

УДК 621.039.05, 621.039.06, 539.1

ЧИСЛЕННОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ВЗАИМОДЕЙСТВИЯ МИШЕНИ МАГНИТНО-ИНЕРЦИАЛЬНОГО ТЕРМОЯДЕРНОГО СИНТЕЗА С ПЛАЗМЕННЫМ И ЛАЗЕРНЫМ ДРАЙВЕРАМИ

© 2021 г. В. В. Кузенов^{1, 2, *}, С. В. Рыжков^{1, **}¹ФГБОУ ВО “Московский государственный технический университет им. Н.Э. Баумана (национальный исследовательский университет)”, Москва, Россия²ФГУП “Всероссийский научно-исследовательский институт автоматики Н.Л. Духова”, Москва, Россия

*E-mail: vik.kuzenov@gmail.com

**E-mail: svryzhkov@bmstu.ru

Поступила в редакцию 05.03.2020 г.

После доработки 10.03.2021 г.

Принята к публикации 19.05.2021 г.

На основе ранее разработанной численной методики и вычислительного кода выполнено расчетно-теоретическое исследование процессов сжатия и энерговыделения в цилиндрической мишени магнитно-инерционного способа удержания плазмы под действием интенсивных потоков энергии. Рассчитана эволюция плазмы плотной замагниченной однослойной цилиндрической мишени во внешнем магнитном поле и при воздействии на нее импульсными струями плазмы и лазерными пучками.

DOI: 10.31857/S0040364421040141

ВВЕДЕНИЕ

Магнитно-инерциальный термоядерный синтез (МИТС) основывается на нагреве плазменного образования мишени, состоящей из дейтерия D и трития T, за счет ее имплозии (лазерными пучками с высокой энергией импульса – лазерным драйвером или высокоскоростными плазменными струями – плазменным лайнером), генерации и последующей кумуляции ударной волны (до стадии протекания ядерных реакций) в термоядерной плазме вблизи геометрической оси мишени [1–3]. Один из механизмов создания электромагнитного поля представлен в [4], а подобное воздействие осуществлено на практике на MagLIF (Сандийская национальная лаборатория) [5], где в ходе эксперимента получена пиковая скорость имплозии под действием магнитного поля чуть менее 100 км/с. На начальные эксперименты повлияла низкая энергия лазера (0.2–0.6 кДж), что привело к снижению выхода нейтронов до 2×10^{12} . Кроме того, ранее использовались компоненты со средним Z (алюминий), обращенные к топливу. Более низкие нейтронные выходы ($\sim 3 \times 10^{11}$) были измерены при более высокой энергии лазера (0.8–1.2 кДж). Когда все компоненты, обращенные к топливу, были сделаны из материала с низким Z (бериллий), производство нейтронов увеличилось до 3.2×10^{12} . Еще раньше были зафиксированы скорости плазменных струй при генерации термоядерной плазмы

конических мишенях под действием Nd-лазера до 150 км/с [6].

На сегодняшний день в экспериментах по сжатию электромагнитного потока (Токийский университет) получено рекордное значение магнитного поля 1200 Тл [7]. На установке OMEGA EP (Рочестерский университет) был достигнут лучший показатель отношения нейтронного выхода к лазерной энергии [8]. В экспериментах использовались высокоаспектная термоядерная мишень ($R = 500$ мкм, $\Delta R = 2$ мкм, аспектное отношение – 250) и прямое лазерное облучение. Был зарегистрирован выход $Y_n \sim 2 \times 10^{13}$ нейтронов, температура сжатой плазмы $T \approx 8–10$ кэВ и плотность $\rho = 0.5$ г/см³. При непрямом облучении термоядерной мишени достигнута большая плотность вещества $\rho = 20–30$ г/см³. Температура плазмы составила $T \approx 1.5–2$ кэВ, нейтронный выход $\sim 10^{11}$ нейтронов, степень однородности рентгеновского излучения на поверхности мишени составляла величину $\sim 98–99\%$. Для экспериментов с магнитным полем создан генератор MIFEDS – компактная система с накопителями, разрядником, линейей передач, который вставляется в установку и после каждого выстрела вынимается. В драйвере около 100 Дж, длительность импульса – 400 нс, что достаточно для создания магнитного поля порядка 10 Тл в центре. Измерения в момент максимального сжатия дают значение магнитного поля около 20 МГс.

Одной из основных целей данной работы является оценка возможности создания компактных генераторов нейтронов на основе комбинированной схемы воздействия. Для этого в работе исследуется эволюция сжатия и энерговыделения в цилиндрической мишени МИТС при последовательном (относительно времени) увеличении интенсивности системы ударных волн (УВ), падающих на геометрическую ось системы. Это усиление в принципе возможно благодаря комбинированному воздействию на мишень интенсивного лазерного излучения, переменного во времени внешнего магнитного поля и системы импульсных струй. Еще одной целью работы является оценка возможности создания компактных генераторов нейтронов на основе комбинированной схемы воздействия.

МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ

Подвод энергии лазерным излучением и системой импульсных струй считается цилиндрически симметричным, а стенка однослойной цилиндрической мишени МИТС – тонкой, тогда можно воспользоваться математической моделью, которая опирается на одномерные уравнения радиационной плазмодинамики, записанные в центрально-симметричной системе координат [9]: систему уравнений Эйлера, уравнение сохранения энергии с учетом выделения термоядерной энергии, уравнение переноса собственного широкополосного и лазерного излучения, уравнения магнитной индукции, методы расчета уравнений состояний вещества и коэффициентов поглощения лазерного излучения [10–19]:

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{\partial(\rho u)}{\partial r} = F_\rho, \quad F_\rho = -\rho u(v-1)/r,$$

$$\frac{\partial(\rho u)}{\partial t} + \frac{\partial(\rho u^2 + P)}{\partial r} = F_{\rho u} + f_r,$$

$$F_{\rho u} = -(\rho u^2 - P)(v-1)/r, \quad f_r = \frac{1}{c}[\mathbf{j} \times \mathbf{H}]_r, \quad (1)$$

$$\frac{\partial(\rho E)}{\partial t} + \frac{\partial(\rho Eu + Pu + q_\Sigma)}{\partial r} = F_E + q_r + Q_{\text{Fus}}^e,$$

$$q_r = j_r E_r + j_z E_z, \quad q_\Sigma = q_e + q_i + q_{\text{laz}},$$

$$F_E = -(\rho Eu + Pu)(v-1)/r, \quad P = P_e + P_i.$$

Здесь t – время; r – радиальная координата; ρ – плотность; u – скорость вдоль координаты r ; $P = P(\rho, e)$ – статическое давление; e – удельная внутренняя энергия; $E = (e + u^2/2)$ – полная энергия потока газа; $\mathbf{F} = (F_\rho, F_{\rho u}, F_E)$ – вектор источников в центрально-симметричной системе координат; F_ρ – плотность потока массы; $F_{\rho u}$ – плотность потока импульса; F_E – плотность потока энергии; $q_v, q = \sum_v q_v$ – спектральный и пол-

ный потоки широкополосного излучения; T_e, T_i – температуры электронов и ионов плазмы ($T = T_e = T_i$); f_r – электромагнитная сила; q_r – приток энергии от электромагнитного поля, $q_e = -\lambda_e \text{grad } T_e, q_i = -\lambda_i \text{grad } T_i$; λ_e, λ_i – коэффициенты теплопроводности электронов и ионов; j_r – плотность тока; $\mathbf{H}(r)$ – вектор магнитной индукции; P_e, P_i – давления электронов и ионов; q_{laz} – плотность потока лазерного излучения, распространяющегося перпендикулярно (в направлении оси r) образующей цилиндрической мишени; индекс $v = 1, 2, 3$ отвечает случаям плоской, осевой и сферической симметрии.

Энергия термоядерного синтеза Q_{Fus}^e определяется с помощью приближенных формул для соответствующих реакций [12]. При расчете числа нейтронов (в предположении о возможности пренебрежения их рассеянием и поглощением плазмой мишени) использовано обозначение числа нейтронов (на единицу длины мишени МИТС), в 1/см, покинувших расчетную область к моменту времени t :

$$N_{\text{fus}} = \int_0^t \int_0^l Q_{\text{Fus}}^e(r, t) \times 3.567 \times 10^4 \times 2\pi r dr dt.$$

Перенос широкополосного излучения может рассматриваться с помощью многогруппового диффузионного приближения, уравнения которого выглядят следующим образом [13]:

$$d(r^n q_v) / r^n dr + \chi_v c U_v = \chi_v 4\sigma T^4, \quad (2)$$

$$cdU_v / 3dr + \chi_v q_v = 0,$$

где q_v, U_v – спектральный поток и объемная плотность широкополосного излучения; c – скорость света; v – номер частотной группы; χ_v – спектральный коэффициент поглощения; $n = 0$ – плоский слой, $n = 1$ – бесконечный одномерный цилиндр, $n = 2$ – сферически симметричный случай. Здесь под величиной q_v понимается радиационный поток в направлении оси r .

Параметры лазерного излучения вдоль оси r находятся на основе решения уравнения переноса лазерного излучения

$$dq_{\text{laz}} / dz - \chi_\omega q_{\text{laz}} = 0. \quad (3)$$

При этом коэффициент поглощения χ_ω лазерного излучения определяется с использованием механизма континуального поглощения, обратного механизму тормозного излучения электронов в условиях локального термодинамического равновесия (ЛТР):

$$\chi_\omega = \begin{cases} 4.97 g Z_i^2 n_i^\Sigma n_e^\Sigma \frac{1}{n_c^2 \lambda^2 (k T_e)^{3/2} \sqrt{1 - n_e/n_c}}, & n_e < n_c \\ \infty, & n_e \geq n_c \end{cases},$$

где λ – длина волны излучения лазера, в мкм; n_e, n_i – концентрации электронов и ионов; $k T_e$ –

электронная температура, в кэВ; g — фактор Гаунта.

Отметим, что источником “спонтанного” магнитного поля \mathbf{B} с компонентами B_z или B_ϕ при воздействии интенсивных потоков энергии на стенки мишени МИТС может являться неколлинеарность $(\nabla n_e \times \nabla T \neq 0)$ градиентов плотности электронов ∇n_e и температуры ∇T . Если указанная неоднородность присутствует при изменении азимутального угла ϕ , то спонтанное магнитное поле для рассматриваемой формы мишени имеет компоненту B_z . Также возмущение (из-за неравномерности облучения) интенсивности потока энергии вдоль поверхности (вдоль оси z) мишени МИТС приводит к формированию отличного от нуля градиента электронной концентрации $\nabla n_e = (\partial n_e / \partial r, \partial n_e / \partial z) \neq 0$ и температуры $\nabla T = (\partial T / \partial r, \partial T / \partial z) \neq 0$ и тем самым к возможности возникновения спонтанного магнитного поля с компонентой B_ϕ .

Уравнение магнитной индукции для компоненты поля B_ϕ (спонтанного магнитного поля), учитывающее уравнение неразрывности для плотности r , — закон сохранения вида $\text{div}(\mathbf{B}) = 0$ можно записать в следующем виде:

$$\begin{aligned} & \frac{\partial(B_\phi/\rho)}{\partial t} + \frac{1}{\mu J r} \frac{\partial J r (u B_\phi/\rho)}{\partial r} = \\ & = \frac{c^2}{4\pi\mu J r} \frac{\partial}{\partial r} \left(\frac{J}{\sigma} \frac{\partial B_\phi}{\partial r} \right) - \frac{ck}{\rho e} [\nabla n_e \times \nabla T]_\phi, \quad (4) \\ & \frac{\partial r B_\phi}{r \partial r} = j_z, \quad [\nabla \ln(n_e) \times \nabla T]_\phi = \\ & = \left(\frac{\partial \ln(n_e)}{\partial r} \frac{\partial T}{\partial z} - \frac{\partial \ln(n_e)}{\partial z} \frac{\partial T}{\partial r} \right). \end{aligned}$$

В эти соотношения входят производные $\partial T / \partial z$, $\partial \ln(n_e) / \partial z$ (в принципе делающие решаемую задачу двумерной), рассчитываемые вдоль образующей цилиндрической мишени МИТС. В данной работе (с целью упрощения постановки задачи) эти производные определялись приближенно из предположения выполнимости условия линейного (т.е. $\partial T / \partial z \approx \text{const}$ и $\partial \ln(n_e) / \partial z \approx \text{const}$) изменения величин T и $\ln(n_e)$ вдоль оси z .

Уравнение магнитной индукции для компоненты поля B_z (внешнее магнитное поле) записывается следующим образом:

$$\begin{aligned} & \frac{\partial(B_z/\rho)}{\partial t} + \frac{1}{\mu J} \frac{\partial J (v B_z/\rho)}{\partial r} = \frac{c^2}{4\pi\mu J r} \frac{\partial}{\partial r} \left(\frac{J r}{\sigma} \frac{\partial B_z}{\partial r} \right), \quad (5) \\ & \frac{\partial r B_z}{r \partial r} = j_\phi. \end{aligned}$$

Электропроводность определяется по формуле Спитцера [15] с учетом возможной замагниченности плазмы.

В работе применяется концепция горячих точек. В этом случае реализуется ситуация, когда вещество мишени МИТС сжимается в первой серии ударных волн, а термоядерный нагрев (поджиг) осуществляется в последней ударной волне большой амплитуды. Для этого использовался профилированный (по специальному закону) временной импульс плотности потока лазерного излучения $q_{\text{laz}}(t)|_{r=\ell}$. При этом параметры падающего (вдоль оси r) на мишень МИТС лазерного излучения могут находиться путем решения уравнения переноса лазерного излучения [16, 17] с учетом соответствующих граничных условий:

$$q_{\text{laz}}|_{r=\ell} = \begin{cases} q_{\text{laz}}^0 (t/t_0)^n, & t \leq t_0 \\ 0, & t_0 < t < t_0 + \Delta t, \end{cases}$$

где $\int_0^t q_{\text{laz}}(t)|_{r=\ell} dt / \int_0^{t_0} q_{\text{laz}}(t)|_{r=\ell} dt = 0.5$, $q_{\text{laz}}^0 = 1 \times 10^{14}$ Вт/см², $n = 2.8$, $t_0 = 1$ нс, $\Delta t = 1$ нс.

Значение q на границе расчетной области в импульсной струе задается выражением

$$q|_{r=\ell} = \begin{cases} 0, & t \leq t_0, \\ q^0, & t_0 < t < t_0 + \Delta t, \end{cases}$$

где $q^0 \in [10^{11}, 4 \times 10^{12}]$ Вт/см².

Возможность создания импульсных струй плазмы с указанными параметрами следует из результатов работы [6]. Так как вводимая в расчетную область струя является сверхзвуковой, то на внешней границе расчетной области для струи необходимо задать не только тепловой поток $q|_{r=\ell}$, но и газодинамические параметры ρ , u и $e(T, \rho)$, $P(T, \rho)$. Приведем характерные значения некоторых из них: $q|_{r=\ell} = 10^{12}$ Вт/см², $\rho = 0.48$ кг/м³, $u = 100$ км/с, $P = 3.354 \times 10^5$ атм, $T = 13.5 \times 10^3$ кК.

Коэффициенты электронной и ионной теплопроводности $\lambda_{e,i}$ в случае замагниченной плазмы могут быть рассчитаны с помощью формул [11]. Расчет входящих в данную систему уравнений термодинамических $e(T, \rho)$, $P(T, \rho)$ и оптических $\chi_i(T, \rho)$ параметров рабочих сред проводился в рамках приближения ЛТР с использованием компьютерной системы ASTEROID, разработанной академиком РАН С.Т. Суржиковым [18] (применяется при $T < 10^5$ К), модели среднего заряда [16] (применяется при $10^5 < T < 10^7$ К) и модели Томаса—Ферми с квантовыми и обменными поправками [19] (применяется при $T > 10^7$ К).

Начальные условия: расчетная область и мишень МИТС состоят из центральной части и одного коаксиального слоя. Эти слои имеют цилиндрическую форму со следующим диапазоном значений начальных параметров мишени и окружающей среды:

— центральная часть мишени (радиус ядра $R_d = 0.05$ см) заполнена D—T-смесью с плотностью

$\rho = 5 \times 10^{-2}$ г/см³ и начальной температурой $T = 297$ К. Она окружена коаксиальным слоем (наружный радиус $R_c = 0.1$ см), состоящим из металла (Al) с плотностью $\rho = 2.7$ г/см³ и начальной температурой $T = 297$ К.

– Расчетная область имеет внешний радиус $r = 0.3$ см.

Термодинамические параметры внешней разреженной окружающей среды (Ar) задаются значениями: $T = 297$ К, $\rho = 2.7 \times 10^{-3}$ г/см³. Начальное значение напряженности $\mathbf{B}(r)$ “затравочного” магнитного поля в разреженной окружающей среде составляет доли тесла. Спектральный поток и объемная плотность широкополосного излучения q_v, U_v , а также лазерный поток излучения q_{laz} для $r \in [0, \ell]$ в начальный момент времени $t = 0$ равны нулю.

В качестве граничных условий для системы уравнений Эйлера (1) ставится условие симметрии (на оси симметрии), на внешней границе задаются невозмущающие условия на выходящий из расчетной области поток. Граничные условия для системы уравнений диффузионного приближения (2) могут быть сформулированы следующим образом [13]: на внешней границе – отсутствие падающего извне излучения, на оси симметрии – условие симметрии. Расчет лазерного излучения (3) вдоль оси r должен сопровождаться соответствующими граничными условиями: на внешней границе $q_{laz}|_{r=\ell}$, на оси симметрии $q_{laz}|_{r=0} = 0$. Краевые условия при решении уравнения магнитной индукции (4) можно описать следующим образом: на оси симметрии – условие симметрии, на внешней границе – $\partial B_\varphi / \partial r|_{r=\ell} = 0$. На внешней границе задается условие $B_z|_{r=\ell} = B_z^*(t)$. Для переменного (относительно времени t) параметра $B_z^*(t)$ можно использовать аппроксимационную формулу вида [20]

$$B_z^*(t) = \begin{cases} B_m (t/t_0)^m, & t \leq t_0, \\ B_m (t_0/t)^k, & t_0 < t < t_0 + \Delta t, \end{cases}$$

где $m = 4, k = 2, B_m = 600$ Тл.

ВЫЧИСЛИТЕЛЬНЫЙ АЛГОРИТМ

Метод численного решения одномерных уравнений плазмодинамики мишеней МИТС опирается на метод дробных шагов, подробно он описан в работе [21]. На первом дробном шаге учитываются газодинамические процессы, этим процессам соответствует “гиперболическая” часть рассматриваемой системы уравнений (1)–(5). При этом процессы переноса излучения и электромагнитные процессы – “параболическая” часть системы уравнений (1)–(5), протекающие в системе МИТС, рассматриваются на втором дробном шаге.

При численном решении задач такого рода часто применяются подвижные сетки, адаптирующиеся к особенностям численного решения. Такой подход позволяет получать результаты повышенной точности на относительно грубых расчетных сетках. Использование динамически адаптивных сеток приводит к необходимости осуществить переход от осесимметричной системы координат (r, t) к произвольным подвижным (в 2D- и 3D-случаях) к криволинейным (ξ, t) -координатам. Поэтому в дальнейшем в математической формулировке первого дробного шага и в решении “гиперболической” части системы уравнений (1) используется система координат (ξ, t) .

На первом дробном шаге решаются уравнения Эйлера в дивергентной форме:

$$\begin{aligned} \frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{\partial \rho u_\xi}{\partial \xi} = F_\rho, \quad \frac{\partial (\rho u_\xi)}{\partial t} + \frac{\partial (\rho u_\xi^2 + P)}{\partial \xi} = F_{\rho u}, \\ \frac{\partial (\rho E)}{\partial t} + \frac{\partial (\rho E u_\xi + P u_\xi)}{\partial \xi} = F_E. \end{aligned} \quad (6)$$

Для численного решения системы уравнений (6) применяется нелинейная квазимонотонная компактно-полиномиальная разностная схема повышенного порядка точности:

$$\begin{aligned} \frac{\partial \mathbf{U}_i}{\partial t} + \frac{F(\mathbf{U}_{i+1/2}) - F(\mathbf{U}_{i-1/2})}{\Delta \xi} = \mathbf{F}_r, \\ \Delta \xi = [\xi_{i-1/2} - \xi_i, \xi_{i+1/2} - \xi_i]. \end{aligned}$$

В этом соотношении газодинамические параметры U_i^{n+1}, U_i^n относятся к центрам расчетных ячеек, в то время как потоки $F_{i\pm 1/2}^n$ необходимо определить на поверхности этих ячеек. Для повышения порядка аппроксимации разностной схемы следует восстановить газодинамические параметры $Y_{i\pm 1/2}^{R,L}$ справа (индекс R) и слева (индекс L) от границ расчетных ячеек. Тогда любая реконструируемая функция $Y(\xi)$, $\xi \in [-\Delta \xi/2, \Delta \xi/2]$, представляется кусочно-полиномиальными распределениями вида

$$\begin{aligned} Y(\xi) = F_i^n(\xi) = R(\xi) + a_i [\xi - \xi_i]^3 + \\ + b_i [\xi - \xi_i]^4 + c_i [\xi - \xi_i]^5 + d_i [\xi - \xi_i]^6 + \\ + e_i [\xi - \xi_i]^7 + g_i [\xi - \xi_i]^8 + h_i [\xi - \xi_i]^9. \end{aligned}$$

Главная часть $R(\xi)$ “реконструируемой” функции $Y(\xi)$ на момент времени t^n определяется выражением вида

$$R(\xi) = \begin{cases} R_T = Y_i + \phi(Y_i) \left(\frac{\partial Y}{\partial \xi} \right)_i [\xi - \xi_i] + \frac{\phi(Y_i)}{2!} \left(\frac{\partial^2 Y}{\partial \xi^2} \right)_i [\xi - \xi_i]^2, & \ell_i \approx 0 \text{ для } \xi \in \left[-\frac{\Delta_{\xi}}{2}, \frac{\Delta_{\xi}}{2} \right], \\ R_{L-B} = Y_i + \phi(Y_i) \left[f(\xi - \xi_i) p_1 + \frac{f^2(\xi - \xi_i)}{2!} p_2 \right], & \ell_i \approx 1 \text{ для } \xi \in \left[-\frac{\Delta_{\xi}}{2}, \frac{\Delta_{\xi}}{2} \right], \end{cases}$$

где p_1, p_2 – первые коэффициенты разложения функции $Y(\xi)$ в усеченный ряд Лагранжа–Бюрмана. Очевидно, что точность аппроксимации (с помощью главной части $R(\xi)$) реконструируемой функции $Y(\xi)$ зависит от порядка точности (ошибки аппроксимации) восстановления значений производных $(\partial Y/\partial \xi)_i$ и $(\partial^2 Y/\partial \xi^2)_i$.

Из выражения главной части $R(\xi)$, соответствующей “реконструируемой” функции, следует, что для кусочно-гладких (или гладких) функций $Y(\xi)$, возможно содержащих “слабые” разрывы ($\ell_i \approx 0, \text{Ind}(Y) \approx 1$), главная часть $R(\xi) = R_T$ “реконструируемой” функции на момент времени t^n основывается на ряде Тейлора. А для функций $Y(\xi)$, содержащих “сильные” разрывы ($\ell_i \approx 1, \text{Ind}(Y) \approx 1$), при описании главной части $R(\xi) = R_{L-B}$ “реконструируемой” функции используется разложение в ряд Лагранжа–Бюрмана [16] по степеням некоторой функции $f(\xi)$, аппроксимирующей ступенчатую (разрывную) функцию Хевисайда.

Данные кусочно-полиномиальные распределения следует ограничить (для придания им монотонного вида) некоторой функцией $\phi(Y)$ – лимитером, который имеет следующий вид [16]:

$$\phi(Y_i) = \min \left(1, \frac{|Y_i - \max(Y_k)|}{|Y_i - \max(Y_{k-1/2}, Y_{k+1/2})|}, \frac{|Y_i - \min(Y_k)|}{|Y_i - \min(Y_{k-1/2}, Y_{k+1/2})|} \right).$$

Функция $Y(\xi)$ удовлетворяет условиям гладкого сопряжения:

$$F_i^n(\xi_{i-1}) = Y_{i-1}^n, \quad F_i^n(\xi_{i+1}) = Y_{i+1}^n, \\ dF_i^n(\xi_{i-1})/d\xi = Y_{\xi, i-1}^n, \quad dF_i^n(\xi_{i+1})/d\xi = Y_{\xi, i+1}^n$$

и условию консервативности реконструируемой функции $Y(\xi)$

$$\frac{1}{\Delta_{\xi}} \int_{-\frac{\Delta_{\xi}}{2}}^{+\frac{\Delta_{\xi}}{2}} Y_i^n(\xi) d\xi = Y(\xi_i).$$

Напомним, что решения многих задач механики сплошной среды, которые математически

описываются системами гиперболических уравнений, могут содержать слабые (разрывы первой производной) и сильные (разрывы самой функции) разрывы. Известно, что в таких разрывах производные ($\rho, u, v, w, P, \varepsilon$) от решения гиперболических уравнений Эйлера могут быть представлены с помощью дельта-функции $\delta(\mathbf{r} - \xi)$. В свою очередь дельта-функцию $\delta(\mathbf{r} - \xi)$ можно заменить ее приближением, имеющим вид непрерывной (ограниченной) финитной функции $W(|\mathbf{r} - \xi|, h)$: $\lim_{h \rightarrow 0} W(|\mathbf{r} - \xi|, h) = \delta(\mathbf{r} - \xi)$, где $h = \Delta_{\xi}$.

В качестве такой финитной функции $W(|\mathbf{r} - \xi|, h)$, может быть рассмотрена функция вида $\omega(|\mathbf{r} - \xi|/h)$:

$$W(|\mathbf{r} - \xi|, h) = \omega(|\mathbf{r} - \xi|/h)/h^n, \quad \dim(\mathbf{r}) = n, \\ \omega(|\mathbf{r} - \xi|/h) = \begin{cases} \exp\left(-[1 - |\mathbf{r} - \xi|^2/h^2]^{-1}\right) \\ 0, & |\mathbf{r} - \xi|/h > 1, \quad |\mathbf{r} - \xi|/h \leq 1. \end{cases}$$

При этом относительно простую форму запиши финитной функции $W(|\mathbf{r} - \xi|, h)$ имеет ее представление в виде кубического сплайна:

$$W(p = |\mathbf{r} - \xi|/h, h) = \begin{cases} (1 - 3p^2/2 + 3p^3/4)/N, & 0 < p < 1 \\ ((2 - p)^3/4)/N, & 1 \leq p < 2, N = 3h/2, \\ 0, & p \geq 2. \end{cases}$$

Производная \dot{W} от данной функции W равна

$$\dot{W}(p = |\mathbf{r} - \xi|/h, h) = \text{sign}(|\mathbf{r} - \xi|) \times \begin{cases} (-12p + 9p^2)/N_*, & 0 < p < 1, \\ (-3(2 - p)^2/4)/N_*, & 1 \leq p < 2, N_* = 6h^2, \\ 0, & p \geq 2. \end{cases}$$

Заметим, что наибольшую сложность при численном разрешении гиперболической системы уравнений Эйлера представляет описание конвективного переноса (особенно при наличии в нем слабых или сильных разрывов). Поэтому в качестве дополнительного условия (приближенно описывающего разрывы решения при описании конвективного переноса) на реконструируе-

мую функцию $Y(\xi)$ следует использовать такие соотношения (формула Лейбница):

$$\left. \frac{d[W F_i^n]}{d\xi} \right|_{\xi_{i-1}} = [W Y_{\xi, i-1}^n]_{\xi_{i-1}} + [\dot{W} Y^n]_{\xi_{i-1}},$$

$$\left. \frac{d[W F_i^n]}{d\xi} \right|_{\xi_{i+1}} = [W Y_{\xi, i+1}^n]_{\xi_{i+1}} + [\dot{W} Y^n]_{\xi_{i+1}}.$$

Использование такого рода соотношений в вычислительной схеме можно рассматривать, как учет дополнительного дискретного “закона сохранения”, являющегося аналогом неявно присутствующего в системе уравнений дифференциального “закона сохранения”. Остальные структурные особенности квазимоноотонной компактно-полиномиальной разностной схемы относительно подробно описаны в работе [16].

Отметим, что система дифференциальных уравнений относительно временной переменной t представляется системами обыкновенных дифференциальных уравнений первого порядка, которые могут быть разрешены с помощью векторного варианта многошагового метода Рунге–Кутты (в данной работе использован четырехшаговый вариант метода [22], который обладает четвертым порядком аппроксимации по времени t). Шаг по времени Δt , необходимый для интегрирования “гиперболической” части системы уравнений (1), выбирается из условия выполнения критерия устойчивости Куранта–Фридрихса–Леви.

Процессы переноса излучения, тепловые и электромагнитные процессы (4), (5), протекающие в системе МИТС, рассматриваются на втором дробном шаге. Для “гиперболической” части уравнений (1), которые описывают тепловые и электромагнитные процессы, используется вышеописанная нелинейная квазимоноотонная компактно-полиномиальная разностная схема повышенного порядка точности. Тогда (в соответствии с методом расщепления по физическим процессам) следует описать лишь численный метод решения “параболической” части уравнений (1). Такого рода описание приведено в работах [22, 23].

Описанный в [13, 16] метод расчета переноса широкополосного излучения основывается на многогрупповом диффузионном приближении. Остальные детали численного метода расчета приведены в работах [14, 16, 23]. Описанная кратко численная методика была верифицирована с помощью решения ряда тестовых (модельных) задач [16, 24, 25].

“Гиперболическая” (“конвективная”) часть компьютерной модели мишеней МИТС тестировалась на одномерном варианте задачи Римана (задача Сода) о распаде неустойчивого разрыва

заданной конфигурации. Сопоставление точного и приближенного решения показало, что отличие составляет не более процента [16, 24]. Верификационные расчеты (с целью оценки степени затухания системы отраженных ударных волн) были проведены для экспериментальных условий, реализованных в однодиафрагменной аэродинамической ударной трубе ГУАТ ИПМех РАН. Выполненные в работе [26] расчеты показали, что ошибка расчета находится в пределах экспериментальной точности результатов и может достигать уровня 10%. В качестве дополнительных тестовых верификационных расчетов рассматривается обтекание потоком воздуха клина, сопряженного с пластиной, а также конуса, сопряженного с цилиндром со следующими параметрами набегающего потока: давление $P = 2060$ Па, скорость $V = 1860$ м/с, температура $T = 223$ К, число Маха $M_\infty = 6$. Данные результаты также находятся в хорошем соответствии [16] с указанными расчетами (относительная ошибка равна 0.4%).

“Параболическая” (“тепловая”) часть модели тестировалась на некоторых задачах, допускающих точные аналитические решения: прогрев сплошной среды [24, 25], заполняющей плоское полуограниченное пространство $r > 0$, потоком тепла через левую неподвижную границу $r = 0$ (относительная ошибка меньше 1.0%).

РЕЗУЛЬТАТЫ РАСЧЕТА

В общем случае принципиальная схема сжатия и нагрева мишени нейтронного источника конструктивно состоит из цилиндрической мишени, системы импульсного воздействия на мишень мощными потоками энергии, которая может быть основана на hohlraum или лазерах, а также плазменных струях, и системы, создающей импульсное внешнее магнитное поле (генератора магнитного потока).

В начальный промежуток времени в рассматриваемом конкретном случае на цилиндрическую поверхность мишени воздействует система лазерных лучей (с интенсивностью $q_{\text{laz}}^0(t/t_0)^n$, $t \leq t_0$), а также импульсное внешнее магнитное поле (с величиной магнитной индукции $B_m(t/t_0)^m$, $t \leq t_0$). Этим воздействиям соответствуют фаза “схлопывания” (ее продолжительность $0 \leq t \leq 0.1$ нс), а также фаза “переотражения” (наблюдается в промежутке времени $0.1 \leq t \leq 0.61$ нс).

Далее мишень подвергается воздействию импульсных струй плазмы (с интенсивностью q^0 , $t_0 < t$). Этому периоду времени ($t > 0.61$ нс) соответствует фаза “расширения”.

Наиболее важным отличием воздействия на мишень МИТС плазменными струями от воздей-

ствия лазерными лучами является то, что трансформация направленной кинетической энергии плазменных струй во внутреннюю энергию материала мишени в этом случае в основном осуществляется путем взаимодействия “тяжелых” частиц струи с “тяжелыми” частицами мишени (а не квантов излучения с электронами, как в случае лазерного воздействия).

Следует отметить также, что при качественном рассмотрении торможения импульсной плазменной струи на деформируемой преграде в зависимости от начальных параметров процесса можно выделить два характерных режима: режим разгона ударной волны и режим торможения [27].

Под деформируемой преградой здесь может подразумеваться:

- плазма мишени МИТС, на которой тормозится импульсная плазменная струя;
- внешнее магнитное поле, на котором тормозится расширяющаяся плазма мишени МИТС.

Режим торможения реализуется, когда плотность плазмы импульсной струи существенно меньше начальной плотности плазмы мишени МИТС (рис. 16). В этом случае 70–90% кинетической энергии высокоскоростного потока переходит во внутреннюю энергию ударно-сжатой плазмы МИТС и большей частью высвечивается в виде широкополосного излучения. Режим торможения соответствует графическим результатам, приведенным на рис. 1, 2.

Режим разгона ударной волны осуществляется, когда плотность плазмы импульсной струи превышает начальную плотность плазмы мишени МИТС. При приблизительном равенстве этих плотностей КПД передачи кинетической энергии высокоскоростного потока в энергию ударно-сжатой плазмы МИТС максимален и близок к 50% (во внутреннюю энергию 25%). Режим разгона ударной волны описывается результатами, приведенными на рис. 3.

На рис. 1–3 проиллюстрирован (описанный выше качественно) процесс взаимодействия плазмы импульсной струи (границу которой можно приближенно описать в виде контактной границы *б*) и ударной волны (внешняя граница плазмы мишени). Отметим, что если ударная волна генерируется более плотной средой (сжатой плазмой мишени) по сравнению с плазмой импульсной струи, то она отражается от контактного разрыва (границы струи) в виде веера волн разрежения (рис. 16). При этом навстречу импульсной струе движется УВ [28–30]. Если же сжатая плазма мишени является менее плотной средой по сравнению с плазмой импульсной струи, то отражение происходило бы в виде УВ.

Результаты расчетов сжатия мишени МИТС можно описать [16, 31] в виде нескольких основных структурных фаз: “схлопывания”, “переот-

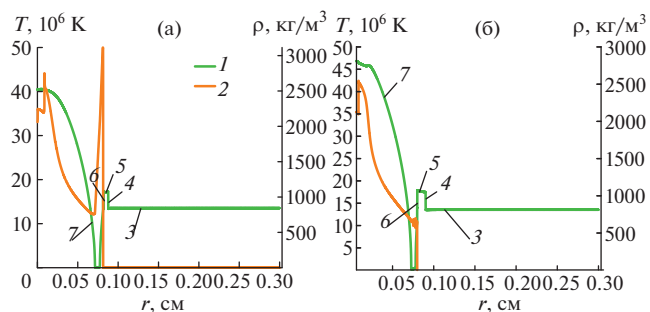


Рис. 1. Пространственное распределение температуры (1) и плотности (2) при параметрах струи $q^0 = 1 \times 10^{12}$ Вт/см², $\rho = 0.48$ кг/м³, $u = 100$ км/с: (а) – при наличии внешнего магнитного поля ($t = 1.02$ нс, $R_{DT-Al} = 0.011$ см); (б) – без внешнего магнитного поля ($t = 1.01$ нс, $R_{DT-Al} = 0.0095$ см); 3 – невозмущенный исследуемый газ; 4 – фронт УВ; 5 – область ударно-сжатого исследуемого газа; 6 – фронт контактной границы; 7 – пространственная область, занятая волной разрежения.

ражения”, “расширения” сжатой и нагретой плазмы мишени МИТС. Все эти фазы объясняются гидродинамическим характером сжатия мишени и движением “тепловых волн” (в этом случае пространственный перенос тепловой энергии осуществляется с помощью механизма лучистой теплопроводности [28]).

Ниже по тексту приведены графические зависимости, иллюстрирующие основные “фазы сжатия”. На рисунках изображены пространственные распределения статического давления P , плотности ρ , температуры T и скорости u в плазме мишени при воздействии на нее интенсивного лазерного излучения, внешнего магнитного поля (рис. 2, 4, 5, до момента времени $t \leq t_0 = 1$ нс) и импульсных струй плазмы (рис. 1, 3, с момента вре-

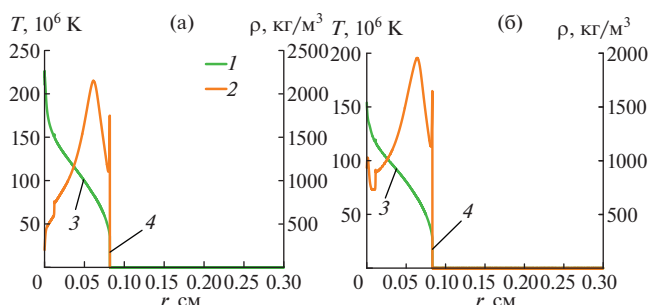


Рис. 2. Пространственное распределение температуры (1) и плотности (2): (а) – при наличии внешнего магнитного поля ($t = 0.606$ нс, $R_{DT-Al} = 0.0145$ см); (б) – без внешнего магнитного поля ($t = 0.642$ нс, $R_{DT-Al} = 0.017$ см); 3 – фронт “тепловой волны”, 4 – фронт УВ.

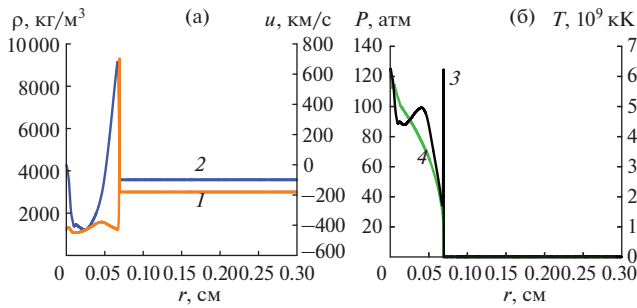


Рис. 3. Пространственное распределение для момента времени $t = 1.04$ нс без учета магнитного поля при параметрах струи $q^0 = 1 \times 10^{12}$ Вт/см², $\rho = 3 \times 10^3$ кг/м³, $u = 100$ км/с: (а) – плотности (1) и скорости (2) с $R_{DT-Al} = 0.0025$ см; (б) – статического давления (3) и температуры (4) с $R_{DT-Al} = 0.0025$ см.

мени $t > t_0 = 1$ нс). Положение контактной границы между DT и Al обозначено символом R_{DT-Al} (рис. 1–3).

На “начальной” стадии сжатия мишени образующаяся структура течения плазмы соответствует автономному распространению системы (в направлении к ее оси) из двух УВ в веществе центральной части мишени, созданных ускоряемой внешней и внутренней поверхностями мишени. Данная фаза длится в течение интервала времени $0 \leq t \leq 0.1$ нс. С физической точки зрения она не интересна, и поэтому ее описание здесь не приводится.

Следующая структура течения (рис. 2) в веществе мишени МИТС наблюдается в промежутке времени $0.1 \leq t \leq 0.61$ нс (фаза “переотражения”).

К этому моменту времени максимум температуры T и давления P располагается на геометрической

оси мишени и достигает величин: $T \approx 250$ кК, $P \approx 8 \times 10^9$ атм. Однако максимум плотности $\rho \approx 2.5 \times 10^3$ кг/м³ находится не на оси мишени, а в области $0.06 \leq r \leq 0.065$ см наиболее интенсивного поглощения лазерного излучения. Т.е. в этой области происходит интенсивный подвод энергии (сопровождающийся значительным расширением плазмы мишени МИТС) лазерным излучением. Что в свою очередь приводит к возникновению “падающей” на ось системы УВ и после ее отражения к формированию “тепловой волны” (рис. 2). При этом в противоположном направлении (в сторону роста радиальной координаты r) также генерируется УВ.

Эта структура течения соответствует фазе “переотражения” и представлена пространственными распределениями (рис. 2), возникающими в момент времени ($t = 0.6$ нс), близкий к “обострению” временного импульса при воздействии на мишень МИТС лазерного излучения с интенсивностью $q_{laz}|_{r=\ell} = q_{laz}^0 (t/t_0)^n$, $q_{laz}^0 = 1 \times 10^{14}$ Вт/см².

Расчеты показывают относительно слабое влияние внешнего магнитного поля на динамику сжатия и расширения мишени МИТС, а также на число нейтронов N_{fus} , покинувших расчетную область. Это обстоятельство можно объяснить на основе оценки области действия электромагнитных сил, сжимающих наружную часть мишени МИТС. Область действия этих сил соответствует глубине

$$\text{“диффузии” магнитного поля } \delta \approx c \sqrt{\frac{t}{4\pi\sigma}} \approx 0.01 \text{ мм}$$

(где c – скорость света, $\sigma(z)$ – электропроводность замагниченной плазмы). Здесь следует учесть также, что плазма мишени МИТС, расширяясь, компенсирует движение волны Альфвена $V_a = |\mathbf{B}|/\sqrt{4\pi\rho} \approx 400$ км/с в направлении геометрической оси симметрии мишени. Таким образом, в промежутке времени $0.1 \leq t \leq 0.61$ нс (фаза

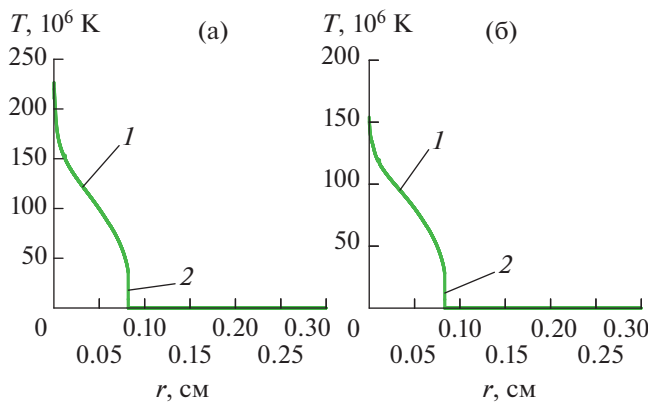


Рис. 4. Пространственное распределение температуры (а) при наличии магнитного поля ($t = 0.606$ нс) и (б) без магнитного поля ($t = 0.642$ нс): 1 – фронт “тепловой волны”, 2 – фронт УВ.

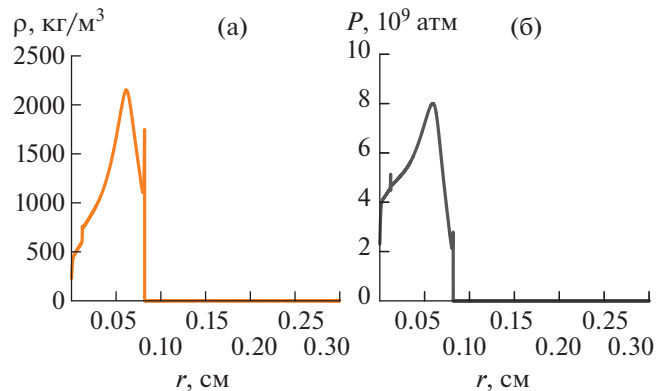


Рис. 5. Пространственное распределение плотности (а) и статического давления (б) при наличии магнитного поля для момента времени $t = 0.606$ нс.

“переотражения”, рис. 2) заметное влияние электромагнитных сил может наблюдаться только на отрезке 10^{-2} мм, в районе УВ (рис. 2, кривая 2).

Далее (для моментов времени $t_0 < t < t_0 + \Delta t$) на рис. 1 представлена начальная стадия фазы “расширения”. Здесь в соответствии с комбинированной схемой воздействия (сначала интенсивного лазерного излучения, внешнего магнитного поля, а затем системы импульсных струй) представлены пространственные распределения различных теплофизических характеристик плазмы с учетом воздействия на плазму системы импульсных струй (на рис. 1 плотность плазмы струи $\rho = 0.48$ кг/м³). В этом случае набегающая на расширяющуюся (со скоростью $u = 500$ км/с) плазму мишени МИТС система импульсных струй ($u = -100$ км/с) деформирует плазму мишени, генерирует в ее периферийной части систему ударных и “тепловых” волн.

На данной фазе (фазе “расширения”) упрощенная физическая картина теплофизических процессов, протекающих в области взаимодействия потоков (струи и расширяющейся плазмы мишени МИТС), заключается в следующем: после кумулятивного ($T \approx 250$ кК) отражения плазмы от оси мишени МИТС она быстро ($u = 500$ км/с) расширяется (с генерацией в периферийной части ударной волны) навстречу системе импульсных струй. После столкновения этих противоположно движущихся потоков в их области взаимодействия формируется характерная структура течения (рис. 1б): в плазму импульсных струй распространяется УВ (2 на рис. 1б), а по плазме мишени МИТС бежит волна разрежения (5 на рис. 1б).

На рис. 6 приведено число нейтронов N_{fus} , покинувших расчетную область к моменту времени t , для варианта расчета с параметрами системы струй $q^0 = 1 \times 10^{12}$ Вт/см², $\rho = 0.48$ кг/м³, $u = 100$ км/с. Отметим, что в момент времени $t = 1.26$ нс на рис. 6

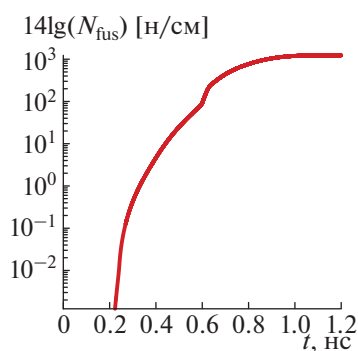


Рис. 6. Число нейтронов N_{fus} , покинувших расчетную область к моменту времени t , при параметрах струи $q^0 = 1 \times 10^{12}$ Вт/см², $\rho = 0.48$ кг/м³, $u = 100$ км/с.

отчетливо виден излом в распределении числа нейтронов N_{fus} . Этот излом связан с моментом падения УВ (и резким ростом температуры частиц) на геометрическую ось симметрии мишени МИТС. Из представленной графической зависимости для данной группы расчетов следует, что к моменту времени окончания воздействия величина N_{fus} может достигать уровня значений $N_{\text{fus}} = 1.0 \times 10^{17}$ н/см.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В работе дана оценка плазодинамических параметров однослойной цилиндрической мишени МИТС для комбинированной схемы воздействия интенсивных потоков энергии. Кратко проанализированы основные структурные фазы сжатия мишени МИТС для комбинированной схемы воздействия. Показано, что температура центральной части мишени $T \approx 250 \times 10^6$ К может достигать максимального уровня раньше (в момент времени $t = 0.606$ нс), чем в случае отсутствия внешнего магнитного поля ($t = 0.642$ нс). Из выполненных расчетов следует, что имеется возможность создания генераторов нейтронов на основе комбинированной схемы воздействия. Однако здесь отметим, что в мишени МИТС в процессе сжатия могут развиваться гидродинамические неустойчивости. Эти неустойчивости могут приводить к значительному (на два порядка) снижению нейтронного выхода отдельных (с разными температурами, плотностями и скоростями) областей мишени МИТС.

Результаты исследования частично получены в рамках выполнения проекта Министерства науки и высшего образования Российской Федерации (Минобрнауки России) № 0705-2020-0044.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Дябилин К.С., Лебедев М.Е., Фортвов В.Е., Грабовский Е.В., Смирнов В.П., Воробьев О.Ю. Исследование теплофизических свойств веществ при воздействии мощного импульса мягкого рентгеновского излучения плазмы Z-пинча // ТВТ. 1996. Т. 34. № 3. С. 479.
2. Харитон Ю.Б., Мохов В.Н., Чернышев В.К., Якубов В.Б. О работе термоядерных мишеней с магнитным обжатием // УФН. 1976. Вып. 120. С. 706.
3. Рыжков С.В., Чирков А.Ю. Системы альтернативной термоядерной энергетики. М.: Физматлит, 2017. 200 с.
4. Santos J.J., Bailly-Grandvaux M., Ehret M. et al. Laser-driven Strong Magnetostatic Fields with Applications to Charged Beam Transport and Magnetized High Energy-density Physics // Phys. Plasmas. 2018. V. 25. P. 056705.
5. Gomez M.R., Slutz S.A., Knapp P.F., Hahn K.D. et al. Assessing Stagnation Conditions and Identifying Trends in Magnetized Liner Inertial Fusion // IEEE Trans. Plasma Sci. 2019. V. 47. P. 2081.

6. *Красюк И.К., Семенов А.Ю., Чарахчян А.А.* Использование конических мишеней в исследованиях по инерциальному термоядерному синтезу // Квантовая электроника. 2005. Т. 35. № 9. С. 769.
7. *Nakamura D., Ikeda A., Sawabe H., Matsuda Y.H., Takeyama S.* Record Indoor Magnetic Field of 1200 T Generated by Electromagnetic Flux-compression // Rev. Sci. Instrum. 2018. V. 89. P. 095106.
8. *Hohenberger M., Chang P.-Y., Fiksel G. et al.* Inertial Confinement Fusion Implosions with Imposed Magnetic Field Compression Using the OMEGA Laser // Phys. Plasmas. 2012. V. 19. P. 056306.
9. *Долголева Г.В., Лебо А.И., Лебо И.Г.* Моделирование сжатия термоядерных мишеней на уровне энергии лазера порядка 1 МДж // Матем. моделирование. 2016. Т. 28. С. 23.
10. *Демченко Н.Н., Гуськов С.Ю., Змитренко Н.В., Розанов В.Б., Степанов Р.В.* Расчет однородности многопучкового облучения сферической лазерной мишени с учетом поглощения и рефракции излучения // Квантовая электроника. 2019. Т. 49. № 2. С. 124.
11. *Самарский А.А., Попов Ю.П.* Разностные методы решения задач газовой динамики. М.: Едиториал УРСС, 2009. 424 с.
12. *Костюков И.Ю., Рыжков С.В.* Магнитно-инерциальный термоядерный синтез с лазерным обжатием замагниченной сферической мишени // Прикл. физика. 2011. № 1. С. 65.
13. *Четверушкин Б.Н.* Математическое моделирование задач динамики излучающего газа. М.: Наука, 1985. 303 с.
14. *Kuzenov V.V., Ryzhkov S.V.* Calculation of Plasma Dynamic Parameters of the Magneto-inertial Fusion Target with Combined Exposure // Phys. Plasmas. 2019. V. 26. P. 092704.
15. *Брагинский С.И.* Явления переноса в плазме. В кн.: Вопросы теории плазмы. Вып. 1. М.: Атомиздат, 1975. С. 183.
16. *Кузенов В.В., Рыжков С.В.* Численное моделирование процесса лазерного сжатия мишени, находящейся во внешнем магнитном поле // Матем. моделирование. 2017. Т. 29. № 9. С. 19.
17. *Волосевич П.П., Дегтярев Л.М., Леванов Е.И. и др.* Процесс сверхвысокого сжатия вещества и иницирования термоядерной реакции мощным импульсом лазерного излучения // Физика плазмы. 1975. Т. 2. Вып. 6. С. 883.
18. *Surzhikov S.T.* Computing System for Solving Radiative Gasdynamic Problems of Entry and Re-entry Space Vehicles // Proc. 1st Int. Workshop on Radiation of High Temperature Gases in Atmospheric Entry. 2003. ESA-533. P. 111.
19. *Kuzenov V.V., Ryzhkov S.V., Shumaev V.V.* Application of Thomas–Fermi Model to Evaluation of Thermodynamic Properties of Magnetized Plasma // Probl. At. Sci. Technol. 2015. № 4(98). P. 53.
20. *Santos J.J., Bailly-Grandvaux M., Ehret M., Arefiev A.V. et al.* Laser-driven Strong Magnetostatic Fields with Applications to Charged Beam Transport and Magnetized High Energy-density Physics // Phys. Plasmas. 2018. V. 25. P. 056705.
21. *Ковеня В.М., Яненко Н.Н.* Метод расщепления в задачах газовой динамики. М.: Наука, 1981. 304 с.
22. *Волков К.Н., Емельянов В.Н.* Моделирование крупных вихрей в расчетах турбулентных течений. М.: Физматлит, 2008. 364 с.
23. *Kuzenov V.V., Ryzhkov S.V., Starostin A.V.* Development of a Mathematical Model and the Numerical Solution Method in a Combined Impact Scheme for MIF Target // Russ. J. Nonlinear Dynamics. 2020. V. 16. № 2. P. 325.
24. *Кузенов В.В.* Тестирование отдельных элементов метода расчета физических процессов в мишени магнитно-инерциального термоядерного синтеза // Прикл. физика. 2016. № 2. С. 16.
25. *Мажукин В.И., Малафеев Д.А., Матус П.П., Самарский А.А.* Разностные схемы на неравномерных сетках для уравнений математической физики с переменными коэффициентами // ЖВМиМФ. 2001. Т. 41. № 3. С. 407.
26. *Кузенов В.В., Котов М.А.* Анализ газодинамических процессов и разработка модели течений в ударной гиперзвуковой аэродинамической трубе // Вестн. МГТУ им. Н.Э. Баумана. Сер. Машиностроение. 2014. № 1. С. 3.
27. *Камруков А.С., Козлов Н.П., Протасов Ю.С., Шашковский С.Г.* Высокояркостные источники теплового ВУФ-излучения на основе плазмодинамических МПК-разрядов в газах // ТВТ. 1989. Т. 27. № 1. С. 152.
28. *Зельдович Я.Б., Райзер Ю.П.* Физика ударных волн и высокотемпературных явлений гидродинамических явлений. М.: Наука, 1966.
29. *Ландау Л.Д., Лифшиц Е.М.* Теоретическая физика. Учеб. пособ. для вузов. В 10-ти т. Т. VI. Гидродинамика. М.: Физматлит, 2001. 736 с.
30. *Вараксин А.Ю.* Столкновения частиц и капель в турбулентных двухфазных потоках // ТВТ. 2019. Т. 57. № 4. С. 588.
31. *Kuzenov V.V., Ryzhkov S.V.* Numerical Simulation of the Effect of Laser Radiation on Matter in an External Magnetic Field // J. Phys.: Conf. Series. 2017. V. 830. P. 012124.