

УДК 536.24

## ТЕПЛООБМЕН НА НАЧАЛЬНОМ ГИДРОДИНАМИЧЕСКОМ УЧАСТКЕ ПЛОСКОГО КАНАЛА С ГРАНИЧНЫМИ УСЛОВИЯМИ ПЕРВОГО РОДА НА СТЕНКАХ ПРИ ЛАМИНАРНОМ ПУЛЬСИРУЮЩЕМ ТЕЧЕНИИ

© 2022 г. Е. П. Валуева\*, В. С. Зюкин

*Национальный исследовательский университет “Московский энергетический институт”, Москва, Россия*

*\*E-mail: ep.valueva@gmail.com*

Поступила в редакцию 17.12.2020 г.

После доработки 19.05.2021 г.

Принята к публикации 19.05.2021 г.

Задача о теплообмене при ламинарном развивающемся пульсирующем течении в канале в квазистационарном режиме решена с использованием результатов расчета для стационарного течения. Решение системы стационарных уравнений движения, неразрывности и энергии на начальном участке плоского канала проведено методом конечных разностей с помощью итерационной неявной условно устойчивой схемы. Рассмотрены два способа вычисления среднего по периоду колебаний числа Нуссельта. Исследовано влияние относительной амплитуды колебания средней по сечению скорости  $A$ , безразмерной длины канала, числа Прандтля на плотность теплового потока на стенке, среднюю массовую температуру жидкости. Рассчитаны числа Нуссельта двумя разными способами. Получено, что для относительно коротких каналов при значениях  $A$ , превышающих единицу, осредненные по длине и периоду колебаний числа Нуссельта заметно выше, чем при стационарном течении. Показано, что для длинных каналов отношение среднего по периоду колебаний числа Нуссельта к его стационарному значению вблизи входа в канал имеет максимум, величина которого возрастает с увеличением  $A$ .

DOI: 10.31857/S0040364422010070

### ВВЕДЕНИЕ

Исследование процессов гидродинамики и теплообмена при пульсирующем течении в каналах является важной теоретической и прикладной задачей. Ламинарное течение осуществляется во многих технических устройствах, например в планарных теплообменных аппаратах, состоящих из щелевых микроканалов [1]. Они могут применяться для охлаждения элементов электронной аппаратуры, криогенных установок, химических реакторов, ядерных энергетических установок, в авиационной и ракетно-космической технике. Такие теплообменники обладают высоким коэффициентом компактности и большими значениями коэффициента теплопередачи. Еще большего увеличения теплоотдачи можно ожидать при наложении пульсаций расхода на ламинарное течение. Исследование теплообмена при пульсирующем ламинарном течении важно для моделирования процессов, протекающих в системе охлаждения ядерных энергетических установок, размещенных на плавучих платформах в океане. Также имеются данные о том, что использование пульсирующего ламинарного течения в тепловых аккумуляторах повышает их эффективность при определенных значениях режимных параметров [2].

Пульсирующее ламинарное течение можно использовать для увеличения степени и скорости очистки стенок каналов от отложений, приводящих к возрастанию гидравлических потерь и уменьшению коэффициента теплопередачи.

При проведении медико-биологических исследований – моделировании дыхания человека, движения крови по кровеносным сосудам – важно знать закономерности ламинарного пульсирующего течения. Ламинарное пульсирующее течение встречается в каналах систем биологических микрочипов, предназначенных для диагностики работы различных органов человека, а также адресной и точно дозированной доставке к ним лекарственных препаратов.

### ОБЗОР ПРОВЕДЕННЫХ РАНЕЕ ИССЛЕДОВАНИЙ

Вначале следует рассмотреть работы, в которых изучалась гидродинамика пульсирующих ламинарных потоков в каналах, поскольку процессы теплообмена во многом определяются процессами гидродинамики. Впервые на изменение гидродинамических характеристик при наложении пульсаций на ламинарный поток в трубе упоминалось в экспериментах [3]. Наблюдался так называемый эффект Ричардсона: при относительно высоких ча-

стотах колебаний на профиле колеблющейся составляющей профиля скорости появляется максимум в узком пристеночном слое (слое Стокса), толщина которого уменьшается с увеличением частоты. В остальной части трубы жидкость колеблется как целое в соответствии с колебаниями средней по сечению скорости. Начиная с 1930-х годов, теоретическая задача о развитом ламинарном пульсирующем течении в трубе решена несколькими авторами. Наиболее полное ее решение проведено в [4] для заданных колебаний градиента давления; позднее авторы [5] повторили это решение и провели эксперимент, который показал хорошее совпадение с теорией. В [6, 7] эта задача решена для плоского канала: в [6] — для заданных колебаний градиента давления, в [7] — для колебаний средней по сечению скорости. В отличие от [4, 5], решение в [6, 7] получено в виде функций не комплексной, а действительной переменной, что полезно для теоретического анализа и практических приложений.

Подробное исследование развитого пульсирующего ламинарного течения в круглой трубе, плоском и прямоугольном каналах проведено в [7, 8]. По безразмерной частоте колебаний средней по сечению скорости — числу Стокса (Вомерсли) — были установлены границы трех характерных режимов: квазистационарного, высокочастотного и промежуточного. В каждом из режимов гидродинамические и тепловые характеристики пульсирующего течения имеют свои особенности.

С середины XX в. оставался открытым вопрос о влиянии пульсаций расхода на теплоотдачу. Авторами эксперимента [9] зафиксировано, что при наложении пульсаций расхода на ламинарное и турбулентное течения в круглой трубе теплоотдача может возрастать. С тех пор появилось достаточно много работ, в которых решение задачи о теплообмене при ламинарном пульсирующем течении в трубе проведено на основе как приближенных аналитических, так и численных методов. Все эти работы выполнены для значений относительной амплитуды колебания средней по сечению скорости  $A$ , не превышающих единицу. Получено, что среднее по периоду колебаний число Нуссельта  $\overline{Nu}$  практически не меняется по сравнению со значением  $Nu_c$  при стационарном течении и может даже уменьшиться. Эксперименты, проведенные для относительно небольших колебаний расхода, например [10], также свидетельствуют о незначительном влиянии пульсаций расхода на теплоотдачу. Однако имеются сведения о том, что теплообмен можно существенно интенсифицировать наложением пульсаций расхода с большими амплитудами. Экспериментальные данные для пульсирующего течения с  $A > 1$  в гладких каналах отсутствуют. Для канала с поперечными канавками при наложении пуль-

саций расхода с  $A = 10$  коэффициент массоотдачи возрастает более чем в 4 раза [11]; для миниканала теплоотвода при  $A = 2.5$  теплоотдача увеличивается на 40% [12].

В работах [7, 8, 13–15] впервые решена задача о теплообмене при развитом ламинарном течении, пульсирующем с большими амплитудами колебаний, в плоском и прямоугольном каналах. Математическая формулировка граничных условий на выходе из канала обеспечивала корректную постановку задачи и устойчивость разностной схемы. Полагалось, что на выходе колебания тепловых величин затухают, а теплообмен является стабилизированным. Рассмотрены граничные условия на стенках канала первого и второго рода. Получено, что в обоих случаях вблизи входа в обогреваемый участок канала наблюдается максимум отношения  $\overline{Nu}/Nu_c$ , который заметно возрастает с увеличением амплитуды колебаний  $A > 1$ .

Постановка задачи в упомянутых выше работах предполагает, что длина канала значительно превышает длину продольной тепловой волны; длина последней обратно пропорциональна квадрату частоты колебаний средней по сечению скорости. В квазистационарном режиме длина канала, определенная условиями поставленной задачи, оказывается бесконечно большой. В промежуточном режиме эта длина тоже достаточно велика, что ведет к некоторым вычислительным трудностям. Кроме того, такие длины вряд ли могут быть реализованы на практике.

В представленной работе выбрана другая постановка задачи, предполагающая задание в качестве режимного параметра безразмерной длины канала. На выходе из канала и на его входе задаются одинаковые температуры. Такие условия близки к условиям, которые возможны при использовании пульсирующего течения в различных технических устройствах.

Следует отметить, что упомянутые выше результаты получены для гидродинамически стабилизированного, т.е. развитого течения. Развивающееся пульсирующее течение на начальном гидродинамическом участке трубы практически не изучено. Можно указать лишь работу [16], в которой получено, что средняя по периоду амплитуда колебаний длины начального гидродинамического участка уменьшается с увеличением частоты.

Отсутствуют работы по исследованию теплообмена при развивающемся пульсирующем течении в каналах, поэтому представляет интерес проведение расчетов на начальном гидродинамическом участке.

В [17] предложен метод решения гидродинамической задачи о пульсирующем течении в квазистационарном режиме, основанный на исполь-

зовании результатов расчета для стационарного течения. Получено, что для развивающегося пульсирующего течения в плоском канале сопротивление трения и гидравлическое сопротивление существенно выше, чем при стационарном течении.

В представленной работе выполнены расчеты теплообмена при пульсирующем течении в плоском канале с граничным условием на стенках первого рода –  $T_w = \text{const}$ . Плоский канал является предельным случаем прямоугольного (щелевого) канала с малым отношением длин его сторон. Такие каналы используются, например, в перспективных теплообменных аппаратах. В [8, 13] показано, что для малого отношения длин сторон канала 1 : 10 значения гидродинамических и тепловых величин близки к их значениям при течении в плоском канале. Изменение этих величин в зависимости от соотношения длин сторон можно предсказать на основе расчетов, проведенных для плоского канала.

### ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ

При получении гидродинамических величин для квазистационарного течения по данным для стационарного течения используется понятие квазистационарного режима. В этом режиме характеристики течения в каждый момент времени соответствуют значению числа Рейнольдса в этот момент.

Гидродинамические и тепловые величины для стационарного течения жидкости с постоянными свойствами находятся из решения системы уравнений движения, неразрывности и энергии, записанных в приближении узкого канала:

$$\begin{aligned} u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} &= -\frac{1}{\rho} \frac{dp}{dx} + \nu \frac{\partial^2 u}{\partial y^2}, \\ \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} &= 0, \\ u \frac{\partial T}{\partial x} + v \frac{\partial T}{\partial y} &= a \frac{\partial^2 T}{\partial y^2}. \end{aligned}$$

Здесь  $x, y$  – продольная, поперечная координаты;  $u, v$  – продольная, поперечная составляющие вектора скорости;  $\frac{dp}{dx}$  – градиент давления;  $\rho, \nu, a$  – плотность, кинематический коэффициент вязкости, коэффициент температуропроводности.

Приведем эти уравнения в безразмерный вид:

$$U \frac{\partial U}{\partial X} + V \frac{\partial U}{\partial Y} = \text{Pr} \left( \text{Po} + \frac{\partial^2 U}{\partial Y^2} \right), \quad (1)$$

$$\frac{\partial U}{\partial X} + \frac{\partial V}{\partial Y} = 0, \quad (2)$$

$$U \frac{\partial \vartheta}{\partial X} + V \frac{\partial \vartheta}{\partial Y} = \frac{\partial^2 \vartheta}{\partial Y^2}. \quad (3)$$

Здесь  $U = u / \langle \bar{u} \rangle$ ,  $\langle \bar{u} \rangle = \frac{1}{2\pi h} \int_0^{2\pi} d(\omega t) \int_0^h u(y) dy$  – средняя по сечению и периоду колебаний скорость;  $V = \text{Re}v / \langle \bar{u} \rangle$ ;  $X = x / (h \text{Re})$ ,  $Y = y/h$  – продольная и поперечная координаты;  $h$  – ширина канала;  $\text{Re} = \overline{\text{Re}} \text{Pr}$  – число Пекле;  $\overline{\text{Re}} = \langle \bar{u} \rangle h / \nu$  – среднее во времени число Рейнольдса;  $\text{Po} = -\frac{h^2}{\mu \langle \bar{u} \rangle} \frac{dp}{dx}$  – безразмерный градиент давления (число Пуазейля);  $\vartheta = \frac{T_w - T}{T_w - T_0}$  – безразмерная температура;  $T_w$  – температура стенки;  $T_0$  – температура жидкости на входе в канал.

Граничные условия имеют следующий вид. На входе задаются равномерные профили продольной скорости и температуры –  $X = 0$ :  $U = \vartheta = 1$ ,  $V = 0$ . На стенке задается условие прилипания и непроницаемости, а также тепловое граничное условие первого рода  $T_w = \text{const}$  –  $Y = 0$ :  $U = V = \vartheta = 0$ . На оси канала выполняется условие симметрии –  $Y = 0.5$ :  $\partial U / \partial Y = \partial \vartheta / \partial Y = 0$ .

Расчеты проведены методом конечных разностей. Для решения уравнений движения (1) и энергии (3) использовалась итерационная неявная схема первого порядка по  $X$  и второго порядка по  $Y$  (схема Самарского). На каждом слое по  $X$  решение находилось прогонкой, которая в данном случае всегда устойчива и монотонна. Число Пуазейля определялось методом расщепления. Поперечная составляющая скорости  $V$  вычислялась из уравнения неразрывности (2). Были подобраны оптимальные шаги сетки, обеспечивающие погрешность решения менее 5% вблизи входа в канал и менее 1% вблизи участка стабилизации течения и теплообмена. Контролировались сходимость итераций и балансы импульса, энергии и массы; последние выполнялись с погрешностью, не превышающей нескольких процентов.

Верификация численной схемы проведена сравнением результатов расчетов с имеющимися данными для стационарного развивающегося течения по гидродинамическим [18] и тепловым [19] характеристикам.

В результате расчетов получены следующие величины для стационарного течения:  $U_s(X, Y)$ ,  $\text{Po}_s(X)$ ,  $\vartheta_s(X, Y)$ . По профилям скорости и температуры рассчитывались число Пуазейля для сопротивления трения  $\text{Po}_{\tau_s}(X) = \frac{4\tau_w h}{\mu \langle \bar{u} \rangle}$  ( $\tau_w$  – кас-

тельное напряжение на стенке), безразмерный тепловой поток на стенке  $Q_{ws}(X) = \left( \frac{\partial \vartheta_s}{\partial Y} \right)_{Y=0}$ , безразмерная средняя массовая температура жидкости  $\vartheta_{bs}(X) = \int_0^{0.5} U_s(X, Y) \vartheta_s(X, Y) dY$ , число Нуссельта  $Nu_s(X) = \frac{Q_{ws}}{\vartheta_{bs}}$ .

Числа Пуазейля  $Ro$  и  $Ro_\tau$  являются коэффициентами пропорциональности в зависимости от числа Рейнольдса коэффициентов гидравлического сопротивления  $\xi^p = -\frac{dp}{dx} \frac{2h}{\rho \langle \bar{u} \rangle^2}$  и сопротивления трения  $\xi^\tau = \frac{4\tau_w}{\rho \langle \bar{u} \rangle^2}$ . Для стационарного ламинарного течения  $\xi^p = Ro/Re$ ,  $\xi^\tau = Ro_\tau/Re$ . Значения  $Ro$  и  $Ro_\tau$  определяются формой канала и для развивающегося течения являются функцией  $X$ . При стационарном развитии течения в плоском канале  $Ro_{\tau\infty} = Ro_\infty = 24$ .

Для пульсирующего течения средняя по сечению скорость и число Рейнольдса меняются во времени по гармоническому закону:

$$Re = \overline{Re}(1 + A \cos \omega t), \quad \langle U \rangle = 1 + A \cos \omega t.$$

В квазистационарном режиме справедливы следующие соотношения:

$$\frac{u}{\langle u \rangle(\omega t)} = U_s[X \langle U \rangle(\omega t), Y], \\ \vartheta = \vartheta_s[X \langle U \rangle(\omega t), Y].$$

Поэтому зависимость от времени гидродинамических и тепловых характеристик течения определяется следующим образом:

$$U(X, Y, \omega t) = U_s[X \langle U \rangle(\omega t), Y] \langle U \rangle(\omega t), \\ Ro_\tau(X, \omega t) = Ro_{\tau s}[X \langle U \rangle(\omega t)] \langle U \rangle(\omega t), \\ Ro(X, \omega t) = Ro_s[X \langle U \rangle(\omega t)] \langle U \rangle(\omega t), \\ Q_w(X, \omega t) = Q_{ws}[X \langle U \rangle(\omega t)], \\ \vartheta_b(X, \omega t) = \vartheta_{bs}[X \langle U \rangle(\omega t)], \\ Nu_1(X, \omega t) = Nu_s[X \langle U \rangle(\omega t)].$$

При расчетах со значениями амплитуд колебаний средней по сечению скорости, превышающими единицу, в некоторой части периода возникает обратное течение среднего потока жидкости  $\langle U \rangle < 0$ . В данном случае для всех величин  $F$ , приведенных выше (некоторые из них не зависят от  $Y$ ), используется следующий алгоритм расчета:

$$F(X, Y, \omega t) = F_s[L - X \langle U \rangle(\omega t), Y],$$

где  $L = l/(hRe)$ ,  $l$  – длина трубы.

Для гидродинамических величин правая часть приведенного соотношения умножается на  $\langle U \rangle(\omega t)$ .

## РЕЗУЛЬТАТЫ РАСЧЕТОВ

Безразмерными режимными параметрами, от которых зависят результаты расчетов, являются следующие величины: амплитуда колебаний средней по сечению скорости  $A$ , число Прандтля  $Pr$ , безразмерная длина канала  $L$ . В расчетах эти параметры изменялись в диапазонах:  $A = 0.5-5$ ,  $Pr = 0.7-7$ ,  $L = 0.025-1$ .

Нижний предел значений безразмерной длины канала соответствует значениям, реализуемым на практике, например при течении жидкости с  $Pr = 1-7$ ,  $Re = 50-1000$  в щелевом микрочанале тепловода высотой 1 мм и длиной 5 см.

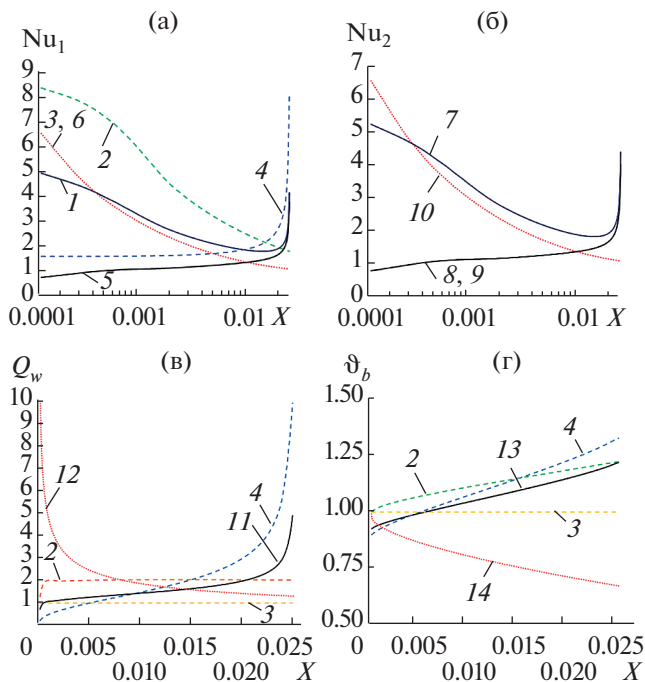
На рис. 1–3 представлены результаты расчетов чисел Нуссельта, безразмерных плотности теплового потока на стенке и средней массовой температуры жидкости. Среднее по периоду колебаний число Нуссельта можно определить двумя способами:

$$\overline{Nu}_1 = \overline{Q_w}/\vartheta_b, \quad \overline{Nu}_2 = \overline{Q_w}/\vartheta_b.$$

Второй способ в большей степени может быть полезен для практического применения.

Расчеты показали, что при  $A < 1$  все средние по времени величины отличаются от своих стационарных значений не более чем на несколько процентов. В этом случае решение задачи не зависит от безразмерной длины канала  $L$ . Стационарные число Нуссельта  $Nu_s$ , плотность теплового потока на стенке  $Q_{ws}$ , средняя массовая температура жидкости  $\vartheta_{bs}$  уменьшаются вдоль канала. За пределами начального термического участка  $Nu_s \rightarrow Nu_{s\infty} = 3.77$ , а  $Q_{ws}$ ,  $\vartheta_{bs}$  экспоненциально стремятся к нулю. В фазе  $\omega t = 0$  величины  $Nu_1(X, \omega t)$ ,  $Q_w(X, \omega t)$ ,  $\vartheta_b(X, \omega t)$  выше своих стационарных значений, а в фазе  $\omega t = \pi$  – ниже. При  $\omega t = \pi/2$   $Nu_1(X, \omega t) = Nu_s(X)$ ,  $Q_w(X, \omega t) = Q_{ws}(X)$ ,  $\vartheta_b(X, \omega t) = \vartheta_{bs}(X)$ . Очевидно, что приведенные выше соотношения для момента времени  $\omega t = \pi/2$  в квазистационарном режиме справедливы для любых значений амплитуды колебаний  $A$ . Для режимов с  $A < 1$  средние по периоду колебаний числа Нуссельта, определенные двумя указанными способами, оказываются практически равными.

При  $A > 1$  в определенном интервале периода колебаний возникает обратное течение потока жидкости, направленное от выхода канала к его входу. В этом интервале, в частности, при  $\omega t = \pi$  вблизи выхода из канала плотность теплового потока на стенке, средняя массовая температура жид-



**Рис. 1.** Изменение числа Нуссельта по длине канала при  $A = 5, L = 0.025$ : (а) 1 –  $\overline{Nu}_1/Nu_{s\infty}$ ;  $Nu_1/Nu_{s\infty}$ ; 2 –  $\omega t = 0, 3 - \pi/2, 4 - \pi$ ; 5 –  $\overline{Nu}_1/Nu_s$ , 6 –  $Nu_s/Nu_{s\infty}$ ; (б) 7 –  $\overline{Nu}_2/Nu_{s\infty}$ , 8 –  $\overline{Nu}_2/Nu_s$ , 9 –  $\overline{Nu}_1/Nu_s$ , 10 –  $Nu_s/Nu_{s\infty}$ ; (в) – безразмерного теплового потока: 11 –  $\overline{Q}_w/Q_{ws}$ ; 2–4 – при  $Q_w/Q_{ws}$ ; 12 –  $Q_{ws}/2$ ; (г) – безразмерного температурного напора: 13 –  $\overline{\vartheta}_b/\vartheta_{bs}$ ; 2–4 – при  $\vartheta_b/\vartheta_{bs}$ ; 14 –  $\vartheta_{bs}$ .

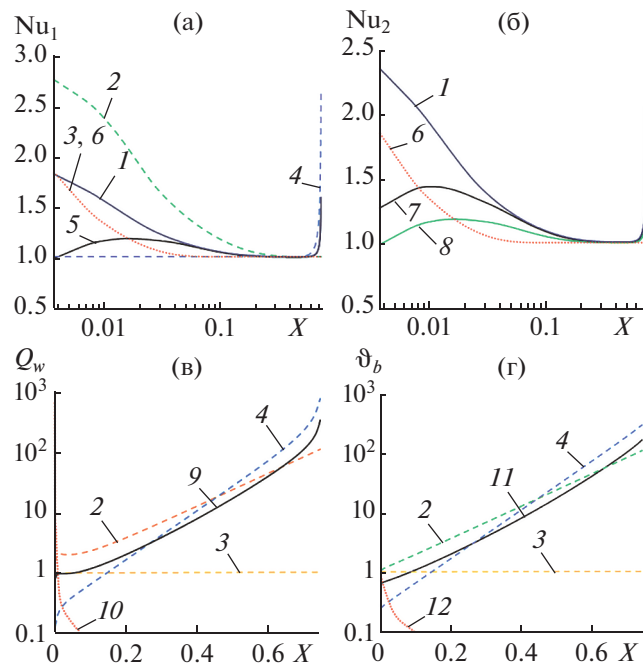
кости и число Нуссельта оказываются выше их значений при стационарном течении. Около входа в канал можно наблюдать заметное уменьшение по сравнению со стационарными значениями средней массовой температуры жидкости и особенно плотности теплового потока на стенке. В результате в этой области  $Nu_1/Nu_s < 1$ .

На рис. 1 приведены результаты расчета для  $A = 5, L = 0.025$ . В фазе  $\omega t = 0$  значения  $Q_w$  практически по всей длине канала в два раза выше стационарных значений, а отношение  $\vartheta_b/\vartheta_{bs}$  возрастает с увеличением расстояния от входа, поскольку в этой фазе при  $X = 0 \vartheta_b = \vartheta_{bs} = 1$ . Значения  $Nu_1$  при  $\omega t = 0$  оказываются выше своих стационарных значений по всей длине канала, особенно вблизи входа. В результате осреднения по периоду колебаний получается, что величина  $\overline{Nu}_1/Nu_s$  превышает единицу, особенно значительно на выходе из канала.

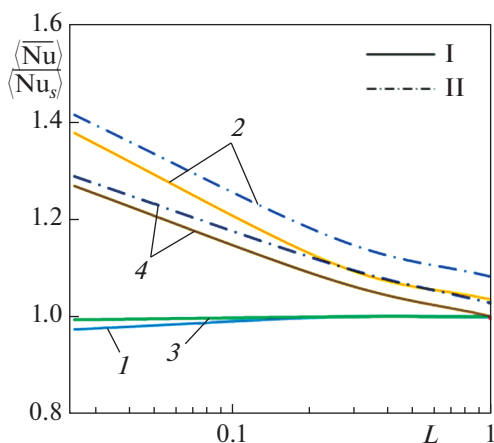
Сравнение результатов расчетов чисел Нуссельта, осредненных по периоду колебаний двумя

способами, показало, что для относительно коротких каналов  $\overline{Nu}_1 = \overline{Nu}_2$  (рис. 1б).

Результаты расчетов для относительно длинного канала ( $L = 0.75$ ) представлены на рис. 1г, 2. Закономерности изменения всех представленных на рисунках величин в зависимости от фазы колебаний средней по сечению скорости качественно остаются такими же, как и для короткого канала. Однако имеются и существенные различия. Значения плотности теплового потока на стенке и средней массовой температуры жидкости на порядки превышают стационарные. Это объясняется тем, что для длинных каналов вблизи выхода  $Q_{ws}, \vartheta_{bs}$  стремятся к нулю. На зависимости  $\overline{Nu}_1/Nu_s(X)$  во входной области наблюдается заметный максимум (рис. 2а). Подобный максимум был получен в расчетах, выполненных в работах [13, 14], где теплообмен на выходе из канала полагался стабилизированным. На рис. 2б видно, что для относительно длинных каналов числа Нуссельта, осредненные по периоду колебаний разными способами, отличаются друг от друга; в частно-



**Рис. 2.** Изменение числа Нуссельта по длине канала при  $A = 5, L = 0.075$ : (а) 1 –  $\overline{Nu}/Nu_{s\infty}$ ;  $Nu/Nu_s$ ; 2 –  $\omega t = 0, 3 - \pi/2, 4 - \pi$ ; 5 –  $\overline{Nu}/Nu_s$ , 6 –  $Nu_s/Nu_{s\infty}$ ; (б) 7 –  $\overline{Nu}_2/Nu_s$ , 8 –  $\overline{Nu}_1/Nu_s$ ; (в) – безразмерного теплового потока: 9 –  $\overline{Q}_w/Q_{ws}$ ; 2–4 – при  $Q_w/Q_{ws}$ ; 10 –  $Q_{ws}/2$ ; (г) безразмерного температурного напора: 11 –  $\overline{\vartheta}_b/\vartheta_{bs}$ ; 2–4 – при  $\vartheta_b/\vartheta_{bs}$ ; 12 –  $\vartheta_{bs}$ .



**Рис. 3.** Зависимость средних по времени и длине канала чисел Нуссельта от режимных параметров при  $Pr = 0.7$ : 1 –  $A = 0.5$ , 2 – 5;  $Pr = 7$ : 3 –  $A = 0.5$ , 4 – 5; I –  $\overline{\langle Nu \rangle}_1 / \langle Nu \rangle_s$ , II –  $\overline{\langle Nu \rangle}_2 / \langle Nu \rangle_s$ .

сти, максимум на зависимости  $\overline{Nu}_2 / Nu_s(X)$  выше максимума на зависимости  $\overline{Nu}_1 / Nu_s(X)$ .

Влияние режимных параметров на средние по длине и периоду колебаний числа Нуссельта иллюстрирует рис. 3. Увеличение средних чисел Нуссельта по сравнению со случаем стационарного течения в наибольшей степени проявляется для больших амплитуд колебаний и коротких каналов. Способ осреднения по периоду колебаний слабо влияет на среднее число Нуссельта. С уменьшением числа Прандтля эффект от наложения пульсаций на стационарный поток возрастает, особенно для коротких каналов.

### ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Предложен способ расчета теплообмена при пульсирующем с большими амплитудами колебаний течения на начальном гидродинамическом участке в квазистационарном режиме. Показано, что наложение пульсаций средней по сечению скорости  $\langle U \rangle$  на ламинарное течение в плоском канале приводит к увеличению среднего по периоду колебаний числа Нуссельта, если амплитуда колебаний  $\langle U \rangle$  превышает единицу. Эффект от наложения пульсаций особенно заметен вблизи выхода из канала.

Для относительно длинных труб во входной области канала наблюдается максимум отношения среднего по периоду колебаний числа Нуссельта к его стационарному значению. На величину этого максимума влияет способ вычисления среднего во времени числа Нуссельта. Так, при

$A = 5$ ,  $Pr = 0.7$  максимальные значения  $\overline{Nu}_1 / Nu_s = 1.16$ ,  $\overline{Nu}_2 / Nu_s = 1.5$ .

Увеличение среднего по длине и периоду колебаний числа Нуссельта благодаря наложенным пульсациям наиболее значительно для относительно коротких труб. Например, при  $A = 5$ ,  $Pr = 0.7$ ,  $L = 0.025$  максимальные значения  $\overline{Nu}_1 / Nu_s \approx \overline{Nu}_2 / Nu_s \approx 1.4$ . Увеличение числа Прандтля жидкости приводит к ослаблению отмеченных эффектов.

### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Валуева Е.П., Гаряев А.Б., Клименко А.В. Особенности гидродинамики и теплообмена при течении в микроканальных технических устройствах. М.: Изд. дом МЭИ, 2016. 138 с.
2. Elbahjaoui R., El Qarnia H. Numerical Study of a Shell-and-Tube Latent Thermal Energy Storage Unit Heated by Laminar Pulsed Fluid Flow // Heat Transfer Eng. 2017. V. 38. № 17. P. 1466.
3. Richardson E.G., Tyler E. The Transverse Velocity Gradient near the Mouths of Pipes in Which an Alternating or Continuous Flow of Air is Established // Proc. Phys. Soc. London. 1929. V. 42. № 1. P. 7.
4. Uchida S. The Pulsating Viscous Flow Superposed on the Stead Laminar Motion of Incompressible Fluid in a Circular Pipe // ZAMP. 1956. V. 7. № 5. P. 403.
5. Ünsal B., Ray S., Durst F., Ertunç Ö. Pulsating Laminar Pipe Flows with Sinusoidal Mass Flux Variations // Fluid Dynamics Research. 2005. V. 37. № 5. P. 317.
6. Зигель Р., Перлмуттер М. Теплоотдача при пульсирующем ламинарном течении в канале // Теплопередача. 1962. № 2. С. 18.
7. Валуева Е.П., Пурдин М.С. Гидродинамика и теплообмен при пульсирующем с большими амплитудами колебаний ламинарном течении в каналах // Теплофизика и аэромеханика. 2018. № 5. С. 735.
8. Валуева Е.П., Пурдин М.С. Пульсирующее ламинарное течение в прямоугольном канале // Теплофизика и аэромеханика. 2015. № 6. С. 761.
9. Martinelli R.C., Boelter L.M.K., Weinberg E.B. Heat Transfer to a Fluid Flowing Periodically at Low Frequencies in a Vertical Tube // Trans. ASME. 1943. V. 65. № 7. P. 789.
10. Balkrishna M., Sameer K. Local Experimental Heat Transfer of Single-phase Pulsating Laminar Flow in a Square Mini-channel // Int. J. Therm. Sci. 2015. V. 91. P. 157.
11. Nishimura T., Oka N., Yoshinaka Y., Kunitsugu K. Influence of Imposed Oscillatory Frequency on Mass Transfer Enhancement of Grooved Channels for Pulsatile Flow // Int. J. Heat Mass Transfer. 2000. V. 43. Iss. 13. P. 2365.
12. Persoons T., Saenen T., van Oevelen T., Baelmans M. Effect of Flow Pulsation on the Heat Transfer Performance of a Minichannel Heat Sink // J. Heat Transfer. 2012. V. 134. № 9. 091702.

13. *Валуева Е.П., Пурдин М.С.* Теплообмен при ламинарном течении в прямоугольных каналах // Теплофизика и аэромеханика. 2016. № 6. С. 893.
14. *Валуева Е.П., Пурдин М.С.* Исследование теплообмена при пульсирующем ламинарном течении в прямоугольных каналах с граничным условием первого рода // ТВТ. 2017. Т. 55. № 4. С. 638.
15. *Валуева Е.П., Пурдин М.С.* Исследование теплообмена при пульсирующем ламинарном течении в прямоугольных каналах с граничными условиями второго рода // ТВТ. 2018. Т. 56. № 1. С. 148.
16. *Ray S., Ünsal B., Durst F.* Development Length of Sinusoidally Pulsating Laminar Pipe Flows in Moderate and High Reynolds Number Regimes // Int. J. Heat Fluid Flow. 2012. V. 37. P. 167.
17. *Valueva E.P., Zyukin V.S.* Hydrodynamics of the Developed Pulsating Laminar Flow in a Flat Channel in the Quasi-stationary Region // J. Phys.: Conf. Ser. 2020. V. 1565. 012032.
18. *Bodoia J.R., Osterle J.F.* Finite Difference Analysis of Plane Poiseuille and Couette Flow Developments // Appl. Sci. Res. 1961. V. 10. № 1. P. 265.
19. *Hwang C.-L., Fan L.-T.* Finite Difference Analysis of Forced-convection Heat Transfer in Entrance Region of a Flat Rectangular Duct // Appl. Sci. Res. Sec. A. 1964. V. 13. P. 401.