5. Определяется тепловой поток на границе  $x = x_f$  со стороны области 1.

6. Находится массовая  $\dot{m}$  и линейная  $\dot{x}^* = \dot{x}_f = \dot{m}/\rho_1$  скорости движения границы фазовых превращений из условия (19).

7. Определяется зона пиролиза  $x_e < x < x_b$  интерполяцией из равенств  $T_1(x_b) = T_b$  и  $T_2(x_e) = T_e$ .

8. В этой зоне определяются плотность газовой компоненты  $\rho_g(x)$ , плотности торможения  $\rho_{g0}$  и давления торможения  $p_{g0}$ .

9. Формулируется и решается задача распределения давления пиролизных газов и вдува в пограничный слой.

10. По распределению давления устанавливается распределение скорости фильтрации  $v_g(x)$  и включения ее в задачу теплопроводности в пористой области 2 с учетом фильтрации.

**Распределение температур  $T_2(x, t)$  в пористой области  $x \in [0; x_f]$  получим из решения задачи (13)–(15), сделав предварительно подстановку [2]:**

$$T(x, t) = u(x, t) \exp\left(\frac{bx}{2a_2} - \frac{b^2t}{4a_2}\right), \quad (25)$$

$$b = (\rho v c_p)_g / c_2 \rho_2.$$

Получим

$$T_2(x, t) = \left\{ \left[ T^* + \frac{q_w}{\vartheta c_2 \rho_2} \operatorname{erf}\left(\frac{x_f}{2\sqrt{a_2 t_f}}\right) \right] \times \right.$$

$$\left. \times \frac{1 + \frac{b}{2\vartheta} \operatorname{erf}\left(\frac{x}{2\sqrt{a_2 t}}\right)}{1 + \frac{b}{2\vartheta} \operatorname{erf}\left(\frac{x_f}{2\sqrt{a_2 t_f}}\right)} - \frac{q_w}{\vartheta c_2 \rho_2} \operatorname{erf}\left(\frac{x}{2\sqrt{a_2 t}}\right) \right\} \times (26)$$

$$\times \exp\left(\frac{bx}{2a_2} - \frac{b^2t}{4a_2}\right), \quad x \in (0, x_f), \quad t > 0,$$

где  $\vartheta = \sqrt{a_2/\pi t}$ .

Распределение температуры  $T_1(x, t)$  в области  $[x_f, \infty]$  получим из решения задачи (16)–(18)

$$T_1(x, t) = T_0 + (T^* - T_0) \frac{\operatorname{erfc}\left(\frac{x}{2\sqrt{a_1 t}}\right)}{\operatorname{erfc}\left(\frac{x_f}{2\sqrt{a_1 t_f}}\right)}, \quad (27)$$

$$x \in [x_f, \infty], \quad t > 0.$$

Поскольку аргументы функций ошибок  $\operatorname{erf}\left(\frac{x_f}{2\sqrt{a_2 t_f}}\right)$ ,  $\operatorname{erf}\left(\frac{x}{2\sqrt{a_2 t}}\right)$  в функциях (26), (27) должны быть безразмерными, то уместно предположить, что  $x_f$  пропорциональна  $\sqrt{a_1 t_f}$ :

$$x_f = 2\chi\sqrt{a_1 t_f}. \quad (28)$$

Коэффициент пропорциональности  $\chi$  определяется из условия (19) подстановкой в него функций (26), (27), в которых положено  $x = x_f$ . В результате получаем следующее трансцендентное уравнение относительно коэффициента  $\chi$ :

$$\chi = \frac{1}{\rho_1 Q^*} \times$$

$$\times \left[ \frac{(q_w - T^* (c_p \rho v)_g / 2) \sqrt{\frac{a_2}{\pi a_1}} \exp\left(-\frac{a_1}{a_2} \chi^2\right)}{\frac{v_g \bar{V}}{\sqrt{\pi}} + \frac{v_g}{2\bar{c}} \operatorname{erf}\left(\chi \sqrt{\frac{a_1}{a_2}}\right)} - \right. (29)$$

$$\left. - \frac{\lambda_1 (T^* - T_0) \exp(-\chi^2)}{\sqrt{\pi} (1 - \operatorname{erf}(\chi))} \right],$$

где  $\bar{V} = \frac{1}{v_g} \sqrt{a_2/t} = v_T/v_g$ ,  $\bar{c} = c_2 \rho_2 / (c_p \rho)_g$ .

В (29)  $v_T = \sqrt{a_2/t}$  – скорость температурного фронта [3] в пористой области (ее можно принять как скорость движения фронта с температурой  $T^*$ ), а отношение  $\bar{V} = v_T/v_g$  характеризует отношение скорости температурного фронта к скорости фильтрации пиролизных газов и является критерием уменьшения скорости прогресса от скорости фильтрации газов.

Уравнение (29) решается численно. Полученное значение  $\chi$  подставляется в (26)–(28), из этих функций находится распределение температур в областях 2 и 1 и значение  $x^*(t)$ :

$$T_2(x, t) = \left\{ \frac{T^* + \frac{q_w}{\vartheta c_2 \rho_2} \operatorname{erf}\left(\chi \sqrt{\frac{a_1}{a_2}}\right)}{1 + \frac{b}{2\vartheta} \operatorname{erf}\left(\chi \sqrt{\frac{a_1}{a_2}}\right)} \times \right.$$

$$\left. \times \left[ 1 + \frac{b}{2\vartheta} \operatorname{erf}\left(\frac{x}{2\sqrt{a_2 t}}\right) \right] - \frac{q_w}{\vartheta c_2 \rho_2} \operatorname{erf}\left(\frac{x}{2\sqrt{a_2 t}}\right) \right\} \times (30)$$

$$\times \exp\left(\frac{bx}{2a_2} - \frac{b^2t}{4a_2}\right), \quad x \in [0; x_f], \quad t > 0,$$

$$T_1(x, t) = T_0 + (T^* - T_0) \frac{\operatorname{erfc}\left(\frac{x}{2\sqrt{a_2 t}}\right)}{\operatorname{erfc}(\chi)}, \quad (31)$$

$$x \in [x_f; \infty], \quad t > 0.$$

**Образование зоны пиролиза и гидродинамических характеристик фильтрации.** Вначале фиксируется зона пиролиза  $x_e < x < x_b$  интерполяцией температурного профиля (30) по температуре  $T_b$ :  $T_2(x_b, t) = T_b$  и температурного профиля (31) по температуре  $T_e$ :  $T_1(x_e, t) = T_e$ . В этой зоне по закону (7) определяется плотность  $\rho(x(t))$  КМ, распределение плотности  $\rho_g(x)$ , плотность торможения  $\rho_{g0}$  и давления торможения пиролизных газов по соотношениям (20)–(22). Принимая давление торможения в зоне пиролиза и давление  $p_{gw}$  в газодинамическом потоке на границе  $x = 0$  в качестве граничных условий для уравнения фильтрации, сформированного из уравнений (23), (24) и уравнения состояния

$$p_g = \rho \bar{R} T_2, \quad (32)$$

получим задачу фильтрации относительно давления фильтрации  $p_g(x, t)$ :

$$\frac{\partial}{\partial x} \left( \frac{p_g(x)}{\bar{R} T_2(x, t)} \frac{k}{\mu_g (1 + \Pi \cdot \operatorname{Re}_d)} \frac{\partial p_g}{\partial x} \right) = 0, \quad (33)$$

$$0 < x < x_f, \quad t > 0,$$

$$p_g(x_f) = p_{g0}, \quad x = x_f, \quad t > 0, \quad (34)$$

$$p_g(0) = p_{gw}, \quad x = 0, \quad t > 0. \quad (35)$$

Полагая в пористом остатке распределение температуры  $T_2(x, t)$  приближенно линейным (это видно ниже по результатам расчетов)

$$T(x, t) = T^* + [T_2(0, t) - T^*] \frac{x_f - x}{x_f}, \quad (36)$$

получим из решения задачи (33)–(35) с учетом (36) квадратичную зависимость давления фильтрации  $p_g(x)$  в пористом остатке

$$\frac{p_g^2(x, t) - p_{gw}^2(t)}{p_{g0}^2(t) - p_{gw}^2(t)} = \frac{T_2(0, t)x - [T_2(0, t) - T^*]x^2/2}{T_2(0, t)x_f - [T_2(0, t) - T^*](x_f)^2/2}, \quad (37)$$

где  $p_{gw}$  – давление на границе тела  $x = 0$ ,  $p_{g0}$  – давление торможения в зоне пиролиза.

Подставляя давление  $p_g(x, t)$  в закон фильтрации (24), получим распределение скорости  $v_g(x)$  фильтрации, а из уравнения состояния (32) –

плотности  $\rho_g(x, t)$ . Произведение  $\rho_g v_g$  теперь можно включить в уравнение теплопроводности (14) относительно  $T_2(x, t)$ .

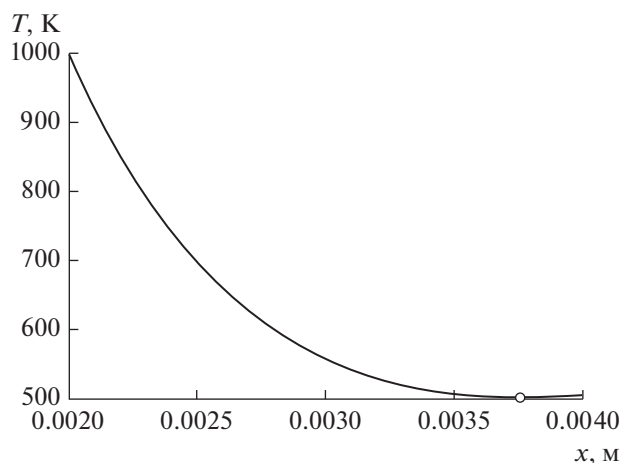
Таким образом, получены распределения температур в пористом остатке  $T_2(x, t)$  (30), в зоне пиролиза (12), в области 1, не затронутой разложением связующего,  $T_1(x, t)$  (31), координаты подвижной средней линии  $x^*(t)$  в соотношениях (29), (28), распределение плотностей КМ в зоне пиролиза (7) и газа (20), распределение давления и скорости фильтрации (37) и (24).

## АНАЛИЗ РЕЗУЛЬТАТОВ ЧИСЛЕННОГО РЕШЕНИЯ

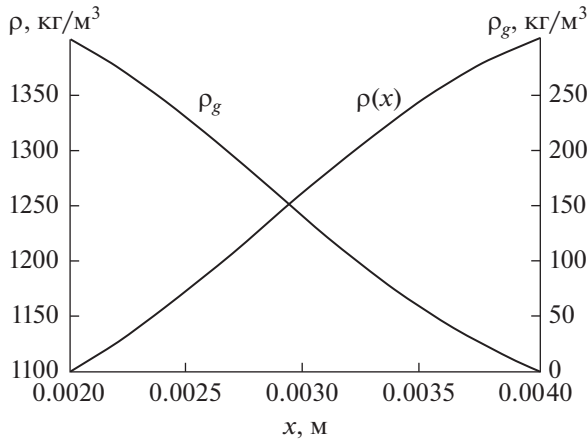
Ниже приводятся некоторые результаты расчетов, полученных с помощью формул (7), (28)–(31), (37).

На рис. 1 приведена температура КМ в зоне разложения связующего, а на рис. 2 – графики изменения плотности  $\rho(x)$  КМ и плотности пиролизных газов для следующих входных данных:  $T_e = 1000$  К,  $T_b = 500$  К,  $\rho_e = 1100$  кг/м<sup>3</sup>,  $\rho_b = 1400$  кг/м<sup>3</sup>,  $x_e = 0.002$  м,  $x_b = 0.004$  м,  $\dot{x} = 0.00012$  м/с,  $Q^* = 800$  Дж/кг,  $a = 10^{-7}$  м<sup>2</sup>/с,  $\lambda = 0.1$  Вт/(м К). Из рис. 1 видна значительная вогнутость температурного профиля в зоне пиролиза, что объясняется большим значением стокового члена  $\dot{\rho} Q^*/\lambda$  в формуле (12), так как  $\dot{\rho} Q^*/(\rho c_p) = \dot{\rho} Q^* a/\lambda$ .

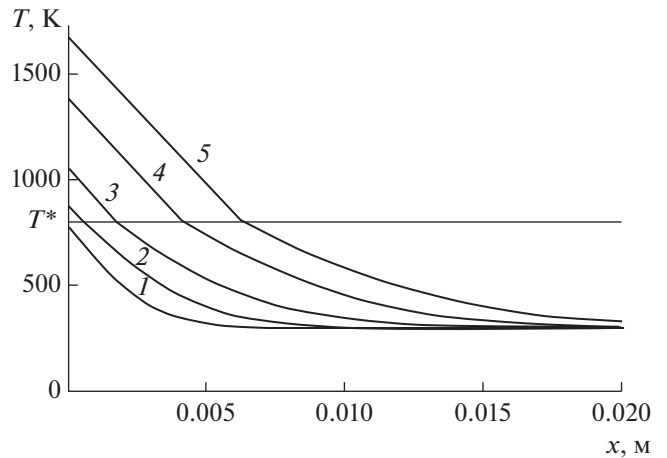
Распределение плотности  $\rho(x)$  КМ на рис. 2 получено в соответствии с законом (7) разложения связующего КМ. Это распределение имеет точку перегиба, т.е. в окрестности высоких тем-



**Рис. 1.** Изменение температуры в зоне разложения связующего теплозащитного КМ при  $T_e = 1000$  и  $T_b = 500$  К.



**Рис. 2.** Распределение плотности  $\rho(x)$  теплозащитного КМ и пиролизных газов  $\rho_g(x)$  в зоне разложения связующего при  $\rho_e = 1100$  и  $\rho_b = 1400$  кг/м<sup>3</sup>.



**Рис. 3.** Изменение температуры  $T(x,t)$  в обеих фазах при температуре фазовых превращений  $T^* = 800$  К и  $\lambda_1 = 0.3$  Вт/(м К): 1 –  $t = 10$  с, 2 – 25, 3 – 50, 4 – 100, 5 – 150.

ператур – в левой части кривой,  $\frac{d^2\rho}{dx^2} > 0$ , тогда как в правой –  $\frac{d^2\rho}{dx^2} < 0$ . При этом на концах графика  $\frac{d\rho}{dx} \neq 0$ , т.е. образование газовой компоненты происходит скачком. Там же нанесено изменение плотности пиролизных газов  $\rho_g(x)$ , причем сумма ординат зависимостей  $\rho(x)$  и  $\rho_g(x)$  в любой точке  $x$  равна 1400, т.е. плотности КМ, не затронутого фазовыми превращениями.

На рис. 3 приведены распределения температур в различные моменты времени, рассчитанные по формулам (28), (29)–(31). Рисунок одновременно иллюстрирует положение координаты  $x^*(t)$  в точках излома кривых и скорость движе-

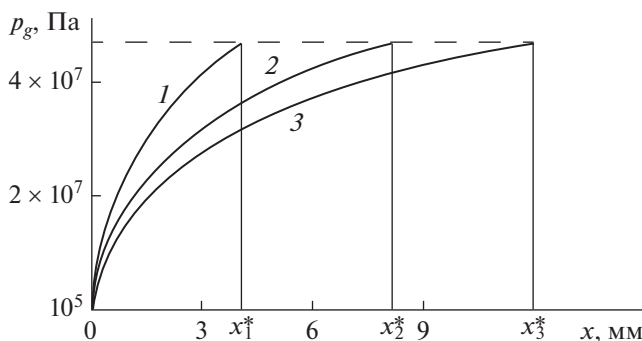
ния зоны пиролиза  $x \in [x_e, x_b]$ , в середине которой находится точка  $x^*(t)$ . Как и предполагалось выше, линейность температурных профилей в пористом остатке 2 (кривые выше прямой  $T^*$ ) подтвердилась. Резкий излом кривых в точках  $x^*(t)$  объясняется значительным эндотермическим разложением связующего КМ ( $Q^* = 800$  Дж/кг).

На рис. 4 приведены результаты расчетов распределения давления фильтрации  $p_g(x,t)$  по формуле (37) в зависимости от времени. Кривые в каждый момент времени имеют параболический вид, причем из этого рисунка также видна скорость движения границы  $x^*(t)$  в точках  $x_1^*, x_2^*, x_3^*$ . В этих точках давление равно давлению торможения газов в зоне пиролиза  $\sim 4.7 \times 10^7$  Па, а на левой границе  $x = 0$  давление принималось равным атмосферному  $10^5$  Па.

### ЗАКЛЮЧЕНИЕ

1. На основе идентифицированного универсального закона разложения связующих КМ аналитически решена задача о тепломассопереносе в теплозащитных КМ, подверженных интенсивному аэродинамическому нагреву летательных аппаратов. Закон применим к большинству теплозащитных КМ.

2. На основе баланса тепловых потоков в зоне пиролиза связующих КМ получено замкнутое трансцендентное соотношение для определения скорости движения и координат зоны фазовых превращений. Для этого использованы аналитические зависимости нестационарных температур в пористом коксовом остатке и в области, не затронутой разложением связующего КМ.



**Рис. 4.** Изменение давления фильтрации пиролизных газов  $p_g(x,t)$  в пористом остатке при  $\lambda_1 = 1$  Вт/(м К): 1 –  $t = 100$  с, 2 – 200, 3 – 300.

3. Получены плотность торможения в зоне пиролиза (скорость  $\sim 0$ ) и давление торможения, выведено уравнение фильтрации для пористой области на основе уравнений неразрывности, нелинейного закона фильтрации и уравнения состояния. Для этого уравнения поставлена и аналитически решена задача фильтрации и вдува пиролизных газов, причем граничными условиями являются давление торможения в зоне пиролиза и давление газодинамического потока на наружной границе.

Работа выполнена при поддержке Российского научного фонда (проект № 16-19-10340).

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Карташов Э.М.* Аналитические методы решения краевых задач в областях с движущимися границами // Изв. РАН. Энергетика. 1999. № 5. С. 3.
2. *Карслоу Г., Егер Д.* Теплопроводность твердых тел. М.: Наука, 1964. 488 с.
3. *Формалев В.Ф., Колесник С.А., Кузнецова Е.Л., Селин И.А.* Тепломассообмен в теплозащитных композиционных материалах в условиях высокотемпературного нагружения // ТВТ. 2016. Т. 54. № 3. С. 415.
4. *Зинченко В.Н., Гольдин В.Д., Зверев В.Г.* Исследование влияния выбора материалов пассивной тепловой защиты на характеристики сопряженного тепломассообмена при пространственном обтекании затупленных тел // ТВТ. 2018. Т. 56. № 6. С. 815.
5. *Лушпа А.Н.* Основы химической термодинамики и кинетики химических процессов. М.: Машиностроение, 1981. 240 с.
6. *Лыков А.В.* Тепломассообмен. Спр. М.: Энергия, 1978. 480 с.
7. *Формалев В.Ф., Колесник С.А., Кузнецова Е.Л.* Волновой теплоперенос в ортотропном полупространстве под действием нестационарного точечного источника тепловой энергии // ТВТ. 2018. Т. 56. № 5. С. 756.
8. *Формалев В.Ф., Колесник С.А.* Математическое моделирование сопряженного теплопереноса между вязкими газодинамическими течениями и анизотропными телами. М.: Ленанд, 2019. 320 с.
9. *Формалев В.Ф., Колесник С.А.* Об обратных граничных задачах по восстановлению тепловых потоков к анизотропным телам с нелинейными характеристиками теплопереноса // ТВТ. 2017. Т. 55. № 3. С. 564.
10. *Аттетков А.В., Власов П.А., Волков И.К.* Условие существования оптимальной толщины охлаждаемой анизотропной стенки, подверженной локальному тепловому воздействию // ТВТ. 2018. Т. 56. № 3. С. 407.
11. *Формалев В.Ф., Колесник С.А., Кузнецова Е.Л.* Влияние компонентов тензора теплопроводности теплозащитного материала на величину тепловых потоков от газодинамического пограничного слоя // ТВТ. 2019. Т. 57. № 1. С. 66.
12. *Формалев В.Ф., Колесник С.А.* О тепловых солитонах при волновом теплопереносе в ограниченных областях // ТВТ. 2019. Т. 57. № 4. С. 543.
13. *Формалев В.Ф., Колесник С.А.* Теплоперенос в полупространстве с трансверсальной анизотропией под действием сосредоточенного источника теплоты // ИФЖ. 2019. Т. 92. № 1. С. 55.