

УДК 534-13:534.23

ТЕМПЕРАТУРНОЕ ПОЛЕ ПРИ НЕЛИНЕЙНЫХ КОЛЕБАНИЯХ ГАЗА В КАНАЛЕ ПРЯМОУГОЛЬНОГО СЕЧЕНИЯ

© 2022 г. Д. А. Губайдуллин*, А. А. Кабиров**, Л. Р. Шайдуллин***, С. А. Фадеев****

Институт механики и машиностроения ФИЦ Казанский научный центр РАН, Казань, Россия

*E-mail: gubaidullin@imm.knc.ru

**E-mail: grimoruu@yandex.ru

***E-mail: liqn@mail.ru

****E-mail: fadeev@imm.knc.ru

Поступило в редакцию 01.07.2022 г.

После доработки 03.10.2022 г.

Принято к публикации 13.10.2022 г.

Исследовано влияние вынужденных колебаний газа малой интенсивности на температурное поле в канале прямоугольного сечения. Выявлено неравномерное распределение температуры вдоль боковой стенки канала при резонансе. Максимальный разогрев газа наблюдается вблизи поршня и закрытого торца, что обусловлено работой сил сжатия в пучностях давления на концах канала, образующихся в стоячей волне. Выявлено повышение средней температуры в канале с увеличением длительности эксперимента в резонансном режиме колебаний газа.

DOI: 10.31857/S0040364422050064

ВВЕДЕНИЕ

Исследование нелинейных эффектов, возникающих при вынужденных колебаниях газа в резонаторах, является актуальной задачей, имеющей важное прикладное значение при разработке термоакустических устройств. Такие устройства широко применяются для разделения газовых смесей, сжигания природного газа, в качестве тепловых насосов, термоакустических холодильников [1–5]. Основы термоакустики подробно изложены в ряде работ [1–3, 6, 7]. В [8–10] рассмотрен принцип работы и основные конструкционные особенности термоакустических двигателей и холодильников. Термоакустические явления в круглой закрытой трубе при колебаниях газа вблизи резонанса рассматриваются в [11]. В пучности скорости наблюдается охлаждение газа, при этом на концах трубы регистрируется заметный нагрев. Отмечается сильная зависимость термоакустических эффектов от числа Прандтля. В [12] исследуются акустотермические эффекты при нелинейных колебаниях газа в закрытой трубе на резонансной частоте возбуждения. В условиях перехода к ударно-волновому режиму регистрировался неравномерный тепловой поток вдоль трубы. В [13] рассматриваются особенности передачи тепла от нагретого объекта к стенкам резонансной трубы за счет колебаний газа. В [14] численно исследован режим возбуждения ударно-волнового движения газового столба в цилиндрической трубе; установлено, что профили скорости близки по форме к профилям скорости при колебательном движении в трубе несжимаемой жидкости, наблюдается прогрев газа, обусловленный интенсивностью ударной волны. В некоторых практических приложениях используют-

ся резонаторы со сложной геометрией. В частности, на практике широко распространены резонаторы прямоугольного сечения. Компактный термоакустический холодильник, позволяющий генерировать оптимальное акустическое поле в стеке за счет оригинальной архитектуры, представлен в [15]. Акустические течения играют важную роль в термоакустике, обычно являясь нежелательным механизмом конвективной передачи тепла, который снижает эффективность высокоамплитудных термоакустических устройств. В то же время передача тепла, поддерживаемая акустическими течениями [13], может найти применение в охлаждении горячих объектов, например электронных компонентов. Работа [16] посвящена изучению свойств акустических течений в резонаторах прямоугольного сечения с учетом температурной неоднородности газа. В [17] методом цифровой трассерной визуализации исследовано влияние поперечного градиента температуры на акустические течения в прямоугольном канале. Результаты показывают, что при наличии градиента температуры наблюдается деформация структуры акустических течений. Увеличение градиента температур между верхней и нижней стенками канала ведет к росту скорости акустических течений.

В данной работе проводится исследование влияния вынужденных колебаний газа малой интенсивности на температурное поле в канале прямоугольного сечения вблизи резонансной частоты.

ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНАЯ УСТАНОВКА

Исследования выполнялись на экспериментальной установке (рис. 1) на базе вибростенда I марки

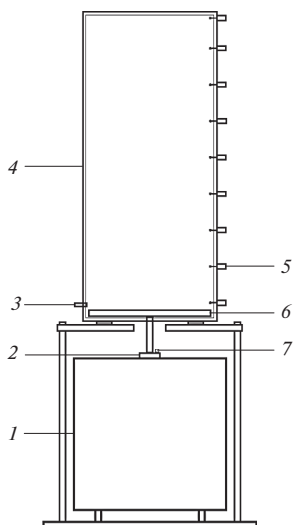


Рис. 1. Принципиальная схема экспериментальной установки: 1 – вибростенд, 2 – вибростол, 3 – датчик давления, 4 – канал, 5 – термистор, 6 – поршень, 7 – акселерометр.

ES-1-150 фирмы Dongling Vibration (Китай) с усилителем мощности и охлаждающим вентилятором. Для снижения вибрации в лабораторном помещении вибростенд располагался на пневматических амортизирующих подушках. Канал прямоугольного сечения 4 сконструирован из полиметилметакрилатных плит толщиной 0.01 м, что позволяет гарантировать прочность и надежность конструкции. Канал однородного поперечного сечения располагался в вертикальном положении. В основании канала на стол виброгенератора 2 устанавливался плоский поршень 6 с площадью, равной поперечному сечению канала, и толщиной 0.015 м, который двигался по синусоидальному закону с частотой f и амплитудой l . Верхняя часть канала герметично закрывалась пластиной. Высота канала от поршня до пластины составляла $L = 0.925$ м, поперечным сечением канала являлся квадрат со стороной 0.4 м. Таким образом, параметры эксперимента удовлетворяют условию возбуждения плоских волн.

Управление виброгенератором выполнялось с помощью IEPЕ-акселерометра 7 AP2037-100 фирмы Глобал Тест (Россия) и контроллера VENZO 880 фирмы DynaTronic Corporation (Китай) посредством специального программного обеспечения. Для экспериментального определения резонансной частоты канала использовался пьезоэлектрический датчик давления 3 модели 8530С-15 фирмы Bruel & Kjaer (Дания), который был расположен на боковой стенке канала вблизи поршня. Сигнал с датчика передавался через трехканальный мостовой усилитель напряжения на цифровой осциллограф. Эксперименты проводились в воздухе при нормальных условиях и температуре 293 К.

Для измерения температуры использовались термисторы 5 модели B57861-S 103-F40, распо-

женные вдоль стенки канала через 0.1 м друг от друга и на расстоянии 5 мм от поверхности. Термисторы представляли собой температурно-зависимые резисторы, сопротивление которых уменьшается при повышении температуры. Они чаще всего используются для прецизионного измерения температуры в автомобильной, бытовой и промышленной электронике, в системах связи. Термисторы имеют высокую точность и стабильность показаний в широком диапазоне температур.

Для определения температуры на участке канала используется следующая формула [12]:

$$T_1 = \left(\frac{1}{B} \ln \frac{R_1}{R_2} + \frac{1}{T_2} \right)^{-1}, \quad (1)$$

где R_1 – сопротивление термистора при температуре T_1 , R_2 – номинальное сопротивление термистора при нормальной температуре T_2 , B – коэффициент температурной чувствительности. Погрешность измерения определяется погрешностью коэффициента температурной чувствительности B (1%) и погрешностью сопротивления термистора при измеряемой температуре R_2 (1%), тогда, исходя из формулы (1) для расчета температуры, погрешность для рассматриваемого диапазона температур – не более 0.08%.

ОСНОВНЫЕ УРАВНЕНИЯ

Колебания совершенного газа в резонаторе могут быть описаны системой уравнений сохранения импульса, массы и энергии [18, 19]

$$\rho \frac{\partial \mathbf{u}}{\partial t} + (\mathbf{u} \cdot \nabla) \mathbf{u} = \nabla \cdot (-p\mathbf{I} + \sigma), \quad (2)$$

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho \mathbf{u}) = 0, \quad (3)$$

$$\rho c_p \left(\frac{\partial T}{\partial t} + (\mathbf{u} \cdot \nabla) T \right) - \left(\frac{\partial p}{\partial t} + (\mathbf{u} \cdot \nabla) p \right) = \nabla \cdot (\lambda \nabla T) + \sigma : \nabla \mathbf{u}, \quad (4)$$

где \mathbf{u} – вектор скорости, p – давление, ρ – плотность газа, \mathbf{I} – единичный тензор, σ – вязкий тензор напряжений, T – температура, c_p – удельная теплоемкость при постоянном давлении, λ – коэффициент теплопроводности. Вязкий тензор напряжений имеет вид [16, 20]

$$\sigma = \mu \left[\nabla \mathbf{u} + (\nabla \mathbf{u})^T \right] + \left(\zeta - \frac{2}{3} \mu \right) (\nabla \cdot \mathbf{u}) \mathbf{I},$$

где μ , ζ – динамическая и объемная вязкости. Связь плотности, давления и температуры описывается уравнением состояния

$$p = \rho R T. \quad (5)$$

Система уравнений (2)–(5) решается методом последовательных приближений, когда переменные могут быть записаны в виде разложения

$$\mathbf{u} = \mathbf{u}_0 + \bar{\mathbf{u}}_1, \quad p = p_0 + \bar{p}_1, \quad (6)$$

$$\rho = \rho_0 + \bar{\rho}_1, \quad T = T_0 + \bar{T}_1,$$

где индекс соответствует номеру приближения. Так, индекс 1 – первое (акустическое) приближе-

ние. Подставляя соотношения (6) в уравнения (2)–(5) и отбрасывая члены второго порядка малости, в отсутствие среднего потока ($\mathbf{u}_0 = 0$) получаем [21]

$$\frac{\partial \bar{p}_1}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho_0 \bar{\mathbf{u}}_1) = 0, \quad (7)$$

$$\rho_0 \frac{\partial \bar{\mathbf{u}}_1}{\partial t} = \nabla \cdot \left\{ -\bar{p}_1 \mathbf{I} + \mu \left[\nabla \bar{\mathbf{u}}_1 + (\nabla \bar{\mathbf{u}}_1)^T \right] - \mu \left(\frac{2}{3} - \frac{\zeta}{\mu} \right) (\nabla \cdot \bar{\mathbf{u}}_1) \mathbf{I} \right\}, \quad (8)$$

$$\rho_0 c_p \left(\frac{\partial \bar{T}_1}{\partial t} + (\bar{\mathbf{u}}_1 \cdot \nabla) T_0 \right) - \left(\frac{\partial \bar{p}_1}{\partial t} + (\bar{\mathbf{u}}_1 \cdot \nabla) p_0 \right) = \nabla \cdot (\lambda \nabla \bar{T}_1), \quad (9)$$

$$\bar{p}_1 = \rho_0 \left(\frac{\bar{p}_1}{p_0} - \frac{\bar{T}_1}{T_0} \right). \quad (10)$$

Уравнения (7)–(10) могут быть использованы для расчета акустических характеристик волнового поля. Предполагая гармонический характер колебаний газа, переменные волнового поля можно представить в виде

$$\bar{\varphi}_1 = \varphi_1 e^{i\omega t}, \quad (11)$$

где φ_1 – амплитуда колебаний.

Подставив (11) в систему уравнений (7)–(10), в отсутствие градиентов давления и температуры в невозмущенной среде получаем [19]

$$i\omega \rho_1 + \nabla \cdot (\rho_0 \mathbf{u}_1) = 0, \quad (12)$$

$$i\omega \rho_0 \mathbf{u}_1 = \nabla \cdot \left\{ -p_1 \mathbf{I} + \mu \left[\nabla \mathbf{u}_1 + (\nabla \mathbf{u}_1)^T \right] - \left(\frac{2\mu}{3} - \zeta \right) (\nabla \cdot \mathbf{u}_1) \mathbf{I} \right\}, \quad (13)$$

$$i\omega \rho_0 c_p T_1 = i\omega p_1 + \nabla \cdot (\lambda \nabla T_1), \quad (14)$$

$$\rho_1 = \rho_0 \left(\frac{p_1}{p_0} - \frac{T_1}{T_0} \right). \quad (15)$$

На стенках канала задавалось условие прилипания ($\mathbf{u}_1 = 0$) и изотермическое граничное условие ($T_1 = 0$). На поршне принималось условие вибрирующей стенки $u_{1x} = \omega l$. Скорость колебаний поршня имеет ненулевую только x -компоненту в соответствии с условиями эксперимента. Количественные значения величин μ , ζ , c_p , λ представлены в таблице.

Уравнения (12)–(15) решались численно методом конечных элементов [22] в двумерной постановке задачи [23, 24]. Общее количество четырехугольных элементов сетки составило 7196. Расчетная сетка была построена для правильного

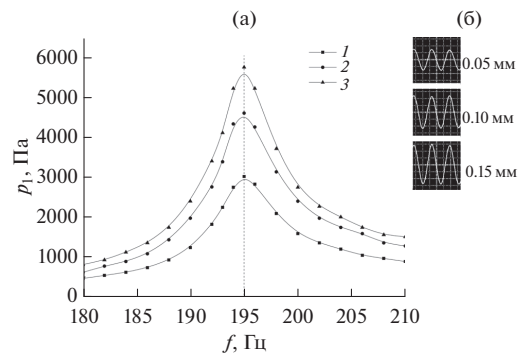


Рис. 2. Амплитудно-частотные характеристики колебаний давления газа: линии – сплайн-аппроксимация (а): 1 – $l = 0.05$ мм, 2 – 0.1, 3 – 0.5; осциллограммы колебаний (б) в канале вблизи резонанса $f_1 = 195$ Гц (числа – значения l).

разрешения пограничного слоя вдоль стенок, когда 40 элементов сетки с регулярным интервалом дискретизировали четырехкратную толщину акустического пограничного слоя. Проверена независимость результатов расчетов от плотности сетки.

РЕЗУЛЬТАТЫ И ОБСУЖДЕНИЕ

На рис. 2 приводятся экспериментальные данные для амплитуды колебаний давления газа вблизи резонансной частоты возбуждения $f_1 = 195$ Гц при амплитудах колебаний поршня $l = 0.05–0.15$ мм. На осциллограммах колебаний газа (рис. 2б) наблюдается слабая нелинейность и форма волны давления сохраняет непрерывный, близкий к гармоническому вид.

На основе полученных экспериментальных данных рассчитаны изменения температуры в канале прямоугольного сечения:

$$\Delta T = T_g - T_0,$$

где T_g – температура газа, измеряемая термистором; T_0 – начальная температура газа.

На рис. 3 приведены результаты измерения температуры вдоль боковой стенки канала в установившемся режиме резонансных колебаний газа и расчета распределения амплитуд колебаний давления и скорости газа. Длительность проводимых экспериментов составляла $\tau = 150, 300, 600$ с. Видно, что температура вдоль канала распределена немонотонно. Вблизи концов канала наблюдается максимальный разогрев газа (до $\Delta T = 0.144$ К для $\tau = 600$ с), в центре канала изменения температуры имеют наименьшие значения для всех τ . Разогрев газа вблизи торцов канала обусловлен работой сил сжатия. Так, результаты экспериментальных измерений и расчетов (рис. 3) показывают наличие пучностей давления на торцах канала, что характерно для полуволнового резонатора. Здесь $p_1^* = p_1/p_{\max}$, $u_1^* = u_1/u_{1\max}$, p_{\max} , $u_{1\max}$ – максимальные значения амплитуд колебаний давления и скорости. Аналогичные результаты получены в круглой закрытой трубе в ударно-волновом

Количественные значения параметров модели

μ , Па с	18.13×10^{-6}
ζ , Па с	10.88×10^{-6}
c_p , Дж/(кг К)	1005.4
λ , Вт/(м К)	2.58×10^{-2}

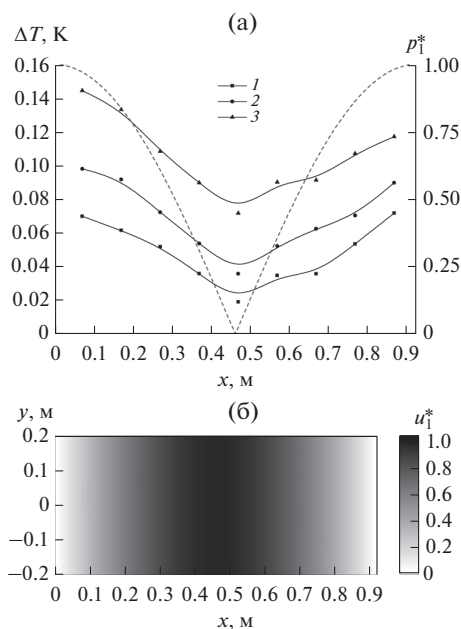


Рис. 3. Распределения температуры вдоль боковой стенки при частоте 195 Гц для амплитуды колебаний поршня 0.15 мм: точки – экспериментальные данные, сплошные линии – сплайн-аппроксимация при $\tau = 150$ с (1), 300 (2), 600 (3); безразмерной амплитуды колебаний давления (штриховая линия) (а) и пространственное распределение безразмерной амплитуды колебаний скорости газа в канале (б).

режиме вблизи резонанса, когда наблюдается нагрев по всей длине резонатора с минимумом в центральной части трубы [11]. На рис. 3б представлено пространственное распределение амплитуды колебаний скорости газа. В связи с тонким акустическим пограничным слоем (в сравнении с поперечными размерами резонатора) в канале наблюдается плоская волна скорости газа. В двумерных углах – течение газа без особенностей.

Максимальный разогрев происходит при $\tau = 600$ с, когда перепад температур между торцом и центром канала составляет 0.073 К. С увеличением продолжительности эксперимента растет среднее значение температуры в канале.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Экспериментально получены амплитудно-частотные характеристики колебаний газа вблизи резонансной частоты возбуждения в канале прямоугольного сечения. При резонансных колебаниях газа устанавливается неоднородное температурное поле вдоль канала. Максимум температуры наблюдается вблизи поршня и закрытого торца, минимум – в центре канала. Продольный профиль температуры соответствует распределению амплитуды колебаний давления газа вдоль канала, которое характерно для полуволнового резонатора. Таким образом, нагрев газа вблизи поршня и закрытого торца обусловлен работой сил сжатия.

С увеличением длительности эксперимента τ наблюдается рост средней температуры газа в канале.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Rott N. Thermoacoustics // Adv. Appl. Mech. 1980. V. 20. P. 135.
2. Swift G.W. Thermoacoustics. Cham: Springer Cham, 2017. 326 p.
3. Tominaga A. Thermodynamic Aspects of Thermoacoustic Theory // Cryogenics. 1995. V. 35. P. 427.
4. Swift G.W. Thermoacoustic Engines // J. Acoust. Soc. Am. 1988. V. 84. P. 1145.
5. Hariharan N.M., Sivashanmugam P. CFD Simulation of Twin Thermoacoustic Prime Mover for Binary Gas Mixtures // High Temp. 2018. V. 56. № 2. P. 309.
6. Rott N. Damped and Thermally Driven Acoustic Oscillations in Wide and Narrow Tube // Z. Angew. Math. Phys. 1969. V. 20. P. 230.
7. Rott N. Thermally Driven Acoustic Oscillations. Part III: Second-order Heat Flux // Z. Angew. Math. Phys. 1975. V. 26. P. 43.
8. Swift G.W. Thermoacoustic Engines and Refrigerators // Physics Today. 1995. V. 48. P. 22.
9. Tijani M.E.H., Zeegers J.C.H., De Waele A.T.A.M. Construction and Performance of a Thermoacoustic Refrigerator // Cryogenics. 2002. V. 42. P. 59.
10. Bouramdane Z., Bah A., Martaj N., Alaoui M. Thermoacoustic Effect under the Influence of Resonator Curvature // Lecture Notes in Electrical Engineering. 2019. V. 519. P. 164.
11. Merkli P., Thomann H. Thermoacoustic Effects in a Resonance Tube // J. Fluid Mech. 1975. V. 70. P. 161.
12. Kabirov A.A., Shaidullin L.R. Distribution of the Heat Flux on the Axis in a Uniform Closed Tube with Highly Non-Linear Resonant Gas Oscillations // J. Phys.: Conf. Ser. 2021. V. 1923. 012014.
13. Mozurkewich G. Heat Transport by Acoustic Streaming within a Cylindrical Resonator // Appl. Acoust. 2002. V. 63. P. 713.
14. Булович С.В., Виколаинен В.Э. Ударно-волновое течение газа в замкнутой цилиндрической трубе, вызванное гармоническими колебаниями поршня // Письма в ЖТФ. 2008. Т. 34. № 10. С. 88.
15. Poignand G., Lihoreau B., Lotton P., Gaviot E., Bruneau M., Gusev V. Optimal Acoustic Fields in Compact Thermoacoustic Refrigerators // Appl. Acoust. 2007. V. 68. P. 642.
16. Cervenka M., Bednarik M. Effect of Inhomogeneous Temperature Fields on Acoustic Streaming Structures in Resonators // J. Acoust. Soc. Am. 2017. V. 141. P. 4418.
17. Nabavi M., Siddiqui K., Dargahi J. Effects of Transverse Temperature Gradient on Acoustic and Streaming Velocity Fields in a Resonant Cavity // Appl. Phys. Lett. 2008. V. 93. 051902.
18. Ландау Л.Д., Лифшиц Е.М. Теоретическая физика. Т. 6. Гидродинамика. М.: Наука, 1988. 736 с.
19. Lautrup B. Physics of Continuous Matter, Second Edition: Exotic and Everyday Phenomena in the Macroscopic World. Boca Raton: CRC Press, 2011. 696 p.
20. Шарфарец Б.П., Шарфарец Е.Б., Князьков Н.Н., Пашовкин Т.Н. Некоторые особенности численного решения задач термоупругости и гидродинамики теплопроводящей сжимаемой вязкой жидкости с помощью универсальных пакетов // Научное приборостроение. 2016. Т. 26. № 3. С. 57.
21. Shaidullin L., Fadeev S. Acoustic Gas Oscillations in a Cubic Resonator with a Throat Under Small Perturbations // Appl. Acoust. 2022. V. 192. 108758.
22. Zienkiewicz O.C., Taylor R.L., Nithiarasu P. The Finite Element Method for Fluid Dynamics. 7th ed. UK: Butterworth-Heinemann, 2014. 544 p.
23. Osipov P.P., Nasyrov R.R. Resonance Curve in Rectangular Closed Channel // Lobachevskii J. Math. 2020. V. 41. P. 1283.
24. Hamilton M.F., Ilinskii Y.A., Zabolotskaya E.A. Acoustic Streaming Generated by Standing Waves in Two-dimensional Channels of Arbitrary Width // J. Acoust. Soc. Am. 2003. V. 113. P. 153.