

ЦИЛИНДРИЧЕСКИЕ И СФЕРИЧЕСКИЕ ВОЛНЫ В МНОГОФРАКЦИОННЫХ ПАРОГАЗОКАПЕЛЬНЫХ СМЕСЯХ С ПОЛИДИСПЕРСНЫМИ ВКЛЮЧЕНИЯМИ

© 2022 г. Д. А. Губайдуллин*, Р. Р. Зарипов**

*Институт механики и машиностроения – обособленное структурное подразделение
ФГБУН Федеральный исследовательский центр “Казанский научный центр РАН”, Казань, Россия*

**E-mail: gubaidullin@imm.knc.ru*

***E-mail: rinat_zaripov.imm@mail.ru*

Поступила в редакцию 28.10.2021 г.

После доработки 23.11.2021 г.

Принята к публикации 23.11.2021 г.

Исследовано распространение плоских, цилиндрических и сферических волн в многофракционных смесях газа с паром, полидисперсными жидкими и твердыми включениями с учетом фазовых превращений. Каждая полидисперсная фракция имеет различные теплофизические свойства, разный диапазон размеров включений и произвольные функции распределения включений по размерам. Получено единое дисперсионное соотношение как для плоских, так и для цилиндрических и сферических волн. Проанализировано влияние фазовых превращений на эволюцию импульса давления разной геометрии и различной первоначальной формы.

DOI: 10.31857/S0040364422010288

ВВЕДЕНИЕ

Многофазные среды в огромном многообразии распространены в природе и находят свое применение в промышленной отрасли. Исследование акустических волн в многофракционных полидисперсных парогАЗОКАПЕЛЬНЫХ средах осложнено вследствие необходимости учета целого ряда причин, таких как межфазный теплообмен и трение фаз, различные размеры частиц, многофракционность состава среды и полидисперсность каждой фракции. Однако для более простых случаев уже получены результаты по распространению акустических волн в многофазных средах. Основы динамики двухфазных парогАЗОКАПЕЛЬНЫХ смесей представлены в известных монографиях [1–3]. Некоторые проблемы взаимодействий включений в двухфазных потоках представлены в работах [4–7]. Распространение акустических волн в газозвесах изучено в работах [8–12]. Влияние фазовых превращений на распространение акустических волн в монодисперсных парогАЗОКАПЕЛЬНЫХ средах ранее исследованы в [13–15]. Влияние многофракционности состава смеси в монодисперсных и полидисперсных смесях на распространение акустических волн рассмотрены в [16, 17] соответственно. В [18, 19] в рамках двухфазной полидисперсной модели изучено распространение плоских, цилиндрических и сферических волн в парогАЗОВЫХ смесях при наличии фазовых превращений. В работе [20] исследуется распространение плоских, цилиндрических и сферических волн в газозвесах с учетом

полидисперсности и многофракционности смеси, но без учета фазовых превращений. В [21] изучено влияние фазовых превращений на распространение акустических волн в многофракционных полидисперсных парогАЗОКАПЕЛЬНЫХ смесях в случае плоских волн.

В настоящей работе исследуется распространение плоских, цилиндрических и сферических волн в многофракционных полидисперсных парогАЗОКАПЕЛЬНЫХ средах с учетом фазовых превращений, когда каждая полидисперсная фракция жидких и твердых включений состоит из разных материалов и имеет свою произвольную функцию распределения включений по размерам.

ОСНОВНЫЕ УРАВНЕНИЯ

Рассмотрим движение смеси воздуха с полидисперсными жидкими и твердыми включениями. Пусть дисперсная фаза состоит из $M + 1$ разных полидисперсных жидких и твердых фракций. При этом одна фракция участвует в фазовых превращениях, а M фракций не участвуют. Каждая из фракций имеет разный диапазон размеров включений, которые описываются своей произвольной функцией распределения. Введем параметр θ , который при значении $\theta = 0$ описывает распространение плоских волн, при $\theta = 1$ цилиндрических волн и при $\theta = 2$ сферических волн [19].

Уравнения сохранения массы для несущей фазы, дисперсных жидких и твердых включений по [2, 21] и с учетом геометрии волн принимают вид

$$\begin{aligned} \frac{\partial \rho_1'}{\partial t} + \rho_{10} \left(\frac{\partial v_1'}{\partial r} + \theta \frac{v_1'}{r} \right) + \int_{\Delta R_d} N_d^0(R_d) j_d dR_d &= 0, \\ \frac{\partial \rho_V'}{\partial t} + \rho_{V0} \left(\frac{\partial v_1'}{\partial r} + \theta \frac{v_1'}{r} \right) + \int_{\Delta R_d} N_d^0(R_d) j_d dR_d &= 0, \\ \frac{\partial \rho_{2d}'}{\partial t} + \int_{\Delta R_d} \left(\frac{\partial v_{2d}'}{\partial r} + \theta \frac{v_{2d}'}{r} \right) N_d^0(R_d) g_d^0(R_d) dR_d - & \\ - \int_{\Delta R_d} N_d^0(R_d) j_d dR_d &= 0, \\ \frac{\partial \rho_{2j}'}{\partial t} + \int_{\Delta R_j} \left(\frac{\partial v_{2j}'}{\partial r} + \theta \frac{v_{2j}'}{r} \right) N_j^0(R_j) g_j^0(R_j) dR_j &= 0, \\ j = \overline{1, M}. & \end{aligned} \quad (1)$$

Здесь ρ – плотность, v – скорость, t – время, r – координата, R – радиус включений, ΔR – диапазон изменения радиуса включений, $N^0(R)$ – функции распределения включений по размерам, $g^0(R)$ – масса частицы или капли. Для удобства здесь и далее нижний индекс 1 относится к несущей фазе, 2 k – к дисперсной фазе k -й фракции ($k = d, j$), d – к жидким включениям, j ($j = \overline{1, M}$) – к твердым включениям, индексы V и G – к параметрам паровой и газовой составляющих несущей фазы. Штрих вверху обозначает возмущение параметра, нижний индекс 0 – начальное невозмущенное состояние. Интенсивность фазовых превращений j_d определена выражением Герца–Кнудсена–Ленгмюра [21].

Уравнения сохранения импульса для несущей фазы, дисперсных жидких и твердых включений не зависят от параметра θ и записываются аналогично [18, 21]

$$\begin{aligned} \rho_{10} \frac{\partial v_1'}{\partial t} + \frac{\partial p_1'}{\partial r} + \int_{\Delta R_d} f_d N_d^0(R_d) dR_d + \\ + \sum_{j=1}^M \int_{\Delta R_j} f_j N_j^0(R_j) dR_j &= 0, \\ f_d &= g_d^0(R_d) \frac{\partial v_{2d}'}{\partial t}, \\ f_j &= g_j^0(R_j) \frac{\partial v_{2j}'}{\partial t}, \quad j = \overline{1, M}. \end{aligned} \quad (2)$$

Здесь p – давление; f – сила, действующая на индивидуальную частицу или каплю дисперсной фазы, которая является суммой сил Стокса и Бас-сэ [1, 2].

Уравнения внутренней энергии для несущей фазы, дисперсных жидких и твердых включений и их межфазной поверхности согласно [18, 21] имеют вид

$$\begin{aligned} \rho_{10} c_{p1} \frac{\partial T_1'}{\partial t} - \alpha_{10} \frac{\partial p_1'}{\partial t} + \int_{\Delta R_d} N_d^0(R_d) q_{1d} dR_d + \\ + \sum_{j=1}^M \int_{\Delta R_j} N_j^0(R_j) q_{1j} dR_j &= 0, \\ q_{1d} &= -g_d^0(R_d) \frac{c_{p1}}{m_d} \frac{\partial T_{1d}'}{\partial t}, \\ q_{2d} &= -g_d^0(R_d) c_{p2d} \frac{\partial T_{2d}'}{\partial t}, \\ q_{1j} &= -g_j^0(R_j) \frac{c_{p1}}{m_j} \frac{\partial T_{1j}'}{\partial t}, \\ q_{2j} &= -g_j^0(R_j) c_{p2j} \frac{\partial T_{2j}'}{\partial t}, \quad j = \overline{1, M}, \end{aligned} \quad (3)$$

$$q_{1d} + q_{2d} = -j_d l_0, \quad q_{1j} + q_{2j} = 0, \quad j = \overline{1, M}.$$

Здесь T – температура, m – массовое содержание, c_p – теплоемкость, l_0 – удельная теплота парообразования, α – объемное содержание, q – интенсивность теплообмена [1, 2].

Уравнения состояния пара и газовой смеси удобно записать в следующем виде [2]:

$$\begin{aligned} p_V' &= \frac{C_V^2}{\gamma_V \alpha_{10}} \rho_V' + p_{V0} \frac{T_1'}{T_{10}}, \\ p_1' &= \frac{C_1^2}{\gamma_1 \alpha_{10}} \left(\rho_1' + \Delta \bar{R} (\rho_V' - k_V \rho_1') \right) + \frac{p_{10}}{T_{10}} T_1', \\ \Delta \bar{R} &= \frac{R_V - R_G}{k_V R_V + k_G R_G}, \end{aligned} \quad (4)$$

где C – скорость звука; k_i , R_i – начальные концентрации и газовые постоянные компонент несущей фазы; γ – показатель адиабаты.

ДИСПЕРСИОННОЕ СООТНОШЕНИЕ

Решение системы уравнений (1)–(4) ищем в виде прогрессивных волн для возмущений $\varphi' = \rho', p', T'$ [1]:

$$\varphi' = A_\varphi \exp[i(K_* r - \omega t)], \quad (5)$$

$$\varphi' = A_\varphi H_0^{(1)}(K_* r) \exp[-i\omega t], \quad (6)$$

$$\varphi' = \frac{A_\varphi}{r} \exp[i(K_* r - \omega t)]. \quad (7)$$

Здесь i – мнимая единица, ω – частота возмущения, K_* – комплексное волновое число, A_φ – амплитуда, $H_0^{(1)}$ – функция Ханкеля. Для плоских

волн ϕ' имеет вид (5), для цилиндрических – (6) и для сферических – (7).

Решая систему уравнений (1)–(4) с помощью выражений (5)–(7) аналогично [18, 20], получим дисперсионное соотношение, которое справедливо как для плоских, так и для цилиндрических и сферических волн и имеет следующий вид:

$$\left(\frac{C_1 K_*}{\omega}\right)^2 = V(\omega)D(\omega), \tag{8}$$

$$V(\omega) = 1 + m_d \left\langle \frac{1}{1 - i\omega\tau_{vd}^*} \right\rangle_d + \sum_{j=1}^M m_j \left\langle \frac{1}{1 - i\omega\tau_{vj}^*} \right\rangle_j,$$

$$D(\omega) = 1 + (\gamma_1 - 1) \frac{m_d m_d^0 (H_2 - k_V \bar{R}_V \gamma_1 (\bar{R}_V \bar{c}_1 H_3 - 2\bar{l}_0 H_1) - M_{1d} (LH_1^2 + H_2 H_3)) + (1 - M_{1d} H_3) t_b}{1 + m_d m_d^0 (H_2 - \bar{R}_V (1 - \bar{R}_V k_V) H_3 - M_{2d} (LH_1^2 + H_2 H_3)) + (1 - M_{2d} H_3) t_b},$$

$$M_{1d} = \bar{c}_1 \bar{R}_V (\gamma_1 - 1 + \bar{R}_V k_V) m_d m_d^0,$$

$$M_{2a} = m_d m_d^0 \bar{R}_V (1 - \bar{R}_V k_V), \quad m_d^0 = \frac{\rho_{10}^0}{\rho_{2d}^0},$$

$$\bar{R}_V = \frac{R_V}{R_{10}}, \quad \bar{l}_0 = \frac{l_0}{C_1^2},$$

$$H_1 = \langle eZ \rangle_d, \quad H_2 = \langle (e_{1d} - Le)Z \rangle_d,$$

$$H_3 = \left\langle e \left(1 - e_{1d} m_d m_d^0 \tau_{T1d}^* i\omega \right) Z \right\rangle_d,$$

$$t_b = \sum_{j=1}^M m_j m_j^0 \left\langle \frac{e_{1j}}{1 - e_{1j} t_{ej}} \right\rangle_j,$$

$$Z = \left[1 - m_d m_d^0 \tau_{T1d}^* i\omega (e_{1d} - eL) \right]^{-1},$$

$$e_{1d} = \frac{c_{p2d}}{m_d^0 c_{p1}} \frac{1}{1 - i\omega \tau_{T2d}^*},$$

$$e = \frac{1}{i\omega (\tau_{\beta d} + \tau_{k1d}^*)},$$

$$L = \gamma_1 (\gamma_1 - 1) k_V \bar{l}_0^2, \quad e_{1j} = \frac{c_{p2j}}{c_{p1} m_j^0} \frac{1}{1 - i\omega \tau_{T2j}^*},$$

$$t_{ej} = m_j m_j^0 i\omega \tau_{T1j}^*,$$

$$m_j^0 = \frac{\rho_{10}^0}{\rho_{2j}^0}, \quad j = \overline{1, M}, \quad \bar{c}_1 = \frac{1}{\gamma_1 - 1},$$

$$\langle h \rangle_n = \frac{1}{\rho_{20}^0 \Delta R_n} \int N_n^0(R_n) g_n^0(R_n) h_n dR_n, \quad n = d, 1, \dots, M.$$

Здесь $\langle h \rangle$ – оператор осреднения, τ_v – время релаксации скоростей фаз при квазистационарном обтекании частиц газом (τ_v^* – его комплексный аналог), $\tau_{\mu 1}$ – характерное время установления квазистационарного распределения скорости в газообразной фазе, $\tau_{\beta d}$ – характерное время выравнивания парциальных давлений пара на межфазной границе, τ_{k1d}^* – комплексное время релаксации парциального давления пара, τ_d – характерное время установления квазистационарного распределения концентрации пара, τ_{Tj} – время релаксации температуры в j -й фазе (τ_{Tj}^* – его комплексный аналог); $\tau_{\lambda lk}$ – характерное время проникновения возмущения температуры от поверхности включения в j -ю фазу [1, 2].

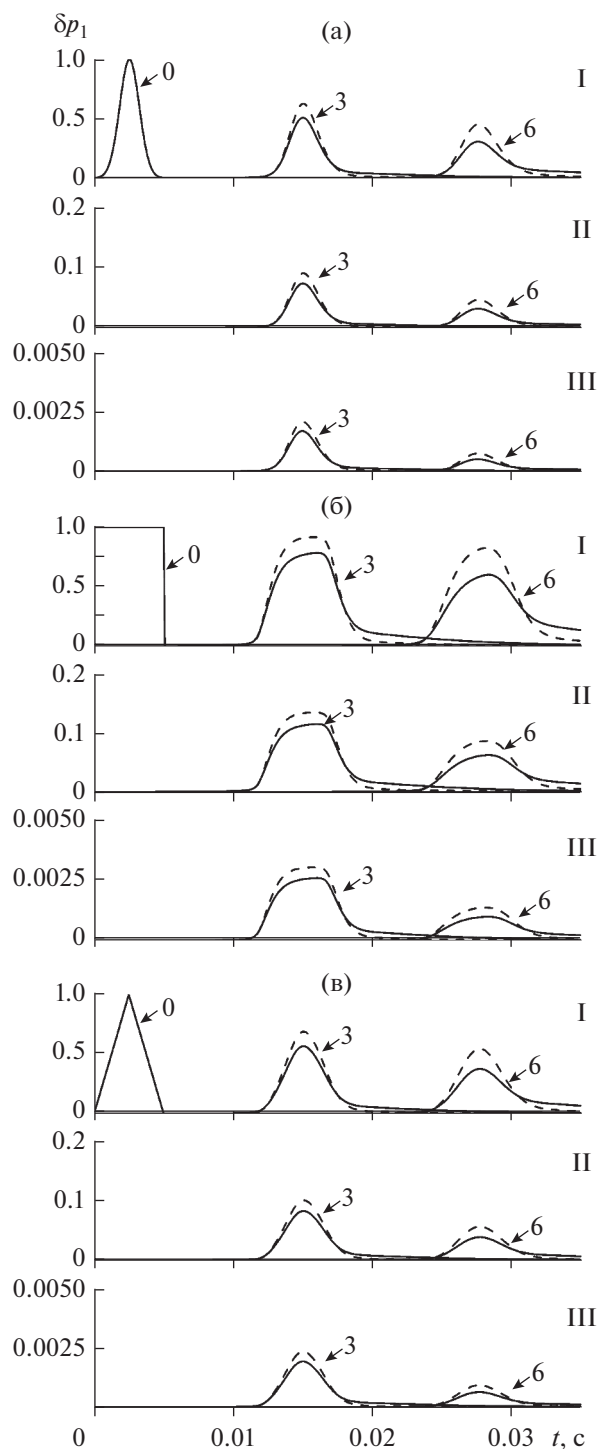
РЕЗУЛЬТАТЫ РАСЧЕТОВ

Рассмотрим распространение импульсного возмущения давления различной формы в полидисперсной смеси воздуха с паром, каплями воды, частицами песка и алюминия при температуре $T_0 = 327$ К, давлении $p_{10} = 0.1$ МПа и начальной концентрации пара $k_V = 0.1$. Расчеты проведены с помощью дисперсионного соотношения (8) по методике, изложенной в работе [2], с использованием подпрограммы быстрого преобразования Фурье [22]. Расчетные профили построены на расстоянии 3 и 6 м от места инициирования импульса, параметры смеси приведены в таблице.

Стоит отметить, что дисперсионное соотношение (8) получено для малых объемных содержаний

Параметры смеси

Дисперсная фаза смеси	m	$\Delta R, \text{ м}$	$N^0(R)$
Капли воды	$m_d = 0.1$	$R_d \in [10^{-6}, 10^{-5}]$	$N_d^0(R_d) = R_d^{-3}$
Частицы песка	$m_b = 0.1$	$R_b \in [10^{-5}, 10^{-4}]$	$N_b^0(R_b) = R_b^{-3}$
Частицы алюминия	$m_c = 0.1$	$R_c \in [10^{-7}, 10^{-6}]$	$N_c^0(R_c) = R_c^{-3}$



Влияние фазовых превращений на эволюцию импульса давления типа гауссовой кривой (а), прямоугольной формы (б), треугольной формы (в) в парогазовой смеси с полидисперсными каплями воды, частицами песка и алюминия для случаев плоской – I, цилиндрической – II и сферической волн – III.

$\alpha_{2j} \ll 1$, однако массовое содержание дисперсной фазы может при этом быть достаточно большим ($m_2 \gg 1$). Диапазоны размеров включений

каждой фракции выбраны так, чтобы они различались между собой на порядок.

На рисунке проиллюстрировано влияние фазовых превращений на распространение импульса давления в форме гауссовой кривой (а), в прямоугольной (б) и в треугольной форме (в) в парогазовой смеси с полидисперсными каплями воды, частицами песка и алюминия. Сплошные линии соответствуют результатам расчетов с учетом фазовых превращений, штриховые – без учета.

Фазовые превращения оказывают существенное влияние на интенсивность затухания и на эволюцию импульса давления при разных формах начального импульса. Импульс давления затухает сильнее как в плоском, так и в цилиндрическом и сферическом случаях. Отметим, что импульс давления прямоугольной и треугольной формы при распространении теряет свою изначальную форму.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Показано влияние фазовых превращений на распространение импульса давления различной начальной формы в парогазовой смеси с полидисперсными каплями воды, частицами песка и алюминия. Установлено, что учет фазовых превращений приводит не только к более сильному затуханию импульса давления всех рассматриваемых форм как в плоском, так и в сферическом и цилиндрическом случаях, но и к более значительному изменению первоначальной формы.

Исследование выполнено за счет гранта Российского научного фонда (проект № 20-11-20070).

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Нигматуллин Р.И. Динамика многофазных сред. М.: Наука, 1987. 464 с.
2. Губайдуллин Д.А. Динамика двухфазных парогазо-капельных сред. Казань: Изд-во Казан. матем. общ-ва, 1998. 154 с.
3. Temkin S. Suspension Acoustics: An Introduction to the Physics of Suspensions. N.Y.: Cambridge Univ. Press, 2005. 418 p.
4. Вараксин А.Ю. Гидрогазодинамика и теплофизика двухфазных потоков: проблемы и достижения (обзор) // ТВТ. 2013. Т. 51. № 3. С. 421.
5. Вараксин А.Ю. Обтекание тел дисперсными газовыми потоками // ТВТ. 2018. Т. 56. № 2. С. 282.
6. Вараксин А.Ю. Столкновения частиц и капель в турбулентных двухфазных потоках // ТВТ. 2019. Т. 57. № 4. С. 588.
7. Вараксин А.Ю. Анализ механизмов влияния макро-, микро- и наночастиц на энергию турбулентности несущего газа // ТВТ. 2021. Т. 51. № 4. С. 527.
8. Davidson G.A. Sound Propagation in Fogs // J. Atmos. Sci. 1975. V. 32. № 11. P. 2201.
9. Kandula M. Dispersion of Sound in Dilute Suspensions with Nonlinear Particle Relaxation // J. Acoust. Soc. Am. 2010. V. 127. № 3. P. EL115.

10. Cole J.E., Dobbins R.A. Measurements of the Attenuation of Sound by a Warm Air Fog // J. Atmos. Sci. 1971. V. 28. № 2. P. 202.
11. Гумеров Н.А. Длинные волны конечной амплитуды в полидисперсных газовзвесьях // ПМТФ. 1990. № 4. С. 157.
12. Гумеров Н.А., Ивандаев А.И., Нигматулин Р.И. Дисперсия и диссипация акустических волн в газовзвесьях // Докл. АН СССР. 1983. Т. 272. № 3. С. 560.
13. Губайдуллин Д.А., Ивандаев А.И. Влияние фазовых превращений на распространение звука в туманах. Сопоставление теории с экспериментом // ПМТФ. 1990. № 6. С. 27.
14. Шагапов В.Ш. О распространении малых возмущений в парогазокапельной среде // ТВТ. 1987. Т. 25. № 6. С. 1148.
15. Gubaidullin D.A., Nigmatulin R.I. On the Theory of Acoustic Waves in Polydispersed Gas–Vapor–Droplet Suspensions // Int. J. Multiphase Flow. 2000. V. 26. № 2. P. 207.
16. Губайдуллин Д.А., Терегулова Е.А., Губайдуллина Д.Д. Распространение акустических волн в многофракционных газовзвесьях // ТВТ. 2015. Т. 53. № 5. С. 752.
17. Губайдуллин Д.А., Зарипов Р.Р. Акустические волны в многофракционных газовзвесьях с полидисперсными включениями // ТВТ. 2019. Т. 57. № 3. С. 475.
18. Губайдуллин Д.А., Федоров Ю.В. Сферические и цилиндрические волны в парогазовых смесях с полидисперсными частицами и каплями // ТВТ. 2012. Т. 50. № 5. С. 659.
19. Губайдуллин Д.А. Сферические и цилиндрические волны малой амплитуды в полидисперсных туманах с фазовыми переходами // Изв. РАН. МЖГ. 2003. № 5. С. 85.
20. Губайдуллин Д.А., Зарипов Р.Р. Распространение сферических и цилиндрических волн в многофракционных полидисперсных газовзвесьях // ТВТ. 2019. Т. 57. № 4. С. 638.
21. Губайдуллин Д.А., Зарипов Р.Р. Влияние фазовых переходов на распространение акустических волн в многофракционных газовзвесьях с полидисперсными включениями // ТВТ. 2021. Т. 59. № 1. С. 133.
22. Гапов В.А. Пакет программ быстрого преобразования Фурье с приложениями к моделированию случайных процессов. Препринт № 14-76. Новосибирск: Изд-во ИТФ СО АН СССР, 1976. 19 с.