

УДК 532.529

## АНАЛИЗ МЕХАНИЗМОВ ВЛИЯНИЯ МАКРО-, МИКРО- И НАНОЧАСТИЦ НА ЭНЕРГИЮ ТУРБУЛЕНТНОСТИ НЕСУЩЕГО ГАЗА

© 2021 г. А. Ю. Вараксин<sup>1, 2, \*</sup><sup>1</sup>Объединенный институт высоких температур РАН, Москва, Россия<sup>2</sup>Московский государственный технический университет им. Н.Э. Баумана, Москва, Россия

\*E-mail: varaksin\_a@mail.ru

Поступила в редакцию 20.10.2020 г.

После доработки 15.04.2021 г.

Принята к публикации 19.05.2021 г.

На основе двухпараметрической  $k$ – $\varepsilon$ -модели турбулентности для двухфазного потока выполнен анализ влияния макро-, микро- и наночастиц на интенсивность турбулентности несущего газа. Получено выражение, предсказывающее влияние частиц различной инерционности на величину энергии турбулентности несущей фазы. Показано, что турбулизирующий эффект предельно малоинерционных частиц (наночастицы) сменяется ламинаризирующим эффектом малоинерционных частиц (микрочастицы), а затем снова сменяется на турбулизирующий вследствие дополнительной генерации турбулентности в следах за крупными частицами (макрочастицы).

DOI: 10.31857/S0040364421040220

### ВВЕДЕНИЕ

Анализ влияния дисперсной примеси в виде частиц (капель) на характеристики турбулентности несущего потока газа является одной из главных проблем в теории двухфазных турбулентных течений [1, 2].

К настоящему времени известно несколько основных механизмов влияния частиц на энергию турбулентности газа: генерация турбулентности за счет снижения энергии мелких вихрей, вовлекающих предельно малоинерционные частицы в мелкомасштабное пульсационное движение и отвечающих за подавление турбулентности [3, 4]; диссипация турбулентности за счет траты энергии крупных вихрей на вовлечение относительно малоинерционных частиц в крупномасштабное пульсационное движение [5–10]; генерация турбулентности несущей фазы в турбулентных следах за движущимися крупными частицами [5–9, 11]; диссипация турбулентности за счет уменьшения порождения турбулентной энергии газа из-за снижения градиента (выполаживания) осредненной скорости вследствие межфазного обмена импульсом в осредненном движении.

Таким образом, присутствие частиц может способствовать как ламинаризации, так и турбулизации потока в зависимости от их инерционности, параметров и типа течения (вырождение однородной изотропной турбулентности, пристенные течения, струйные течения и т.п.).

Целью настоящей работы является совместный анализ процессов дополнительной диссипа-

ции и дополнительной генерации энергии турбулентности в потоках с частицами при изменении инерционности последних в предельно широком диапазоне.

Инерционность частиц определяется не физическим размером и их физической плотностью, а характерными пространственно-временными масштабами того потока, в котором они находятся. В одних условиях одни и те же частицы будут малоинерционными, а в других – обладать большой инерцией. В работе приведены результаты расчетов для условий, при которых предельно малоинерционные частицы имеют субмикрометровые размеры (наночастицы), относительно малоинерционные частицы – микрометровые размеры (микрочастицы), а крупные частицы – миллиметровые размеры (макрочастицы).

### ДВУХПАРАМЕТРИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ ДВУХФАЗНОГО ПОТОКА

Рассмотрим движение несжимаемого вязкого газа, несущего тяжелые частицы, плотность которых  $\rho_p$  намного превышает плотность газа  $\rho$ . Объемная концентрация частиц  $\Phi$  предполагается малой, чтобы можно было пренебречь столкновениями частиц между собой. Массовая концентрация  $M = \rho_p \Phi / \rho$  может быть достаточно большой. Примем допущение, что основной силой, определяющей поведение частиц в турбулентном потоке и их обратное влияние на его характеристики, является сила аэродинамического сопротивления.

Для выполнения анализа влияния частиц различной инерционности привлечем двухпараметрическую  $k$ - $\varepsilon$ -модель турбулентности, модифицированную для двухфазного потока. Указанная модель содержит два основных уравнения переноса: турбулентной энергии и скорости ее диссипации.

**Уравнение переноса энергии турбулентности.** Для анализа влияния частиц на турбулентность несущего газа воспользуемся дифференциальным уравнением переноса энергии турбулентности газа  $k = \sum_i \frac{u_i' u_i'}{2}$  ( $u_i'$  –  $i$ -я составляющая пульсационной скорости несущего газа) в присутствии частиц в сжатой форме

$$\frac{Dk}{D\tau} = D + P - \varepsilon + A_k. \quad (1)$$

Левая часть уравнения (1) представляет собой изменение во времени и конвективный перенос энергии турбулентности, т.е.

$$\frac{Dk}{D\tau} = \frac{\partial k}{\partial \tau} + \sum_j U_j \frac{\partial k}{\partial x_j}.$$

Члены в правой части описывают соответственно диффузию  $D$ , генерацию турбулентности за счет градиентов осредненной скорости  $P$ , диссипацию энергии турбулентности вследствие вязкости  $\varepsilon$  и эффект влияния частиц на энергию турбулентности  $A_k$ .

Выражение для генерации энергии турбулентности в однофазном потоке из осредненного движения обычно представляется в следующем виде:

$$P = \frac{C_\mu k^2}{\varepsilon} \left( \frac{\partial U_x}{\partial y} \right)^2, \quad (2)$$

где  $C_\mu = 0.09$ ,  $U_x$  – продольная составляющая скорости газа,  $y$  – поперечная координата, направленная от стенки к оси трубы.

Член уравнения  $A_k$ , отвечающий за влияние частиц на энергию турбулентности, должен учитывать все известные физические механизмы: дополнительную генерацию из-за траты энергии мелких вихрей на вовлечение предельно малоинерционных частиц в мелкомасштабное пульсационное движение  $P_{pS}$  и в следах за движущимися крупными частицами  $P_{pL}$ , а также дополнительную диссипацию из-за траты энергии крупных вихрей на вовлечение относительно малоинерционных частиц в пульсационное движение  $\varepsilon_p$ . С учетом этого (1) приобретает вид

$$\frac{Dk}{D\tau} = D + P - \varepsilon + P_{pS} + P_{pL} - \varepsilon_p. \quad (3)$$

Далее будем рассматривать случай стационарного гидродинамически развитого течения, для

которого левая часть уравнения (1) обращается в нуль. С целью получения простого аналитического соотношения, описывающего влияние частиц на энергию турбулентности, анализ проведем в так называемом бездиффузионном приближении, т.е. при  $D = 0$  в (1). В этом случае из (3) получаем

$$P + P_{pS} + P_{pL} = \varepsilon + \varepsilon_p. \quad (4)$$

Таким образом, учет модификации энергии турбулентности в двухфазных потоках предполагает корректное описание членов уравнения  $P_{pS}$ ,  $P_{pL}$  и  $\varepsilon_p$ , связанных с присутствием частиц.

**Уравнение переноса диссипации турбулентности.** Для анализа влияния частиц на турбулентность несущего газа воспользуемся также дифференциальным уравнением переноса диссипации турбулентности газа  $\varepsilon = \nu \sum_j \sum_i \frac{\partial u_i'}{\partial x_j} \frac{\partial u_i'}{\partial x_j}$  ( $\nu$  – кинематическая вязкость несущего газа) в присутствии частиц в сжатой форме с использованием общепринятых градиентных представлений

$$\frac{D\varepsilon}{D\tau} = D_\varepsilon + C_{\varepsilon 1} \frac{\varepsilon}{k} P - C_{\varepsilon 2} \frac{\varepsilon^2}{k} + C_{\varepsilon 3} \frac{\varepsilon}{k} A_k, \quad (5)$$

где  $C_{\varepsilon 1}$ ,  $C_{\varepsilon 2}$ ,  $C_{\varepsilon 3}$  – постоянные.

Левая часть уравнения (5) представляет собой изменение во времени и конвективный перенос диссипации энергии турбулентности, т.е.

$$\frac{D\varepsilon}{D\tau} = \frac{\partial \varepsilon}{\partial \tau} + \sum_j U_j \frac{\partial \varepsilon}{\partial x_j}.$$

Члены в правой части описывают соответственно диффузию диссипации энергии турбулентности  $D_\varepsilon$ , генерацию диссипации за счет энергии осредненного движения  $C_{\varepsilon 1} \frac{\varepsilon}{k} P$ , подавление диссипации вследствие вязкости  $C_{\varepsilon 2} \frac{\varepsilon^2}{k}$  и эффект влияния частиц на диссипацию турбулентности  $C_{\varepsilon 3} \frac{\varepsilon}{k} A_k$ .

Отметим, что по сравнению со случаем однофазного потока уравнение (5) содержит дополнительную константу  $C_{\varepsilon 3}$ . В литературе используются различные значения постоянной  $C_{\varepsilon 3}$ , например: 1.2 [12], 2.0 [13], 1.9 [14]. В работе [15] значение  $C_{\varepsilon 3}$  предполагалось зависящим от массовой концентрации частиц и составляло 1.2 при  $M \rightarrow 0$ . В [4]  $C_{\varepsilon 3}$  определяется из требования, чтобы безынерционные частицы не влияли на деформацию диссипации турбулентности. Для этого нужно принять  $C_{\varepsilon 3} = C_{\varepsilon 2}$ . В этом случае уравнение (5) приобретает вид

$$\frac{D\varepsilon}{D\tau} = D_\varepsilon + C_{\varepsilon 1} \frac{\varepsilon}{k} P - C_{\varepsilon 2} \frac{\varepsilon(\varepsilon - A_k)}{k}. \quad (6)$$

Для случая стационарного гидродинамически развитого течения левая часть уравнения (6) обращается в нуль. В отличие от уравнения для турбулентной энергии, в уравнении для диссипации (6) необходимо учитывать диффузионный перенос  $D_\varepsilon$ . В противном случае без учета диффузионного переноса (с учетом сделанных допущений) уравнения для энергии турбулентности и ее диссипации становятся линейно зависимыми.

Пренебрегая конвективным переносом и учитывая  $A_k = P_{pS} + P_{pL} - \varepsilon_p$  в предположении о приближенном равенстве порождения и диссипации турбулентной энергии в двухфазном потоке ( $P + P_{pS} + P_{pL} = \varepsilon + \varepsilon_p$ ), из (6) находим

$$D_\varepsilon - \frac{(C_{\varepsilon 2} - C_{\varepsilon 1})\varepsilon P}{k} = 0. \quad (7)$$

Для получения аналитического решения диффузионный перенос в (7) аппроксимируется алгебраическим соотношением [4]

$$D_\varepsilon = \frac{(C_{\varepsilon 2} - C_{\varepsilon 1})C_\mu^{3/2}k^2}{l^2}, \quad (8)$$

где  $l$  – интегральный пространственный масштаб турбулентности (длина пути смешения Прандтля–Никурадзе).

Выражение для скорости диссипации турбулентной энергии может быть получено путем приравнивания (7) и (8):

$$\varepsilon = \frac{C_\mu^{3/2}k^3}{l^2P}. \quad (9)$$

Полученное соотношение (9) выражает связь между диссипацией и энергией турбулентности и будет использовано ниже для члена  $P$ , отвечающего за генерацию турбулентности из осредненного движения.

### АНАЛИЗ ВЛИЯНИЯ ЧАСТИЦ НА ЭНЕРГИЮ ТУРБУЛЕНТНОСТИ ГАЗА

Уравнение баланса турбулентной энергии в присутствии частиц (4) представим в виде

$$P[1 + (P_{pS} + P_{pL})/P] = \varepsilon(1 + \varepsilon_p/\varepsilon). \quad (10)$$

Подставим в (10) выражения (2) и (9). В результате из (10) имеем

$$\begin{aligned} C_\mu \frac{k^2}{\varepsilon} \left( \frac{\partial U_x}{\partial y} \right)^2 [1 + (P_{pS} + P_{pL})/P] = \\ = \frac{C_\mu^{3/2}k^3}{l^2P} (1 + \varepsilon/\varepsilon_p). \end{aligned} \quad (11)$$

Проведя простые преобразования (11), получаем следующее выражение для турбулентной энергии несущего потока:

$$k = \frac{Pl^2 \left( \frac{\partial U_x}{\partial y} \right)^2 [1 + (P_{pS} + P_{pL})/P]}{\varepsilon C_\mu^{1/2} (1 + \varepsilon_p/\varepsilon)}.$$

Предположим, что воздействием дисперсной фазы на профиль осредненной скорости газа, так же как и на распределение длины смешения, при анализе влияния на интенсивность турбулентной энергии можно пренебречь, и для равновесного приближения ( $P = \varepsilon$ ) получаем

$$\frac{k}{k_0} = \frac{1 + (P_{pS} + P_{pL})/P}{1 + \varepsilon_p/\varepsilon}, \quad (12)$$

где  $k_0 = \frac{l^2}{C_\mu^{1/2}} \left( \frac{\partial U_x}{\partial y} \right)^2$  – турбулентная энергия однофазного потока.

Формула (12) выражает в равновесном приближении влияние частиц на интенсивность пристеночной турбулентности и имеет ясный физический смысл: числитель характеризует увеличение турбулентной энергии благодаря вкладу частиц в порождение турбулентности за счет увеличения эффективной вязкости и турбулизации потока в следах за крупными частицами, а знаменатель описывает ее снижение за счет дополнительной диссипации.

Необходимо отметить, что проведенный в настоящей работе анализ никоим образом не учитывает неоднородность распределения частиц в пространстве. Влияние неоднородности профиля концентрации частиц на транспорт турбулентной энергии в двухфазных потоках рассмотрено в работе [4].

Проанализируем три основных механизма влияния частиц на энергию турбулентности несущего газа.

**Генерация энергии турбулентности предельно малоинерционными частицами.** Предельно малоинерционные частицы подавляют энергию мелких вихрей, расходуя ее на собственное ускорение (вовлечение в мелкомасштабное пульсационное движение). Это приводит к снижению диссипации энергии турбулентности, т.е. к увеличению энергии.

В [4] получено следующее выражение для определения дополнительной генерации турбулентности предельно малоинерционными частицами:

$$P_{pS} = Mf_\varepsilon P, \quad (13)$$

где  $f_\varepsilon$  – коэффициент вовлечения частиц в пульсационное движение несущего газа, определяемый как

$$f_\varepsilon = \frac{(2\Omega + z^2)^2 - 2\Omega^2 z^2}{(2\Omega + 2\Omega^2 + z^2)^2}.$$

Здесь  $\Omega = \frac{\tau_p}{T_{Lp}}$ ,  $z = \frac{\tau_{Tp}}{T_{Lp}}$ ;  $\tau_p$  – время динамической релаксации частиц;  $T_{Lp}$ ,  $\tau_{Tp}$  – интегральный и дифференциальный временные масштабы. При рассмотрении малоинерционных частиц данные масштабы могут быть приняты равными соответственно лагранжеву  $T_L$  и тейлорову  $\tau_T$  масштабам турбулентности. В этом случае параметр инерционности частиц  $\Omega$  будет равен числу Стокса в крупномасштабном пульсационном движении [2], т.е.  $\Omega = \text{Stk}_L$ .

**Диссипация энергии турбулентности относительно малоинерционными частицами.** Относительно малоинерционные частицы подавляют энергию крупных вихрей, расходуя ее на собственное ускорение (вовлечение в крупномасштабное пульсационное движение). Это приводит к дополнительной диссипации энергии турбулентности.

В [10] получено выражение для определения дополнительной диссипации турбулентности относительно малоинерционными частицами в уравнении баланса пульсационной энергии:

$$\varepsilon_p = \frac{M}{\tau_p} \sum_i (\overline{u_i' u_i'} - \overline{u_i' v_i'}) = \frac{2M}{\tau_p} (1 - f_k) k, \quad (14)$$

где  $u_i'$ ,  $v_i'$  –  $i$ -е составляющие пульсационных скоростей газа и частиц соответственно;  $f_k$  – функция вовлечения частиц в крупномасштабное пульсационное движение.

Для коэффициента вовлечения используем аппроксимацию [4]

$$f_k = \frac{2\Omega + z^2}{2\Omega + 2\Omega^2 + z^2}.$$

Учтем, что интегральный лагранжев масштаб турбулентности, характеризующий время жизни энергонесущих турбулентных вихрей, может быть представлен в виде

$$T_L = \frac{c_\mu^{1/2} k}{\varepsilon}. \quad (15)$$

Выражая  $k$  из (15) и подставляя в (14), в результате получим отношение дополнительной диссипации турбулентной энергии  $\varepsilon_p$  к вязкой диссипации  $\varepsilon$ , характеризующее влияние относительно малоинерционных частиц на турбулентность несущего потока:

$$\frac{\varepsilon_p}{\varepsilon} = \frac{2M(1 - f_k)}{C_\mu^{1/2} \Omega}. \quad (16)$$

Согласно (16), влияние относительно малоинерционных частиц на турбулентность определяется в первую очередь массовой концентрацией  $M$  и инерционностью частиц  $\Omega = \text{Stk}_L$  [2]. С уменьшением инерционности частиц (до определенной степени) ламинаризирующее воздействие дисперсной фазы на поток возрастает.

**Генерация энергии турбулентности крупными частицами.** Движущиеся в потоке крупные частицы ( $\text{Re}_p > 400$ ) вызывают вихри за собой, дестабилизирующие течение и трансформирующие энергию осредненного движения в турбулентную энергию.

В [11] на основе решения для автомодельного осесимметричного турбулентного следа получено выражение для определения дополнительной генерации турбулентности в уравнении баланса пульсационной энергии

$$P_{pL} = a \left( \frac{C_D}{\beta} \right)^{4/3} \Phi \frac{W^3}{d_p}, \quad (17)$$

где  $a = 0.027$ ,  $\beta = 0.2$  – постоянные;  $C_D$  – коэффициент сопротивления частицы;  $W = |\mathbf{U} - \mathbf{V}|$  – модуль относительной осредненной скорости несущего газа и частиц;  $d_p$  – диаметр частицы.

Из (17) видно, что влияние крупных частиц на турбулентность определяется, главным образом, объемной концентрацией  $\Phi$  (а не массовой концентрацией  $M$ , как в случае малоинерционных частиц), скоростью межфазного скольжения  $W$  и диаметром  $d_p$ . С увеличением размера частиц турбулизирующее воздействие дисперсной фазы на поток возрастает, так как величина  $C_D^{4/3} W^3 / d_p$  растет.

При проведении анализа влияния частиц на турбулентность несущего потока при течении в вертикальной трубе осредненная скорость межфазного скольжения, входящая в (17), может быть рассчитана по выражению

$$W = \tau_p g, \quad (18)$$

где  $g$  – ускорение силы тяжести, а время динамической релаксации частиц определяется известной зависимостью

$$\tau_p = \tau_{p0} / C(\text{Re}_p), \quad \tau_{p0} = \rho_p d_p^2 / 18\mu, \quad (19)$$

$$\text{Re}_p = W d_p / \nu,$$

где  $\tau_{p0}$  – время динамической релаксации стоксовой частицы;  $C(\text{Re}_p)$  – поправочная функция, учитывающая влияние сил инерции на время релаксации нестоксовой частицы;  $\rho_p$  – физическая

плотность частиц,  $\mu$  — динамическая вязкость,  $\nu$  — кинематическая вязкость.

С учетом (19) коэффициент аэродинамического сопротивления частиц, фигурирующий в (17), равен

$$C_D = 24C(\text{Re}_p)/\text{Re}_p. \quad (20)$$

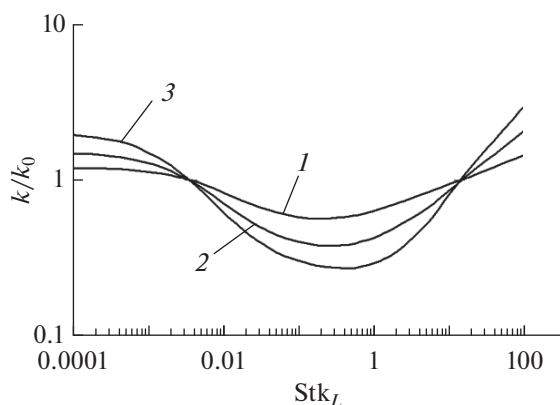
При известной  $\Phi$  и с использованием (18)–(20) можно рассчитать величину дополнительной генерации турбулентности по соотношению (17) в потоках, содержащих крупные частицы.

Необходимо отметить, что помимо силы тяжести существует много причин, обуславливающих межфазное скольжение, величина которого может значительно превосходить скорость витания частиц. Высокие значения межфазного скольжения реализуются, например, в случае наличия столкновений частиц со стенками канала и с поверхностями обтекаемых двухфазными потоками тел [16–19], а также в вихревых (или закрученных) течениях [20, 21].

### РАСЧЕТ ЭНЕРГИИ ТУРБУЛЕНТНОСТИ ДВУХФАЗНОГО ПОТОКА

Расчет энергии турбулентности двухфазного потока производился с использованием соотношения (12) с учетом (13), (16) и (17) при  $z = 0.2$  для трех значений массовой концентрации частиц. Вычисления выполнены при следующих параметрах однофазного потока:  $k_0 = 0.75 \text{ м}^2/\text{с}^2$ ,  $T_L = 0.015 \text{ с}$  и  $l = 0.007 \text{ м}$ .

На рисунке показано влияние инерционности частиц (числа Стокса в крупномасштабном пульсационном движении  $\text{Stk}_L$ ) на интенсивность турбулентности (отношение энергий турбулентности в двухфазном и однофазном потоках). С ростом числа Стокса турбулизирующий эффект ( $k/k_0 > 1$ ) частиц вследствие их вклада в по-



Влияние инерционности частиц на интенсивность пристеночной турбулентности ( $z = 0.2$ ): 1 —  $M = 0.2$ , 2 — 0.5, 3 — 1.

рождение турбулентности сменяется на ламинаризирующее влияние ( $k/k_0 < 1$ ) за счет дополнительной диссипации, а затем снова сменяется на турбулизирующий эффект ( $k/k_0 > 1$ ) вследствие генерации турбулентности в следах за крупными частицами.

### ЗАКЛЮЧЕНИЕ

С использованием двухпараметрической  $k$ – $\varepsilon$  модели турбулентности для двухфазного потока получено выражение, позволяющее анализировать влияние частиц различной инерционности на величину энергии турбулентности несущей фазы. Приведены результаты расчетов для конкретных условий течения, и показано, что с ростом инерционности частиц турбулизирующий эффект предельно малоинерционных частиц сменяется ламинаризирующим эффектом относительно малоинерционных частиц, а затем снова сменяется на турбулизирующий в потоке с крупными частицами.

Работа выполнена при поддержке Российского научного фонда (грант № 20-19-00551).

### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Balachandar S., Eaton J.K. Turbulent Dispersed Multiphase Flow // Annu. Rev. Fluid Mech. 2010. V. 42. P. 111.
2. Вараксин А.Ю. Влияние частиц на турбулентность несущего потока газа // ТВТ. 2015. Т. 53. № 3. С. 441.
3. Druzhinin O.A., Elghobashi S. On the Decay Rate of Isotropic Turbulence Laden with Microparticles // Phys. Fluids. 1999. V. 11. № 3. P. 602.
4. Зайчик Л.И., Алипченков В.М., Козлов И.М. Моделирование влияния мелкодисперсных частиц на турбулентность // ТВТ. 2010. Т. 48. № 2. С. 224.
5. Tsuji Y., Morikawa Y. LDV Measurements of an Air-Solid Two-Phase Flow in a Horizontal Pipe // J. Fluid Mech. 1982. V. 120. P. 385.
6. Tsuji Y., Morikawa Y., Shiomi H. LDV Measurements of an Air-Solid Two-Phase Flow in a Vertical Pipe // J. Fluid Mech. 1984. V. 139. P. 417.
7. Hetsroni G. Particles–Turbulence Interaction // Int. J. Multiphase Flow. 1989. V. 15. № 5. P. 735.
8. Gore R.A., Crowe C.T. Modulation of Turbulence by a Dispersed Phase // Trans. ASME. J. Fluids Eng. 1991. V. 113. № 2. P. 304.
9. Yarin L.P., Hetsroni G. Turbulence Intensity in Dilute Two-Phase Flows. 3. The Particles–Turbulence Interaction in Dilute Two-Phase Flow // Int. J. Multiphase Flow. 1994. V. 20. № 1. P. 27.
10. Вараксин А.Ю., Зайчик Л.И. Влияние мелкодисперсной примеси на интенсивность турбулентности несущего потока в трубе // ТВТ. 1998. Т. 36. № 6. С. 1004.
11. Зайчик Л.И., Вараксин А.Ю. Влияние следа за крупными частицами на интенсивность турбулентности несущего потока // ТВТ. 1999. Т. 37. № 4. С. 683.

12. *Elghobashi S.E., Abou-Arab T.W.* A Two-Equation Turbulence Model for Two-Phase Flows // *Phys. Fluids*. 1983. V. 26. № 4. P. 931.
13. *Rizk M.A., Elghobashi S.E.* A Two-Equation Turbulence Model for Dispersed Dilute Confined Two-Phase Flows // *Int. J. Multiphase Flow*. 1989. V. 15. № 1. P. 119.
14. *Berlemont A., Densjonqueser P., Gousbet G.* Particle Lagrangian Simulation in Turbulent Flows // *Int. J. Multiphase Flow*. 1990. V. 16. № 1. P. 19.
15. *Squires K.D., Eaton J.K.* Effect of Selective Modification of Turbulence on Two-Equation Models for Particle-Laden Turbulent Flows // *Trans. ASME. J. Fluids. Eng.* 1994. V. 116. P. 778.
16. *Kiselev S.P., Kiselev V.P., Klinkov S.V., Kosarev V.F., Zaikovskii V.N.* Study of the Gas-Particle Radial Supersonic Jet in the Cold Spraying // *Surf. Coat. Technol.* 2017. V. 313. P. 24.
17. *Klinkov S.V., Kosarev V.F., Shikalov V.S.* Influence of Nozzle Velocity and Powder Feed Rate on the Coating Mass and Deposition Efficiency in Cold Spraying // *Surf. Coat. Technol.* 2019. V. 367. P. 231.
18. *Fomin V.M., Golyshev A.A., Kosarev V.F., Malikov A.G., Orishich A.M., Filippov A.A.* Deposition of Cermet Coatings on the Basis of Ti, Ni, WC, and B<sub>4</sub>C by Cold Gas Dynamic Spraying with Subsequent Laser Irradiation // *Phys. Mesomech.* 2020. V. 23. P. 291.
19. *Takahashi T., Fukudome K., Mamori H., Fukushima N., Yamamoto M.* Effect of Characteristic Phenomena and Temperature on Super-Cooled Large Droplet Icing on NACA0012 Airfoil and Axial Fan Blade // *Aerospace*. 2020. V. 7. Paper 92.
20. *Вараксин А.Ю., Ромаш М.Э., Конейцев В.Н.* О возможности воздействия на вихревые атмосферные образования // *ТВТ*. 2010. Т. 48. № 3. С. 433.
21. *Вараксин А.Ю., Ромаш М.Э., Конейцев В.Н., Горбачев М.А.* Метод воздействия на свободные нестационарные воздушные вихри // *ТВТ*. 2012. Т. 50. № 4. С. 533.