

УДК 533.6

## ЧИСЛЕННОЕ ИССЛЕДОВАНИЕ ВЛИЯНИЯ НЕИДЕАЛЬНОСТИ ГАЗА НА ФОКУСИРОВКУ УДАРНОЙ ВОЛНЫ В КАНАЛЕ С ПОЛУСФЕРИЧЕСКИМ ТОРЦОМ

© 2021 г. В. Ю. Гидаспов<sup>1</sup>, М. Д. Зыонг<sup>1</sup>, Н. С. Северина<sup>1</sup>, \*

<sup>1</sup>Московский авиационный институт, Москва, Россия

\*E-mail: severina@mai.ru

Поступила в редакцию 24.05.2021 г.

После доработки 24.05.2021 г.

Принята к публикации 23.11.2021 г.

Приводится физико-математическая модель, вычислительные алгоритмы и результаты расчетов фокусировки и отражения от плоского доньшка ударной волны, распространяющейся в канале с полусферическим торцом, заполненным высокотемпературным воздухом. Исследовались три модели течения: “идеальная”, “замороженная” и “равновесная”. Показано, что координата торца слабо влияет на параметры отраженной ударной волны, что может быть использовано при постановке граничных условий. Использование “идеальной” модели приводит к существенным отличиям значений температуры и давления как вблизи плоского доньшка, так и во всем канале. Результаты расчетов по “замороженной” модели близки к “равновесным” результатам на удалении от доньшка, но дают существенно завышенную температуру вблизи него.

DOI: 10.31857/S0040364421050070

### ВВЕДЕНИЕ

Исследование течений газа, реализующихся в результате взаимодействия ударной волны (УВ) с препятствиями различной природы и формы, представляет значительный интерес и рассматривается в различных постановках в большом количестве работ [1–9]. В настоящей работе проводится моделирование течения в замкнутой полости, имеющей форму полусферы, после вхождения в нее ударной волны. Данная задача содержит особенность, связанную с неограниченным ростом давления и температуры за ударной волной в момент ее отражения от плоского доньшка. При моделировании течения газа, возникающего при фокусировке ударной волны, как правило, используются уравнения Эйлера и Навье–Стокса, при этом параметры газа определяются в середине расчетной ячейки, примыкающей к оси симметрии. Такой способ делает решение сеточно-зависимым. В ряде работ считается, что в реальности в каналах всегда имеется пусть небольшое, но плоское доньшко, на котором ставится условие непротекания [3, 10, 11]. Целью настоящей работы является анализ влияния координаты (радиуса) плоского доньшка и термодинамическое описание воздействия свойств высокотемпературного воздуха на реализуемые в канале параметры течения.

### ФИЗИКО-МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ

Исследуется течение, возникающее в канале с полусферическим торцом (рис. 1), после входа в

него плоской УВ. Канал представляет собой трубу радиуса  $R$ , заканчивающуюся полусферическим торцом с плоским доньшком. Радиус полусферического торца меняется от  $R$  (при  $x = R$ ) до  $r$  – плоское доньшко при  $x = X_0$  (рис. 1). Исследуется влияние координаты плоского доньшка на параметры течения за падающей и отраженной ударными волнами. В начальный момент времени в канале находится покоящийся воздух при нормальных условиях ( $P_0 = 101325$  Па,  $T_0 = 298.15$  К). Параметры воздуха за ударной волной рассчитываются из соотношений Ренкина–Гюгонно при заданном числе Маха  $M$  ударной волны:

$$\begin{aligned} \rho(D-u) &= \rho_0(D-u_0), \\ p + \rho(D-u)^2 &= p_0 + \rho_0(D-u_0)^2, \\ \rho(D-u) \left( h + \frac{(D-u_0)^2}{2} \right) &= \\ &= \rho_0(D-u_0) \left( h_0 + \frac{(D-u_0)^2}{2} \right). \end{aligned} \quad (1)$$

Здесь  $\rho$ ,  $u$ ,  $p$ ,  $h$  – плотность, скорость, давление, удельная энтальпия газа соответственно,  $D$  – скорость ударной волны. Индексом “0” отмечено начальное состояние.

Рассматриваются три модели протекания физико-химических процессов.

Первая модель – “идеальная” – предполагает, что теплоемкость воздуха  $C_p$  и молекулярный вес  $M$  постоянны:

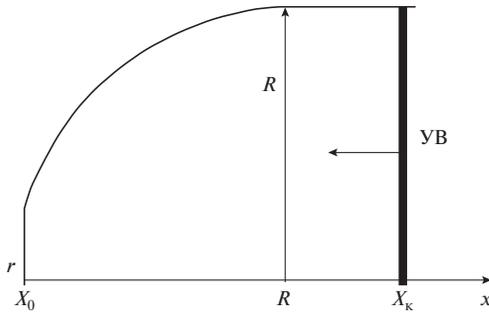


Рис. 1. Конфигурация расчетной области.

$$C_p = \frac{dh}{dT} = \frac{\kappa}{\kappa + 1} \frac{R}{M}, \quad p = \frac{R}{M} \rho T. \quad (2)$$

Вторая – “замороженная”, где считается, что воздух представляет собой смесь кислорода (O<sub>2</sub>), азота (N<sub>2</sub>) и аргона (Ar), для анализа термодинамических свойств которых используется модель термодинамики, описываемая удельным термодинамическим потенциалом Гиббса [12] для смеси совершенных газов:

$$G(p, T, \gamma) = \sum_{i=1}^N \gamma_i \left[ RT \ln \left( p \gamma_i / P_0 \sum_{j=1}^N \gamma_j \right) + G_i^0(T) \right], \quad (3)$$

где  $R$  – универсальная газовая постоянная,  $T$  – температура,  $P_0 = 101325$  Па – стандартное давление,  $G_i^0(T)$  – температурная часть стандартных молярных потенциалов Гиббса отдельных компонент, аппроксимационные функции для которых приведены в [12]. Соответствующие (3) термическое и калорическое уравнения состояния имеют вид

$$\frac{1}{\rho} = RT \sum_{i=1}^N \gamma_i / p, \quad h = \sum_{i=1}^N \gamma_i H_i^0(T), \quad (4)$$

$$H_i^0(T) = G_i^0(T) - T \frac{dG_i^0(T)}{dT}.$$

В третьей – “равновесной” [13] для описания воздуха используется смесь совершенных газов (3), (4), включающая 13 компонентов (O<sub>2</sub>, N<sub>2</sub>, NO, O<sub>2</sub><sup>+</sup>, N<sub>2</sub><sup>+</sup>, NO<sup>+</sup>, O<sup>+</sup>, N<sup>+</sup>, Ar<sup>+</sup>, O, N, Ar, e – электронный газ) и удовлетворяющая условиям термодинамического равновесия

$$\sum_{i=1}^N A_K^i \gamma_i = \gamma_K^0, \quad k = 1, 2, \dots, N_e, \quad (5)$$

$$\mu_i(p, T, \gamma) = \sum_{K=1}^{N_e} A_K^i z_K, \quad i = 1, 2, \dots, N.$$

Здесь  $N_e$  – число элементов в системе (в рассматриваемом случае  $N_e = 4$ : O, N, Ar, e),  $A_K^i$  –

матрица состава,  $\gamma_K^0$  – заданные значения мольно-массовых концентраций элементов ( $\gamma_{N_e}^0 = 0$  – условие электронейтральности),  $\mu_i$  – химический потенциал  $i$ -го компонента,  $z_k$  – неизвестные параметры, число которых равно числу элементов.

Необходимо отметить, что для описания термодинамических свойств компонентов при использовании второй и третьей моделей используются полиномы, приведенные в [12] для диапазона температур от 100 до 20000 К. В случае выхода за данные границы свойства веществ (3), (4) рассчитываются с фиксированными теплоемкостями, значения которых равны их значениям на границе данного диапазона. Соответственно, полученные результаты расчетов при температурах выше 20000 К носят качественный характер.

Для предварительного анализа характеристик течения, реализуемых за ударными волнами, может быть рассчитана ударная адиабата (УА) воздуха (рис. 2) и прямая Михельсона, являющиеся следствием (1) и дополненные моделями термодинамики (2)–(5). Зависимости параметров течения вдоль адиабаты как функции скорости ударной волны представлены на рис. 3:

$$h - h_0 - \frac{1}{2} \left( \frac{1}{\rho} + \frac{1}{\rho_0} \right) (p - p_0) = 0,$$

$$p - p_0 - \frac{(D - u_0)}{a_0} \left( \frac{1}{\rho} - \frac{1}{\rho_0} \right) = 0.$$

На рис. 2, 3 показано множество значений параметров, которые могут быть достигнуты за ударной волной, распространяющейся по покоящемуся воздуху при стандартных условиях. Удар-

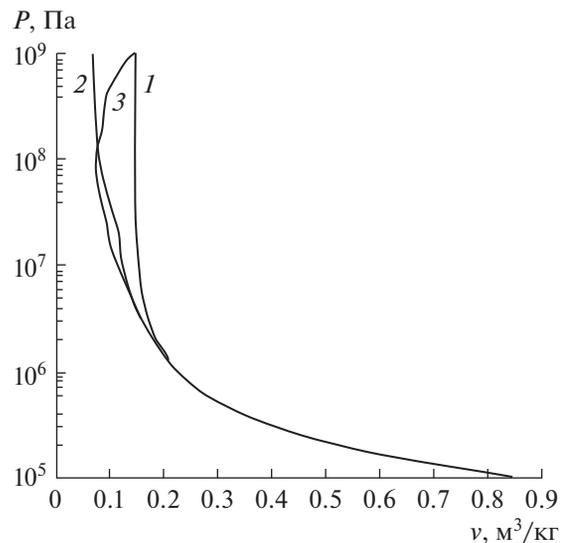


Рис. 2. Ударные адиабаты воздуха  $p_0 = 101325$  Па,  $T_0 = 298.15$  К: 1 – постоянная теплоемкость, 2 – переменная теплоемкость, 3 – равновесная.

ные адиабаты, рассчитанные по всем трем моделям, совпадают на фазовой плоскости  $p$ – $V$  (рис. 2) справа от точки  $v \sim 0.2 \text{ м}^3/\text{кг}$ ,  $p \sim 1.35 \times 10^6 \text{ Па}$ . Данной точке соответствуют скорость УВ  $D \sim 1180 \text{ м/с}$  и температура  $T \sim 940 \text{ К}$ . Далее идеальная УА располагается правее замороженной и равновесной. Равновесная и замороженная УА расходятся при  $v \sim 0.156 \text{ м}^3/\text{кг}$ ,  $p \sim 3 \times 10^6 \text{ Па}$ ,  $D \sim 1740 \text{ м/с}$  и  $T \sim 1650 \text{ К}$ . Затем равновесная УА проходит левее замороженной до точки их пересечения на плоскости  $p$ – $v$  при  $v \sim 0.074 \text{ м}^3/\text{кг}$ ,  $p \sim 1.36 \times 10^8 \text{ Па}$ ,  $D \sim 11200 \text{ м/с}$ . При этом на равновесной УА  $T \sim 17300 \text{ К}$ , а на замороженной –  $34800 \text{ К}$  (рис. 3а). Взаимное расположение адиабат и различие значений параметров течения вдоль них определяются существенным отличием реальных термодинамических свойств веществ от идеальных, а также протеканием процессов диссоциации и ионизации при использовании “равновесной” модели (рис. 3б). Так, процессы диссоциации начинают оказывать заметное влияние при температуре, превышающей  $3500 \text{ К}$  ( $D \sim 3900 \text{ м/с}$ ), ионизации – при  $T > 11000 \text{ К}$  ( $D > 8000 \text{ м/с}$ ). Необходимо отметить, что давление и температура являются монотонно возрастающими функциями скорости ударной волны, а плотность монотонно возрастает на идеальной и замороженной адиабатах и имеет максимум на равновесной при  $D = 9200 \text{ м/с}$ . Различие температур на идеальной, замороженной и равновесной адиабатах в случае высоких скоростей ударной волны может достигать нескольких десятков процентов, при этом давления различаются существенно меньше (рис. 3а).

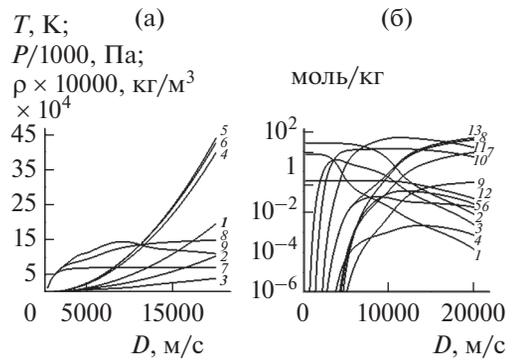
Газодинамическое течение в канале считается квазиодномерным нестационарным, вязкость, теплопроводность и диффузия не учитываются. Для описания течения в областях непрерывности используются уравнения физической газовой динамики в дифференциальной форме [11, 14]

$$\frac{\partial}{\partial t} \begin{bmatrix} \rho F \\ \rho u F \\ \rho \left( e + \frac{u^2}{2} \right) F \end{bmatrix} + \frac{\partial}{\partial x} \begin{bmatrix} \rho u F \\ (\rho u^2 + p) F \\ \rho u \left( h + \frac{u^2}{2} \right) F \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ p \frac{dF}{dx} \\ 0 \end{bmatrix}, \quad (6)$$

где  $e$  – удельная внутренняя энергия газа;  $F$  – площадь канала

$$F(x) = \begin{cases} \pi R^2, & x > X_k, \\ \pi (R^2 - (x - R)^2), & X_0 \leq x \leq X_k. \end{cases}$$

На ударной волне выполняются соотношения Ренкина–Гюгонно (1).



**Рис. 3.** Зависимости параметров на ударной адиабате от скорости ударной волны: (а) 1–3 – температура, 4–6 – давление, 7–9 – плотность; 1, 4, 7 – идеальная УА; 2, 5, 8 – замороженная УА; 3, 6, 9 – равновесная УА; (б) – мольно-массовые концентрации на равновесной УА: 1 – O<sub>2</sub>, 2 – N<sub>2</sub>, 3 – NO, 4 – O<sub>2</sub><sup>+</sup>, 5 – N<sub>2</sub><sup>+</sup>, 6 – NO<sup>+</sup>, 7 – O<sup>+</sup>, 8 – N<sup>+</sup>, 9 – Ar<sup>+</sup>, 10 – O, 11 – N, 12 – Ar, 13 – электронный газ.

Для замыкания системы (б) применялись три вышеописанные модели термодинамики: “идеальная”, “замороженная” и “равновесная”.

## ОСОБЕННОСТИ ЧИСЛЕННОГО МОДЕЛИРОВАНИЯ

Для моделирования рассматриваемого течения использовался оригинальный сеточно-характеристический метод, позволяющий рассчитывать квазиодномерные нестационарные течения многокомпонентного реагирующего газа с явным выделением произвольного числа взаимодействующих разрывов (ударных волн, контактных разрывов, характеристик семейств  $C^\pm$ ) [10, 11, 13–17]. При численном моделировании падающая и отраженные ударные волны явно выделялись, их координаты, скорости и параметры слева и справа рассчитывались с высокой точностью. В момент отражения УВ от стенки решалась задача об отраженной ударной волне с учетом используемой модели течения. Например, при моделировании течения воздуха с равновесным протеканием химических превращений [13] численно решалась система нелинейных алгебраических уравнений, включающая соотношения Ренкина–Гюгонно (1), условия термодинамического равновесия (5), уравнения состояния (4) и равенство нулю скорости потока за отраженной УВ. Особенностью моделирования течения с выделением падающей ударной волны является то, что область течения между плоским доньшком и УВ может не рассчитываться вплоть до прихода УВ на доньшко.

Расчетная сетка включала фиксированные узлы, которые на отрезке  $[X_0, X_1]$  сгущались к цен-

**Таблица 1.** Задача о фокусировке УВ и отражении УВ от центра симметрии. Сравнение данных [7] (верхние строки) с аналитическим решением настоящей работы (нижние строки)

к	5/3	7/5	6/5
$n$	0.688377	0.717175	0.757142
	0.697567	0.722311	0.752178
$\rho_{TS}$	4	6	11
	4.0	6.0	11.0
$\rho_{t=0}$	9.550	20.07	59.55
	10.02	21.03	66.2
$\rho_{RS-}$	18.88	64.31	539.6
	18.82	65.0	562.3
$\rho^m$	32.27	145.1	2112
	32.23	146.5	2231

тру по геометрической прогрессии. На отрезке  $[X_1, X_k]$  использовалась равномерная сетка

$$h = \begin{cases} h_1, & x > X_1, \\ h_2 q^{i-1}, & x \leq X_1, \quad i = 1, \dots, N_2. \end{cases}$$

Для расчета  $q$  и  $N_2$  использовался следующий алгоритм. Вначале задавались  $X_1, h_1$  и желаемый шаг вблизи плоского доньшка  $h_2^0 \leq X_0$ . Вычислялись  $q = 1 + (h_1 - h_2^0)/(X_1 - X_0)$ ,  $N_2 = \text{int} \times (\ln(h_1/h_2^0)/\ln(q)) + 1$  и уточнялся шаг  $h_2 = \frac{(X_1 - X_0)(q - 1)}{q^{N_2} - 1}$ .

### РЕЗУЛЬТАТЫ ЧИСЛЕННОГО МОДЕЛИРОВАНИЯ

Для тестирования используемой методики моделирования была рассмотрена автомодельная задача об отражении ударной волны от центра симметрии, аналитическое решение которой было найдено в [6, 7]. В табл. 1 приведены результаты сравнения при  $X_0 = 10^{-6}$ ,  $X_1 = 0.1$ ,  $h_1 = 0.005$ ,  $X_k = 1.1$ , начальное число Маха УВ –  $M_{УВ} = 4$ . Используются обозначения из работы [7],  $n = \tau D_{УВ}/X_k$ ,  $D_{УВ}$  – начальная скорость УВ при  $x = X_k$ ,  $\tau$  – время, за которое УВ достигает левой границы.

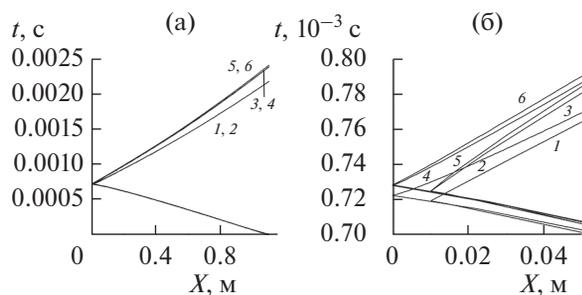
При численном моделировании не использовалось предположение о том, что падающая УВ является сильной. Отличие расчетных данных от аналитического решения (табл. 1) составило не более 5%.

Исследовалось влияние координаты плоского доньшка и числа Маха падающей УВ на параметры течения за падающей и отраженной УВ. Для определенности радиус канала и полусферического торца равнялся 1 м, координата плоского доньшка

$X_0$  варьировалась от  $10^{-6}$  до  $10^{-2}$  м, что соответствует радиусу плоского доньшка от 0.0014 до 0.14 м,  $X_k = 1.1$  м. Начальное число Маха падающей УВ варьировалось от двух до пяти. Рассматривались три вышеописанные модели воздуха: “идеальная”, “замороженная” и “равновесная”. Результаты численного моделирования приводятся на рис. 4, 5, а также в табл. 1 и 2. Из анализа рис. 4а видно, что координата левой стенки в диапазоне от  $10^{-2}$  до  $10^{-6}$  м незначительно сказывается на временной развертке процесса – траектории ударной волны. В приведенном масштабе они практически неразличимы. При этом используемая модель течения оказывает заметное влияние. В увеличенном масштабе (рис. 4б) видно, что процесс отражения УВ от стенки происходит в отличающиеся моменты времени и с существенно различными скоростями отраженных ударных волн.

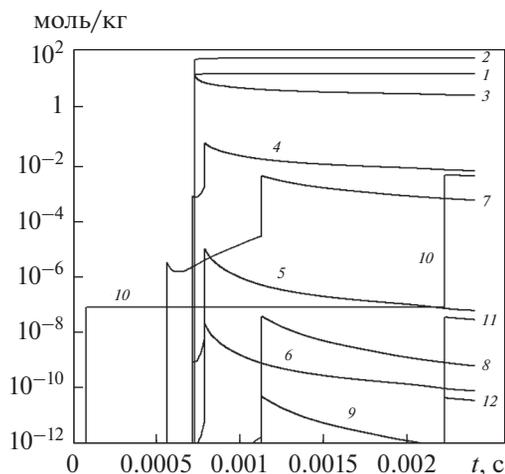
В табл. 1, 2 даны значения параметров течения в характерных точках канала в момент прохождения через них ударной волны, рассчитанные по “идеальной” (и), “замороженной” (з) и “равновесной” (р) моделям, при координате плоского доньшка  $X_0 = 10^{-3} - 10^{-6}$ , числе Маха падающей УВ, равном трем (табл. 2) и пяти (табл. 3).

Цифрами 1 и 2 отмечены параметры в момент прихода падающей ударной волны на стенку (1 – параметры за падающей УВ, 2 – за отраженной). Цифрой 3 отмечены параметры воздуха за отраженной ударной волной в момент времени, когда она находится в сечении  $X = 0.05$  м, цифрой 4 –  $X = 1$  м. Из табл. 1, 2 видно, что “идеальная” модель дает существенно завышенные значения давления и температуры за падающей ударной волной в момент ее прихода на стенку. За отраженной УВ отличие давления уменьшается, а “равновесная” температура отличается от “идеальной” от двух до шести раз при числе Маха падающей УВ, равном трем, и от 3.5 до пяти раз при числе Маха, равном пяти. В этом случае “равно-



**Рис. 4.** Временная развертка процесса (а)  $M = 4$ , фрагмент вблизи точки отражения УВ (б): 1, 3, 5 –  $X_0 = 10^{-2}$ ; 2, 4, 6 –  $X_0 = 10^{-6}$ ; 1, 2 – “идеальная”; 3, 4 – “замороженная”; 5, 6 – “равновесная” модели.

весная” температура ниже “замороженной” почти в два раза. Пиковые значения давления и температуры достигаются, как и следовало ожидать, при  $X_0 = 10^{-6}$  м. Необходимо отметить, что параметры газа, достигаемые в момент отражения, слабо влияют на значения параметров течения на некотором удалении от плоского доньшка. Данный факт оправдывает постановку граничных условий на небольшом расстоянии от точки фокусировки. Как следует из проведенного исследования, вполне достаточно размещать границу расчетной области в точке с координатой, равной  $10^{-4}R$ .



**Рис. 5.** Зависимость мольно-массовых концентраций от времени в различных сечениях канала:  $M = 4$ ,  $X_0 = 10^{-6}$ ; 1–3 –  $X = 10^{-6}$  м; 4–6 –  $X = 0.05$  м; 7–9 –  $X = 0.3$  м; 10–12 –  $X = 1.0$  м; 1, 4, 7, 10 – электронный газ; 2, 5, 8; 11 – N; 3, 6, 9, 12 –  $10^{-6}$ .

На рис. 5 приводятся мольно-массовые концентрации атомарных кислорода, азота и электронного газа при продольной координате, равной  $X = 10^{-6}$ , 0.05, 0.3 и 1 м, полученные при расчете по “равновесной” модели течения при начальном числе Маха, равном четырем. Концен-

**Таблица 2.** Параметры при фокусировке УВ и отражении УВ в канале с полусферическим торцом.  $M = 3$

Параметры	$X_0 = 10^{-3}$			$X_0 = 10^{-4}$			$X_0 = 10^{-6}$		
	и	з	р	и	з	р	и	з	р
$P_1$ , МПа	11.528	10.149	9.8175	28.496	22.988	21.243	165.25	103.58	92.917
$T_1$ , К	5943	4274	3703	14265	8652	5975	81332	27716	12728
$\rho_1$	6.761	8476	9.091	6.963	9.258	10.938	7.082	13.021	14.459
$u_1$	–2821	–2696	–2671	–4460	–4106	–3990	–10775	–8913	–8484
$D_1$	–3420	3147	–3072	–5374	–4708	–4475	–12939	–9805	–9239
$P_2$	87.505	88.106	91.078	223.11	216.40	232.76	1317.1	1325.7	1385.6
$T_2$	13172	8476	6376	32193	15734	10114	185491	54486	28787
$\rho_2$	23.155	36.217	45.090	24.155	47.921	61.919	24.749	84.776	74.116
$D_2$	1163	798	675	1806	983	856	4319	1617	2056
$P_3$ , 0.05	25.774	25.982	26.144	26.798	26.424	26.553	27.088	26.235	26.493
$T_3$	2344	2031	2010	2338	2024	2031	2352	2049	2019
$\rho_3$	38.322	44.571	45.316	39.945	45.488	45.548	40.111	44.604	45.718
$u_3$	149	155	159	161	161	167	163	161	168
$P_4$ , 1.0	6.230	6.187	6.195	6.299	6.202	6.206	6.245	6.212	6.209
$T_4$	1548	1463	1460	1557	1464	1462	1550	1465	1462
$\rho_4$	14.023	14.739	14.782	14.105	14.764	14.793	14.047	14.776	14.801
$u_4$	106	108	109	113	110	111	107	111	111

**Таблица 3.** Параметры при фокусировке УВ и отражении УВ в канале с полусферическим торцом.  $M = 5$

Параметры	$X_0 = 10^{-3}$			$X_0 = 10^{-4}$			$X_0 = 10^{-6}$		
	и	з	р	и	з	р	и	з	р
$P_1$ , МПа	33.545	27.548	25364	83.043	58.975	53.265	509.58	249.25	240.32
$T_1$	16741	10023	6746	41015	17722	9801	250196	60456	27227
$\rho_1$	6.984	9.577	11.200	7.057	11.595	13.399	7.099	14.3651	120609
$u_1$	-4842	-4507	-4377	-7633	-6681	-6398	-18930	-13895	-13526
$D_1$	-5831	-5143	-4884	-9173	-7441	-7018	-22721	-15143	-14998
$P_2$	263.49	266.22	283.03	659.41	676.85	710.09	4071.7	3499.8	3095.2
$T_2$	37853	17912	11004	93338	33007	16784	571465	124617	58415
$\rho_2$	24.262	51.786	65.616	24.624	71.449	81.180	24.834	97.855	53.110
$D_2$	1957	1023	899	3066	1294	1265	7577	2391	3974
$P_3$ , 0.05	101.11	113.92	114.27	103.93	115.70	114.61	103.79	113.66	114.44
$T_3$	5746	4246	3831	5829	4237	3819	5854	4245	3848
$\rho_3$	61.333	93.491	103.28	62.141	95.143	103.92	61.803	93.293	103.38
$u_3$	202	199	198	219	201	199	222	201	201
$P_4$ , 1.0	22.953	23.641	23.492	22.987	23.665	23.389	22.997	23.666	23.509
$T_4$	3900	3210	3043	3901	3211	3040	3902	3211	3044
$\rho_4$	20.515	25.660	26.853	20.537	25.679	26.763	20.542	25.679	26.863
$u_4$	167	156	156	168	157	152	168	157	156

трации в рассматриваемых сечениях начали заметно меняться после прохождения через них падающей УВ. Так, например, график концентрации атомарного кислорода (кривая  $I_0$ ), содержит два характерных скачка при  $t \sim 0.0001$  с и  $t \sim 0.0022$  с, связанных с прохождением падающей и отраженной ударной волны. Аналогичный характер имеют и остальные графики.

В окрестности плоского доньшка наблюдаются высокие концентрации атомарных азота, кислорода и электронов, причем концентрация азота превышает концентрацию кислорода. Это связано с тем, что рассчитанное значение температуры за отраженной ударной волной составляет 41556 К, соответственно, молекулярный азот практически полностью диссоциирует и при этом молекулярный вес смеси составляет  $\sim 11$  г/моль.

### ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В работе рассмотрена задача о фокусировке и отражении от стенки ударной волны, распространяющейся в канале с полусферическим торцом радиуса  $R$  с плоским доньшком. Варьировались число Маха падающей ударной волны ( $M = 2-5$ ) и координата плоского доньшка ( $X_0 = 10^{-6}-10^{-2}$ ). Использовались три модели течения: “идеальная” — теплоемкости и молекулярный вес воздуха постоянны; “замороженная” — теплоемкости за-

висят от температуры, молекулярный вес — постоянный; “равновесная” — воздух моделируется находящейся в состоянии термодинамического равновесия смесью совершенных газов, в состав которой входят 13 компонентов. Показано, что для каждой модели процесса координата плоского доньшка слабо влияет на параметры течения за отраженной ударной волной уже на расстоянии  $0.05R$  от плоского доньшка, что может быть использовано при постановке граничных условий. При  $X = R$  параметры течения, реализуемые за ОУВ, рассчитанные по “замороженной” и “равновесной” моделям, близки (отличие менее 2%). Использование “идеальной” модели в данном случае приводит при  $M = 3$  к ошибкам по температуре и плотности 6%, а при  $M = 5-20\%$ . Вблизи плоского доньшка, как и следовало ожидать, наблюдается максимальное отличие параметров течения, рассчитанных по различным моделям. Так, температура за падающей ударной волной в момент отражения, рассчитанная по “равновесной” модели при  $M = 3$  и  $X_0 = 10^{-6}$  ниже “идеальной” в пять раз, “замороженной” — в два раза, а при  $M = 5$  и  $X_0 = 10^{-6}$  ниже “идеальной” в восемь раз и “замороженной” в 2.5 раза. Отличия по давлению при этом существенно ниже и составляют соответственно 1.7, 1.1 и 1.9, 1.04. Результаты расчетов по “идеальной” модели существенно отличаются от расчетов, выполненных по “замороженной” и “равно-

весной” моделям. Параметры течения, полученные по “замороженной” модели, близки к “равновесным” на удалении от торца, но дают существенно завышенную температуру вблизи плоского доньшка.

Работа выполнена по государственному заданию № FSFF-2020-0013.

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Брушлинский К.В., Каждан Я.М.* Об автомодельных решениях некоторых задач газовой динамики // УМН. 1963. Т. 18. Вып. 2(110). С. 3.
2. *Ландау Л.Д., Лифшиц Е.М.* Теоретическая физика. Учеб. пособ. в 10-ти т. Т. VI. Гидродинамика. 3-е изд., перераб. М.: Наука, 1986. 736 с.
3. *Васильев О.А.* Фокусировка сильной ударной волны при отражении от вогнутых поверхностей // Матем. моделирование. 1996. Т. 8. № 6. С. 115.
4. *Физика взрыва* / Под ред. Орленко Л.П. Т. 1. М.: Физматлит, 2004. 832 с.
5. *Голуб В.В., Баженова Т.В.* Импульсные сверхзвуковые струйные течения / Под ред. Фортова В.Е. М.: Наука, 2008. 279 с.
6. *Крайко А.Н.* Быстрое цилиндрически и сферически симметричное сильное сжатие идеального газа // ПММ. 2007. Т. 71. № 5. С. 744.
7. *Валиев Х.Ф.* Отражение ударной волны от центра или оси симметрии при показателях адиабаты от 1.2 до 3 // ПММ. 2009. Т. 73. № 3. С. 397.
8. *Баженова Т.В., Голуб В.В., Мирова О.А., Котельников А.Л., Ленкевич Д.А.* Ослабление действия отраженной ударной волны при взрыве внутри объема со стенками из гранулированного материала // ТВТ. 2012. Т. 50. № 3. С. 476.
9. *Мирова О.А., Котельников А.Л., Голуб В.В., Баженова Т.В.* Многократные отражения ударных волн при взрыве в замкнутом объеме с защищенными экранами стенками // ТВТ. 2017. Т. 55. № 2. С. 324.
10. *Гидаспов В.Ю., Северина Н.С.* Численное моделирование тонкой структуры цилиндрической детонационной волны в водородно-воздушной горючей смеси // ТВТ. 2015. Т. 53. № 4. С. 556.
11. *Гидаспов В.Ю., Северина Н.С.* Некоторые задачи физической газовой динамики. М.: Изд-во МАИ, 2016. 196 с.
12. *Гурвич Л.В., Вейц И.В., Медведев В.А. и др.* Термодинамические свойства индивидуальных веществ. Спр. изд. в 4-х т. М.: Наука, 1982.
13. *Гидаспов В.Ю.* Вычислительный алгоритм решения задачи о распаде произвольного разрыва в равновесно-реагирующем газе // Матем. моделирование. 2006. Т. 18. № 8. С. 64.
14. *Пирумов У.Г., Росляков Г.С.* Газовая динамика сопел. М.: Наука; Физматлит, 1990. 368 с.
15. *Гидаспов В.Ю., Северина Н.С.* Численное моделирование детонации пропано-воздушной горючей смеси с учетом необратимых химических реакций // ТВТ. 2017. Т. 55. № 5. С. 795.
16. *Гидаспов В.Ю.* Распад разрыва в детонирующем газе // Вестн. Моск. авиац. ин-та. 2010. Т. 17. № 6. С. 72.
17. *Гидаспов В.Ю., Северина Н.С.* Численное моделирование экспериментов по определению времени задержки воспламенения за падающими ударными волнами // ФГВ. 2013. Т. 49. № 4. С. 31.