

УДК 532.5:536.25

## ЕСТЕСТВЕННАЯ ТЕРМОГРАВИТАЦИОННАЯ КОНВЕКЦИЯ В ПОДОГРЕВАЕМОЙ СНИЗУ ЧАСТИЧНО ПЕРЕГОРОЖЕННОЙ КВАДРАТНОЙ ОБЛАСТИ

© 2021 г. И. А. Ермолаев

Национальный исследовательский Саратовский государственный университет им. Н.Г. Чернышевского, Саратов, Россия

E-mail: iermolaev@rambler.ru

Поступила в редакцию 23.02.2020 г.

После доработки 23.08.2020 г.

Принята к публикации 22.12.2020 г.

Изучены особенности течения и теплообмена при естественной термогравитационной конвекции воздуха в квадратной области с двумя одинаковыми симметрично расположенными горизонтальными перегородками. Полость подогревалась снизу постоянным однородным тепловым потоком, верхняя стенка изотермическая, горизонтальные стенки и перегородки адиабатические. Методом вычислительного эксперимента выявлены зависимости температурных полей и полей течений от размеров перегородок и значений критерия Грасгофа.

DOI: 10.31857/S0040364421040098

### ВВЕДЕНИЕ

Исследование тепловой конвекции в частично перегороденных полостях обусловлено рядом важных технических приложений в строительной теплотехнике, гелиотехнике, атомной энергетике, охлаждении радиоэлектронных устройств и др. Вследствие этого к настоящему времени опубликовано значительное количество работ по данному направлению, как экспериментальных [1–4, 6], так и численных [3, 5–19].

Изучалась естественная конвекция воды [1, 3, 6, 12], воздуха [2, 6–8, 10, 13–15, 17, 19], углекислого газа [2] в областях квадратной [2, 5, 7–9, 16, 18, 19] и прямоугольной [1, 3, 4, 6, 7, 10–15, 17] формы при боковом подогреве [1–13, 16–18] и нагреве снизу [14, 15, 19].

Рассматривалось различное количество вертикальных [1–5, 8–16, 18, 19], горизонтальных [6, 7] и наклонных [17] адиабатических [1–4, 16], теплопроводящих [5, 7–15], изотермических [6, 18, 19] перегородок.

Исследовалась конвекция в интервалах значений числа Рэлея  $Ra$ :  $10^{10} < Ra < 10^{11}$  [1],  $1.7 \times 10^5 < Ra < 3.0 \times 10^6$  [2],  $10^9 < Ra < 10^{10}$  [3],  $10^{10} < Ra < 10^{11}$  [4],  $10^5 < Ra < 10^8$  [6],  $10^3 < Ra < 10^5$  [7],  $10^4 < Ra < 10^7$  [11],  $10^4 < Ra < 10^8$  [12],  $3.5 \times 10^3 < Ra < 3.5 \times 10^7$  [13].

В большинстве работ отмечено значительное влияние перегородок на течение и теплообмен в полости. Констатируется существенное снижение теплопереноса в зависимости от количества, расположения, размера и теплопроводящих свойств перегородок, а также от величины критерия Рэлея. Отмечается стабилизирующее влияние перегородок на ламинарный и переходный режимы конвективного течения.

Однако в подавляющем числе исследований рассматривались вертикальные перегородки, лишь в [6, 7] горизонтальные и в [17] наклонные. Также в большинстве работ изучалась конвекция при боковом подогреве, лишь в [14, 15, 19] изотермический источник тепла располагался на нижней стенке. Кроме того, большинство исследователей рассматривали в качестве тепловых граничных условий постоянные различные температуры стенок, только в [8, 12] был задан однородный тепловой поток.

Между тем технические приложения предполагают большее разнообразие геометрий полости. Так, задача охлаждения электронных приборов требует изучения тепловой конвекции в полостях, частично перегороденных сложным образом, имеющих вертикальные, горизонтальные перегородки, выступы и т.д. Тепловые граничные условия, постулирующие постоянную температуру стенок, в этих задачах чрезмерно идеализируют теплообмен. Здесь чаще известен тепловой поток от сосредоточенных либо распределенных источников тепла.

Наконец, интервал чисел Рэлея, соответствующих переходу от режима теплопроводности к режиму пограничного слоя (слабая, или малоинтенсивная, конвекция), не являлся предметом внимания исследователей в перечисленных выше работах. Между тем в данном интервале возникает эффект максимума температурного расслоения [20–23], заключающийся в образовании локальных зон перегрева и переохлаждения с температурой соответственно выше и ниже температуры режима теплопроводности. Длительное время этот эффект связывался в основном с условиями микрогравитации, характерными для орбитальных

космических аппаратов [24]. Однако теплообмен в современных системах микроэлектроники, как следствие миниатюризации, также может сопровождаться указанным эффектом.

Кроме того, аналогичные условия и рассматриваемая геометрическая конфигурация встречаются в микротеплообменниках с микрооребрением, все более широко используемых в охлаждающих системах устройств микроэлектроники, в микрореакторах, испарителях, конденсаторах, микрокриогенных системах и др.

В настоящей работе численно исследуется течение и теплообмен при стационарной естественной тепловой конвекции воздуха в подогреваемой снизу постоянным однородным тепловым потоком квадратной области с симметричными горизонтальными перегородками в интервале числа Рэлея, включающем переход от режима теплопроводности к режиму пограничного слоя.

### ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ, ОСНОВНЫЕ УРАВНЕНИЯ, МЕТОД РЕШЕНИЯ

Рассматривалось двумерное стационарное конвективное течение воздуха в квадратной замкнутой области высотой  $H$  с твердыми непроницаемыми стенками (рис. 1). В серединах вертикальных стенок располагались две симметричные горизонтальные перегородки малой толщины с горизонтальным размером  $h$ . Среда считалась вязкой, термически сжимаемой с постоянными теплофизическими свойствами, для которой справедливо приближение Буссинеска.

Боковые стенки и перегородки полагались адиабатическими, на нижней границе задан постоянный по времени равномерный тепловой поток, верхняя граница изотермическая, температура ее постоянна. В начальный момент времени поле температур однородно и имеет температуру верхней границы, среда находится в гидростатическом равновесии в поле силы тяжести, направленной вертикально вниз, к нагреваемой нижней стенке подводится поток тепла. Задача решалась в декартовой системе координат, начало которой совпадало с левым нижним углом полости, оси  $x$  и  $y$  направлены горизонтально и вертикально соответственно.

Для решения задачи использовались нестационарные двумерные уравнения конвекции в

приближении Буссинеска [25]. В качестве масштабов расстояния, времени, скорости и температуры выбраны  $H$ ,  $H^2/\nu$ ,  $\nu/H$ ,  $q_0H/\lambda$ . Безразмерные переменные определены как  $X = x/H$ ,  $Y = y/H$ ,  $\tau = \nu t/H^2$ ,  $U = uH/\nu$ ,  $V = vH/\nu$ ,  $\theta = \lambda\vartheta/(q_0H)$ . Здесь  $x$ ,  $y$  – координаты;  $t$  – время;  $\nu$  – коэффициент кинематической вязкости;  $u$ ,  $v$  – составляющие скорости в проекции на оси  $x$ ,  $y$  соответственно;  $\vartheta = T - T_0$ ,  $T_0 = 0$ ;  $\lambda$  – коэффициент теплопроводности;  $q_0$  – масштаб потока тепла. Таким образом, безразмерные уравнения Буссинеска в переменных вихрь скорости–функция тока–температура записаны как

$$\frac{\partial \omega}{\partial \tau} + \frac{\partial \psi}{\partial Y} \frac{\partial \omega}{\partial X} - \frac{\partial \psi}{\partial X} \frac{\partial \omega}{\partial Y} = \Delta \omega - \text{Gr}_y \frac{\partial \theta}{\partial X}, \quad (1)$$

$$\Delta \psi = \omega, \quad (2)$$

$$\frac{\partial \theta}{\partial \tau} + \frac{\partial \psi}{\partial Y} \frac{\partial \theta}{\partial X} - \frac{\partial \psi}{\partial X} \frac{\partial \theta}{\partial Y} = \frac{1}{\text{Pr}} \Delta \theta. \quad (3)$$

Здесь  $\omega$ ,  $\psi$  – вихрь скорости и функция тока;  $\omega = \partial U/\partial y - \partial V/\partial x$ ,  $U = \partial \Psi/\partial y$ ,  $V = -\partial \Psi/\partial x$ ,  $U$ ,  $V$  –  $x$ ,  $y$  – компоненты скорости;  $\text{Gr}_y = g_y \beta q_0 H^4 / (\lambda \nu^2)$  – число Грасгофа;  $\text{Pr} = \nu/\chi$  – число Прандтля;  $g_y$  – составляющая силы тяжести ( $g_x = 0$ );  $\beta$  – температурный коэффициент объемного расширения;  $\chi$  – коэффициент температуропроводности.

Безразмерные граничные условия для системы уравнений (1)–(3) имели вид

$$\psi(0, Y, \tau) = \frac{\partial \psi(0, Y, \tau)}{\partial X} = \frac{\partial \theta(0, Y, \tau)}{\partial X} = 0,$$

$$\psi(H, Y, \tau) = \frac{\partial \psi(H, Y, \tau)}{\partial X} = \frac{\partial \theta(H, Y, \tau)}{\partial X} = 0,$$

$$\psi(X, 0, \tau) = \frac{\partial \psi(X, 0, \tau)}{\partial Y} = 0, \quad \frac{\partial \theta(X, 0, \tau)}{\partial Y} = -1,$$

$$\psi(X, H, \tau) = \frac{\partial \psi(X, H, \tau)}{\partial Y} = \theta(X, H, \tau) = 0.$$

Значения вихря скорости на твердых непроницаемых стенках полости вычислялись по формуле Вудса [26]. В начальный момент времени  $\omega(X, Y, 0) = \psi(X, Y, 0) = \theta(X, Y, 0) = 0$ . Значение числа Прандтля  $\text{Pr} = 0.71$ .

Задача (1)–(3) решалась методом конечных элементов Галеркина [27]. Температура, вихрь скорости и функция тока аппроксимировались линейной комбинацией не зависящих от времени базисных функций (функций формы) на линейных треугольных конечных элементах. Для временной аппроксимации использовалась неявная двухслойная схема.

Уравнения решались последовательно, каждый временной шаг начинался с вычисления поля температуры (3), затем определялись граничные условия и поле вихря скорости (1), далее вихрь скорости корректировался и определялось поле функции тока (2). Расчеты проводились с помощью конечно-элементной программы ЕРЕМАІ TERMO (свидетельство № 2012611497 от 09.02.2012). Программа тестировалась на клас-

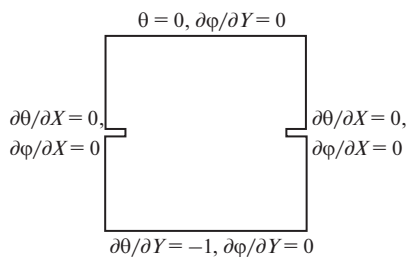


Рис. 1. Расчетная область и условия на границах.

сической задаче о тепловой конвекции в квадратной области, подогреваемой сбоку [27], [28]. Сравнение результатов с результатами метода конечных разностей (МКР) и метода конечных элементов (МКЭ) по интегральному потоку тепла [27] показало наибольшие отличия в 2% от МКЭ и 5.6% от МКР для  $Gr = 10^3$  и 4% от МКЭ и 4.5% от МКР для  $Gr = 10^4$ .

Стационарные решения получены методом установления, критерий установления – неравенство

$$|\theta_m^{k+1} - \theta_m^k| + |\omega_m^{k+1} - \omega_m^k| + |\psi_m^{k+1} - \psi_m^k| < \varepsilon,$$

где  $\theta_m$ ,  $\omega_m$ ,  $\psi_m$  – экстремальные значения температуры, вихря скорости и функции тока;  $k$  – номер шага по времени, шаг по времени менялся в интервале  $10^{-3} - 10^{-4}$ ; значение  $\varepsilon$  изменялось в пределах  $10^{-5} - 10^{-6}$ . Шаг по времени выбирался на основе предварительных и дополнительных расчетов. Расчеты проводились на неравномерной сетке с общим числом узлов  $46 \times 46$ , проверка на сетке  $54 \times 54$  показала, что относительное изменение максимума температуры не превосходит 1%. Толщина перегородок выбрана равной  $0.02H$ , дальнейшее уменьшение толщины изменяло максимум температуры также не более 1%.

### ОБСУЖДЕНИЕ РЕЗУЛЬТАТОВ

Основные расчеты проведены в интервалах величин  $0 < Gr < 10^6$ ,  $0 < h/H < 0.2$ , в отдельных случаях относительный размер перегородок увеличивался до 0.3.

В квадратной области, подогреваемой снизу, при малых и умеренных значениях числа Грасгофа существует одновихревое течение, возникающее вследствие кризиса потери устойчивости равновесия [25]. Возможно также метастабильное симметричное двухвихревое течение с вертикальным расположением вихрей [29]. Наличие перегородок усложняет структуру конвективных потоков. На рис. 2 представлены течения, соответствующие различной интенсивности конвекции в рассматриваемой задаче. Теплопроводностный режим сопровождается многовихревым течением, показанным на рис. 2а. Его интенсивность близка к нулю (кривая *a* на рис. 3). Здесь конвективный теплоперенос много меньше переноса кондуктивного. Температурное поле близко к однородному и деформировано лишь вблизи перегородок (рис. 4а) вследствие нерегулярности геометрии области.

При  $Gr \approx 8.5 \times 10^3$  возникает одновихревое течение (рис. 2б), аналогичное течению в неперегороженной полости. На рис. 3 этому течению соответствует кривая *b*. В этом интервале значений числа Грасгофа происходит переход от теплопроводностного режима к режиму пограничного слоя, который характеризуется линейной зависимостью критерия Нуссельта от интенсивности конвекции  $Nu(Gr)$  в логарифмических координа-

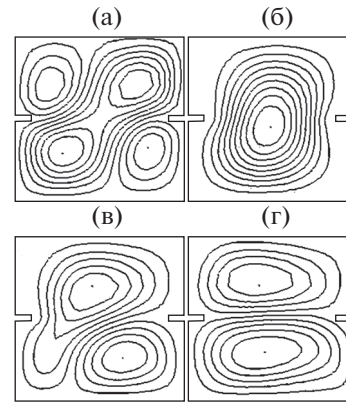


Рис. 2. Линии тока при  $h/H = 0.1$ :  $Gr = 2 \times 10^3$  (а),  $10^4$  (б),  $2 \times 10^5$  (в),  $10^6$  (г).

тах. Величина температурного расслоения проходит через максимум, интенсивность одновихревого стационарного конвективного течения растет, как показано на рис. 3. Соответственно увеличивается тепловой поток в горизонтальном направлении (рис. 4б). Максимум температуры смещается в правый нижний угол области. Изначально равномерный градиент температуры на вертикальных границах перераспределяется, растет тепловой поток вдоль нижней стенки.

При  $Gr \approx 8 \times 10^4$  вследствие потери устойчивости одновихревой конвекции формируется двухвихревое асимметричное течение (рис. 2в). В правом нижнем углу полости возникает вторичный вихрь, интенсивности которого соответствует положительная ветвь кривой *c* на рис. 3. Его возникновение сопровождается снижением интенсивности основного вихря – отрицательная ветвь кривой *c* рис. 3. Это приводит к скачкообразному повышению температуры, показанному на рис. 5. Максимум температуры по-прежнему располагается в правом нижнем углу области для всех рассматриваемых чисел Грасгофа (рис. 4в). Температура в левом нижнем углу расчетной области близка к максимальной из-за локально низкой интенсивности течения. В центре растет тепловой поток в горизонтальном направле-

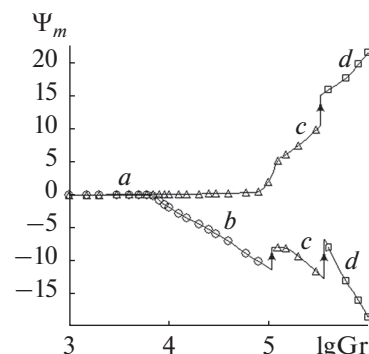


Рис. 3. Изменения экстремальных значений функции тока с ростом интенсивности конвекции при  $h/H = 0.1$ .

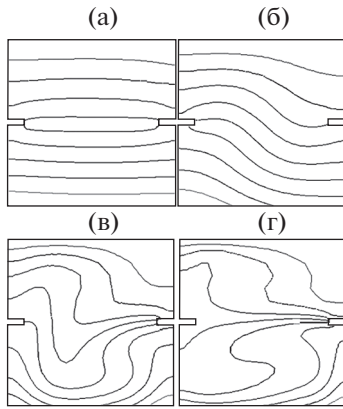


Рис. 4. Изотермы при  $h/H = 0.1$ :  $Gr = 2 \times 10^3$  (а),  $10^4$  (б),  $2 \times 10^5$  (в),  $10^6$  (г).

нии, формируется изотермическое по вертикали ядро течения.

Наконец, при  $Gr \approx 3.5 \times 10^5$  образуется двух-вихревое течение с горизонтальными симметрично расположенными вихрями, представленное на рис. 2г. Интенсивность нижнего вихря на рис. 2в существенно увеличивается (положительные ветви кривых  $c$  и  $d$  на рис. 3), интенсивность верхнего снижается (отрицательные ветви кривых  $c$  и  $d$  на рис. 3). Это изменение течения также сопровождается скачкообразным увеличением температуры (рис. 5). Аналогично изменяется структура конвективного течения и при  $h/H = 0.2, 0.3$ . Здесь тепловой поток в горизонтальном направлении преобладает, растет величина теплового потока вдоль нижней границы и вблизи правой перегородки, формируются изотермические зоны на части вертикальных стенок.

Интенсивность конвективного течения в теплопроводном режиме, режиме перехода (малоинтенсивная конвекция) и режиме пограничного слоя показана на рис. 6а. Перегородки снижают интенсивность конвекции и смещают ее возникновение в сторону больших значений числа Грасгофа. Полагая, что вблизи кризиса потери устойчивости равновесия справедлив корневой закон  $\Psi_m \sim (Gr - Gr^*)^{1/2}$ , и экстраполируя эту за-

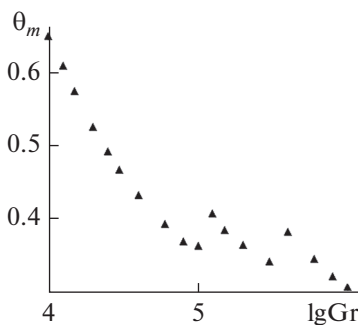


Рис. 5. Зависимость максимума температуры от интенсивности конвекции при  $h/H = 0.1$ .

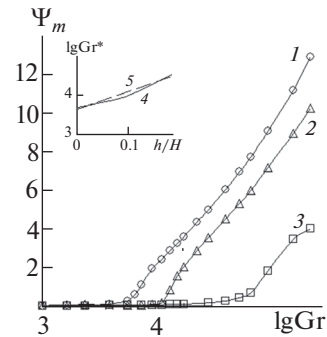


Рис. 6. Зависимость экстремума функции тока от числа Грасгофа: 1 –  $h/H = 0$ , 2 – 0.1, 3 – 0.2; на вставке – зависимость критического числа  $Gr^*$  от размера перегородок: 4 – численный эксперимент, 5 – линейная аппроксимация.

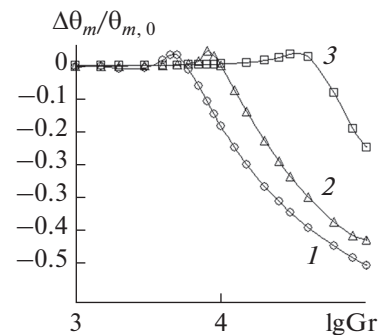


Рис. 7. Изменения относительных величин температурного расслоения с ростом числа Грасгофа: 1 –  $h/H = 0$ , 2 – 0.1, 3 – 0.2.

висимость на нулевое значение  $\Psi_m$ , можно определить критическое число Грасгофа. Критическое число Грасгофа  $Gr^*$  увеличивается с ростом относительного размера перегородок (рис. 6, вставка). Эта зависимость может быть приближенно описана формулой  $\lg Gr^* \approx 4.1h/H + 3.616$ .

При переходе от теплопроводного режима к режиму пограничного слоя величина температурного расслоения проходит через максимум. Так, на рис. 7 представлены изменения относительного перегрева  $\Delta\theta_m/\theta_{m,0}$  в режиме перехода с ростом интенсивности конвекции, где  $\Delta\theta_m = \theta_m - \theta_{m,0}$ ,  $\theta_m$  – максимум температуры при текущем значении критерия Грасгофа,  $\theta_{m,0}$  – максимум температуры режима теплопроводности. Наличие перегородок практически не влияет на величину максимума температурного расслоения, однако смещает этот максимум в сторону больших чисел  $Gr$  и, по-видимому, увеличивает интервал чисел Грасгофа, соответствующих режиму перехода.

### ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В подогреваемой снизу однородным и постоянным тепловым потоком квадратной области одинаковые симметричные перегородки на вер-

тикальных стенках существенно влияют на структуру конвективного течения, распределение потоков тепла и общий теплоперенос через полость.

В сравнении с неперегороденной областью наличие перегородок увеличивает интервал существования теплопроводностного режима и смещает как возникновение конвекции, так и переходы между режимами течения в сторону больших чисел Грасгофа.

Перегородки даже небольших размеров приводят к снижению интенсивности теплообмена, появлению двухвихревых течений, переход к которым сопровождается скачкообразным увеличением температуры.

В интервале значений числа Грасгофа, соответствующих слабой конвекции, размер перегородок не влияет на относительную величину максимума температурного расслоения, но смещает интервал существования эффекта перегрева в сторону больших значений критерия Грасгофа.

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Nansteel M.W., Greif R.* Natural Convection in Undivided and Partially Divided Rectangular Enclosures // *J. Heat Transfer.* 1981. V. 103. № 4. P. 623.
2. *Bajorek S.M., Lloyd J.R.* Experimental Investigation of Natural Convection in Partitioned Enclosures // *J. Heat Transfer.* 1982. V. 104. № 8. P. 527.
3. *Nienchuan N. Lin, Adrian Bejan.* Natural Convection a Partially Divided Enclosure // *Int. J. Heat Mass Transfer.* 1983. V. 26. № 12. P. 1867.
4. *Nansteel M.W., Greif R.* Investigation of Natural Convection in Enclosures with Two- and Three-dimensional Partitions // *Int. J. Heat Mass Transfer.* 1984. V. 27. № 4. P. 561.
5. *Zimmerman E., Acharya S.* Free Convection Heat Transfer in a Partially Divided Vertical Enclosure with Conducting End Walls // *Int. J. Heat Mass Transfer.* 1987. V. 30. № 2. P. 319.
6. *Shakerin S., Bohn M., Loehrke R.I.* Natural Convection in an Enclosure with Discrete Roughness Elements on a Vertical Heated Wall // *Int. J. Heat Mass Transfer.* 1988. V. 31. № 7. P. 1423.
7. *Ramon L.F.* Natural Convection in an Inclined Square Enclosure with a Partition Attached to Its Cold Wall // *Int. J. Heat Mass Transfer.* 1989. V. 32. № 1. P. 87.
8. *Acharya S., Jetli R.* Heat Transfer due to Buoyancy in a Partially Divided Square Box // *Int. J. Heat Mass Transfer.* 1990. V. 33. № 5. P. 931.
9. *Kanchan M. Kelkar, Suhas K. Patankar.* Numerical Prediction of Natural Convection in Square Partitioned Enclosures // *Numerical Heat Transfer. Part A.* 1990. V. 17. № 3. P. 269.
10. *Yedder R. Ben, Bilgen E.* Natural Convection and Conduction in Trombe Wall Systems // *Int. J. Heat Mass Transfer.* 1991. V. 34. № 4. P. 1237.
11. *Ciofalo M., Karayiannis T.G.* Natural Convection Heat Transfer in a Partially or Completely Partitioned Vertical Rectangular Enclosure // *Int. J. Heat Mass Transfer.* 1991. V. 34. № 1. P. 167.
12. *Chen K.S., Ko P.W.* Natural Convection in a Partially Divided Rectangular Enclosure with an Opening in the Partition Plate and Isoflux Side Walls // *Int. J. Heat Mass Transfer.* 1991. V. 34. № 1. P. 237.
13. *Karayannis T.G., Ciofalo M., Barbaro G.* On Natural Convection in a Single and Two Zone Rectangular Enclosure // *Int. J. Heat Mass Transfer.* 1992. V. 35. № 7. P. 1645.
14. *Моргунов К.П., Моргунова Т.Ю.* Влияние перегородок на структуру течения при естественной конвекции в замкнутом объеме. I. Одиночная перегородка // *ИФЖ.* 1992. Т. 63. № 2. С. 205.
15. *Моргунов К.П., Моргунова Т.Ю.* Влияние перегородок на структуру течения при естественной конвекции в замкнутом объеме. II. Две вертикальные перегородки // *ИФЖ.* 1992. Т. 63. № 3. С. 339.
16. *Cho Young Han, Seung Wook Baek.* The Effects of Radiation on Natural Convection in a Rectangular Enclosure Divided by Two Partitions // *Numerical Heat Transfer. Part A.* 2000. V. 37. № 3. P. 249.
17. *Avedissian T., Naylor D.* Free Convective Heat Transfer in an Enclosure with an Internal Louvered Blind // *Int. J. Heat Mass Transfer.* 2008. V. 51. № 1. P. 283.
18. *Abdullah Al Amiri A., Khalil Khanafer B., Ioan Pop.* Buoyancy-induced Flow and Heat Transfer in a Partially Divided Square Enclosure // *Int. J. Heat Mass Transfer.* 2009. V. 52. № 15–16. P. 3818.
19. *Terekhov V.I., Chichindaev A.V., Ekaid Ali L.* Buoyancy Heat Transfer in Staggered Dividing Square Enclosure // *Thermal Science.* 2011. V. 15. № 2. P. 409.
20. *Авдуевский В.С., Полежаев В.И.* Некоторые особенности естественной конвекции жидкостей и газов // *Избранные проблемы прикладной механики.* М.: ВИНТИ, 1974. С. 11.
21. *Полежаев В.И.* Эффект максимума температурного расслоения и его приложения // *Докл. АН СССР.* 1974. Т. 218. № 4. С. 783.
22. *Ермолаев И.А., Отпущенников С.В.* Влияние тепловых граничных условий на локальные особенности естественной конвекции малой интенсивности в квадратной области // *ТВТ.* 2009. Т. 47. № 6. С. 914.
23. *Ермолаев И.А., Жбанов А.И., Кошелев В.С., Отпущенников С.В.* Исследование влияния числа Прандтля на локальные свойства малоинтенсивной конвекции в подогреваемой снизу прямоугольной области // *ТВТ.* 2011. Т. 49. № 4. С. 589.
24. *Полежаев В.И., Белло М.С., Везуб Н.А. и др.* Конвективные процессы в невесомости. М.: Наука, 1991. 240 с.
25. *Гершуни Г.З., Жуховицкий Е.М.* Конвективная устойчивость несжимаемой жидкости. М.: Наука, 1972. 392 с.
26. *Тарунин Е.Л.* Вычислительный эксперимент в задачах свободной конвекции. Иркутск: Изд-во Иркут. ун-та, 1990. 225 с.
27. *Полежаев В.И., Бунэ А.В., Везуб Н.А. и др.* Математическое моделирование конвективного тепло-массообмена на основе уравнений Навье–Стокса. М.: Наука, 1987. 271 с.
28. *Берковский Б.М., Полевилов В.К.* Вычислительный эксперимент в конвекции. Минск: Изд-во Минск. ун-та, 1988. 233 с.
29. *Тарунин Е.Л.* О численном исследовании ветвлений при свободной конвекции в замкнутой полости // *Изв. АН СССР. Механика жидкости и газа.* 1967. № 5. С. 72.