

УДК 536.4:536.7

МОДЕЛЬ ДИНАМИКИ ДИСПЕРСНЫХ ФРАКЦИЙ ВО ВСТРЕЧНЫХ ПОТОКАХ МЕТАЛЛОПОРОШКА И ПОЛИМЕРА ПРИ ОБРАЗОВАНИИ КОМПОЗИТНОГО МАТЕРИАЛА

© 2021 г. А. Л. Тукмаков*

*Казанский национальный исследовательский технический университет
им. А.Н. Туполева (КАИ), Казань, Россия*

*E-mail: tukmakov@imm.knc.ru

Поступила в редакцию 13.07.2020 г.

После доработки 26.09.2020 г.

Принята к публикации 14.10.2020 г.

Приводятся численная модель и описание процесса коагуляции металлических частиц и капель полимера во встречных потоках. Применяется модель двухфракционной газозвеси, состоящей из металлических частиц и жидких капель полимера с воздухом в качестве несущей среды. Для описания движения несущей среды применяется система уравнений движения вязкого сжимаемого теплопроводного газа с учетом обмена импульсом и энергией с фракциями дисперсной фазы, каждая из которых описывается системой уравнений газодинамического типа с учетом межфазного обмена импульсом и энергией с несущей средой. Система уравнений двухфракционной газозвеси представляется в обобщенных криволинейных координатах и решается явным методом предиктор-корректор с расщеплением пространственного оператора по направлениям и со схемой нелинейной коррекции на каждом временном шаге. Рассмотрены временные и пространственные характеристики процесса коагуляции металлических частиц и капель полимера заданного начального радиуса в зависимости от размера частиц металлического порошка. Численная модель может быть использована для описания технологии получения металлополимерного композитного материала.

DOI: 10.31857/S0040364421020125

ВВЕДЕНИЕ

Композиционные материалы широко применяются в технике [1]. В частности, из металлополимерных материалов [2] изготавливаются манжеты, шайбы, прокладки, поршневые кольца и уплотнители, способные работать в агрессивных средах. Для придания требуемых свойств изделиям в качестве наполнителя для термопластичных полимеров используются дисульфид молибдена, кобальт, стекло, бронза, уголь, графит, кокс. Эти добавки позволяют повысить износостойкость, твердость и поверхностную прочность материала, снизить коэффициенты трения и термического расширения, повысить теплопроводность [2, 3]. Напыляемые на поверхность дисперсные композиционные материалы представляют собой интегрированные комплексы исходных материалов в каждой порошковой частице [1, 4]. Частица с интегрированными свойствами может быть получена путем конгломерации исходных компонентов в более крупную частицу в процессе осаждения мелкодисперсных частиц наполнителя на каплях термопластичного полимера при смешении двух дисперсных потоков с последующей полимеризацией композита [4]. Такой материал может напыляться на защищаемую поверхность для снижения

трения и повышения износостойкости. Исходным материалом в этом случае является порошок, состоящий из частиц полимера, в которые внедрены частицы металла. Получить такой материал можно путем коагуляции во встречных потоках газозвесей, содержащих капли полимера и частицы металла, которые несут электрический заряд и движутся в электрическом поле [4, 5].

В литературе приведены основные подходы к моделированию монодисперсных и полидисперсных ламинарных и турбулентных двухфазных течений, в которых учитываются процессы, происходящие при столкновении частиц [6–8]. Для описания динамики несущей и дисперсной фаз и их взаимодействия используются как лагранжевы траекторный подход, так и модели на основе эйлера описания взаимопроникающих сред. В двухфазных потоках могут иметь место различные столкновительные процессы [6–8], вызванные как скоростным скольжением дисперсных фракций в осредненном движении, так и турбулентными пульсациями потока: столкновения частиц между собой; столкновения частиц с телом, обтекаемым двухфазным течением; столкновения частиц со стенками, ограничивающими двухфазный поток. Столкновительные процессы

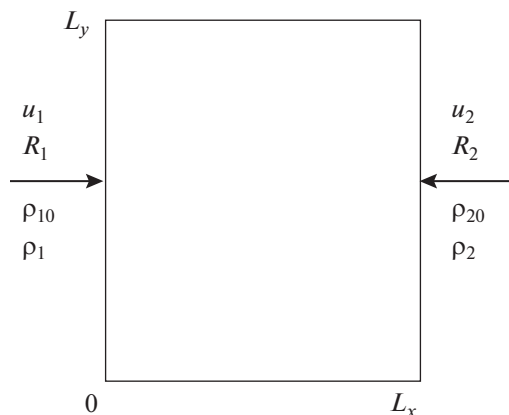


Рис. 1. Расчетная область.

могут менять дисперсность газозвеси и статистические характеристики движения частиц, а следовательно, оказывать влияние на характеристики несущего их потока газа. Поэтому изучению контактных взаимодействий в двухфазных потоках уделяется значительное внимание. При моделировании механизма взаимодействия частота столкновения частиц описывается с помощью функции ядра столкновений. Эта функция учитывает как скоростное скольжение в осредненном движении, так и турбулентные пульсации несущей среды. Последующий анализ позволяет определить характеристики частиц (капель) после соударения, заканчивающегося отскоком капля или их коагуляцией [6].

В данной работе решается модельная задача о динамике коагулирующей смеси, состоящей из металлопорошка и капель полимера, движущихся в несущей среде во встречных направлениях с заданными на границах расчетной области скоростями без учета влияния электрического поля и турбулентности несущей среды (рис. 1). Предполагается, что при соударении металлической частицы и капли полимера происходит их коагуляция с образованием частицы металлополимера. При соударении разбрызгивания капли полимера не происходит, форма частицы металлополимера остается сферической, а объем увеличивается на объем частиц-доноров.

Схема расчетной области показана на рис. 1. В качестве несущей среды рассматривается неподвижный в начальный момент времени воздух. Первая дисперсная фракция состоит из частиц металла, вторая фракция – из капель полимера. На левой границе при $x = 0$ задается скорость u_1 фракции металлических частиц, радиус которых R_1 , плотность материала ρ_{10} , средняя плотность $\rho_1 = \alpha_1 \rho_{10}$, где α_1 – объемное содержание фракции

металлических частиц. Для полимерной фракции при $x = 0$ для скорости, температуры, средней плотности задаются однородные граничные условия Неймана. На правой границе при $x = L_x$ задается скорость u_2 фракции полимерных капель, радиус которых R_2 , плотность материала ρ_{20} и средняя плотность $\rho_2 = \alpha_2 \rho_{20}$, где α_2 – объемное содержание фракции капель полимера. Для фракции металлических частиц при $x = L_x$ для скорости, температуры и средней плотности задаются однородные граничные условия Неймана, так же как и для плотности, температуры и скорости несущей среды при $x = 0$, $x = L_x$. Для газа и дисперсной фазы на верхней и нижней границах при $y = 0$, $y = L_y$ для составляющих скорости, плотности газа и средних плотностей фракций, температуры газа и фракций, а также для давления газа ставятся однородные граничные условия Неймана. Постановка на выходных границах однородных граничных условий Неймана позволяет снизить отражение от границ и учесть выход компонентов за границы расчетной области.

Композиционный материал образуется в результате коагуляции частиц металлопорошка и капель полимера. Состав формирующегося композита зависит от размеров, скорости и концентрации частиц в дисперсных потоках.

УРАВНЕНИЯ ДВИЖЕНИЯ НЕСУЩЕЙ СРЕДЫ И ДИСПЕРСНОЙ ФАЗЫ

Предполагается, что смесь состоит из воздуха и двух дисперсных фракций: металлического порошка и капель расплавленного полимера. Динамика такой смеси может быть описана системой уравнений полидисперсной газозвеси с учетом механизма коагуляции фракций [9–12]. Система уравнений включает в себя уравнения движения несущей среды и дисперсной фазы:

$$\begin{aligned} \frac{\partial p}{\partial t} + \frac{\partial(\rho u)}{\partial x} + \frac{\partial(\rho v)}{\partial y} &= 0, \quad \frac{\partial(\rho u)}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x}(\rho u^2 + p - \tau_{xx}) + \\ &+ \frac{\partial}{\partial y}(\rho uv - \tau_{xy}) = -\sum_{i=1,n} F_{xi} + \alpha \frac{\partial p}{\partial x}, \\ \frac{\partial(\rho v)}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x}(\rho uv - \tau_{xy}) + \frac{\partial}{\partial y}(\rho v^2 + p - \tau_{yy}) &= \\ = -\sum_{i=1,n} F_{yi} + \alpha \frac{\partial p}{\partial y}, \quad \frac{\partial(e)}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x}([e + p - \tau_{xx}]u - \\ - \tau_{xy}v - \lambda \frac{\partial T}{\partial x}) + \frac{\partial}{\partial y}([e + p - \tau_{yy}]v - \tau_{xy}u - \lambda \frac{\partial T}{\partial y}) &= \\ = -\sum_{i=1,n} Q_i - \sum_{i=1,n} (|F_{xi}|(u - u_i) - |F_{yi}|(v - v_i)) + \\ + \alpha \left(\frac{\partial p u}{\partial x} + \frac{\partial p v}{\partial y} \right), \quad p = (\gamma - 1)(e - \rho(u^2 + v^2)/2), \end{aligned}$$

$$e = \rho I + \rho(u^2 + v^2)/2, \quad \alpha = \sum_{i=1, n} \alpha_i,$$

$$\tau_{xx} = \mu \left(2 \frac{\partial u}{\partial x} - \frac{2}{3} D \right), \quad \tau_{yy} = \mu \left(2 \frac{\partial v}{\partial y} - \frac{2}{3} D \right),$$

$$\tau_{xy} = \mu \left(\frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x} \right), \quad D = \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y}.$$

Здесь $\rho, u, v, u_i, v_i, e, \lambda, \mu$ – плотность, составляющие скорости несущей и дисперсной фаз, полная энергия, коэффициенты теплопроводности и вязкости несущей фазы. Силы взаимодействия несущей среды и i -дисперсной фракции F_{xi}, F_{yi} , а также тепловой поток между несущей средой и i -дисперсной фракцией Q_i определяются законами межфазного трения и теплообмена; $I = RT/(\gamma - 1)$ – удельная внутренняя энергия газа.

Динамика каждой компоненты дисперсной фазы описывается уравнением сохранения средней плотности дисперсной фазы, уравнениями сохранения компонент импульса и уравнением сохранения тепловой энергии [11, 12]:

$$\frac{\partial \rho_i}{\partial t} + \frac{\partial(\rho_i u_i)}{\partial x} + \frac{\partial(\rho_i v_i)}{\partial y} = 0, \quad \frac{\partial(\rho_i u_i)}{\partial t} + \frac{\partial(\rho_i u_i^2)}{\partial x} + \frac{\partial(\rho_i u_i v_i)}{\partial y} = F_{xi} - \alpha \frac{\partial p}{\partial x}, \quad \frac{\partial(\rho_i v_i)}{\partial t} + \frac{\partial(\rho_i u_i v_i)}{\partial x} + \frac{\partial(\rho_i v_i^2)}{\partial y} = F_{yi} - \alpha \frac{\partial p}{\partial y}, \quad \frac{\partial(e_i)}{\partial t} + \frac{\partial(e_i u_i)}{\partial x} + \frac{\partial(e_i v_i)}{\partial y} = \text{Nu}_i \frac{6\alpha_i}{(2r_i)^2} \lambda(T - T_i),$$

$$\rho_i = \alpha_i \rho_{i0}, \quad e_i = \rho_i C_{pi} T_i, \quad \alpha = \sum_{i=1, n} \alpha_i.$$

Здесь $\alpha_i, \rho_i, e_i, T_i$ – объемное содержание, средняя плотность, внутренняя энергия и температура дисперсной фазы; C_{pi}, ρ_{i0} – теплоемкость и плотность вещества твердой фазы. Составляющие силы трения F_x и F_y определяются следующим образом [9]:

$$F_{xi} = \frac{3}{4} \frac{\alpha_i}{(2r_i)} C_d \rho \sqrt{(u - u_i)^2 + (v - v_i)^2} (u - u_i),$$

$$F_{yi} = \frac{3}{4} \frac{\alpha_i}{(2r_i)} C_d \rho \sqrt{(u - u_i)^2 + (v - v_i)^2} (v - v_i),$$

$$C_{di} = C_{di}^0 \psi(M_{i0}), \quad C_{di}^0 = \frac{24}{\text{Re}_{i0}} + \frac{4}{\text{Re}_{i0}^{0.5}} + 0.4,$$

$$\psi(M_{i0}) = 1 + \exp\left(-\frac{0.427}{M_{i0}^{0.63}}\right), \quad \text{Re}_{i0} = \rho |\bar{V} - \bar{V}_i| 2r_i / \mu,$$

$$M_{i0} = |\bar{V} - \bar{V}_i| / c, \quad \text{Nu}_i = 2 \exp(-M_{i0}) + 0.459 \text{Re}_{i0}^{0.55} \text{Pr}^{0.33}, \quad \text{Pr} = \gamma C_p \mu / \lambda,$$

$$0 \leq M_{i0} \leq 2, \quad 0 \leq \text{Re}_{i0} < 2 \times 10^5.$$

Температура несущей среды находится из соотношения $T = (\gamma - 1)(e/\rho - 0.5(u^2 + v^2))/R$. Тепловая энергия движущейся в газе твердой фазы определяется как $e_i = \rho_i C_{pi} T_i$. В уравнение энергии для несущей фазы входит коэффициент теплопроводности газа λ и тепловой поток за счет теплообмена между газом и частицей: $Q_i = \alpha^T 4\pi r_i^2 (T - T_i)n = 6\alpha_i \text{Nu}_i \lambda (T - T_i)/(2r_i)^2$, где $\text{Nu}_i = 2r_i \alpha^T / \lambda$ – число Нуссельта, n – концентрация, r_i – радиус частиц.

Система уравнений динамики полидисперсной газозвеси приводилась к безразмерной форме, записывалась в обобщенных криволинейных координатах [13–15] и решалась явным методом Мак-Кормака с расщеплением пространственного оператора по направлениям [13, 14] и со схемой нелинейной коррекции [16], обеспечивающей монотонность решения.

МОДЕЛЬ КОАГУЛЯЦИИ АЭРОЗОЛЬНЫХ ЧАСТИЦ

Уравнения для эволюции характеристик дисперсности коагулирующей газозвеси, таких как массы и концентрации частиц, импульс и температура, могут быть записаны следующим образом [17].

Масса m_i i -й ($i = 2, \dots, n$) частицы фракции-акцептора возрастает за счет поглощения более мелких j -х частиц фракций-доноров с массой m_j ($j = 1, 2, \dots, i - 1$): $m_i^{n+1} \approx m_i^n + \frac{dm_i}{d\tau} d\tau$, где

$$\frac{dm_i}{d\tau} = \sum_{j=1}^{i-1} k_{ij} n_j m_j. \text{ Константа коагуляции определяется как } k_{ij} = \frac{\pi}{4} (d_i + d_j)^2 |\mathbf{V}_j - \mathbf{V}_i|.$$

Новое значение массы частиц i -й фракции-акцептора в текущем узле конечно-разностной сетки позволяет определить новое значение радиуса частицы

$$r_i = \sqrt[3]{\frac{3m_i}{4\pi}}. \text{ Уменьшение концентрации } j\text{-х частиц вследствие поглощения их более крупными } i\text{-ми}$$

($i = j + 1, j + 2, \dots, n$) описывается уравнением

$$\frac{dn_j}{d\tau} = -n_j \sum_{i=j+1}^n k_{ij} n_i \quad (j = 1, 2, \dots, n - 1). \text{ Новое значение объемного содержания } j\text{-й фракции, изменившееся вследствие коагуляции, рассчитывается}$$

как $\alpha_j = 4/3\pi r_j^3 n_j$. Концентрация n_j определяется через среднюю плотность и радиус j -й фракции на каждом шаге вычислений. Слияние мелких капель различных фракций приводит к изменению

их скорости: $\frac{d\mathbf{V}_i}{d\tau} = \frac{1}{m_i} \sum_{j=1}^{i-1} k_{ij} (\mathbf{V}_j - \mathbf{V}_i) m_j n_j$. Температура частицы фракции-акцептора после коагу-

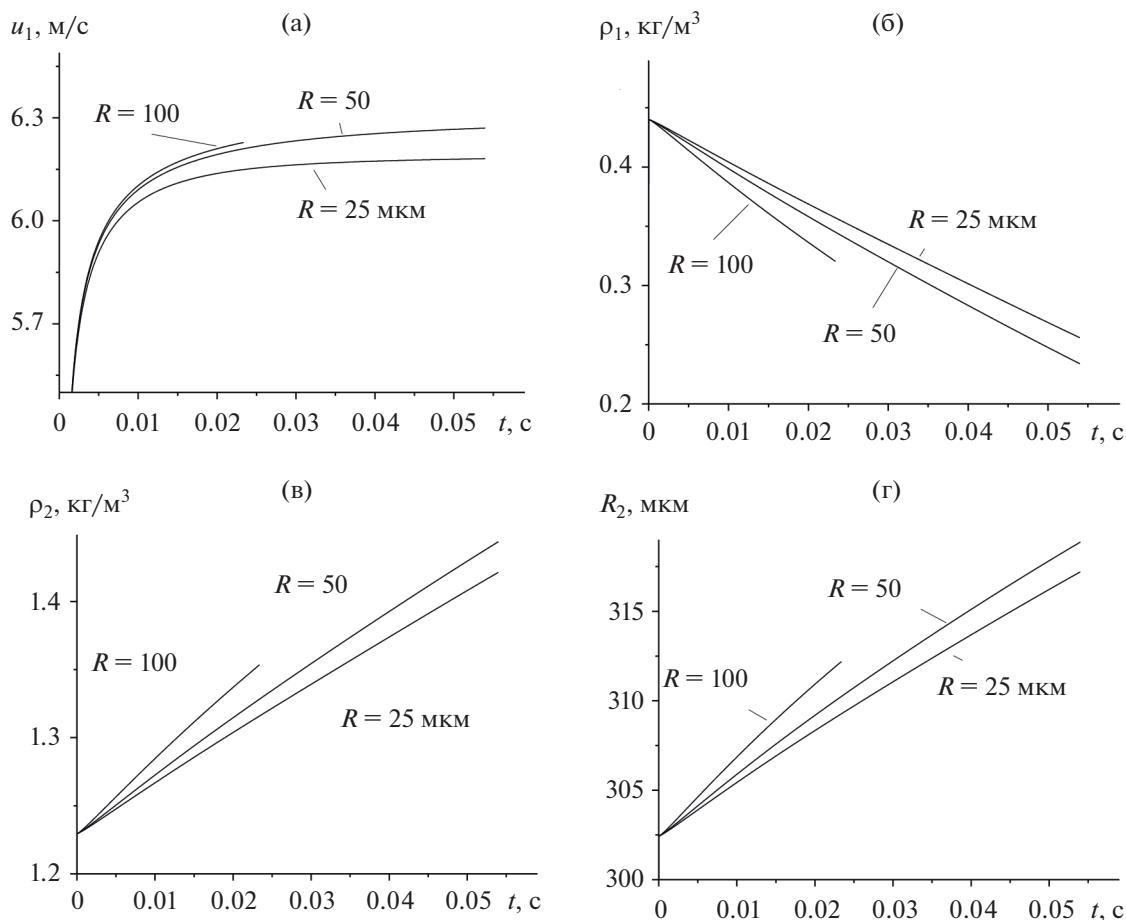


Рис. 2. Временные зависимости, характеризующие эволюцию фракций при различных радиусах частиц металлического компонента: (а) – скорость металлического компонента, (б) – его средняя плотность, (в) – средняя плотность композита, (г) – радиус частиц композита.

ляции с частицами фракции-донора находилась из

$$\text{соотношения } T = \frac{1}{C_p m} \left(\sum_{j=1}^{i-1} k_{ij} n_j C_{pj} m_j T_j + C_{pi} m_i T_i \right),$$

где T , C_p , m – температура, удельная массовая теплоемкость и масса частицы i -й фракции-акцептора после коагуляции; T_i , C_{pi} , m_i – те же параметры до коагуляции. Связанные с коагуляцией изменения средней плотности, скорости, температуры дисперсной фазы учитывались после выполнения каждого временного шага основного алгоритма.

Тестирование приведенной в работе модели газозвеси и сопоставление с результатами, приведенными в [12], выполнялось в работе [18]. Анализ балансовых соотношений для средних плотностей фракций движущейся полидисперсной смеси с учетом процессов коагуляции и дробления выполнен в работе [19].

РЕЗУЛЬТАТЫ РАСЧЕТОВ

Приведенные ниже результаты были получены для расчетной области с размерами $L_x = 0.4$ м, $L_y = 0.4$ м. В качестве дисперсных фракций брались металлический порошок с частицами радиусом от 10 до 100 мкм и капли жидкого полимера радиусом 300 мкм. В качестве несущей среды был взят воздух с температурой $T = 593$ К, соответствующей температуре плавления фторопласта. В начальный момент времени смесь была неподвижна, задавались температура и плотность воздуха $T = 593$ К, $\rho = 1.29$ кг/м³, а также температура и средняя плотность фракций дисперсной фазы. Для металлической фракции температура $T_1 = 593$ К, средняя плотность $\rho_1 = 0.44$ кг/м³. Для полимера температура $T_2 = 593$ К, средняя плотность $\rho_2 = 1.2$ кг/м³. На левой границе расчетной области при $x = 0$ скорость металлической дисперсной фракции в расчетах составляла $u_1 = 6.3$ м/с,

средняя плотность металлопорошка $\rho_1 = 0.44 \text{ кг/м}^3$ при температуре $T_1 = 593 \text{ К}$. Для поперечной составляющей скорости и энергии фракции 1 и для всех функций фракции 2 на левой границе при $x = 0$ задавались однородные условия Неймана. На правой границе при $x = L_x$ скорость капель полимера составляла $u_2 = -6.3 \text{ м/с}$ при средней плотности фракции $\rho_2 = 1.2 \text{ кг/м}^3$ и температуре $T = 593 \text{ К}$. Для остальных функций фракции 2 и для всех функций фракции 1 задавались однородные граничные условия Неймана. Для воздуха на всех границах расчетной области и для дисперсных фракций на верхней и нижней границах ставились однородные условия Неймана. Таким образом, в расчетной области задавались встречные потоки дисперсных фракций полимера и наполнителя.

На рис. 2 приведены временные зависимости для скорости, средних плотностей фракций и радиуса капель фракции композита в точке $x = L_x/3$, $y = L_y/2$, построенные в зависимости от радиуса металлических частиц. Продольная составляющая скорости возрастает от нуля до стационарного значения, приближающегося к скорости фракции 1, заданной на левой границе области. Причем стационарное значение скорости частиц фракции 1 с ростом радиуса возрастает. На рис. 2б, 2в приведены временные зависимости средних плотностей фракции 1 и фракции композита. Вследствие коагуляции происходит уменьшение средней плотности металлопорошка (рис. 2б) и рост на ту же величину средней плотности композитной фракции (рис. 2в). Скорость изменения средней плотности капель композита линейно возрастает с увеличением радиуса металлических частиц. В результате коагуляции с частицами наполнителя растет радиус капель полимера по закону, близкому к линейному (рис. 2г). При этом увеличение радиуса частиц металлопорошка приводит к более быстрому росту радиуса капель композита. На рис. 3 показаны распределения скоростей фракций и скорости несущей среды вдоль оси $0x$ при $y = L_y/2$ для момента времени $t = 0.02 \text{ с}$.

Расчеты показывают, что в рассматриваемой постановке решения как для газа, так и для дисперсных фракций пространственно одномерны, не зависят от y ; x -составляющая скорости фракции металлопорошка (фракция 1) принимает наибольшее значение на левой границе области. С увеличением продольной координаты скорость частиц фракции 1 снижается по закону, близкому к экспоненциальному (рис. 3а). Расчеты показывают, что если радиус частиц мал, то движение фракции 1 создает спутный поток несущей среды (рис. 3в), в результате чего возрастает скорость

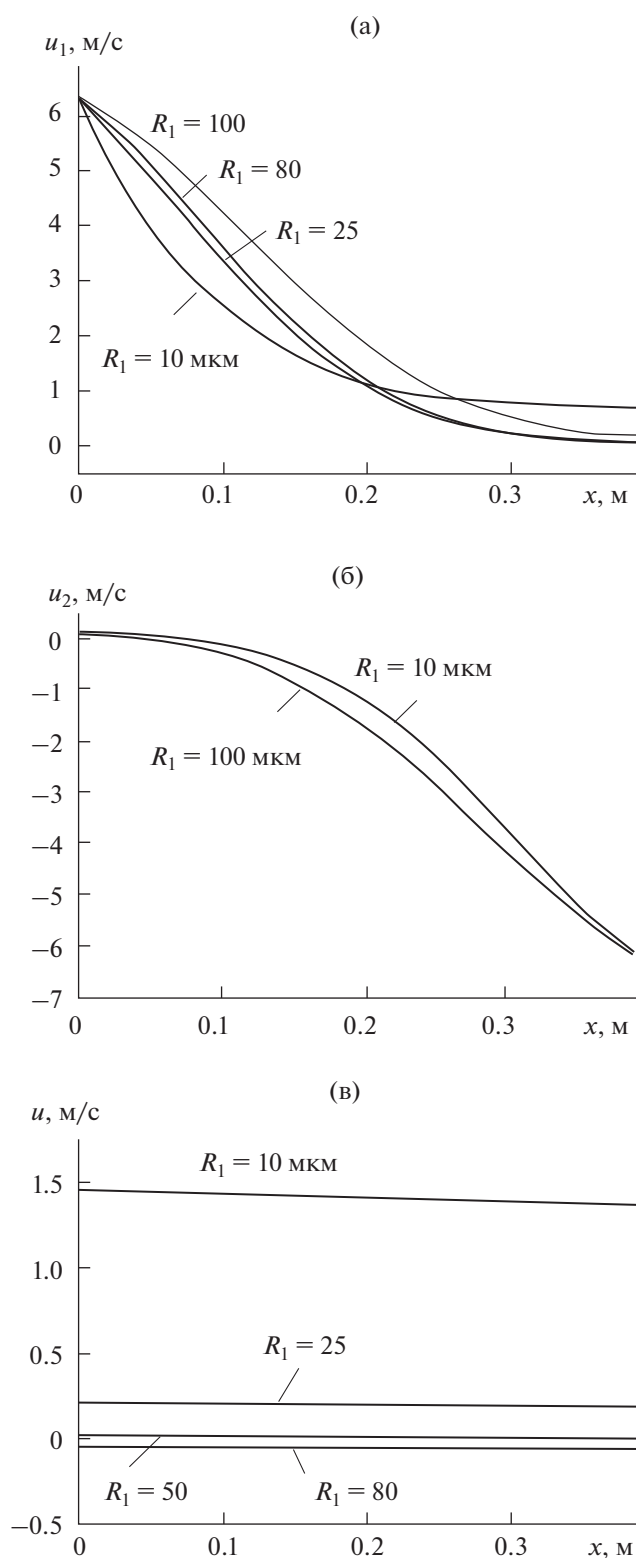


Рис. 3. Пространственное распределение скоростей фракций и несущей среды при различных радиусах частиц металлопорошка в момент времени $t = 0.02 \text{ с}$: (а) – металлопорошок, (б) – композит, (в) – газ.

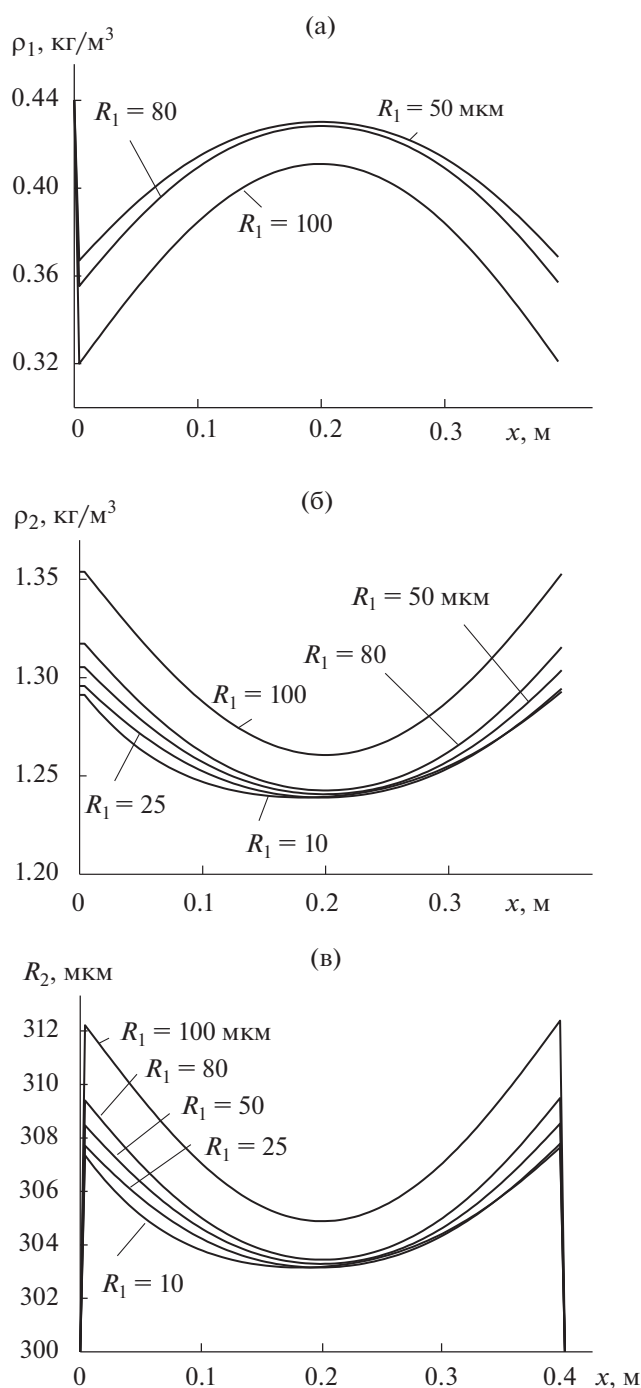


Рис. 4. Пространственное распределение средних плотностей фракции металлопорошка (а), композита (б) и радиуса капель композита (в) при различных радиусах частиц металлопорошка в момент времени $t = 0.02$ с.

мелкодисперсной фракции на выходе при $x = L_x$. На рис. 3а этот эффект проявляется для фракции 1 с радиусом частиц 10 мкм. На рис. 3б приведены распределения скоростей фракции композита в двух случаях: когда навстречу движется фракция металлопорошка радиусом 10 и 100 мкм.

На рис. 4 приведены распределения средних плотностей фракций и радиус капель композита вдоль оси Ox при $y = L_y/2$ для момента времени $t = 0.02$ с. Средняя плотность фракции 1, являющейся донором при коагуляции, резко падает как вблизи входной, так и вблизи выходной границ (рис. 4а), где достигаются наибольшие относительные скорости дисперсных фракций и наблюдается наибольшая скорость их коагуляции, приводящая к росту средней плотности фракции композита (рис. 4б). При этом увеличение радиуса частиц металлопорошка при фиксированной средней плотности приводит к более быстрому росту средней плотности композита. На рис. 4в показано распределение радиуса капель композита вдоль продольной координаты в фиксированный момент времени в зависимости от радиуса частиц металлопорошка фракции 1. Наибольший радиус капель композита достигается при $x = 0$ и $x = L_x$ там, где является наибольшей относительная скорость фракций, приводящая к более быстрой коагуляции частиц металлопорошка и капель полимера.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

На примере решения модельной задачи о движении встречных дисперсных потоков рассмотрены режимы течения газовой взвеси, сопровождающиеся коагуляцией частиц металлопорошка и капель полимера. Получены зависимости средней плотности и радиуса капель композита внутри расчетной области от радиуса частиц металлопорошка при заданных скоростях и средних плотностях дисперсных потоков на входной и выходной границах. Описан процесс изменения во времени средних плотностей фракций и радиуса капель композита при коагуляции.

Исследование проведено при финансовой поддержке Минобрнауки России в рамках исполнения обязательств по соглашению № 075-03-2020-051/3 от 09.06.2020 (тема № fzs-2020-0021).

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Кулик А.Я., Борисов Ю.С., Мнухин А.С., Никитин М.Д. Газотермическое напыление композиционных порошков. Л.: Машиностроение, 1985. 199 с.
2. Панин Ю.А., Малкевич С.Г., Дунаевская И.С. Фторопласты. Л.: Химия, 1978. 232 с.
3. Бондалетова Л.И., Бондалетов В.Г. Полимерные композиционные материалы (часть 1). Уч. пособ. Томск: Изд-во Томск. политех. ун-та, 2013. 118 с.
4. Богомолова О.Ю., Данилаев М.П. Параметры течения многофазных газовых потоков в задаче капсулирования субмикронных частиц полимером // Научно-технический вестник Поволжья. 2016. № 3. С. 25.

5. Высоковольтные электротехнологии. Уч. пособ. по курсу "Основы электротехнологии" / Под ред. И.П. Верещагина. М.: МЭИ, 1999. 204 с.
6. Вараксин А.Ю. Столкновения частиц и капель в турбулентных двухфазных потоках // ТВТ. 2019. Т. 57. № 4. С. 588.
7. Зайчик Л.И., Алипченков В.М. Статистические модели движения частиц в турбулентной жидкости. М.: Физматлит, 2007. 312 с.
8. Бабуха Г.Л., Шрайбер А.А. Взаимодействие частиц полидисперсного материала в двухфазных потоках. Киев: Наукова думка, 1972. 175 с.
9. Тукмаков А.Л. Численная модель электрогазодинамики аэродисперсной системы на основе уравнений движения двухскоростной двухтемпературной газозвеси // ПМиТФ. 2015. Т. 56. № 4. С. 112.
10. Тукмаков А.Л. Модель движения и осаждения заряженной газозвеси в электрическом поле // ИФЖ. 2014. Т. 87. № 1. С. 35.
11. Тукмаков А.Л. Динамика коагулирующей полидисперсной газозвеси в нелинейном волновом поле акустического резонатора // ИФЖ. 2015. Т. 88. № 1. С. 11.
12. Кутушев А.Г. Математическое моделирование волновых процессов в аэродисперсных и порошкообразных средах. СПб.: Недра, 2003. 283 с.
13. Steger J.L. Implicit Finite-Difference Simulation of Flow about Arbitrary Two-Dimensional Geometries // AIAA J. 1978. V. 16. № 7. P. 679.
14. Флетчер К. Вычислительные методы в динамике жидкостей. Т. 2. М.: Мир, 1991. 551 с.
15. Ковеня В.М., Тарнавский Г.А., Черный С.Г. Применение метода расщепления в задачах аэродинамики. Новосибирск: Наука, 1990. 242 с.
16. Музафаров И.Ф., Утюжников С.В. Применение компактных разностных схем к исследованию нестационарных течений сжимаемого газа // Матем. моделирование. 1993. Т. 5. № 3. С. 74.
17. Алемасов В.Е., Дрегалин А.Ф., Тишин А.П., Худяков В.А. Термодинамические и теплофизические свойства продуктов сгорания. Спр. В 5-ти т. Т. 1. Методы расчета. М.: ВИНТИ, 1971. 267 с.
18. Губайдуллин Д.А., Тукмаков Д.А. Численное исследование эволюции ударной волны в газозвеси с учетом неравномерного распределения частиц // Матем. моделирование. 2014. Т. 26. № 10. С. 109.
19. Тукмакова Н.А., Тукмаков А.Л. Модель динамики полидисперсной парокапельной смеси с газодинамическим дроблением капель // ИФЖ. 2019. Т. 92. № 6. С. 2511.