

УДК 536.21

МОДЕЛИРОВАНИЕ ТЕПЛОМАССОПЕРЕНОСА ПРИ ПЕРИОДИЧЕСКОМ НАПЫЛЕНИИ ВЫСОКОТЕМПЕРАТУРНОГО ТЕПЛОЗАЩИТНОГО ПОКРЫТИЯ

© 2021 г. В. Ф. Формалев¹, *, Р. А. Дегтяренко¹, **, Б. А. Гарибян¹, ***, С. А. Колесник¹, ****

¹Московский авиационный институт (национальный исследовательский университет), Москва, Россия

*E-mail: formalev38@yandex.ru

**E-mail: dtroma@mail.ru

***E-mail: bagarib@yandex.ru

****E-mail: sergey@oviont.com

Поступила в редакцию 06.02.2021 г.

После доработки 28.02.2021 г.

Принята к публикации 19.05.2021 г.

В статье поставлена и аналитически решена задача о тепломассопереносе при периодическом напылении высокотемпературной дисперсной фазы в процессе изготовления теплозащитного покрытия, в результате чего возникает тело, увеличивающееся в объеме за счет нестационарного движения высокотемпературной границы. Присоединение к телу горячей массы происходит в течение доли секунды, после чего тело остывает отводом теплоты теплопроводностью и конвекций в окружающую среду. Затем цикл напыления и охлаждения повторяется несколько сот раз до получения необходимой толщины теплозащитного материала. Для решения задачи удалось применить конечное интегральное косинус-преобразование Фурье после предварительного преобразования области с подвижной границей в область с фиксированными границами. Выполнен анализ полученных результатов вычислений.

DOI: 10.31857/S0040364421040104

ВВЕДЕНИЕ

Теплоперенос в областях, подвергающихся фазовым превращениям, имеет место во многих технологических производствах, таких как производство с использованием химических технологий, металлургия, энергетическое машиностроение [1], а также при эксплуатации изделий в условиях высоких температур и давлений, например, в ракетно-космической технике при фазовых превращениях теплозащитных покрытий [2, 3] в условиях аэрогазодинамического нагрева.

В большинстве случаев области, в которых рассматривался тепломассоперенос, имели известные первоначальные границы. Например, в задачах типа Стефана [4–8] возникают подвижные границы фазовых превращений с образованием нескольких фаз, однако первоначальные границы тела известны. В задачах тепломассопереноса в условиях уноса массы теплозащитных покрытий при интенсивном аэродинамическом нагреве гиперзвуковых летательных аппаратов хотя наружная граница подвижна, она всегда ограничена сверху первоначальными (базовыми) границами (масса тепловой защиты убывает). Наличие первоначально фиксированных границ позволяет установить базовые координаты, отно-

сительно которых движутся внутренние и наружные границы фазовых превращений [9].

Во всех таких случаях происходят эндотермические фазовые превращения: оплавление, испарение, возгонка, химическое разложение связующих композиционных материалов.

Иная ситуация возникает при тепломассопереносе в условиях, когда масса тела циклически увеличивается за счет присоединения к нему другой фазы с высокой температурой и когда фазовые превращения протекают с выделением тепловой энергии, в том числе и за счет конденсации аэрозольной фазы. В данном случае граница области прогрева увеличивается пропорционально времени, а время является не фиксированной сверху переменной. К такой области трудно применить известные методы математической физики. В [1] приведены указания, как подобные области трансформировать в области с фиксированными границами. Это позволяет применить к решению таких задач аналитические методы математической физики.

В данной работе сформулирована и аналитически решена задача тепломассопереноса с экзотермическим эффектом при напылении на подложку фиксированной толщины горячей газооб-

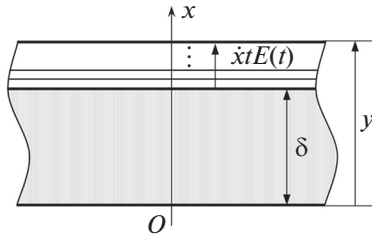


Рис. 1. Схема напыления теплозащитного покрытия.

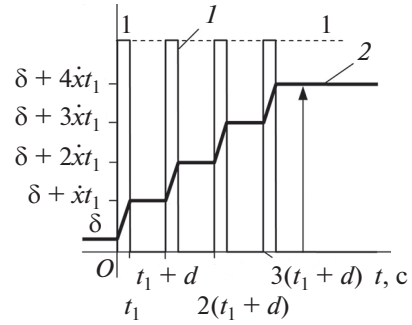


Рис. 2. Циклы нагрев–охлаждение: 1 – $E(t)$; 2 – y , расчет по (1).

разной фазы в циклическом режиме: нагрев за счет конденсации горячей фазы – конвективно-кондуктивное охлаждение. Один цикл “нагрев–охлаждение” определяет временной период. Их количество может составлять десятки (или сотни). Такой тепломассоперенос наблюдается, например, при формировании тепловой защиты ракет из пиролитического графита для гиперзвуковых летательных аппаратов.

ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ

На подложку толщиной δ (рис. 1) в циклическом режиме напыляется высокотемпературный аэрозоль, который в конденсированном состоянии имеет те же теплофизические характеристики, что и подложка. При этом толщина увеличивается со скоростью $\dot{x} = \text{const}$. За один цикл газообразная фаза напыляется в течение времени t_1 с температурой $T^*(t)$, а далее в течение времени d поверхность остывает естественной конвекцией в окружающую среду с температурой T_0 и отводом теплоты теплопроводностью внутрь тела. Затем цикл “нагрев–охлаждение” повторяется (рис. 2).

При этом толщина тела в каждом цикле увеличивается линейно в течение времени t_1 , а достигнутая при этом толщина сохраняется постоянной в течение времени d до начала следующего цикла (рис. 2). В результате возникает задача тепломассопереноса в теле с циклически увеличивающейся толщиной и нестационарно подвижной границей.

Таким образом, на наружной подвижной границе

$$x = y(t) = \delta + \dot{x} \int_0^t E(\tau) d\tau \quad (1)$$

(ломаная линия на рис. 2) имеется сложный теплообмен: плотность теплового потока $c\rho\dot{x}T^*(t)$, подводимого горячей газообразной фазой с температурой T^* и тепловыделением за счет конденсации аэрозоля $\rho\dot{x}Q^*$; отвод теплоты конвекцией в окружающую среду с температурой T_0 и теплопроводностью внутрь тела. Внутренняя свободная граница $x = 0$ является теплоизолированной.

Начальная температура в области $x \in [0; \delta]$ полагается постоянной и равной температуре окружающей среды T_0 , т.е. математическая формулировка задачи для определения температуры $T(x, t)$ имеет вид

$$\lambda \frac{\partial T}{\partial x} + \alpha T = \alpha T_0 + c\rho\dot{x}T^*(t) + \rho\dot{x}Q^*, \quad (2)$$

$$x = y(t), \quad t > 0;$$

$$\frac{\partial T}{\partial t} = a^2 \frac{\partial^2 T}{\partial x^2}, \quad 0 < x < y(t), \quad t > 0; \quad (3)$$

$$\lambda \frac{\partial T}{\partial x} = 0, \quad x = 0, \quad t > 0; \quad (4)$$

$$T = T_0, \quad 0 \leq x \leq \delta, \quad t = 0; \quad (5)$$

$$T^*(t) = T^*E(t); \quad (6)$$

$$y(t) = \delta + \dot{x} \int_0^t E(\tau) d\tau = \delta + \dot{x} \left\{ kt_1 \eta(t - A_{k+1}) + \sum_{k=1}^K [(t - (k-1)d)(\eta(t - A_k) - \eta(t - B_k)) + t_1 k (\eta(t - B_k) - \eta(t - A_{k+1}))] \right\}; \quad (7)$$

$$A_k = (k-1)(t_1 + d), \quad B_k = kt_1 + (k-1)d;$$

$$E(t) = \sum_{k=1}^K [\eta(t - A_k) - \eta(t - B_k)],$$

где λ – коэффициент теплопроводности; α – коэффициент теплоотдачи; ρ – плотность; $T^* = \text{const}$ – температура аэрозоля; k – параметр цикла, $k = \overline{1, K}$; c – теплоемкость; Q^* – теплота конденсации; $a^2 = \lambda/c\rho$ – температуропроводность; $\eta(z)$ – функция Хевисайда.

ТРАНСФОРМАЦИЯ К ЗАДАЧЕ,
ПОЗВОЛЯЮЩЕЙ ПОЛУЧИТЬ
АНАЛИТИЧЕСКОЕ РЕШЕНИЕ

Для приведения к задаче с фиксированными границами введем следующие безразмерные переменные:

$$\begin{aligned} \xi &= \frac{x}{y(t)}, \quad 0 \leq \xi \leq 1; \quad \bar{t} = \frac{a^2 t}{(y(t))^2}, \quad \bar{t} > 0; \\ \bar{t}_1 &= \frac{a^2 t_1}{(y(t))^2}, \quad \bar{d} = \frac{a^2 d}{(y(t))^2}, \\ \bar{T}(x, t) &= \frac{T(x, t)}{T_0} \equiv \theta(\xi, \bar{t}). \end{aligned} \quad (8)$$

Следует отметить, что теплота, выделяемая при конденсации, на три порядка меньше теплоты, связанной с температурой $T^*(t)$ напыления, и в дальнейшем ею можно пренебречь. При необходимости ее можно включить в граничное условие (2) в качестве известного слагаемого.

Тогда с учетом равенств

$$\frac{\partial \bar{T}}{\partial x} = \frac{1}{y(t)} \frac{\partial \bar{T}}{\partial \xi}, \quad \frac{\partial \bar{T}(\xi(x, t), t)}{\partial t} = \frac{\partial \bar{T}}{\partial t} - \frac{x \dot{x} E}{(y(t))^2} \frac{\partial \bar{T}}{\partial \xi}$$

задача (2)–(7) трансформируется в задачу относительно функции $\theta(\xi, \bar{t})$

$$\begin{aligned} \frac{\partial \theta}{\partial \xi} + \frac{\alpha y}{\lambda} \theta &= \frac{\alpha y}{\lambda} \times 1 + \frac{c \rho \dot{x} y}{\lambda} \bar{T}^*(\bar{t}), \\ \xi &= 1, \quad \bar{t} > 0; \end{aligned} \quad (9)$$

$$\frac{\partial \theta}{\partial \bar{t}} - \frac{x \dot{x} E}{a^2} \frac{\partial \theta}{\partial \xi} = \frac{\partial^2 \theta}{\partial \xi^2}, \quad 0 < \xi < 1, \quad \bar{t} > 0; \quad (10)$$

$$\frac{\partial \theta}{\partial \xi} = 0, \quad \xi = 0, \quad \bar{t} > 0; \quad (11)$$

$$\theta(\bar{d}, 0) \Big|_{\bar{d}=1} = 1, \quad 0 \leq \xi \leq 1, \quad \bar{t} = 0, \quad (12)$$

где y определяется выражением (7).

Наконец, чтобы избавиться от конвективного члена в дифференциальном уравнении (10), сделаем подстановку

$$\theta(\xi, \bar{t}) = u(\xi, \bar{t}) \exp(\mu \xi + \nu \bar{t}), \quad (13)$$

в которой параметры μ и ν определяются путем подстановки (13) в уравнение (10) и приравнивания нулю возникающих коэффициентов при $\partial \theta(\xi, \bar{t}) / \partial \xi$ и $\theta(\xi, \bar{t})$. Получим

$$\mu = -\frac{x \dot{x} E}{2a^2}, \quad \nu = -\left(\frac{x \dot{x} E}{2a^2}\right)^2 = -\mu^2,$$

т.е. параметры μ и ν безразмерны и отрицательны. Тогда с учетом подстановки (13) задача (9)–(12) упрощается и приобретает вид

$$\frac{\partial u(\xi, \bar{t})}{\partial \xi} + \left(\mu + \frac{\alpha y}{\lambda}\right) u(\xi, \bar{t}) = \quad (14)$$

$$= \left(\frac{\alpha y}{\lambda} + \frac{c \rho \dot{x} y}{\lambda} \bar{T}^*(\bar{t}) \exp(-\mu - \nu \bar{t})\right), \quad \xi = 1, \quad \bar{t} > 0;$$

$$\frac{\partial u(\xi, \bar{t})}{\partial \bar{t}} = \frac{\partial^2 u(\xi, \bar{t})}{\partial \xi^2}, \quad 0 < \xi < 1, \quad \bar{t} > 0; \quad (15)$$

$$\frac{\partial u(\xi, \bar{t})}{\partial \xi} + \mu u(\xi, \bar{t}) = 0, \quad \xi = 0, \quad \bar{t} > 0; \quad (16)$$

$$u(\xi, 0) = \exp(-\mu \xi), \quad 0 \leq \xi \leq 1, \quad \bar{t} = 0; \quad (17)$$

$$\begin{aligned} \bar{T}^*(\bar{t}) &= \frac{T^*}{T_0} \sum_{k=1}^K [\eta(\bar{t} - ((k-1)\bar{t}_1 + (k-1)\bar{d})) - \\ &\quad - \eta(\bar{t} - k\bar{t}_1 + (k-1)\bar{d})], \end{aligned} \quad (18)$$

где $T^* = \text{const}$.

МЕТОД РЕШЕНИЯ

К задаче (14)–(18) применим конечное интегральное преобразование Фурье, для чего необходимо получить собственные значения и собственные функции задачи (14)–(18), т.е. решить следующую задачу для однородного обыкновенного дифференциального уравнения с однородными граничными условиями третьего рода:

$$\frac{d^2 Y}{d\xi^2} + \gamma^2 Y(\xi) = 0, \quad 0 < \xi < 1; \quad (19)$$

$$\frac{dY}{d\xi} + \left(\mu + \frac{\alpha y}{\lambda}\right) Y(\xi) = 0, \quad \xi = 1; \quad (20)$$

$$\frac{dY}{d\xi} + \mu Y(\xi) = 0, \quad \xi = 0. \quad (21)$$

Решением задачи (19)–(21) являются собственные значения γ_n , определяемые из трансцендентного уравнения

$$\text{ctg} \gamma_n = \frac{\gamma_n}{N} + \frac{\mu(\mu + N)}{N} \frac{1}{\gamma_n}, \quad N = \frac{\alpha y}{\lambda}, \quad n = 1, 2, \dots$$

и собственные функции (стационарно-допостоянной)

$$Y_n(\xi) = \sqrt{M} \cos(\gamma_n \xi + \varphi_n), \quad (22)$$

где φ_n определяется из равенств

$$\begin{aligned} \sin \varphi_n &= -\frac{\gamma_n}{\sqrt{M}}, \quad \cos \varphi_n = \frac{\mu}{\sqrt{M}}, \quad \text{tg} \varphi_n = -\gamma_n / \mu, \\ \sqrt{M} &= \sqrt{(\gamma_n^2 + \mu^2) / \mu^2}. \end{aligned}$$

Собственные функции (22) ортогональны на отрезке $\xi \in [0; 1]$ с квадратом нормы [10], т.е.

$$\int_0^1 Y_n(\xi) Y_m(\xi) d\xi = \begin{cases} 0, & \text{если } n \neq m, \\ \frac{M}{2} \left[1 + \frac{N(\gamma_n^2 + \mu^2)(\gamma_n^2 - \mu(\mu + N))}{N^2 \gamma_n^2 + (\gamma_n^2 + \mu(\mu + N))^2} \right] = \\ = \|Y_n(\xi)\|^2, & \text{если } n = m. \end{cases}$$

Таким образом, для решения задачи (14)–(18) применяется конечное интегральное косинус-преобразование Фурье с ядром интегрального преобразования, равным собственным функциям (22), прямое

$$U_c(\gamma_n, \bar{t}) = \int_0^1 u(\xi, \bar{t}) \sqrt{M} \cos(\gamma_n \xi + \varphi_n) d\xi \quad (23)$$

и обратное

$$u(\xi, \bar{t}) = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sqrt{M} Y_n(\xi)}{\|Y_n(\xi)\|^2} U_c(\gamma_n, \bar{t}). \quad (24)$$

Применяя к задаче (14)–(18) прямое преобразование (23), получим следующую задачу Коши для обыкновенного дифференциального уравнения первого порядка:

$$\begin{aligned} \frac{dU_c(\gamma_n, \bar{t})}{d\bar{t}} + \gamma_n^2 U_c(\gamma_n, \bar{t}) &= \\ &= \frac{(\mu^2 + N^2) \left[N + \frac{c\rho\dot{x}y}{\lambda} \bar{T}^*(\bar{t}) e^{-\mu - v\bar{t}} \right]}{\mu \sqrt{N^2 + [\gamma_n + \mu(\mu + N)/\gamma_n]^2}}, \\ U_c(\gamma_n, 0) &= -\frac{\mu e^{-\mu}}{\mu^2 + [\gamma_n + \mu(\mu + N)/\gamma_n]^2}. \end{aligned}$$

Ее решением будет функция

$$\begin{aligned} U_c(\gamma_n, \bar{t}) &= Q \exp(-\gamma_n^2 \bar{t}) + \frac{P N e^{-\gamma_n^2 \bar{t}}}{v - \gamma_n^2} \times \\ &\times \left[\exp(-(v - \gamma_n^2) \bar{t}) - 1 \right] + P \frac{c\rho\dot{x}y T^* e^{-\gamma_n^2 \bar{t}}}{\lambda (v - \gamma_n^2)^2} \times \\ &\times \sum_{k=1}^K \left\{ \eta(\bar{t} - A_k) \left[\exp(-(v - \gamma_n^2) A_k) - \right. \right. \\ &\left. \left. - \exp(-(v - \gamma_n^2) \bar{t}) \right] - \eta(\bar{t} - B_k) \times \right. \\ &\left. \times \left[\exp(-(v - \gamma_n^2) B_k) - \exp(-(v - \gamma_n^2) \bar{t}) \right] \right\}, \end{aligned}$$

где

$$\begin{aligned} A_k &= (k - 1)(\bar{t}_1 + \bar{d}); \quad B_k = k\bar{t}_1 + (k - 1)\bar{d}; \\ P &= \frac{(-1)^{n+1} \gamma_n e^{-\mu}}{\sqrt{\gamma_n^2 + (\mu + N)^2}}; \quad Q = \frac{(-1)^{n+1} N \gamma_n e^{-\mu}}{(\mu^2 + \gamma_n^2) \sqrt{\gamma_n^2 + (\mu + N)^2}}. \end{aligned}$$

Обратное преобразование (24) имеет вид

$$\begin{aligned} u(\xi, \bar{t}) &= \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\cos(\gamma_n + \varphi_n)}{\|Y_n(\xi)\|^2} \times \\ &\times \left[Q \exp(-\gamma_n^2 \bar{t}) + \frac{P N}{v - \gamma_n^2} \times \right. \\ &\left. \times \left[\exp(-v \bar{t}) - \exp(-\gamma_n^2 \bar{t}) \right] \right] + \\ &+ P \frac{c\rho\dot{x}y T^* e^{-\gamma_n^2 \bar{t}}}{\lambda (v - \gamma_n^2)^2} \sum_{k=1}^K \left\{ \eta(\bar{t} - A_k) \left[\exp(-(v - \gamma_n^2) A_k) - \right. \right. \\ &\left. \left. - \exp(-(v - \gamma_n^2) \bar{t}) \right] - \eta(\bar{t} - B_k) \times \right. \\ &\left. \times \left[\exp(-(v - \gamma_n^2) B_k) - \exp(-(v - \gamma_n^2) \bar{t}) \right] \right\}. \end{aligned} \quad (25)$$

Итоговое решение формируется с помощью соотношений (8), (13), (25)

$$T(x, t) = T_0 u(\xi, \bar{t}) \exp(\mu \xi + v \bar{t}). \quad (26)$$

Выражения (25), (26) – аналитическое решение задачи (2)–(7).

АНАЛИЗ РЕЗУЛЬТАТОВ

По формулам (25), (26) проведены расчеты теплового состояния пластины с увеличивающейся за счет напыления толщиной.

На рис. 3 представлены результаты расчета зависимостей от времени температур в точках $y(t)$, δ , $\delta/2$, 0. Входные данные принимали следующие значения: $T^* 1300$ К; $\lambda = 0.2$ Вт/(м К); $\alpha = 15$ Вт/(м² К); температуропроводность $a^2 = 10^{-6}$ м²/с; $t_1 = 0.2$ с; $d = 1.0$ с; количество циклов $K = 12$; скорость напыления $\dot{x} = 50 \times 10^{-6}$ м/с; начальная температура и температура окружающей среды $T_0 = 300$ К; $c\rho = 10^6$ Дж/(м³ К).

Профиль температуры подвижной границы пластины представляет собой сложный рельеф в соответствии с циклическим подводом теплоты, причем в каждом периоде нагрев осуществляется в течение времени $t_1 = 0.2$ с, а конвективно-кондуктивный отвод теплоты в течение времени $d = 1.0$ с. В каждом периоде длиной 1.2 с температура поверхности на промежутке $0 < t_1 < 0.2$ с растет почти линейно, а остывает по экспоненте с отрицательным показателем.

При этом огибающая максимумов температур (рис. 3) вначале возрастает по экспоненте, достигает максимума, а затем убывает, т.е. вторая производная от функции огибающей отрицательна, а пики циклического нагрева не превышают максимума огибающей. На рис. 3 этот максимум достигается примерно на 12-м цикле, соответствующем времени ~ 14.4 с. Огибающая минимумов в каждом цикле имеет тот же характер, что и для максимумов.

Температура в точке $x = \delta$ (кривая 2) под напыленным слоем из-за малой толщины ($50 \times 10^{-6} \times$

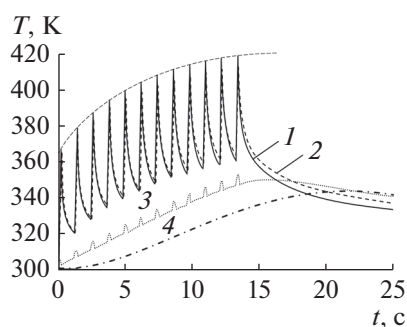


Рис. 3. Зависимости температур от времени в различных точках расчетной области при циклическом тепловом нагружении: 1 – $x = y(t)$, 2 – δ , 3 – $\delta/2$, 4 – 0.

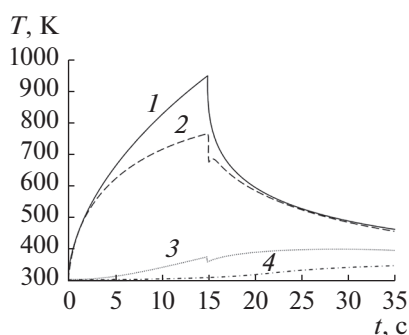


Рис. 4. Зависимости температур от времени при непрерывном тепловом нагружении: 1 – $x = y(t)$, 2 – δ , 3 – $\delta/2$, 4 – 0.

$\times 12 = 6 \times 10^{-4}$ м) повторяет температуру наружной границы, причем в процессе охлаждения температура этой точки может превышать температуру наружной границы, т.е. когда наружная граница остывает, граница $x = \delta$ продолжает нагреваться.

В середине пластины ($x = \delta/2$) температура растет по экспоненте с небольшим максимумом в каждом цикле, возникающим со сдвигом во времени относительно максимума на наружной границе в силу инерционности прогрева.

После окончания циклического нагрева тело остывает за счет конвекции, но продолжает нагреваться за счет теплопроводности, т.е. начиная с $t = 14.4$ с уровень температур в точках $x = \delta, \delta/2, 0$ превышает уровень температур на наружной границе.

На рис. 4 показано тепловое состояние пластины в случае, когда нагрев аэрозольной фазой без циклического охлаждения осуществлялся до времени $t = 15.0$ с, а затем снимался нагрев аэрозолем и наблюдалось конвективно-кондуктивное охлаждение. Входные данные те же, что и для рис. 3, за исключением времени $t_1 = 15.0$ с, $d = 0$. Кривые нагрева гладкие с изломом в момент времени 15.0 с, а в точке $x = \delta$ момент излома темпе-

ратурного профиля сдвинут вправо по времени, причем после излома наблюдается некоторое колебание “спад–возрастание”, которое объясняется инерцией нестационарного прогрева.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

1. Поставлена задача о циклическом напылении высокотемпературного аэрозоля на пластину с образованием теплозащитного материала.

2. Найден способ аналитического решения сложной задачи теории теплопроводности с циклически возрастающей за счет напыления высокотемпературного аэрозоля толщиной пластины путем применения конечного интегрального косинус-преобразования Фурье.

3. Спомощью найденного аналитического решения проведены расчеты существенно нестационарных температурных полей, показавших сложный характер теплопереноса с пиковыми максимумами и минимумами, огибающие кривые которых являются гладкими с выраженными максимумами.

Работа выполнена в рамках государственного задания Министерства науки и высшего образования Российской Федерации (№ FSFF-2020-0013).

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Карташов Э.М.* Аналитические методы в теории теплопроводности твердых тел. М.: Высшая школа, 2001.
2. *Формалев В.Ф., Кузнецова Е.Л.* Тепломассоперенос в анизотропных телах при аэрогазодинамическом нагреве. М.: Изд-во МАИ-Принт, 2010.
3. *Зинченко В.Н., Гольдин В.Л., Зверев В.Г.* Исследование влияния выбора материалов пассивной тепловой защиты на характеристики сопряженного тепломассообмена при пространственном обтекании затупленных тел // ТВТ. 2018. Т. 56. № 6. С. 815.
4. *Формалев В.Ф.* Моделирование тепломассопереноса в теплозащитных композиционных материалах на основе универсального закона разложения связующих // ТВТ. 2020. Т. 58. № 3. С. 412.
5. *Формалев В.Ф.* Об универсальном законе разложения связующих теплозащитных композиционных материалов при высоких температурах // ТВТ. 2020. Т. 58. № 1. С. 91.
6. *Карташов Э.М.* Аналитические методы решения краевых задач в областях с движущимися границами // Изв. РАН. Энергетика. 1999. № 5. С. 3.
7. *Лыков А.В.* Тепломассообмен. Спр. М.: Энергия, 1975.
8. *Формалев В.Ф., Колесник С.А., Кузнецова Е.Л., Рабинский Л.Н.* Тепломассоперенос в теплозащитных композиционных материалах в условиях высокотемпературного нагружения // ТВТ. 2016. Т. 54. № 3. С. 415.
9. *Формалев В.Ф., Колесник С.А.* О тепловых солитонах при волновом теплопереносе в ограниченных областях // ТВТ. 2019. Т. 57. № 4. С. 543.
10. *Формалев В.Ф.* Теплопроводность анизотропных тел. Аналитические методы решения задач. М.: Физматлит, 2014.