

УДК 532.529

## К ВЫБОРУ ИНЕРЦИОННОСТИ ЧАСТИЦ, ИСПОЛЬЗУЕМЫХ ДЛЯ ОПТИЧЕСКОЙ ДИАГНОСТИКИ ВЫСОКОСКОРОСТНЫХ ГАЗОВЫХ ПОТОКОВ

© 2021 г. А. Ю. Вараксин<sup>1, 2, \*</sup><sup>1</sup>Объединенный институт высоких температур РАН, Москва, Россия<sup>2</sup>Московский государственный технический университет им. Н.Э. Баумана, Москва, Россия

\*E-mail: varaksin\_a@mail.ru

Поступила в редакцию 22.09.2020 г.

После доработки 24.02.2021 г.

Принята к публикации 19.05.2021 г.

Рассмотрена задача выбора параметров инерционности (плотность, размер) частиц-трассеров, используемых для диагностики высокоскоростных газовых потоков. Аналитическим путем получено соотношение для нахождения скорости частиц-трассеров при допущении о равенстве единице коэффициента аэродинамического сопротивления частиц. Выполнены оценки времен и длин разгона частиц различной инерционности в потоке газа, движущегося с постоянной скоростью.

DOI: 10.31857/S0040364421030145

### ВВЕДЕНИЕ

В механике однофазных потоков используется целый ряд различных методов диагностики течений: от одноточечных контактных методов [1–3] до широкого класса бесконтактных [4–14]. Класс бесконтактных методов, прежде всего оптических, в свою очередь подразделяется на одноточечные (например, метод лазерной доплеровской анемометрии [4–9]) и различные модификации “полевых” методов [10–14], в частности основанных на стробоскопической трассерной визуализации потоков. Определение поля скорости с помощью принципа анемометрии по изображениям частиц основано на измерении сдвигов частиц-трассеров в потоке за время между импульсами источника излучения, освещающего поток.

Для измерения кинематических характеристик газовой среды в нее вводятся частицы-трассеры (обычно субмикрометровых и микрометровых размеров), массовая и объемная концентрация которых ничтожна. При соблюдении определенных условий (прежде всего, условия малости времени релаксации частиц по сравнению с характерными масштабами несущей среды) мгновенные скорости частиц-трассеров будут практически равны скоростям газа.

Динамическое проскальзывание (разница скоростей частиц-трассеров и несущего газа) может изменяться в очень широком диапазоне в зависимости от режимных параметров: прежде всего скорости сплошной среды, а также геометрии потока и инерционности используемых частиц. Особую актуальность приобретает выбор инерци-

онности частиц-трассеров при экспериментальном изучении высокоскоростных потоков.

Цель данной работы – предложить простую методику оценки инерционности частиц-трассеров, используемых для диагностики высокоскоростных газовых потоков.

### ДВИЖЕНИЕ ЧАСТИЦ В ВЫСОКОСКОРОСТНОМ ПОТОКЕ ГАЗА

Рассмотрим движение частиц в высокоскоростном потоке газа. Векторное уравнение движения одиночной твердой частицы в газовом потоке записывается как

$$m_p \frac{d\mathbf{V}}{d\tau} = \sum_i \mathbf{F}_i, \quad (1)$$

где  $m_p$  – масса частицы;  $\mathbf{V}$  – вектор скорости частицы;  $\tau$  – время;  $\mathbf{F}_i$  – внешние силы, действующие на частицу.

Для случая одномерного движения и действия только силы аэродинамического сопротивления уравнение (1) приобретает вид

$$\rho_p \frac{\pi d_p^3}{6} \frac{dV}{d\tau} = C_D \frac{\pi d_p^2}{4} \rho (U - V) |U - V|, \quad (2)$$

где  $\rho_p$  – физическая плотность материала частицы,  $d_p$  – диаметр частицы,  $V$  – продольная скорость частицы,  $U$  – продольная скорость несущего газа,  $C_D$  – коэффициент аэродинамического сопротивления частицы,  $\rho$  – плотность газа.

После простых упрощений уравнение (2) переписывается как

$$\frac{dV}{d\tau} = C_D \frac{3}{4} \frac{\rho}{\rho_p d_p} (U - V) |U - V|. \quad (3)$$

Решение уравнения (3) может быть легко получено аналитически в случае движения стоксовых частиц ( $Re_p \ll 1$ ), для которых  $C_D = 24/Re_p$ . Здесь  $Re_p = (|U - V|d_p)/\nu$  – число Рейнольдса относительного движения частицы ( $\nu$  – кинематическая вязкость несущей фазы). Однако в случае высокоскоростного потока движение даже субмикрометровых частиц не подчиняется закону сопротивления Стокса, так как  $Re_p > 1$ . С ростом  $Re_p$  линейная зависимость между  $C_D$  и  $Re_p$  пропадает. Это осложняет получение аналитического решения. Более того, для сжимаемого потока коэффициент аэродинамического сопротивления становится также функцией и числа Маха частицы, т.е.  $C_D = f(Re_p, M_p)$ . Здесь  $M_p = (|U - V|/a)$  – число Маха относительного движения частицы ( $a$  – скорость звука газа). В литературе имеется несколько эмпирических зависимостей для  $C_D$  в высокоскоростных потоках, удовлетворительно описывающих экспериментальные данные. Наибольшее распространение получила достаточно громоздкая формула Хендерсона [15], удовлетворяющая имеющимся экспериментам как в дозвуковой области значений относительной скорости движения частиц, так и в сверхзвуковой вплоть до  $M_p = 1.75$ . Необходимо отметить, что данные для коэффициента сопротивления частицы при более высоких числах Маха отсутствуют в литературе.

Анализ значений коэффициента сопротивления частицы по формуле Хендерсона показывает [15], что величина  $C_D$  лежит в диапазоне 0.4–2.0, причем низкие значения ( $C_D < 1$ ) реализуются при высоких числах Рейнольдса ( $Re_p = 200–2000$ ). Высокие числа Рейнольдса не реализуются при разгоне (движении) малоинерционных частиц-трассеров субмикрометровых и микрометровых размеров, поэтому с целью упрощения решения для получения нижней оценки скорости частиц в высокоскоростном потоке было использовано  $C_D = 1$ . Необходимо отметить, что ниже рассматривается случай присутствия в потоке сферических частиц одного размера без учета их взаимного влияния.

В результате уравнение (3) приобретает следующий вид:

$$\frac{dV}{d\tau} = \frac{(U - V)|U - V|}{B}, \quad (4)$$

$B = (4\rho_p d_p)/(3\rho)$ . Для упрощения решения примем допущение, что  $B = \text{const}$ . Найдем скорость ускоряющихся ( $U - V > 0$ ) частиц в потоке газа, движущегося с постоянной скоростью  $U = \text{const}$ . Решение обыкновенного дифференциального уравнения (4) ищем как

$$B \int \frac{dV}{(U - V)^2} = \int d\tau + C, \quad (5)$$

где  $C$  – постоянная интегрирования.

Общее решение (5) имеет вид

$$\frac{B}{U - V} = \tau + C. \quad (6)$$

Для нахождения частного решения учтем, что  $V = 0$  при  $\tau = 0$ . В этом случае из (6) имеем  $C = B/U$ . Итоговое выражение для нахождения скорости частиц, получаемое из (6), запишется как

$$V = U \left( 1 - \frac{B}{U\tau + B} \right). \quad (7)$$

Комплекс  $B$  – размерный параметр, пропорциональный инерционности частиц. Чем меньше инерционность частиц, тем меньше значение этого параметра. Оценим порядок параметра  $B$  для частиц разных размеров. Учитывая, что  $\rho_p/\rho = O(10^3)$ , для частиц диаметром  $d_p = 1, 10, 100$  мкм параметр  $B$  имеет порядок  $B = O(10^{-3}), O(10^{-2}), O(10^{-1})$  м соответственно.

На рис. 1 приведены рассчитанные с использованием (7) зависимости скорости частиц от времени, скорости несущего газа и параметра  $B$ . Данные рис. 1 позволяют определять время разгона частиц, т.е. время, за которое скорость частицы достигает (с заданной погрешностью) скорости несущего газа.

Время разгона частиц (для  $U = 100$  м/с), при котором скорость частиц отличается не более чем на 5% от скорости несущего газа, равно  $\tau_{95} \approx 2 \times 10^{-4}$  с для малоинерционных частиц ( $B = 0.001$  м). С ростом инерционности время разгона возрастает:

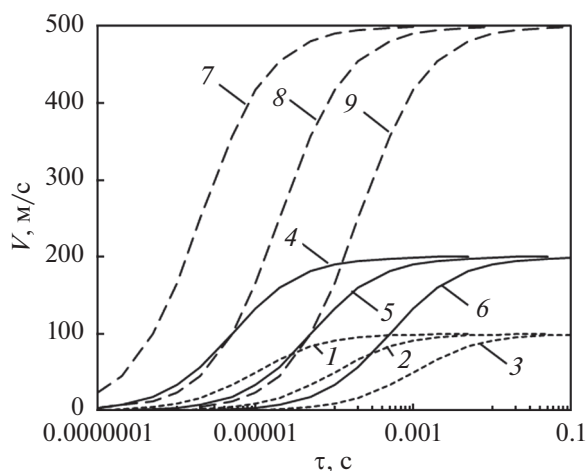


Рис. 1. Зависимости скоростей частиц от скорости несущего газа и инерционности: 1–3 –  $U = 100$  м/с; 4–6 – 200; 7–9 – 500; 1, 4, 7 –  $B = 0.001$  м; 2, 5, 8 – 0.01; 3, 6, 9 – 0.1.

$\tau_{95} \approx 2 \times 10^{-3}$  и  $2 \times 10^{-2}$  с для частиц с  $B = 0.01$  и  $B = 0.1$  м соответственно.

С увеличением скорости несущего газа время разгона частиц снижается. Например, для малоинерционных частиц ( $B = 0.001$  м) время разгона уменьшается до значений  $\tau_{95} \approx 1 \times 10^{-4}$  и  $\tau_{95} \approx 5 \times 10^{-5}$  с при скоростях  $U = 200$  и  $U = 500$  м/с.

На практике удобнее пользоваться длиной разгона частиц. Из соотношения (7) можно определить путь, проходимый частицей с момента начала ее разгона:

$$l = \int_0^{\tau} V(\tau) d\tau = \int_0^{\tau} U \left( 1 - \frac{B}{U\tau + B} \right) d\tau \quad (8)$$

Интеграл (8) приводит к следующему выражению для длины перемещения частиц в зависимости от времени разгона  $\tau$ :

$$l = U\tau - B \ln[(U\tau)/B + 1]. \quad (9)$$

Решение (9) удовлетворяет начальному условию  $l = 0$  при  $\tau = 0$ .

На рис. 2 приведены рассчитанные с использованием (9) длины перемещения частиц в зависимости от времени, скорости несущего газа и параметра  $B$ . Данные рис. 2 позволяют определять длину разгона частиц, т.е. проходимый частицей путь до сечения, в котором ее скорость достигает (с заданной погрешностью) скорости несущего газа.

Длина разгона (для  $U = 100$  м/с), на которой скорость частиц отличается не более чем на 5% от скорости несущего газа, равна  $l_{95} \approx 0.017$  м для малоинерционных частиц ( $B = 0.001$  м), что соответствует времени разгона  $\tau_{95} \approx 2 \times 10^{-4}$  с. С ростом инерционности частиц длина разгона возрастает и становится равной 0.17 и 1.7 м для частиц с  $B = 0.01$  и  $B = 0.1$  м соответственно.

С ростом скорости несущего газа длина разгона частиц увеличивается. Для малоинерционных

частиц ( $B = 0.001$  м) она достигает значения  $l_{95} \approx 0.022$  м при  $U = 500$  м/с.

### ВЫБОР ПАРАМЕТРОВ ЧАСТИЦ-ТРАССЕРОВ

Для выбора параметров частиц-трассеров необходимо учитывать не только скорость несущего потока, но и его геометрию. Условие полноты разгона частиц в потоке газа, движущегося с постоянной скоростью ( $U = \text{const}$ ), можно представить в виде

$$\frac{\tau_{95}}{T_f} < 1, \quad (10)$$

$$\frac{l_{95}}{L} < 1, \quad (11)$$

где  $\tau_{95}$  – рассчитанное с использованием (7) время разгона частиц,  $l_{95}$  – рассчитанная с использованием (9) длина разгона частиц,  $T_f$  – характерное время несущего газа,  $L$  – характерная длина рассматриваемого потока.

Например, при изучении течения высокоскоростного газа в канале в качестве характерной длины  $L$  можно опираться на расстояние от места ввода частиц в поток до исследуемого сечения канала, а в качестве характерного времени  $T_f$  время движения газа до данного сечения.

Так, при  $L = 1$  м и  $U = 100$  м/с получим  $T_f = 10^{-2}$  с. Можно сделать вывод (см. рис. 1, кривые 1 и 2), что хорошо будут следовать за газом не только самые малоинерционные частицы ( $d_p = 1$  мкм,  $B = O(10^{-3}$  м)), но также и более инерционные ( $d_p = 10$  мкм,  $B = O(10^{-2}$  м)), величина динамического проскальзывания (около 1 м/с или 1% от скорости газа) которых позволит использовать их в качестве частиц-трассеров.

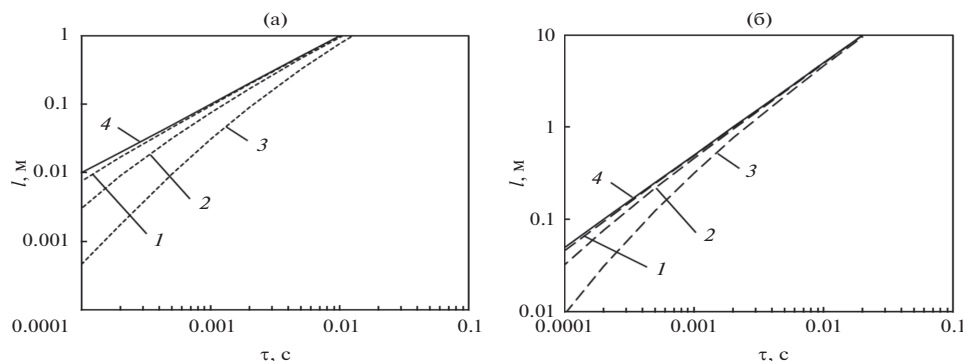


Рис. 2. Зависимости перемещений частиц (1–3) и газа (4) от инерционности и скорости: (а) –  $U = 100$  м/с, (б) – 500; 1 –  $B = 0.001$  м, 2 – 0.01, 3 – 0.1.

Для меньшей геометрии и более высокой скорости потока ( $L = 0.1$  м,  $U = 500$  м/с) получим  $T_f = 2 \times 10^{-4}$  с. Можно сделать вывод (рис. 1, кривые 7 и 8), что только самые малоинерционные частицы ( $d_p = 1$  мкм,  $B = O(10^{-3}$  м)) будут следовать за газом (величина проскальзывания около 5 м/с или 1% от скорости газа). Что касается более инерционных частиц ( $d_p = 10$  мкм,  $B = O(10^{-2}$  м)), то величина их динамического проскальзывания (около 50 м/с или 10% от скорости газа) не позволит использовать их в качестве частиц-трассеров.

В случае, когда скорость газа претерпевает изменения ( $U \neq \text{const}$ ), выбор инерционности частиц-трассеров несколько осложняется. Примерами таких потоков являются высокоскоростные течения вблизи обтекаемых тел [16] и в пограничном слое [17], а также вихревые течения [18–20].

Наличие градиента скорости в продольном направлении ведет к резкому сокращению характерных времен  $T_f$  и длин  $L$  несущего потока. Например, при обтекании тел в качестве характерной длины можно использовать расстояние от критической точки обтекаемого тела вверх по потоку до места, на котором начинается торможение газа ( $L \approx R$ ,  $R$  – радиус обтекаемого тела). В этом случае  $T_f \approx R/U$ , где  $U$  – скорость газа в невозмущенном потоке. Задаваясь  $R = 0.005$  м и  $U = 500$  м/с, получаем  $T_f \approx 10^{-5}$  с. Из этого следует вывод (рис. 1, кривая 7), что даже самые малоинерционные из рассмотренных частиц ( $d_p = 1$  мкм,  $B = O(10^{-3})$  м) не будут следовать за газом и величина динамического проскальзывания (около 100 м/с) не позволит использовать их в качестве частиц-трассеров.

### ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Рассмотрен вопрос о выборе инерционности частиц-трассеров, используемых для оптической диагностики высокоскоростных газовых потоков. На основе сделанного допущения о близости к единице значения коэффициента аэродинамического сопротивления найдено выражение для определения скорости частиц в зависимости от времени. Выполнены оценки характерных времен и длин разгона частиц различной инерционности в газовом потоке с постоянной скоростью. Сформулированы условия полноты разгона частиц в потоках газа, имеющих различную скорость и геометрию.

Работа выполнена при поддержке Российского научного фонда (грант № 20-19-00551).

### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Брэдшоу П. Введение в турбулентность и ее измерение. М.: Мир, 1974. 278 с.
2. Ярин Л.П., Генкин А.Л., Кулес В.И. Термоанемометрия газовых потоков. Л.: Машиностроение, 1983. 198 с.
3. Bruun H.H. Hot-Wire Anemometry: Principles and Signal Analysis. Oxford: University Press, 1995. 507 p.
4. Durst F., Melling A., Whitelaw J.H. Principles and Practice of Laser-Doppler Anemometry. London: Acad. Press, 1976.
5. Ринкевичюс Б.С. Лазерная анемометрия. М.: Энергия, 1978. 159 с.
6. Дюррани Т., Грейтуд К. Лазерные системы в гидродинамических измерениях. М.: Энергия, 1980. 336 с.
7. Somerscales E.F.C. Laser Doppler Velocimeter. In: Methods of Experimental Physics / Ed. Emrich R.J. V. 18 (Fluid Dynamics. Part A). London: Acad. Press, 1981. P. 93.
8. Дубнищев Ю.Н., Ринкевичюс Б.С. Методы лазерной доплеровской анемометрии. М.: Наука, 1982. 303 с.
9. Ринкевичюс Б.С. Лазерная диагностика потоков. М.: МЭИ, 1990. 288 с.
10. Adrian R.J. Particle-Imaging Techniques for Experimental Fluid Mechanics // Ann. Rev. Fluid Mech. 1991. V. 23. P. 261.
11. Adrian R.J. Bibliography of Particle Velocimetry Using Imaging Methods: 1917–1995. St. Paul. Minnesota: TSI Inc, 1996.
12. Raffel M., Willert C., Kompenhans J. Particle Image Velocimetry. A Practical Guide. Berlin, Heidelberg: Springer, 1998.
13. Westerweel J. Digital Particle Image Velocimetry – Theory and Application. Delft: Delft University Press, 1993. 235 p.
14. Westerweel J. Fundamentals of Digital Particle Image Velocimetry // Meas. Sci. Technol. 1997. V. 8. P. 1379.
15. Михатулин Д.С., Полежаев Ю.В., Ревизников Д.Л. Теплообмен и разрушение тел в сверхзвуковом гетерогенном потоке. М.: Янус-К, 2007. 392 с.
16. Вараксин А.Ю. Обтекание тел дисперсными газовыми потоками // ТВТ. 2018. Т. 56. № 2. С. 282.
17. Вараксин А.Ю. Двухфазный пограничный слой газа с твердыми частицами // ТВТ. 2020. Т. 58. № 5. С. 789.
18. Вараксин А.Ю., Протасов М.В., Теплицкий Ю.С. К выбору параметров частиц для визуализации и диагностики свободных концентрированных воздушных вихрей // ТВТ. 2014. Т. 52. № 4. С. 581.
19. Вараксин А.Ю. Воздушные и огненные концентрированные вихри: физическое моделирование (обзор) // ТВТ. 2016. Т. 54. № 3. С. 430.
20. Вараксин А.Ю., Ромаш М.Э., Таекин С.И., Конейцев В.Н. Генерация свободных концентрированных воздушных вихрей в лабораторных условиях // ТВТ. 2009. Т. 47. № 1. С. 84.