

УДК 532.133

АНАЛИЗ КИНЕМАТИЧЕСКОЙ ВЯЗКОСТИ И САМОДИФФУЗИИ ЖИДКИХ МЕТАЛЛОВ ПРИ ТЕМПЕРАТУРЕ ПЛАВЛЕНИЯ

© 2021 г. Ю. Н. Стародубцев^{1, 2, *}, В. С. Цепелев^{1, **}¹Уральский федеральный университет, Екатеринбург, Россия²Научно-производственное предприятие “Гаммамет”, Екатеринбург, Россия

*E-mail: yunstar@mail.ru

**E-mail: v.s.tsepelev@urfu.ru

Поступила в редакцию 23.06.2020 г.

После доработки 29.06.2020 г.

Принята к публикации 14.10.2020 г.

В статье приведены результаты исследования влияния размера и массы атомов на кинематическую вязкость и коэффициент самодиффузии металлических жидкостей. Для анализа использовались экспериментальные данные о кинетических свойствах металлов при температуре плавления. Регрессионный анализ показал, что кинематическая вязкость и коэффициент самодиффузии растут с увеличением размера атомов и уменьшением их массы. Причем масса атомов более тесно связана с кинетическими свойствами металлической жидкости, чем размер атомов. Для анализа кинетических свойств жидкости предложено использовать размерно-массовый фактор, который равен отношению размера атома к корню квадратному из его массы. Связь кинетических свойств с размерно-массовым фактором характеризует скорректированный коэффициент детерминации, значение которого больше 0.90. Показано, что с увеличением размера кластеров снижаются кинематическая вязкость жидкости и коэффициент самодиффузии. Из безразмерных кинетических величин определена безразмерная избыточная энтропия при температуре плавления, которая близка к расчетным значениям для точки затвердевания простой жидкости.

DOI: 10.31857/S0040364421030133

ВВЕДЕНИЕ

Диффузия и вязкость относятся к явлениям переноса, которые связаны с тепловым движением атомов или молекул. Кинетические свойства жидкости характеризуют коэффициент самодиффузии D ($\text{м}^2 \text{с}^{-1}$), который определяет скорость переноса массы, и кинематическая вязкость ν ($\text{м}^2 \text{с}^{-1}$), определяющая скорость переноса плотности импульса $\rho \nu$ [1], где ρ – плотность, кг м^{-3} , ν – скорость, м с^{-1} . Кинематическая вязкость является структурно-чувствительной характеристикой металлической жидкости, поэтому к этой физической величине проявляется наибольший научный и практический интерес [2–4].

Исследование структуры и физических свойств жидкости осуществляется с использованием различных приближений. Первопринципные (*ab initio*) методы моделирования [5] используют для простой жидкости, состоящей из химически несвязанных друг с другом бездипольных атомов, имеющих сферически симметричные потенциалы взаимодействия [6]. Следующим приближением к реальной жидкости являются физические модели. В решетчатой модели предполагается, что жидкость в среднем имеет структуру

решетки, по крайней мере, в первой координационной сфере [7], а колебание атома (молекулы) происходит внутри ограниченного пространства (ячейки). В решетчатой модели используется понятие свободного объема, т.е. пространства, доступного для движения центра тяжести атомов (молекул) [8]. Если количество ячеек больше числа атомов (молекул), то такую модель называют дырочной моделью жидкости.

Линдеман [9] использовал молекулярно-кинетическую теорию для определения частоты колебания атомов при температуре плавления. На основе соотношения между температурой плавления и частотой колебания атомов Андраде [10] получил формулу для динамической вязкости η_m (Па с) при температуре плавления

$$\eta_m \propto \frac{\sqrt{MT_m}}{V_m^{2/3}}, \quad (1)$$

где M – молярная масса, кг моль^{-1} ; T_m – температура плавления, К; V_m – молярный объем, $\text{м}^3 \text{моль}^{-1}$. Используя соотношение (1) и формулу Стокса–Эйнштейна

$$\eta D = \frac{k_B T}{3\pi a},$$

можно найти коэффициент самодиффузии D_m при температуре плавления

$$D \propto a \sqrt{\frac{RT_m}{M}}, \quad (2)$$

где a – диаметр атома, м; $R = k_B N_A$ – универсальная газовая постоянная, Дж К⁻¹ моль⁻¹; k_B – постоянная Больцмана, Дж К⁻¹; N_A – постоянная Авогадро, моль⁻¹.

Точность предсказания динамической вязкости и коэффициента самодиффузии в соответствии с соотношениями (1) и (2) для чистых металлов достаточно высока [11–13]. Эти формулы связывают вязкость и самодиффузию с размером и массой атомов в жидкости, которая представляет совокупность одинаковых атомов. Однако проверить такую связь экспериментально очень сложно. Для этого необходимо зафиксировать, например, температуру и массу частиц однородной жидкости, а варьировать только их размер. В наножидкости, состоящей из смеси жидкой и твердой нанодисперсных фаз, вязкость тесно связана с объемом твердой фазы, а влияние размера частиц неоднозначно [14].

В настоящей работе исследовано влияние размера и массы атомов на кинематическую вязкость и коэффициент самодиффузии металлических жидкостей с использованием данных, полученных при температуре плавления.

ИСХОДНЫЕ ДАННЫЕ

Для расчета кинематической вязкости и коэффициента самодиффузии можно использовать простые соотношения молекулярно-кинетической теории, которые дают хорошие результаты. Кинетическая энергия колебаний атома e_k (Дж) рассчитывается по формуле

$$e_k = \frac{1}{2} m \omega^2 (\alpha a)^2, \quad (3)$$

где m – масса атома, кг; ω – частота, с⁻¹; α – относительная амплитуда колебаний атомов, αa – абсолютная амплитуда колебаний, м. Тепловая энергия e_T (Дж) при температуре T равна

$$e_T = k_B T. \quad (4)$$

В качестве частоты колебаний атомов используются результаты различных теорий, чаще всего частота Дебая ω_D (с⁻¹) [15–17]

$$\omega_D = \Theta_D \frac{2\pi k_B}{h},$$

где Θ_D – температура Дебая, К; h – постоянная Планка, Дж с. Сравнивая кинетическую и тепловую энергии, получаем относительную амплитуду колебаний атомов

$$\alpha = \frac{h}{\pi a \Theta_D} \sqrt{\frac{T}{2k_B m}}.$$

Из данного соотношения следует, что амплитуда колебаний атомов увеличивается с ростом температуры и с уменьшением размера и массы атомов.

Для молярных величин соотношения (3) и (4) при температуре плавления T_m принимают вид

$$E_k = 2\pi^2 \alpha^2 M a^2 \Theta_D^2 \left(\frac{k_B}{h}\right)^2, \quad (5)$$

$$E_T = R T_m. \quad (6)$$

В формулах (5) и (6) $M = m N_A$, кг моль⁻¹.

Оценка приближения полученных формул к линейной зависимости проведена с использованием регрессионного анализа, а степени приближения сравнены с помощью скорректированного коэффициента детерминации R_{adj}^2 . Металлы разбиты на три группы: щелочные и щелочноземельные, расширенная группа тугоплавких металлов и другие металлы, к которым отнесены элементы III, X–XIV групп Периодической таблицы Менделеева. Численные значения молярной массы M , температуры плавления T_m , кинематической вязкости ν_m и коэффициента самодиффузии D_m при температуре плавления взяты из [18]. Данные по температуре Дебая Θ_D получены из [19]. За размер атома a принята величина

$$a = \sqrt[3]{\frac{V_m}{N_A}},$$

где V_m – молярный объем, м³ моль⁻¹. Сравнение a с удвоенным металлическим радиусом атома [20] дало очень хорошее совпадение значений при скорректированном коэффициенте детерминации $R_{adj}^2 = 0.99$.

Связь соотношений (5) и (6) для молярной кинетической энергии E_k и молярной тепловой энергии E_T при температуре плавления характеризуют коэффициент детерминации $R_{adj}^2 = 0.64$ и безразмерный коэффициент $2\pi^2 \alpha^2 = 0.056$. Последний соответствует относительной амплитуде колебаний атомов при температуре плавления $\alpha = 0.053$ и увеличению расстояния между центрами соседних атомов на $0.106a$. Эта оценка совпадает с критерием плавления Линдемана [9], который показал, что увеличение расстояния между центрами соседних атомов больше критического значения 0.1 приводит к разрушению кристалла, которое внешне проявляется как плавление.

РЕЗУЛЬТАТЫ И ОБСУЖДЕНИЕ

С помощью анализа размерностей молярную кинетическую энергию можно записать в виде соотношения, в которое входят кинематическая вязкость или коэффициент самодиффузии

$$E_k \propto \frac{1}{2} M \left(\frac{v}{\alpha a} \right)^2, \quad (7)$$

$$E_k \propto \frac{1}{2} M \left(\frac{D}{\alpha a} \right)^2. \quad (8)$$

Величины $v/\alpha a$ и $D/\alpha a$ имеют размерность скорости и выражают скорость переноса плотности импульса ρv и скорость переноса массы m , обусловленные тепловым колебанием атомов. Сравнивая уравнения (7) и (6), а также (8) и (6), получаем выражения для кинематической вязкости ν_m и коэффициента самодиффузии D_m при температуре плавления

$$\nu_m = C_1 a \sqrt{\frac{RT_m}{M}}, \quad (9)$$

$$D_m = C_2 a \sqrt{\frac{RT_m}{M}}, \quad (10)$$

где C_1 и C_2 – безразмерные постоянные. При этом учтено, что при температуре плавления относительная амплитуда колебания атомов для всех металлов является постоянной и равной $\alpha = 0.053$.

В результате регрессионного анализа соотношения (9) определены постоянная $C_1 = 5.2$ и скорректированный коэффициент детерминации $R_{adj}^2 = 0.75$. На рис. 1 представлена связь экспериментальных значений кинематической вязкости ν_m жидких металлов с комплексом в правой части формулы (9).

В уравнении (9) можно перейти от кинематической вязкости ν к динамической вязкости η с помощью соотношения

$$\eta = \nu \rho = \nu \frac{M}{V_m}.$$

После преобразований получается известное уравнение Андраде [10]

$$\eta_m = \frac{C_1}{a^2} \sqrt{m k_B T_m} = \frac{C_1 \sqrt{R} \sqrt{M T_m}}{N_A^{1/3} V_m^{2/3}}.$$

Подобное уравнение было получено также в модели твердых сфер [21]

$$\begin{aligned} \eta &= \frac{4a}{5\sqrt{\pi}} \sqrt{m k_B T} \frac{N_A}{V_m} \left(\frac{pV}{RT} - 1 \right) = \\ &= \frac{4}{5\sqrt{\pi} a^2} \sqrt{m k_B T} \left(\frac{pV}{RT} - 1 \right), \end{aligned}$$

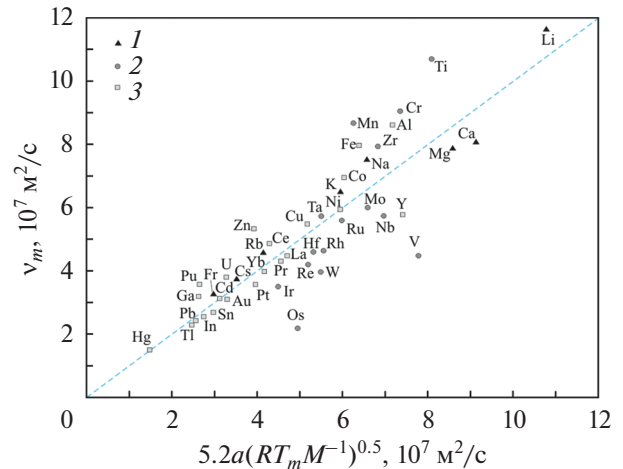


Рис. 1. Связь кинематической вязкости ν_m жидких металлов при температуре плавления с параметром $5.2a(RT_m M^{-1})^{0.5}$ – штриховая линия, рассчитанная по (9) с $C_1 = 5.2$ при $R_{adj}^2 = 0.75$; 1 – щелочные и щелочноземельные металлы, 2 – тугоплавкие металлы, 3 – металлы III, X–XIV групп.

где $pV/(RT)$ – фактор сжимаемости; p – давление, Па. При температуре плавления фактор сжимаемости принимает значение, близкое к 8 [22].

В результате регрессионного анализа соотношения (10) определяются постоянная $C_2 = 0.035$ и скорректированный коэффициент детерминации $R_{adj}^2 = 0.93$. На рис. 2 представлена связь экспериментального коэффициента самодиффузии D_m жидких металлов с параметром в правой части формулы (10). В модели твердых сфер для коэффициента самодиффузии получено выражение [21]

$$D = \frac{a}{2} \sqrt{\frac{\pi k_B T}{m}} \left(\frac{pV}{RT} - 1 \right)^{-1},$$

которое совпадает с (10) при постоянном значении фактора сжимаемости $pV/(RT)$.

После перемножения уравнений (9) и (10) получаем

$$\nu_m D_m = C_1 C_2 \frac{a^2 R T_m}{M}.$$

Если в данном соотношении перейти к динамической вязкости η , то оно приобретает вид уравнения Стокса–Эйнштейна

$$\eta = C_1 C_2 \frac{k_B T_m}{a D}.$$

В уравнении Стокса–Эйнштейна безразмерный коэффициент равен $(1/3)\pi = 0.106$, и он незначительно отличается от коэффициента $C_1 C_2 = 0.18$, полученного в настоящей работе.

Из уравнений (9) и (10) видно, что кинематическая вязкость и коэффициент самодиффузии

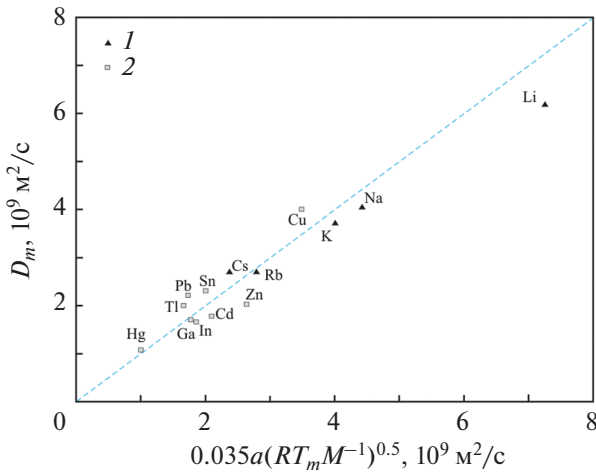


Рис. 2. Связь коэффициента самодиффузии D_m жидких металлов при температуре плавления с параметром $0.035a(RT_m M^{-1})^{0.5}$ – штриховая линия, рассчитанная по (10) с $C_1 = 0.035$ при $R_{adj}^2 = 0.93$; 1 – щелочные и щелочноземельные металлы, 2 – металлы III, X–XIV групп.

различаются только постоянными коэффициентами. Тесную связь кинематической вязкости и коэффициента самодиффузии подтверждает высокий скорректированный коэффициент детерминации $R_{adj}^2 = 0.87$ экспериментальных значений этих физических величин. Из формул можно найти отношение скоростей v/a и D/a при температуре плавления, которое равно отношению постоянных $C_1/C_2 = 149$. Следовательно, при температуре плавления скорость переноса плотности

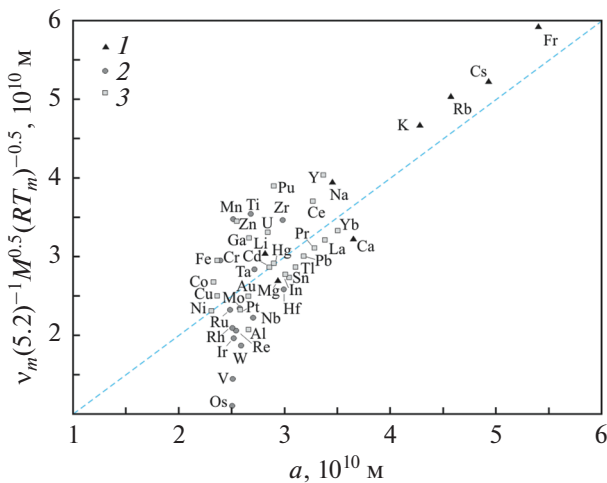


Рис. 3. Связь нормированной кинематической вязкости $v_m(5.2)^{-1}M^{0.5}(RT_m)^{-0.5}$ жидких металлов с размером атомов a – штриховая линия; $R_{adj}^2 = 0.69$; 1 – щелочные и щелочноземельные металлы, 2 – тугоплавкие металлы, 3 – металлы III, X–XIV групп.

импульса на два порядка выше скорости переноса массы.

Заметим, что постоянные коэффициенты C_1 и C_2 представляют собой безразмерные величины кинематической вязкости ν^* и коэффициента самодиффузии D^* при температуре плавления, которые были рассмотрены Розенфельдом [23]. В работе [24] показано, что атомный транспорт связан с избыточной молярной энтропией S (Дж K^{-1} моль $^{-1}$), которая равна разности энтропии системы и энтропии эквивалентного идеального газа. В частности, для безразмерного коэффициента диффузии и динамической вязкости получены линейные соотношения [25]

$$D^* \approx 0.6e^{-0.8s},$$

$$\eta^* \approx 0.2e^{0.8s},$$

где $s = S/R$ – безразмерная избыточная энтропия. Из равенств $\eta^* = C_1 = 5.2$ (постоянный коэффициент для динамической и кинематической вязкости имеет одинаковые значения 5.2) и $D^* = C_2 = 0.035$ получаем значения безразмерной избыточной энтропии при температуре плавления 4.1 и 3.6 соответственно. Эти значения близки к расчетным значениям, которые находятся примерно в интервале от 4 до 5 для точки затвердевания простой жидкости [22].

Из уравнений (9) и (10) также следует, что кинематическая вязкость и коэффициент самодиффузии должны снижаться с увеличением размера колеблющихся частиц и с уменьшением их массы. Однако использовать напрямую численные данные для кинематической вязкости ν_m и коэффициента самодиффузии D_m нельзя, поскольку каждый металл обладает индивидуальным набором значений физических величин a , m и T_m .

Для того чтобы выделить влияние размера атомов на кинематическую вязкость, с помощью формулы (9) приведем кинематическую вязкость к единице физической величины, в которую входят масса атомов и температура плавления

$$\frac{\nu_m}{5.2} \sqrt{\frac{M}{RT_m}} \tag{11}$$

Нормированная кинематическая вязкость (11) имеет размерность длины и связана с размером атомов линейным соотношением

$$\frac{\nu_m}{5.2} \sqrt{\frac{M}{RT_m}} = a.$$

На рис. 3 представлена зависимость нормированной кинематической вязкости от размера атомов a . В целом вязкость жидких металлов растет с увеличением размера атомов с коэффициентом детерминации $R_{adj}^2 = 0.69$, однако эта связь сильно различается для разных групп металлов. Так, вязкость наиболее тесно связана с размером атомов у

щелочных и щелочноземельных металлов, для которых скорректированный коэффициент детерминации равен 0.92. У тугоплавких металлов такая связь практически отсутствует и $R_{adj}^2 = 0.09$, а у металлов III, X–XIV групп она незначительна и $R_{adj}^2 = 0.28$.

Для оценки влияния массы атомов на кинематическую вязкость она нормируется на физическую величину, в которую входят размер атомов и температура плавления. В этом случае нормированная кинематическая вязкость имеет размерность $\text{кг}^{-0.5} \text{ моль}^{0.5}$ и связана с молярной массой соотношением

$$\frac{v_m}{5.2a\sqrt{RT_m}} = M^{-0.5}.$$

На рис. 4 представлена зависимость нормированной кинематической вязкости от молярной массы $M^{-0.5}$. Вязкость жидких металлов снижается с увеличением массы атомов. Связь нормированной кинематической вязкости $v_m(5.2a)^{-1}(RT_m)^{-0.5}$ жидких металлов с молярной массой $M^{-0.5}$ определяет коэффициент детерминации $R_{adj}^2 = 0.88$. Высокий коэффициент детерминации свидетельствует о том, что кинематическая вязкость более тесно связана с массой атомов, чем с их размером. Это верно для всех групп атомов. Так, коэффициент детерминации R_{adj}^2 равен 0.97, 0.68 и 0.73 соответственно для щелочных и щелочноземельных металлов, тугоплавких металлов и металлов из III, X–XIV групп Периодической системы Менделеева.

Уравнения (9) и (10) можно записать в виде

$$v_m = C_1 \sqrt{\frac{k_B T_m}{\rho_s}}, \quad D_m = C_2 \sqrt{\frac{k_B T_m}{\rho_s}},$$

где величина ρ_s является поверхностной плотностью и определяет массу на единицу поверхности

$$\rho_s = \frac{m}{a^2}.$$

На рис. 5 представлена связь нормированной кинематической вязкости $v_m(5.2)^{-1}(k_B T_m)^{-0.5}$ жидких металлов с размерно-массовым фактором $F = \rho_s^{-0.5} = am^{-0.5}$. Эта связь имеет более высокий коэффициент детерминации, а именно $R_{adj}^2 = 0.91$, чем связь вязкости с атомным размером или массой по отдельности. При фиксированной температуре кинематическая вязкость и коэффициент самодиффузии растут пропорционально размерно-массовому фактору и, следовательно, снижаются с увеличением поверхностной плотности ρ_s .

На рис. 6 представлена поверхностная плотность ma^{-2} в зависимости от атомного номера Z металлических элементов. Масса на единицу по-

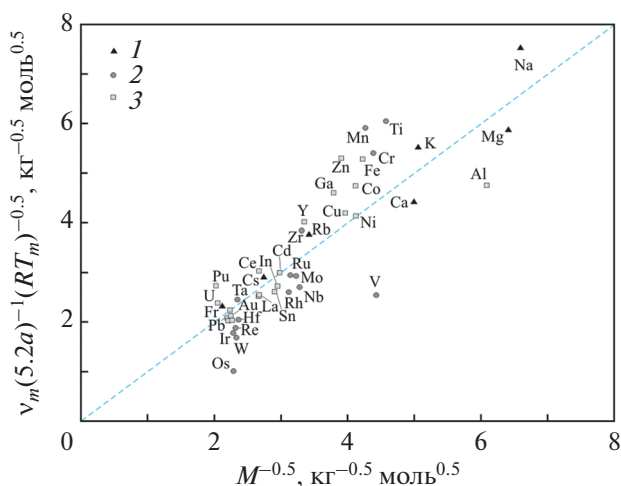


Рис. 4. Связь нормированной кинематической вязкости $v_m(5.2a)^{-1}(RT_m)^{-0.5}$ жидких металлов с молярной массой $M^{-0.5}$ – штриховая линия; $R_{adj}^2 = 0.88$; 1–3 – см. рис. 3.

верхности растет с увеличением атомного номера. Для щелочных и щелочноземельных металлов линейная связь поверхностной плотности с атомным номером имеет высокий коэффициент детерминации $R_{adj}^2 = 0.95$. Для остальных металлов вблизи Cu, Ru и Ir наблюдаются локальные пики, и, несмотря на это, коэффициент детерминации остается достаточно высоким $R_{adj}^2 = 0.81$.

По аналогии с кинематической вязкостью проанализирована связь коэффициента самодиффузии с размером и массой атомов. Для этой

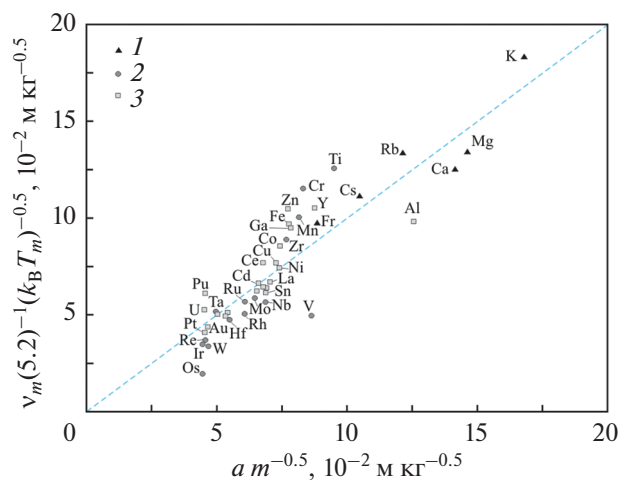


Рис. 5. Связь нормированной кинематической вязкости $v_m(5.2a)^{-1}(k_B T_m)^{-0.5}$ жидких металлов с размерно-массовым фактором $\rho_s^{-0.5} = am^{-0.5}$ – штриховая линия; $R_{adj}^2 = 0.91$; 1–3 – см. рис. 3.

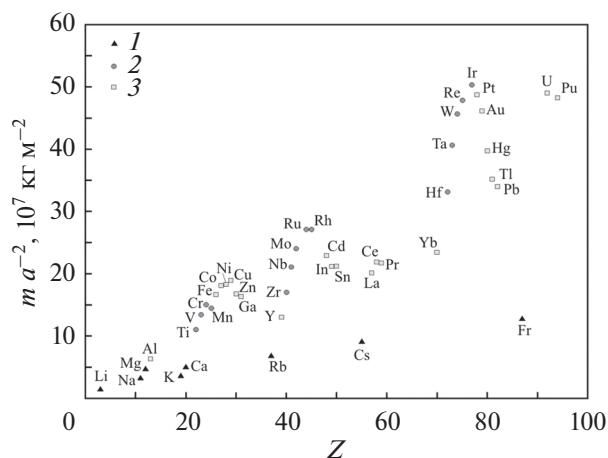


Рис. 6. Масса на единицу поверхности ma^{-2} в зависимости от атомного номера Z металлических элементов различных групп: 1–3 – см. рис. 3.

связи получены еще более высокие скорректированные коэффициенты детерминации по сравнению с кинематической вязкостью. Например, связь нормированного коэффициента самодиффузии $D_m(0.035)^{-1}(k_B T_m)^{-0.5}$ жидких металлов с размерно-массовым фактором $am^{-0.5}$ определяет коэффициент детерминации $R_{adj}^2 = 0.97$.

Диаметр и масса кластера зависят от числа атомов [26]. Изменение относительного размерно-массового фактора кластера, т.е. отношение размерно-массового фактора кластера F_k к размерно-массовому фактору атома F_a , в зависимости от числа атомов в кластере n показано на рис. 7. Видно, что с увеличением числа атомов в кластере относительный размерно-массовый фактор снижается. Отсюда можно сделать вывод, что при фиксированной температуре кинематическая вязкость и коэффициент самодиффузии будут снижаться с увеличением размера кластера.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

На основе экспериментальных данных для жидких металлов при температуре плавления показано, что кинематическая вязкость и коэффициент самодиффузии увеличиваются с ростом размера атомов и уменьшением их массы. Для того чтобы выделить влияние размера (массы) атомов, кинематическая вязкость или коэффициент самодиффузии приводятся к единице физической величины, в которую входят масса (размер) атомов и температура плавления. Обнаружено, что масса атомов более тесно связана с кинематическими свойствами металлической жидкости, чем размер атомов.

Для анализа кинематических свойств жидкости предложено использовать поверхностную плот-

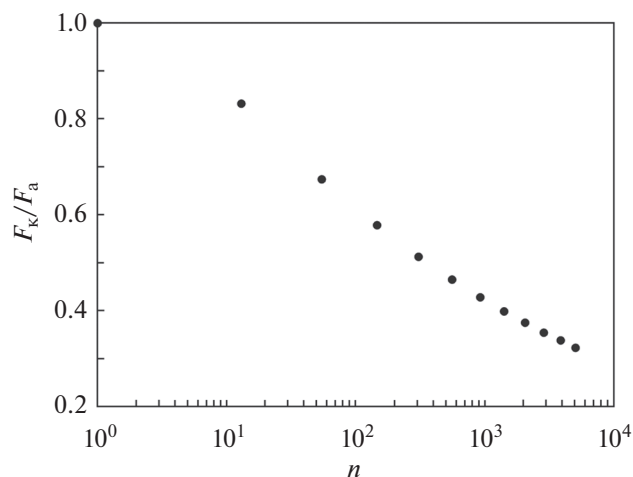


Рис. 7. Зависимость относительного размерно-массового фактора F_k/F_a от числа атомов в кластере n .

ность ρ_s , которая равна удельной массе атомов (на единицу поверхности), и размерно-массовый фактор $\rho_s^{-0.5}$, равный отношению размера атома к корню квадратному из его массы. Связь кинематической вязкости и коэффициента самодиффузии с размерно-массовым фактором характеризует скорректированный коэффициент детерминации, значение которого больше 0.90. Показано, что с увеличением размера кластеров снижаются кинематическая вязкость и коэффициент самодиффузии жидкости. Из безразмерных кинематических величин определена безразмерная избыточная энтропия при температуре плавления, которая близка к расчетным значениям для точки затвердевания простой жидкости.

Работа выполнена в рамках государственной работы FEUZ-0836-0020.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Френкель Я.И. Кинетическая теория жидкостей. Л.: Наука, 1975. 592 с.
2. Бельтюков А.Л., Олянина Н.В., Ладьянов В.И. Температурная и концентрационная зависимости вязкости расплавов Co–Si // ТВТ. 2019. Т. 57. № 1. С. 47.
3. Хуснутдинов Р.М., Мокишин А.В., Бельтюков А.Л., Олянина Н.В. Вязкость расплава кобальта: эксперимент, моделирование и теория // ТВТ. 2018. Т. 56. № 2. С. 211.
4. Чикова О.А., Цепелев В.С., Московских О.П. Оценка параметров микрогетерогенной структуры металлических расплавов из результатов вискозиметрического эксперимента на основе представлений теории абсолютных скоростей реакций // ЖФХ. 2017. Т. 91. № 6. С. 925.
5. Гельцинский Б.Р., Мирзоев А.А., Воронцов А.Г. Вычислительные методы микроскопической теории

- металлических расплавов и нанокластеров. М.: Физматлит, 2011. 200 с.
6. Физика простых жидкостей / Под ред. Темперли Г., Роулинсона Дж., Рашбрука Дж. Ч. 1, 2. М.: Мир, 1971–1973.
 7. *De With G.* Liquid-state Physical Chemistry. Fundamentals, Modeling, and Applications. Weinheim: Wiley-VCH, 2013. 526 p.
 8. *Глестон С., Лейдлер К., Эйринг Г.* Теория абсолютных скоростей реакции. Кинетика химических реакций, вязкость, диффузия и электрохимические явления. М.: ГИИЛ, 1948. 584 с.
 9. *Lindemann F.A.* Über die Berechnung molekularer Eigenfrequenzen // *Phys. Z.* 1910. Bd. 11. S. 609.
 10. *Andrade E.N. da C.* A Theory of the Viscosity of Liquids – Part 1 // *Phil. Mag.* 1934. V. 17. P. 497.
 11. *Iida T., Guthrie R., Isac M., Tripathi N.* Accurate Predictions for the Viscosities of Several Liquid Transition Metals, Plus Barium and Strontium // *Metall. Mater. Trans.* 2006. V. 37B. P. 402.
 12. *Iida T., Guthrie R., Tripathi N.* A Model for Predictions of Self-diffusivities in Liquid Metals, Semimetals, and Semiconductors // *Metall. Mater. Trans.* 2006. V. 37B. P. 559.
 13. *Kaptay G.* A Unified Equation for the Viscosity of Pure Liquid Metals // *Metallkd.* 2005. V. 96. P. 24.
 14. *Mishra P.C., Mukherjee S., Nayak S.K., Panda A.* A Brief Review on Viscosity of Nanofluids // *Int. Nano Lett.* 2014. V. 4. P. 109.
 15. *Glyde H.R.* Relation of Vacancy Formation and Migration Energies to the Debye Temperature in Solids // *J. Phys. Chem. Solids.* 1967. V. 28. P. 2061.
 16. *Grimvall G., Sjödin S.* Correlation of Properties of Materials to Debye and Melting Temperatures // *Phys. Scripta.* 1974. V. 10. P. 340.
 17. *Lawson A.C.* Physics of the Lindemann Melting Rule // *Phil. Mag.* 2009. V. 89. P. 1757.
 18. *Iida T., Guthrie R.I.L.* The Thermophysical Properties of Metallic Liquids. Oxford: University Press, 2015. 586 p.
 19. *Stewart G.R.* Measurement of Low Temperature Specific Heat // *Rev. Sci. Instrum.* 1983. V. 54. P. 1.
 20. *Greenwood N.N., Earnshaw A.* Chemistry of the Elements. Oxford: Butterworth-Heinemann, 1998. 1343 p.
 21. *Longuet-Higgins H.C., Pople J.A.* Transport Properties of a Dense Fluid of Hard Spheres // *J. Chem. Phys.* 1956. V. 25. P. 884.
 22. *Hover W.G., Ree F.H.* Melting Transition and Communal Entropy for Hard Spheres // *J. Chem. Phys.* 1968. V. 49. P. 3609.
 23. *Rosenfeld Y.* Relation between the Transport Coefficients and the Internal Entropy of Simple Systems // *Phys. Rev. A.* 1977. V. 15. P. 2545.
 24. *Dzugutov M.* A Universal Scaling Law for Atomic Diffusion in Condensed Matter // *Nature.* 1996. V. 381. P. 137.
 25. *Rosenfeld Y.* A Quasi-universal Scaling Law for Atomic Transport in Simple Fluids // *J. Phys.: Condens. Matter.* 1999. V. 11. P. 5415.
 26. *Poole C.P. Jr., Owens F.J.* Introduction to Nanotechnology. New Jersey: John Wiley & Sons, 2003. 388 p.