

УДК 622.253.3

МОДЕЛИРОВАНИЕ ИСКУССТВЕННОГО ЗАМОРАЖИВАНИЯ ПОРОДНОГО МАССИВА В УСЛОВИЯХ НЕОДНОРОДНОЙ МИНЕРАЛИЗАЦИИ ПОРОВЫХ ВОД

© 2022 г. М. А. Семин¹, *, Л. Ю. Левин¹, М. С. Желнин², О. А. Плехов²

¹Горный институт УрО РАН, Пермь, Россия

²Институт механики сплошных сред УрО РАН, Пермь, Россия

*E-mail: seminma@inbox.ru

Поступила в редакцию 14.12.2020 г.

После доработки 13.04.2021 г.

Принята к публикации 19.05.2021 г.

В статье выполнена математическая постановка задачи об искусственном замораживании влажного породного массива, содержащего минерализованные поровые воды (рассолы). Рассмотрен случай замораживания породного массива с помощью единственной замораживающей колонки. Установлено, что миграция растворенной соли в рассоле происходит только посредством молекулярной диффузии. Предложен численный алгоритм, позволяющий рассчитать распределение температуры и концентраций исследуемых компонентов и фаз: рассола, льда, соли, растворенной в жидком рассоле, и соли, выпавшей в твердый нерастворимый осадок. Получено численное решение задачи и исследованы некоторые особенности полей температуры и концентраций исследуемых компонентов и фаз.

DOI: 10.31857/S0040364422020296

ВВЕДЕНИЕ

В практике строительства шахтных стволов каменных рудников с применением способа искусственного замораживания пород имеется много примеров появления водопритокков и возникновения аварийных ситуаций из-за недостаточного замораживания окружающих горных пород, насыщенных сложными высокоминерализованными рассолами. По этой причине в настоящее время на предварительной стадии сбора исходных данных особое внимание уделяют исследованию свойств подземных вод, содержащихся в породах (вид и степень минерализации, жесткость, кислотность, агрессивность по отношению к предполагаемым материалам крепи ствола, температура, направление и скорость подземных потоков, химический состав подземных вод) [1].

Экспериментальные исследования минерализации подземных вод должны сопровождаться теоретическими и лабораторными исследованиями закономерностей замораживания пород с содержанием минерализованных вод. Известно, что с повышением минерализации подземных вод температура кристаллизации воды (или в данном случае рассола) уменьшается [2–4], что может негативно сказаться на несущей способности ледопородных ограждений строящихся шахтных стволов [5, 6]. Тем не менее в настоящее время в литературе представлено небольшое количество исследований влияния минерализации подзем-

ных вод на процесс искусственного замораживания пород [7–10]. Сравнительно большее количество работ посвящено исследованию естественных процессов замораживания и оттаивания пород в условиях криолитозоны [11–17], однако данные исследования не могут быть в полной мере распространены на случай искусственного замораживания пород. Это связано с отличительными особенностями процесса искусственного замораживания пород: более высокие температурные перепады в породах, более быстрое изменение температуры и льдистости пород с течением времени, более высокие горное и гидростатическое давления вследствие большей глубины.

Все перечисленное подчеркивает актуальность проведения исследований тепломассопереноса в искусственно замораживаемых породах и грунтах в условиях неоднородной минерализации поровых вод, направленных на совершенствование способов прогноза и контроля состояния ледопородных ограждений строящихся шахтных стволов. Данному вопросу посвящена настоящая работа.

АНАЛИЗ ЛИТЕРАТУРЫ

При замораживании породного массива, содержащего минерализованную воду (рассол), происходит ряд взаимосвязанных тепломассообменных процессов, впервые классифицированных в работе [7]:

1) рост концентрации рассола вблизи фронта фазового перехода и связанное с этим снижение температуры кристаллизации содержащейся в рассоле воды;

2) диффузионный массоперенос соли, вызванный градиентом концентрации соли в рассоле;

3) конвективный перенос (или выпирание) незамерзшего рассола от границы фазового перехода вследствие объемного расширения воды при замерзании (~9%);

4) естественная конвекция, обусловленная разницей плотностей рассола в зоне охлаждения вблизи фронта фазового перехода и на удалении от него;

5) термодиффузия рассола (эффекты Людвига–Соре и Дюфура [18, 19]);

6) изменение теплофизических свойств породного массива при изменении фазового и компонентного составов рассола в массиве.

Также в [7] выделяется еще один физический процесс, специфичный для задач о динамике границы зоны мерзлоты в условиях контакта с водоэмами, — тепломассоперенос на границе пористой среды и внешнего раствора, который влияет на природу тепломассопереноса внутри пористой среды. Однако этот процесс не так интересен в задачах искусственного замораживания при строительстве шахтных стволов.

Несмотря на большое количество идущих в замораживаемом породном массиве тепломассообменных процессов, в настоящее время не представлено исследований, в которых бы производился их комплексный учет. Чаще всего в литературе описываются исследования на математических моделях с учетом только процессов 1, 2 [7, 8, 15, 20]. В работах [9, 10] к рассмотрению также добавляется процесс 3. Процессы 4, 5 в существующих работах рассматриваются применительно к не минерализованной поровой воде переменной плотности из-за разности температур [21–25]. Процесс 6 на сегодняшний день изучен в наименьшей степени, а существующие исследования содержат преимущественно качественный анализ влияния минерализации воды на теплофизические свойства мерзлых пород в естественном залегании [26]. Следует отметить, что влияние температуры пород на их теплофизические свойства в литературе изучены достаточно подробно [6].

Представляется, что при анализе тепломассопереноса в искусственно замораживаемых породах с содержанием рассолов важно учитывать и такой физический процесс, как выпадение соли в твердый нерастворимый осадок при достижении заданной отрицательной температуры. Это связано с тем, что при строительстве шахтных стволов породный массив зачастую замораживается до достаточно низких температур (менее -25°C) [1, 27]. По данным [1], соль может присутствовать в породах как в растворенной форме в воде, так и в

форме твердого осадка. Для случая насыщенного раствора NaCl (при минерализации 290 г/л) полное замерзание с выпадением всей соли в твердый осадок происходит при -21.2°C , а для насыщенного раствора MgCl_2 эта температура достигает -33.6°C . Известно, что в процессе замораживания рассола содержащаяся в нем соль выпадает в осадок постепенно в таком количестве, чтобы при охлаждении насыщенного раствора не происходило его перенасыщения.

В литературе описан ряд упрощенных подходов к учету данного процесса. В работах [9–11] принято, что вся соль растворяется и остается в растворенной виде в рассоле, если концентрация рассола равна или меньше концентрации насыщенного рассола; в противном случае в осадок выпадет избыток соли в таком количестве, чтобы концентрация рассола не смогла превысить своего предельного значения, соответствующего насыщенному рассолу. В [7, 15] предполагается, что концентрация соли всегда ниже концентрации насыщенного раствора, при этом вся растворенная соль при образовании льда отторгается в раствор и в осадок не выпадает — это допущение уместно при рассмотрении малых вариаций температур вблизи нуля.

Для количественного описания процесса 1 из представленной выше классификации в литературе представлено несколько различных методов и подходов. Глобально можно выделить два подхода. Первый подход не учитывает переноса соли в пористом породном массиве и основан на использовании эмпирической кривой замораживания — в данном случае концентрация незамерзшего рассола зависит напрямую от температуры [28]. Второй подход связан с явным рассмотрением переноса соли в замораживаемом породном массиве, а температура кристаллизации рассола является функцией концентрации растворенной в нем соли — линейной [15] или квадратичной [7]. Еще более сложная полиномиальная зависимость от двух переменных (концентрации соли и температуры пород) введена в работе [9] на основании данных лабораторного эксперимента. В рамках второго подхода требуется явное рассмотрение уравнений переноса растворенной соли.

При моделировании процесса 2 в литературе обычно используется закон Фика, выражающий линейную зависимость массового потока растворенной в рассоле соли от градиента концентрации соли [7, 15]. Коэффициент диффузии в законе Фика зависит от многих факторов (пористость, проницаемость, вид растворенного вещества и растворителя, температура и пр.), однако чаще всего он предполагается постоянным в диапазоне 10^{-14} – 10^{-9} м²/с [9, 14, 15].

Еще одним интересным физическим процессом, особенно важным при рассмотрении есте-

ственного замораживания склонных к пучению засоленных грунтов, является наличие капиллярных сил [9, 13, 29]. Для задания зависимости насыщенности от капиллярного давления в [9] использована модель Ван Генухтена [30], в то время как в [29] использовалась модель Леверетта [31]. В [13] использовался несколько иной подход, в рамках которого температура замерзания поровой воды связывалась с такими параметрами, как кривизна и поверхностное натяжение границы раздела твердое тело—жидкость. В условиях замораживания частично водонасыщенных породных массивов и грунтов капиллярное давление приводит к дополнительной миграции влаги к фронту фазового перехода (криогенные течения) [29].

На сегодня существует два подхода к моделированию тепломассопереноса в грунтах и породных массивах, насыщенных минерализованной водой — первый подход заключается в явном выделении фронта фазового перехода [15], а второй (сквозного счета) в неявном рассмотрении фронта с использованием дополнительных функций температуры, в которые “зашивается” информация о фазовом переходе воды: энтальпии [7], кажущейся плотности [9], объемной доли незамерзшей воды или льда [8] и пр. Наиболее общий подход к построению уравнения состояния для описания фазового перехода поровой воды во взаимосвязи с ее минерализацией и гидростатическим давлением на основе свободной энергии Гиббса описан в [9, 10].

В целом проведенный анализ литературы показывает, что несмотря на большой объем исследований процессов тепломассопереноса рассола в пористых грунтах и породах, соответствующий математический аппарат развит недостаточно. В особенности это касается задачи искусственного замораживания пород при строительстве шахтных стволов и обусловлено рядом особенностей рассматриваемой задачи, упомянутых выше. Проведенный анализ литературы подчеркивает необходимость развития математического аппарата для описания искусственного замораживания пород при строительстве шахтных стволов.

МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ

В настоящей работе представлена математическая модель замораживания засоленного породного массива применительно к задаче о прогнозировании толщины ледопородного ограждения вокруг строящегося шахтного ствола. При постановке физической модели принят ряд упрощающих гипотез:

– свойства сухого скелета породного массива считаются однородными и изотропными;

– в начальный момент времени распределение всех параметров среды в объеме породного массива также считается однородным;

– поровое пространство массива полностью заполнено рассолом, льдом и солью, выпавшей в твердый осадок; рассол состоит из воды и растворенной в ней соли однородного состава; газовая фракция отсутствует;

– фазовый переход испытывает только вода, в то время как соль, содержащаяся в рассоле, остается в нем;

– концентрация рассола не может превысить заданного максимального значения, соответствующего насыщенному состоянию, вследствие чего избыток соли выпадает в нерастворимый твердый остаток;

– фазовый переход воды происходит полностью в заданном конечном интервале температур;

– температуры начала замерзания и полного замерзания воды в рассоле (или температуры ликвидуса и солидуса) линейно зависят от концентрации соли;

– конвективный перенос рассола не рассматривается;

– диффузионный перенос растворенной соли в рассоле происходит в соответствии с законом Фика;

– предполагается локальное тепловое равновесие фаз и компонентов в каждой точке рассматриваемой среды.

Рассматривается случай замораживания влажного засоленного породного массива одной замораживающей колонкой, ориентированной вертикально. Длина замораживающей колонки достаточно велика для того, чтобы можно было рассматривать плоскую задачу о тепломассопереносе в горизонтальном разрезе породного массива. Помимо этого, в задаче присутствует радиальная симметрия. В конечном счете это позволяет перейти к рассмотрению единственной пространственной координаты r и рассмотреть основные балансовые соотношения для переноса компонентов и фаз в поровом пространстве массива, а также переноса теплоты в виде

$$\begin{aligned} nS_b\rho_b\frac{\partial c}{\partial t} + n\rho_b\frac{\partial S_b}{\partial t} = \\ = \frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial r}\left(r\rho_bD\frac{\partial c}{\partial r}\right) - \rho_bk(c_{\text{sat}} - c), \end{aligned} \quad (1)$$

$$n\rho_s\frac{\partial S_s}{\partial t} = \rho_bk(c_{\text{sat}} - c), \quad (2)$$

$$S_i + S_b + S_s = 1, \quad (3)$$

$$\rho C_p\frac{\partial T}{\partial t} + \rho_w nL\frac{\partial S_b}{\partial t} = \frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial r}\left(r\lambda\frac{\partial T}{\partial r}\right). \quad (4)$$

Здесь n — пористость массива; ρ_b — истинная плотность рассола, кг/м³; S_b — объемная концентрация рассола в поровом пространстве породного массива, м³/м³; t — время, с; c — объемная кон-

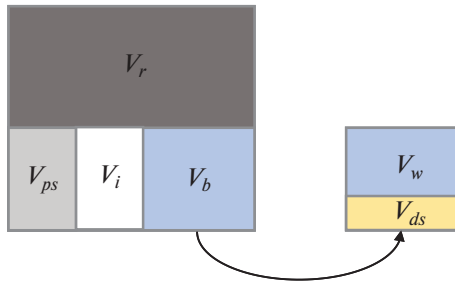


Рис. 1. Компонентный и фазовый состав элементарного объема замораживаемого породного массива.

центрация растворенной соли, $\text{м}^3/\text{м}^3$; ρ_i – истинная плотность льда, $\text{кг}/\text{м}^3$; S_i – объемная концентрация льда в поровом пространстве породного массива, $\text{м}^3/\text{м}^3$; r – радиальная координата, м ; D – коэффициент диффузии растворенной соли, $\text{м}^2/\text{с}$; k – параметр, характеризующий инерционность процесса выпадения соли в твердый осадок; c_{sat} – объемная концентрация насыщенного раствора соли, $\text{м}^3/\text{м}^3$; ρ_s – истинная плотность соли, выпавшей в твердый осадок, $\text{кг}/\text{м}^3$; S_s – объемная концентрация выпавшей в твердый осадок соли в поровом пространстве породного массива, $\text{м}^3/\text{м}^3$; ρ – плотность породного массива, содержащего воду, лед и соль, $\text{кг}/\text{м}^3$; C_p – удельная теплоемкость породного массива, $\text{Дж}/(\text{кг} \text{ } ^\circ\text{C})$; T – температура, $^\circ\text{C}$; ρ_w – истинная плотность воды, $\text{кг}/\text{м}^3$; L – удельная теплота кристаллизации воды, $\text{Дж}/\text{кг}$; λ – теплопроводность породного массива, $\text{Вт}/(\text{м} \text{ } ^\circ\text{C})$.

Уравнение (1) – диффузионное уравнение для объемной концентрации соли c , растворенной в рассоле; (2) – уравнение прироста объемной концентрации выпавшей в осадок соли в поровом пространстве массива; (3) – уравнение баланса массы в поровом пространстве массива; (4) – уравнение баланса теплоты в системе в целом. Переменные, отвечающие за компонентный и фазовый состав в элементарном объеме породного массива, определяются для некоторого произвольного малого объема замораживаемого влажного массива (рис. 1) согласно следующим формулам:

$$S_b = \frac{V_b}{V_p} = \frac{V_w + V_{ds}}{V_p}, \quad (5)$$

$$S_i = \frac{V_i}{V_p}, \quad (6)$$

$$S_s = \frac{V_{ps}}{V_p}, \quad (7)$$

$$c = \frac{V_{ds}}{V_b}. \quad (8)$$

Здесь V_p – объем порового пространства, м^3 ; V_b – объем жидкого рассола (вода + растворенная соль), м^3 ; V_w – объем чистой воды, м^3 ; V_{ds} – объем растворенной соли, м^3 ; V_i – объем льда, м^3 ; V_{ps} – объем выпавшей в осадок соли, м^3 .

Расчет объемных концентраций рассола и льда в поровом пространстве породного массива осуществляется с использованием следующего соотношения:

$$S_b^* = \frac{S_b}{S_i + S_b} = \begin{cases} 1, & T > T_{\text{liq}}; \\ (T - T_{\text{sol}})/(T_{\text{liq}} - T_{\text{sol}}), & T_{\text{liq}} \geq T > T_{\text{sol}}; \\ 0, & T_{\text{sol}} \geq T. \end{cases} \quad (9)$$

Здесь T_{liq} – температура ликвидуса, $^\circ\text{C}$; T_{sol} – температура солидуса, $^\circ\text{C}$; S_i^* – относительная объемная концентрация льда, рассчитанная для доли порового пространства, занятого только льдом и водой без примеси соли. Решение и последующий анализ системы уравнений проводят в терминах переменных S_i и S_b , а не S_b^* .

Температуры ликвидуса и солидуса зависят от объемной концентрации растворенной соли согласно следующим линейным функциям:

$$T_{\text{liq}} = T_{\text{liq}}^{(0)} - \beta c, \quad (10)$$

$$T_{\text{sol}} = T_{\text{sol}}^{(0)} - \beta c, \quad (11)$$

где β – коэффициент понижения температуры фазового перехода вода–лед, $^\circ\text{C}$. В общем случае рассолов, включающих в себя различные виды соли, коэффициенты понижения температуры фазового перехода для температур солидуса и ликвидуса будут, скорее всего, не равны. Однако здесь рассматривается соль однородного состава.

Теплофизические свойства породного массива, присутствующие в системе балансовых уравнений (1)–(3), задаются как функции пористости, объемных концентраций рассола, льда, растворенной и выпавшей в осадок соли следующими формулами:

$$\rho C_p = (1 - n)\rho_r C_r + n[S_i \rho_i C_i + S_b \rho_w C_w (1 - c) + \rho_s C_s (S_s + c S_b)], \quad (12)$$

$$\lambda = \lambda_r^{1-n} \lambda_i^{n S_i} \lambda_w^{n S_b (1-c)} \lambda_s^{n(S_s + c S_b)}, \quad (13)$$

$$\rho_b = \rho_w (1 - c) + \rho_s c. \quad (14)$$

Здесь C – удельная теплоемкость рассматриваемой фазы, $\text{Дж}/(\text{кг} \text{ } ^\circ\text{C})$; индексы r, i, b, w и s соответствуют сухому скелету породного массива, льду, незамерзшему рассолу, чистой воде и выпавшей в осадок соли соответственно. Данные формулы являются обобщением известных фор-

мул [32, 33] на случай наличия дополнительной фазы – соли, выпавшей в твердый осадок.

Коэффициент диффузии растворенной соли рассчитывается как линейная функция [15, 34] эффективной пористости породного массива n^* , представляющая собой часть объема, занятую незамерзшим рассолом:

$$D = D_0 n^* = D_0 n S_b. \quad (15)$$

Здесь D_0 – коэффициент диффузии растворенной соли в рассоле в ситуации, когда пористая среда отсутствует и рассол занимает весь элементарный объем, m^2/c .

Вся информация о фазовом переходе воды в лед “защита” во втором слагаемом слева в уравнении (4). В данном случае отсутствует явное выделение фронта фазового перехода, а сам подход к решению задачи теплопереноса аналогичен подходу эффективной теплоемкости [35] и энтальпийному подходу [27, 28].

На границе с замораживающей колонкой $r = r_c$ задается граничное условие III рода теплообмена между движущимся хладоносителем и примыкающим к колонке породным массивом:

$$\lambda \frac{\partial T}{\partial r}(t, r_c) = \alpha(T_c - T(t, r_c)), \quad (16)$$

а также условие нулевого градиента концентраций растворенной соли

$$\frac{\partial c}{\partial r}(t, r_c) = 0. \quad (17)$$

Здесь α – коэффициент теплоотдачи от породного массива к хладоносителю в колонке, зависящий от геометрических параметров колонки, теплофизических и гидравлических свойств рассола [27, 36], $Вт/(m^2 \cdot ^\circ C)$; T_c – температура хладоносителя в колонке, $^\circ C$.

На внешней границе расчетной области $r = r_{out}$ задается условие, соответствующее непотревоженному состоянию породного массива:

$$T(t, r_{out}) = T_0 > T_{liq}, \quad (18)$$

$$c(t, r_{out}) = c_0. \quad (19)$$

Здесь T_0 – начальная температура породного массива, $^\circ C$; c_0 – начальная объемная концентрация растворенной соли в поровом пространстве породного массива, m^3/m^3 .

Задача дополняется соответствующими начальными условиями:

$$T(0, r) = T_0, \quad (20)$$

$$c(0, t) = c_0. \quad (21)$$

Получена замкнутая система уравнений (1)–(21) со следующими неизвестными функциями:

c, S_b, S_i, S_s, T . Точное решение данной задачи может быть получено только численно.

ЧИСЛЕННЫЙ АЛГОРИТМ

Для численной реализации задачи (1)–(21) использовался метод конечных разностей. Расчетная область разбивалась на ячейки одинакового размера Δr . Шаг по времени рассчитывался на основании известного условия Куранта–Фридрихса–Леви для уравнения диффузии [35]:

$$\Delta t = CFL \frac{\Delta r^2}{2a}, \quad (22)$$

где a – минимальное значение из коэффициентов тепловой диффузии в среде и молекулярной диффузии соли, растворенной в рассоле; CFL – число Куранта–Фридрихса–Леви [37].

На каждой временной итерации k новых значений неизвестных функций c, S_b, S_i, S_s, T определялись с использованием следующего алгоритма, включающего в себя четыре последовательных этапа.

Этап 1. Расчет прироста удельной энтальпии Δh_j в результате действия только кондуктивного теплопереноса:

$$\Delta h_j = \frac{\Delta t}{\Delta r} \left(\lambda_{j+1/2} \frac{T_{j+1}^{(k)} - T_j^{(k)}}{\Delta r} - \lambda_{j-1/2} \frac{T_j^{(k)} - T_{j-1}^{(k)}}{\Delta r} \right) + \quad (23)$$

$$+ \Delta t \frac{\lambda_j}{r} \frac{T_{j+1}^{(k)} - T_{j-1}^{(k)}}{2\Delta r},$$

$$\lambda_{j\pm 1/2} = \frac{\lambda_{j\pm 1} + \lambda_j}{2}. \quad (24)$$

Этап 2. Расчет изменений температуры и объемной концентрации рассола, вызванных изменением удельной энтальпии Δh_j :

$$(\rho C_p)_j^{(k)} (T_j^{(k+1)} - T_j^{(k)}) + \rho_w n L (S_{bj}^{(k+1)} - S_{bj}^{(k)}) = \Delta h_j, \quad (25)$$

$$S_{bj}^{(k+1)} = S_b^* (T_j^{(k+1)}, c_j^{(k)}) (1 - S_{sj}^{(k)}). \quad (26)$$

После решения данной нелинейной системы уравнений относительно $T_j^{(k+1)}$ и $S_{bj}^{(k+1)}$ определяются узловые значения концентрации растворенной соли на следующем временном шаге:

$$n S_{bj}^{(k)} \rho_b (c_j^* - c_j^{(k)}) + n c_j^{(k)} \rho_b (S_{bj}^{(k+1)} - S_{bj}^{(k)}) = 0. \quad (27)$$

Если новое значение концентрации $c_j^{*(k+1)}$ превышает концентрацию насыщенного раствора соли, то часть соли выпадает в твердый осадок таким образом, чтобы выполнилось равенство

Таблица 1. Геометрические и теплофизические характеристики системы в целом

Параметр	Значение
Радиус замораживающей колонки, м	0.073
Радиус расчетной области, м	20
Пористость массива	0.2
Начальная температура породного массива, °С	10
Температура ликвидуса поровой воды, °С	0
Температура солидуса поровой воды, °С	-2
Начальная объемная концентрация рассола в порах, м ³ /м ³	1
Начальная объемная концентрация соли в рассоле, м ³ /м ³	0.05
Объемная концентрация насыщенного раствора соли, м ³ /м ³	0.212
Коэффициент понижения температуры фазового перехода (для раствора соли NaCl), °С	66.7
Коэффициент диффузии соли в рассоле, мм ² /с	0.01
Коэффициент искусственной диффузии, мм ² /с	0.00025
Температура хладоносителя в замораживающей колонке, °С	-20
Коэффициент теплоотдачи на границе с замораживающей колонкой, Вт/(м ² °С)	50
Время моделирования, сут.	200

$$c_j^* = c_{\text{sat}}. \tag{28}$$

При этом концентрация выпавшей в нерастворимый осадок соли увеличивается:

$$S_{s_j}^{(k+1)} = S_{s_j}^{(k)} + S_{b_j}^{(k+1)} (c_j^* - c_{\text{sat}}), \tag{29}$$

$$S_{i_j}^{(k+1)} = 1 - S_{b_j}^{(k+1)} - S_{s_j}^{(k+1)}. \tag{30}$$

Этап 3. Расчет диффузионного переноса растворенной соли:

$$\Delta c_j^{(k)} = \frac{\Delta t}{\Delta r} \left(D_{j+1/2} \frac{c_{j+1}^* - c_j^*}{\Delta r} - D_{j-1/2} \frac{c_j^* - c_{j-1}^*}{\Delta r} \right) + \tag{31}$$

$$+ \Delta t \frac{D_j}{r} \frac{c_{j+1}^* - c_{j-1}^*}{2\Delta r},$$

$$D_{j\pm 1/2} = D_0 n \frac{S_{b_{j\pm 1}}^{(k)} + S_{b_j}^{(k)}}{2} + D_{\text{art}} n. \tag{32}$$

Здесь D_{art} – коэффициент искусственной диффузии, м²/с.

Этап 4. Расчет граничных условий. Расчет температуры в граничном узле 0 вблизи замораживающей колонки осуществляется по формуле

$$\lambda \frac{T_0^{(k+1)} - T_1^{(k+1)}}{\Delta t} = \alpha (T_c - T_0^{(k+1)}). \tag{33}$$

Расчет значений относительных концентраций фаз в граничном узле 0 вблизи замораживающей колонки осуществляется из условия Неймана (нулевая производная). Расчет значений температуры и относительных концентраций фаз в

граничном узле N (внешняя граница расчетной области) осуществляется из условия Дирихле:

$$T_N^{(k+1)} = T_0, \quad c_N^{(k+1)} = c_0, \tag{34}$$

$$S_{i_N}^{(k+1)} = S_{s_N}^{(k+1)} = 1 - S_{b_N}^{(k+1)} = 0.$$

РЕЗУЛЬТАТЫ МОДЕЛИРОВАНИЯ

Алгоритм (22)–(34) реализован численно на языке C#. Моделирование проводилось для физических параметров задачи, сведенных в табл. 1, 2. Количество пространственных узлов конечно-разностной сетки принято равным 400, а число Куранта–Фридрихса–Леви равно 0.3.

Температуры ликвидуса и солидуса в табл. 1 соответствуют случаю нулевой концентрации соли в рассоле (т.е. чистой воде в порах). Заданная конечная разница между этими температурами, свидетельствующая о растянутости фазового перехода, физически может объясняться присутствием связанной воды, которая за счет сил поверхностного натяжения замерзает при более низких температурах.

На рис. 2–4 представлены рассчитанные распределения температуры и объемных концентраций фаз по радиальной координате в конечный момент расчета (200 сут). Для наглядности на графиках представлена только область вблизи замораживающей колонки шириной 2 м – только в этой области происходит фазовый переход и имеется неоднородное распределение концентраций различных фаз в рассматриваемом временном промежутке.

Таблица 2. Теплофизические свойства фаз

Параметр	Значения			
	сухой скелет	вода	лед	соль (NaCl)
Плотность, кг/м ³	2000	1000	912	2160
Удельная теплоемкость, Дж/(кг °С)	800	4190	2000	855
Теплопроводность, Вт/(м °С)	2	0.5	2.23	0.58

На рис. 2 можно видеть снижение температур ликвидуса (с 0 до -3.6°C) и солидуса (с -2 до -5.9°C). Это снижение приводит к существенному (около 0.5 м) смещению положения границ полностью замороженного породного массива. Такие значительные изменения граничных температур фазового перехода связаны с высокой минерализацией породного массива (5%-ный рассол NaCl). На практике минерализация пород, как правило, ниже. Так, в условиях Старобинского месторождения подземные воды практически пресные, лишь в верхней части глинисто-мергелистой толщи их минерализация достигает 76 г/л (3.5%). При этом, по данным [1], в отдельных случаях встречаются незначительные скопления рассолов с минерализацией до 400 г/л (18.5%). Интересно отметить, что вследствие неоднородного распределения концентрации соли в рассоле (рис. 3а), ширина температурного интервала фазового перехода увеличилась с 2 до 2.3°C . При более низком коэффициенте диффузии соли в рассоле ширина фазового перехода еще сильнее увеличится (рис. 4б).

В области от 0.7 до 0.9 м (рис. 2б), соответствующей зоне фазового перехода, происходит резкое

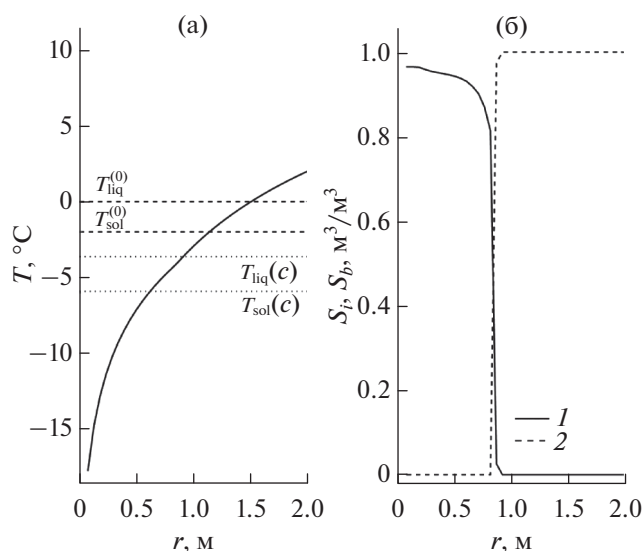


Рис. 2. Зависимости температуры (а) и объемных концентраций рассола и льда (б) от пространственной координаты: 1 – лед, 2 – рассол.

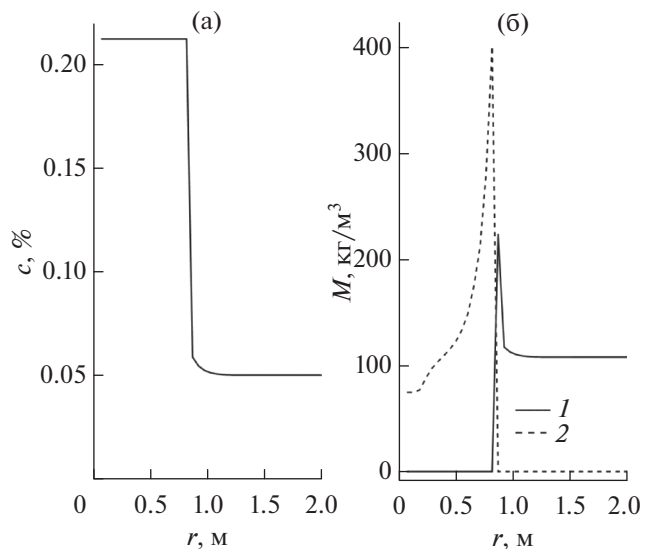


Рис. 3. Зависимости объемной концентрации растворенной в рассоле соли (а), а также масс растворенной и выпавшей в осадок соли (б) от пространственной координаты: 1 – раствор, 2 – осадок.

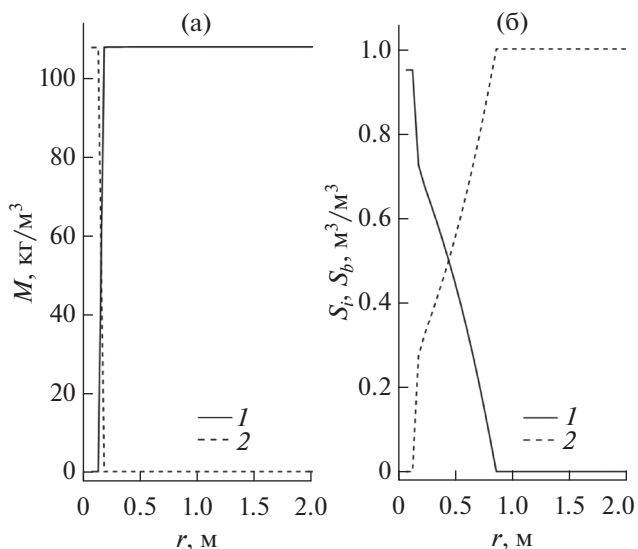


Рис. 4. Зависимости масс растворенной (1) и выпавшей в осадок (2) соли (а), а также объемных концентраций льда (1) и рассола (2) (б) от пространственной координаты; коэффициент диффузии соли равен $10^{-5} \text{ мм}^2/\text{с}$.

изменение концентраций льда и рассола. При этом в зоне льда ($r < 0.7$ м) лед занимает не все поровое пространство — часть его остается занятой солью, выпавшей в осадок (рис. 3б). На рис. 3б также можно отметить наличие “зуба” на зависимостях как массы растворенной соли, так и массы выпавшей в осадок соли — это говорит о том, что в зоне фазового перехода увеличение концентрации соли (рис. 3а) происходит не только за счет частичного замерзания воды в рассоле, но и за счет диффузионного переноса соли из более замороженной области в менее замороженную. В случае близкой к нулю диффузии соли данные зависимости, по сути, упрощаются до вида классической ступенчатой функции Хэвисайда (рис. 4а).

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В результате проведенного анализа литературы по замораживанию минерализованных грунтов и пород сформулирована математическая модель, описывающая процесс искусственного замораживания породного массива и содержащегося в нем рассола применительно к задаче о формировании ледопородных ограждений строящихся стволов. Рассмотрен случай одиночной замораживающей колонки.

Предложен итерационный алгоритм численного решения сформулированной задачи, основанный на методе конечных разностей. Получено и проанализировано численное решение задачи о замораживании минерализованного породного массива. Анализ показал, что при наличии минерализованных поровых вод в замораживаемом массиве происходит существенное смещение границ фазового перехода воды в лед и существенное сужение границ ледопородного ограждения.

В дальнейшем планируется развить предложенные модель и численный алгоритм на предмет учета криогенных течений и распространить на двух- и трехмерные случаи для проведения анализа формирования ледопородных ограждений шахтных стволов с учетом фактического количества замораживающих скважин.

Работа выполнена при финансовой поддержке Минобрнауки Пермского края в рамках научного проекта № С-26/563.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Ольховиков Ю.П.* Крепь капитальных выработок калийных и соляных рудников. М.: Недра, 1984. 238 с.
2. *Yong R.N., Cheung C.H., Sheeran D.E.* Prediction of Salt Influence on Unfrozen Water Content in Frozen Soils // *Developments in Geotechnical Engineering*. 1979. V. 26. P. 137.
3. *Bing H., Ma W.* Laboratory Investigation of the Freezing Point of Saline Soil // *Cold Regions Sci. Technol.* 2011. V. 67. № 1–2. P. 79.
4. *Wan X., Lai Y., Wang C.* Experimental Study on the Freezing Temperatures of Saline Silty Soils // *Permafrost and Periglacial Processes*. 2015. V. 26. № 2. P. 175.
5. *Banin A., Anderson D.M.* Effects of Salt Concentration Changes During Freezing on the Unfrozen Water Content of Porous Materials // *Water Resources Research*. 1974. V. 10. № 1. P. 124.
6. *Frivik P.E.* State-of-the-art Report. Ground Freezing: Thermal Properties, Modelling of Processes and Thermal Design // *Eng. Geology*. 1981. V. 18. № 1–4. P. 115.
7. *Lucas T., Chourot J.-M., Bohuon Ph., Flick D.* Freezing of a Porous Medium in Contact with a Concentrated Aqueous Freezant: Numerical Modelling of Coupled Heat and Mass Transport // *Int. J. Heat Mass Transfer*. 2001. V. 44. № 11. P. 2093.
8. *Plekhov O. et al.* The Effect of Cryogenic Suction on the Monitoring Data of Ice Barrier Formation in a Porous Water-saturated Soil // *Proc. Structural Integrity*. 2019. V. 17. P. 602.
9. *Rouabhi A., Jahangir E., Tounsi H.* Modeling Heat and Mass Transfer During Ground Freezing Taking into Account the Salinity of the Saturating Fluid // *Int. J. Heat Mass Transfer*. 2018. V. 120. P. 523.
10. *Tounsi H., Rouabhi A., Jahangir E.* Thermo-hydro-mechanical Modeling of Artificial Ground Freezing Taking into Account the Salinity of the Saturating Fluid // *Computers and Geotechnics*. 2020. V. 119. 103382.
11. *Zhang X. et al.* Numerical Study on the Multifield Mathematical Coupled Model of Hydraulic-thermal-salt-mechanical in Saturated Freezing Saline Soil // *Int. J. Geomechanics*. 2018. V. 18. № 7. 04018064.
12. *Zhang J. et al.* Study on the Mechanism of Crystallization Deformation of Sulfate Saline Soil During the Unidirectional Freezing Process // *Permafrost and Periglacial Processes*. 2020. V. 31. № 1. P. 102.
13. *Wu D., Lai Y., Zhang M.* Thermo-hydro-salt-mechanical Coupled Model for Saturated Porous Media Based on Crystallization Kinetics // *Cold Regions Sci. Technol.* 2017. V. 133. P. 94.
14. *Wu D., Zhou X., Jiang X.* Water and Salt Migration with Phase Change in Saline Soil During Freezing and Thawing Processes // *Groundwater*. 2018. V. 56. № 5. P. 742.
15. *Васильев В.И., Максимов А.М., Петров Е.Е., Цыпкин Г.Г.* Математическая модель замерзания таяния засоленного мерзлого грунта // *ПМТФ*. 1995. Т. 36. № 5. С. 57.
16. *Galushkin Y.I., Sitar K.A., Frolov S.V.* Basin Modelling of Temperature and Heat Flow Distributions and Permafrost Evolution, Urengoy and Kuyumbinskaya Areas, Siberia // *Permafrost and Periglacial Processes*. 2013. V. 24. № 4. P. 268.
17. *Цытович Н.А.* Механика мерзлых грунтов. М.: URSS, 2009.
18. *Де Гроот С.Р.* Термодинамика необратимых процессов. М.: ГИТТЛ, 1956. 277 с.
19. *Mortimer R.G., Eyring H.* Elementary Transition State Theory of the Soret and Dufour Effects // *Proc. National Academy of Sciences*. 1980. V. 77. № 4. P. 1728.
20. *Jochem M., Körber C.* A Numerical Solution of the Coupled Heat and Mass Transfer Problem of Non-planar Solidification and Melting of Aqueous Solutions // *Wärme- und Stoffübertragung*. 1993. Bd. 28. № 4. S. 195.

21. *Panteleev I.A. et al.* Numerical Simulation of Artificial Ground Freezing in a Fluid-saturated Rock Mass with Account for Filtration and Mechanical Processes // *Sciences in Cold and Arid Regions*. 2018. V. 9. № 4. P. 363.
22. *Ma G.-Y., Du M.-J., Li D.* Numerical Calculation for Temperature Coupled with Moisture and Stress of Soil Around Buried Pipeline in Permafrost Regions // *J. China University of Petroleum (Edition of Natural Science)*. 2011. V. 35. № 3. P. 108.
23. *Ma J., Wang X.* Natural Convection and Its Fractal for Liquid Freezing in a Vertical Cavity Filled with Porous Medium // *Heat Transfer—Asian Research: Co-sponsored by the Society of Chemical Engineers of Japan and the Heat Transfer Division of ASME*. 1999. V. 28. № 3 P. 165.
24. *Semin M.A. et al.* Natural Convection in Water-Saturated Rock Mass under Artificial Freezing // *J. Mining Sci.* 2020. V. 56. № 2. P. 297.
25. *Yong-ji X.* Research on Soil Moisture and Thermophoresis in the Course of Seasonal Freeze Thawing [J] // *Taiyuan Science & Technology*. 2008. V. 3.
26. *Алексютин Д.М., Мотенко Р.Г.* Оценка влияния засоления и содержания органического вещества в мерзлых породах на западном побережье Байдарской губы, их теплофизические свойства и фазовый состав влаги // *Вестн. Моск. ун-та. Сер. 4. Геология*. 2016. № 2.
27. *Семин М.А., Богомяков А.В., Левин Л.Ю.* Теоретический анализ динамики ледопородного ограждения при переходе на пассивный режим замораживания // *Зап. Горн. ин-та*. 2020. Т. 243.
28. *Semin M., Levin L.* Numerical Simulation of Frozen Wall Formation in Water-saturated Rock Mass by Solving the Darcy-Stefan Problem // *Frattura ed Integrità Strutturale*. 2019. V. 13. № 49. P. 167.
29. *Tsyppin G.G.* Water–Ice Phase Transition in Unsaturated Soil in the Presence of Capillary Pressure // *Fluid Dynamics*. 2019. V. 54. № 5. P. 681.
30. *Van Genuchten M.T.* A Closed-form Equation for Predicting the Hydraulic Conductivity of Unsaturated Soils // *Soil Sci. Soc. Amer. J.* 1980. V. 44. № 5. P. 892.
31. *Leverett M.C. et al.* Capillary Behavior in Porous Solids // *Trans. AIME*. 1941. V. 142. № 1. P. 152.
32. *Anderson D.M., Tice A.R., McKim H.L.* The Unfrozen Water and the Apparent Specific Heat Capacity of Frozen Soils // *7nd Int. Conf. on Permafrost. Yakutsk, USSR. North American Contribution*. 1973. P. 289.
33. *Côté J., Konrad J.M.* A Generalized Thermal Conductivity Model for Soils and Construction Materials // *Canad. Geotech. J.* 2005. V. 42. № 2. P. 443.
34. *Kantzas A., Bryan J., Taheri S.* Fundamentals of Fluid Flow in Porous Media // *Pore Size Distribution*. 2012. V. 1. P. 1.
35. *Самарский А.А., Моисеенко Б.Д.* Экономичная схема сквозного счета для многомерной задачи Стефана // *ЖВМиМФ*. 1965. Т. 5. № 5. С. 816.
36. *Трупаков Н.Г.* Замораживание грунтов в подземном строительстве. М.: Недра, 1974.
37. *Курант Р., Фридрихс К., Леви Г.* О разностных уравнениях математической физики // *Усп. матем. наук*. 1941. № 8. С. 125.