

УДК 536.245.022

## МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ПРОЦЕССА ТЕПЛОМАССОБМЕНА В КОМПОЗИЦИОННЫХ МАТЕРИАЛАХ В УСЛОВИЯХ ПОЖАРА

© 2023 г. Д. П. Касымов, В. В. Перминов, А. А. Шевлякова, А. С. Якимов\*

*Национальный исследовательский Томский государственный университет, Томск, Россия*

*\*E-mail: yakimovas@mail.ru*

Поступила в редакцию 17.01.2022 г.

После доработки 29.03.2022 г.

Принята к публикации 07.06.2022 г.

На базе теоретических и известных экспериментальных результатов приведена уточненная математическая модель термохимического разрушения многослойного композиционного материала. Учет перетекания тепла поперек тела дает более точный прогноз состояния защищаемой деревянной конструкции в условиях пожара. Проведено сопоставление результатов численных расчетов с известными данными.

DOI: 10.31857/S0040364423010155

### ВВЕДЕНИЕ

Изготовление декоративных конструкций в промышленности предъявляет к строительным материалам (СМ) дополнительные технические требования. Этим требованиям в наибольшей мере отвечают легкие пористые металлы, древесина, полимерные материалы.

Однако эти материалы чувствительны к высоким температурам и воздействию огня. Например, некоторые конструкции из легированной стали деформируются и теряют устойчивость и несущую способность через 15 мин интенсивного воздействия на них пожара или огневых испытаний [1]. Некоторые пористые металлы быстро прогреваются и теряют свои прочностные свойства при 500–700 К (древесина горит при 470 К) и выделяют значительное количество дыма и токсичных веществ [1].

Вспучивающиеся огнезащитные покрытия (ВОП) применяются для защиты от пожаров во многих областях техники: в строительстве, автомобилях, кораблях, летательных аппаратах. Самое широкое распространение среди отечественных ВОП нашли составы типа СГК-1, ВПМ-2, ОВР-1, 336-11-88 [2–4]. Их основное преимущество связано со значительным (в 20–40 раз) увеличением толщины защитного слоя при нагреве и образовании пористой структуры (пенококса) низкой теплопроводности.

В отечественной и доступной зарубежной литературе имеется небольшое число работ (обзор в [5]), посвященных моделированию тепломассопереноса в системах подобного вида [6–10]. В [6, 10] модель учитывает много процессов: выделение и поглощение теплоты при пиролизе и испа-

рении, изменение объема, разрушение материала при вспучивании. Поэтому математическая модель только для слоя ВОП включает много нелинейных уравнений в частных производных. Более простая математическая модель на базе экспериментальных результатов [7] разработана в [9] и апробирована в [11] для расчета тепловой защиты многослойных контейнеров при пожаре. Модель положительно зарекомендовала себя при расчете прогрева конструкции в условиях лабораторных и стендовых испытаний [9, 11].

В данной статье на основе моделей [11–13] исследуется тепловой режим древесины, входящей в многослойную конструкцию и защищенной от пожара ВОП (СКГ-1 [3]).

### ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ

Схема расположения слоев конструкции (таблетки внутри окантовки) в цилиндрической системе координат  $(z, r)$  показана на рис. 1. Первый теплоизоляционный слой (подложка) выполнен из низкотеплопроводного материала (асбестоцемент). В качестве второго композиционного материала выступает древесина. Наконец, третий слой (облицовка) – вспучивающееся покрытие СГК-1.

Тепловые процессы в недеформируемом втором слое – древесине – и деформируемом третьем слое огнезащиты при нагреве рассматриваются в рамках сопряженной математической модели нестационарного тепломассопереноса [11]. ВОП моделируется проницаемой многофазной однотемпературной (в силу невысоких температур  $T_3 < 1200$  К) реагирующей средой, содержащей конденсирован-



Рис. 1. Схема теплообмена тела с внешней средой.

ную и газовую фазы. При нагревании происходит потеря массы материала, и предполагается, что его расширение происходит необратимо и одномерно по координате  $z$ . В работах [9, 11] показано, что такой процесс разрушения ВОП с хорошей точностью отвечает реальному процессу.

Однако в данной статье в отличие от [9, 11] предполагается учет распространения тепла кондукцией по поперечной координате  $r$  [8]. Учет переноса тепла кондукцией по  $r$  имеет место и при моделировании тепломассообмена в древесине [12], подложке и окантовке.

Математически сформулированная выше задача с учетом сделанных допущений для третьего слоя (ВОП) в лагранжевой системе координат  $(s, r, t)$  (вспучивание происходит только вдоль оси  $z$ ) имеет вид [9, 11, 13].

$$\rho_0 \frac{\partial \bar{m}}{\partial t} + \frac{\partial G}{\partial s} = 0, \quad s \in (S_1, z_1(t, r)), \quad (1)$$

$$S_1 = L_1 + L_2, \quad r \in (0, r_3), \quad 0 < t \leq t_k,$$

$$(\rho c_p)_{ef} \frac{\partial T_3}{\partial t} + \frac{G c_{pg}}{f} \frac{\partial T_3}{\partial s} = \frac{1}{f} \frac{\partial}{\partial s} \left( \frac{\lambda_{3,\parallel}}{f} \frac{\partial T_3}{\partial s} \right) + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left( r \lambda_{3,\perp} \frac{\partial T_3}{\partial r} \right) + \frac{\rho_0 Q}{f} \frac{\partial \bar{m}}{\partial t}, \quad (2)$$

$$s \in (S_1, z_1(t, r)), \quad r \in (0, r_3), \quad 0 < t \leq t_k; \quad (3)$$

$$\frac{\partial \bar{m}}{\partial t} = -k(\bar{m} - \bar{m}_*) \exp\left(-\frac{E}{RT_3}\right), \quad 0 < t \leq t_k;$$

$$(\rho c_p)_{ef} = (\rho c_p \Phi)_T + (\rho c_p \Phi)_g,$$

$$c_{pg} = b_1 + b_2 T_3, \quad z(t, r) = \int_{S_1}^s f(t, r, y) dy, \quad f = 1 + \theta, \quad (4)$$

$$\theta = \frac{\Delta z}{L_3}, \quad \Delta z = z_1 - L_3, \quad \bar{m} = \frac{\Delta m}{m_0},$$

$$\Phi_T = \frac{\rho_0 \bar{m}}{\rho_T f}, \quad \lambda_{3,\parallel} = (\lambda \Phi)_T + \Phi_g (\lambda_R + \lambda_g),$$

$$\Delta m = m_0 - m, \quad \Phi_g = 1 - \Phi_T, \quad \lambda_R = 2 \varepsilon_R^2 \sigma d_0 f T_3^3,$$

$$(\lambda_{3,\perp})^{-1} = \Phi_T / \lambda_T + \Phi_g / (\lambda_g + \lambda_R); \quad (5)$$

$$z_1(t, r) = \int_{S_1}^{S_2} f(t, r, y) dy, \quad S_2 = L_1 + L_2 + L_3.$$

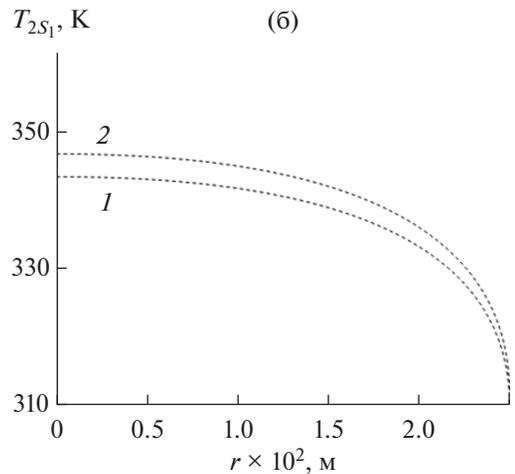
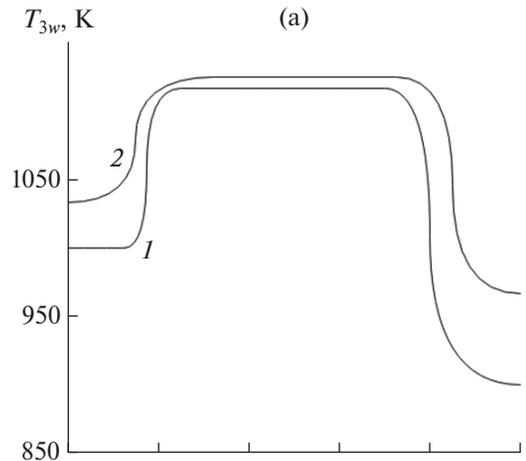


Рис. 2. Распределения температуры поверхности ВОП (а) и композиционного материала (б) в двумерной постановке по пространству; обозначения – см. рис. 1.

При написании системы уравнений, выражающих законы сохранения массы, количества движения и энергии, считается, что конденсированная фаза древесины в процессе горения состоит из четырех компонентов: исходного сухого материала, воды, конденсированного продукта пиролиза (угля) и продукта горения угля – золы.

Предполагается, что в проницаемой древесине течения газовой фазы поперек второго слоя нет:  $v_r = 0$ . Это связано с отсутствием градиента давления при  $r = 0, r = r_3, (v_0 = 0, v_{r_3} = 0)$  и слабым изменением давления ( $P \approx P_0$ ) в силу низких температур  $T_2 < 350$  К (рис. 2б). Тогда при отсутствии уравнений диффузии концентраций компонент из-за низких температур и однотемпературного  $T_2 \leq 500$  К (рис. 3б) пористого второго слоя (СМ) составной таблетки уравнения сохранения при  $v_z = v$  имеют вид [12, 14]

$$\frac{\partial \rho_5 \Phi_5}{\partial t} + \frac{\partial (\rho_5 \Phi_5 v)}{\partial z} = Y, \quad (6)$$

$$v = -\frac{\xi}{\mu} \frac{\partial P}{\partial z}, \quad (7)$$

$$\sum_{i=1}^4 c_{is} \rho_{is} \Phi_i \frac{\partial T_2}{\partial t} + \rho_5 \Phi_5 c_{p5} \frac{dT_2}{dt} = \frac{\partial}{\partial z} \left( \lambda_{1s} \frac{\partial T_2}{\partial z} \right) + \frac{\partial}{\partial r} \left( r \lambda_{2s} \frac{\partial T_2}{\partial r} \right) + \sum_{i=1}^4 q_{is} R_{is}; \quad (8)$$

$$\rho_{1s} \frac{\partial \Phi_1}{\partial t} = -R_{1s}, \quad \rho_{2s} \frac{\partial \Phi_2}{\partial t} = -R_{2s}, \quad \rho_{3s} \frac{\partial \Phi_3}{\partial t} = -R_{3s}, \quad \rho_{4s} \frac{\partial \Phi_4}{\partial t} = R_{4s}, \quad (9)$$

$$c_{p5} = b_1 + b_2 T_2, \quad \xi = \frac{\xi_* \Phi_5^3}{(1 - \Phi_5)^2}, \quad \xi_* = \frac{d_p^2}{120}, \quad (10)$$

$$\Phi_5 = 1 - \sum_{i=1}^4 \Phi_i, \quad M^{-1} = \sum_{\alpha=1}^N \frac{c_\alpha}{M_\alpha}, \quad P = \frac{\rho_5 R T_2}{M}.$$

Наконец, уравнения теплопроводности в изоляторе (асбестоцементе) и окантовке записываются так

$$(\rho c)_{ac} \frac{\partial T_1}{\partial t} = \lambda_{ac} \frac{\partial^2 T_1}{\partial z^2} + \frac{\lambda_{ac}}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left( r \frac{\partial T_1}{\partial r} \right), \quad (11)$$

$$z \in (0, L_1), \quad r \in (0, r_4), \quad 0 < t \leq t_k;$$

$$(\rho c)_{ok} \frac{\partial T_4}{\partial t} = \lambda_{ok} \frac{\partial^2 T_4}{\partial z^2} + \frac{\lambda_{ok}}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left( r \frac{\partial T_4}{\partial r} \right), \quad (12)$$

$$z \in (L_1, L_1 + L_4), \quad r \in (r_3, r_4), \quad 0 < t \leq t_k.$$

Система уравнений (1)–(3), (6)–(9), (11), (12) решается с учетом следующих начальных и граничных условий:

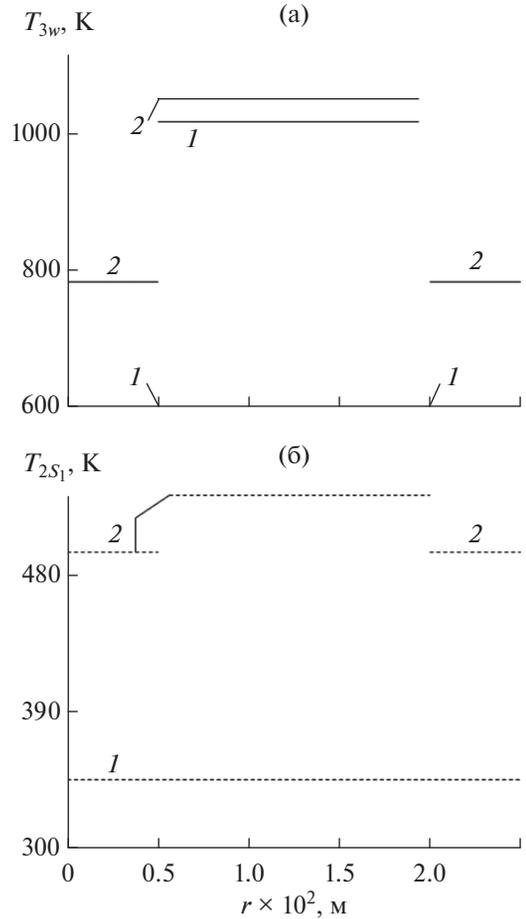


Рис. 3. Зависимости температуры поверхности ВОП – сплошные кривые (а) и древесина – штриховые линии (б) для  $t = t_k$  без учета перетекания тепла по поперечной координате  $r$ : 1 –  $Q = 0$ , 2 –  $Q \neq 0$ .

$$T_i|_{t=0} = T_0, \quad \Phi_i|_{t=0} = \Phi_{i,0}, \quad i = 1, 4; \quad (13)$$

$$\bar{m}|_{t=0} = \bar{m}_0, \quad \rho_5|_{t=0} = \rho_{5,0}.$$

На внешней поверхности таблетки при  $z = z_1(t, r)$  имеет место неравномерный нагрев из газовой фазы, где задан конвективный тепловой поток  $q_w^{(i)} = (\alpha/c_p)^{(i)}(h^{(i)} - h_w), i = 1, 2, 3:$

$$\left( \frac{\alpha}{c_p} \right)^{(1)} (h^{(1)} - h_w) = -\frac{\lambda_{3||}}{f} \frac{\partial T_3(z_1, r, t)}{\partial s}, \quad (14)$$

$$0 \leq r < r_1;$$

$$\left( \frac{\alpha}{c_p} \right)^{(2)} (h^{(2)} - h_w) + q_R = -\frac{\lambda_{3||}}{f} \frac{\partial T_3(z_1, r, t)}{\partial s}, \quad r_1 \leq r \leq r_2; \quad (15)$$

$$\left(\frac{\alpha}{c_p}\right)^{(3)} (h^{(3)} - h_w) = -\frac{\lambda_{3||}}{f} \frac{\partial T_3(z_1, r, t)}{\partial s}, \quad (16)$$

$$r_2 < r \leq r_3;$$

$$h_w = T_{3w} b_1 + b_2 T_{3w}^2 / 2, \quad \left(\frac{\alpha}{c_p}\right)^{(i)} =$$

$$= \left(\frac{\alpha}{c_p}\right)_0^{(i)} \left[ 1 - \frac{\gamma G_w}{(\alpha/c_p)_0^{(i)}} \right], \quad i = 1, 2, 3; \quad (17)$$

$$q_R = \varepsilon \sigma (T_e^4 - T_{3w}^4), \quad \varepsilon = (\varepsilon_e^{-1} + \varepsilon_w^{-1} - 1)^{-1}.$$

Условия сохранения массы газовой фазы при  $z = S_1$ , идеального контакта для температур при  $z = S_1$ ,  $z = L_1$ ,  $r = r_3$ , а также не протекания газовой фазы при  $z = L_1$ :

$$G|_{z=S_1+0} = (\rho_5 v \Phi_5)|_{z=S_1-0}, \quad 0 \leq r \leq r_3; \quad (18)$$

$$\lambda_{1s} \frac{\partial T_2}{\partial z}|_{z=S_1-0} = \frac{\lambda_{3||}}{f} \frac{\partial T_3}{\partial s}|_{s=S_1+0}, \quad (19)$$

$$T_2|_{z=S_1-0} = T_3|_{s=S_1+0}, \quad 0 \leq r \leq r_3;$$

$$\lambda_{ac} \frac{\partial T_1}{\partial z}|_{z=L_1-0} = \lambda_{2s} \frac{\partial T_2}{\partial z}|_{s=L_1+0}, \quad (20)$$

$$T_1|_{z=L_1-0} = T_2|_{z=L_1+0}, \quad 0 \leq r \leq r_3;$$

$$\lambda_{ac} \frac{\partial T_1}{\partial z}|_{z=L_1-0} = \lambda_{ok} \frac{\partial T_4}{\partial z}|_{s=L_1+0}, \quad (21)$$

$$T_1|_{z=L_1-0} = T_4|_{z=L_1+0}, \quad r_3 < r \leq r_4;$$

$$\lambda_{2s} \frac{\partial T_2}{\partial r}|_{r=r_3-0} = \lambda_{ok} \frac{\partial T_4}{\partial r}|_{r=r_3+0}, \quad (22)$$

$$T_2|_{r=r_3-0} = T_4|_{r=r_3+0}, \quad L_1 < z \leq S_1;$$

$$\frac{\partial P}{\partial z}|_{z=L_1} = 0. \quad (23)$$

Поперек цилиндра при  $r = 0$  выставляется условие симметрии

$$\frac{\partial T_i}{\partial r}|_{r=0} = 0, \quad i = 1, 2, \quad 0 \leq z \leq S_1; \quad (24)$$

$$\frac{\partial T_3}{\partial r}|_{r=0} = 0, \quad S_1 < z \leq z_1$$

и условия теплообмена по закону Ньютона при  $r = r_4$

$$-\lambda_{ac} \frac{\partial T_1}{\partial r}|_{r=r_4} = \delta(T_1|_{r=r_4} - T_0), \quad 0 \leq z \leq L_1; \quad (25)$$

$$-\lambda_{ok} \frac{\partial T_4}{\partial r}|_{r=r_4} = \delta(T_4|_{r=r_4} - T_0), \quad L_1 < z \leq L_4.$$

Наконец, имеют место условия тепловой изоляции при  $r = r_3$  для ВОП стенки и окантовки при  $z = L_1 + L_4$ :

$$\frac{\partial T_3}{\partial r}|_{r=r_3} = 0, \quad S_1 < z \leq z_1, \quad \frac{\partial T_4}{\partial r}|_{r=r_3} = 0, \quad (26)$$

$$L_1 < z \leq L_4; \quad \frac{\partial T_4}{\partial z}|_{z=L_1+L_4} = 0, \quad r_3 < r \leq r_4,$$

где  $z_1$  находится по формуле (5).

Здесь  $A_s$  – коэффициент аккомодации;  $b_1, b_2$  – постоянные в формуле (4);  $c_p$  – коэффициент удельной теплоемкости;  $c_\alpha$ ,  $\alpha = 1, \dots, N$  – массовая концентрация компонентов;  $G$  – массовый расход газообразных продуктов термической деструкции ВОП;  $d_0$  – начальный диаметр пор ВОП;  $d_p$  – диаметр цилиндрических пор в древесине;  $E$  – энергия активации реакции термодеструкции;  $E_{is}$ ,  $i = 1, 2, 3$  – энергия активации реакций  $R_{1s}$ ,  $R_{2s}$ ,  $R_{3s}$ ;  $h$  – энтальпия;  $H_i$ ,  $i = 1, 2, 3$  – шаги разностной схемы по пространственным координатам вдоль оси  $z$ ;  $H_{r_3}$ ,  $H_{r_4}$ ,  $H_{ok}$  – шаги по пространству вдоль координаты  $r$ ;  $k$  – предэкспоненциальный множитель реакции термодеструкции;  $k_{is}$ ,  $i = 1, 2, 3$  – предэкспоненциальные множители для реакций  $R_{1s}$ ,  $R_{2s}$ ,  $R_{3s}$ ;  $q_{is}$ ,  $i = 1, 2, 3$  – тепловые эффекты реакций  $R_{1s}$ ,  $R_{2s}$ ,  $R_{3s}$ ;  $\Delta m$  – изменение массы ВОП при нагреве;  $M$  – молекулярный вес;  $L_i$ ,  $i = 1, 2, 3$  – толщины слоев многослойного материала по оси  $z$ ;  $P$  – давление газа в порах древесины;  $Q$  – тепловой эффект реакции термодеструкции;  $r$  – поперечная пространственная координата;  $r_3$  – радиус трехслойной таблетки на рис. 1;  $R$  – универсальная газовая постоянная;  $R_{1s}$  – массовая скорость разложения сухого реагента (доски);  $R_{2s}$  – массовая скорость испарения связанной воды в древесине;  $R_{3s}$  – массовая скорость горения коксика;  $R_{4s}$  – массовая скорость образования золы;  $s_2$  – удельная поверхность испарения воды;  $s$  – продольная координата Лагранжа;  $s_3$  – удельная поверхность реагирования углерода;  $t$  – время;  $T$  – температура;  $v$  – скорость фильтрации смеси газов в пористой древесине;  $z(t, r)$  – текущий размер ВОП;  $\Delta z$  – изменение размера исследуемого ВОП;  $z$  – продольная пространственная координата;  $z_1$  – координата внешней поверхности ВОП;  $(\alpha/c_p)^{(i)}$ ,  $i = 1, 2, 3$  – коэффициенты теплообмена;  $\alpha_4 = \nu_4 M_{4s} / (\nu_3 M_{3s})$  – приведенный стехиометрический коэффициент [12, 14], а правая часть третьего уравнения (9) характеризует массовую скорость образования и исчезновения коксика;  $\alpha_c$  – доля кокса в ходе реакции пиролиза древесины;  $\lambda$  – коэффициент теплопроводности;  $\varepsilon$  – степень черноты;  $\mu$  – коэффициент динамической вязкости;  $\rho$  – плотность;  $\theta$  – степень расширения ВОП;  $\rho_5$  – плотность газовой фазы в порах древесины;  $\sigma$  – постоянная

Стефана–Больцмана;  $\tau$  – шаг разностной схемы по времени;  $\xi$  – коэффициент проницаемости;  $\varphi_1$  – безразмерная объемная доля сухой древесины;  $\varphi_2$  – безразмерная объемная доля воды;  $\varphi_3$  – безразмерная объемная доля конденсированного продукта пиролиза (угля);  $\varphi_4$  – безразмерная объемная доля пепла;  $\varphi_5$  – объемная доля газовой фазы. Индексы:  $g$  – газовая фаза в ВОП;  $T$  – твердая фаза в ВОП; 1–6 – в газовой фазе древесины соответствуют кислороду, водяному пару, оксиду, диоксиду углерода, метану и азоту;  $e$  – внешняя среда;  $w$  – внешняя нагреваемая поверхность ВОП;  $*$  – характерная величина;  $c$  – кокс; 0 – начальное значение; 1s, ..., 4s – в конденсированной фазе сухая древесина, вода, кокс, зола;  $p$  – пора,  $s$  внизу и вверху – конденсированная фаза СМ;  $R$  – лучистый поток тепла из газовой фазы;  $\varphi_i$ ,  $i = 2, 3, 4$  – вода, кокс, пепел, 1, 2, 3, 4 (внизу) – асбестоцемент, древесина, ВОП, окантовка; (1), (2), (3) вверху – различные интенсивности теплового потока из газовой фазы;  $ef$  – эффективные параметры;  $k$  – время окончания теплового воздействия;  $ac$  – асбестоцемент;  $ok$  – окантовка;  $\parallel$  – параллельно направлению потока;  $\perp$  – перпендикулярно направлению потока; черта вверху – безразмерная величина.

### КОЭФФИЦИЕНТЫ ПЕРЕНОСА, ТЕПЛОФИЗИЧЕСКИЕ И ТЕРМОКИНЕТИЧЕСКИЕ ПОСТОЯННЫЕ

Для испарения связанной воды в многофазной среде (древесине) используется аналог закона Герца–Кнудсена [15]

$$R_{2s} = \frac{s_2 M_2 A_s \varphi_2 [k_{2s} \exp(-E_{2s}/RT_2) - P_2]}{(2\pi RT_2 M_2)^{0.5}}$$

Для нахождения парциального давления паров воды в слое древесины  $P_2$  используется закон Дальтона [15], согласно которому  $P_2/P = x_2$  ( $x_2 = c_2 M/M_2$ ). Тогда для  $P_2$  получаем выражение

$$P_2 = P c_2 \frac{M}{M_2}, \tag{27}$$

где давление смеси газов  $P$  находится из последней формулы уравнений (10).

Коэффициенты теплопроводности во втором слое таблетки вычисляются по формулам статьи [12]

$$\lambda_{js} = \lambda_{j1}^s \varphi_1 + \sum_{i=2}^4 \lambda_{\varphi_i}^s \varphi_i, \quad j = 1, 2. \tag{28}$$

Выражения для  $Y$ ,  $\mu$ ,  $R_{1s}$ – $R_{4s}$  в уравнениях (6)–(9) имеют вид [12]

$$\begin{aligned} R_{1s} &= k_{1s} \rho_{1s} \varphi_1 \exp\left(-\frac{E_{1s}}{RT_2}\right), \\ R_{3s} &= \frac{M_c}{M_3} s_3 k_{3s} \varphi_3 \rho_3 \varphi_3 c_1 \exp\left(-\frac{E_{3s}}{RT_2}\right), \\ R_{4s} &= \alpha_4 R_{3s}, \\ Y &= (1 - \alpha_c) R_{1s} + R_{2s} + R_{3s}, \\ \mu &= \mu_0 \left(\frac{T_2}{T_0}\right)^{0.5}, \quad \alpha_c = \frac{M_c}{M_0 - M_c}. \end{aligned} \tag{29}$$

Сухая древесина представляет собой двухфазную систему [16], включающую в себя древесинное вещество (целлюлоза, гемицеллюлоза, лигнин) и воздух. Однако доля воздуха (по массе) в древесине крайне мала, и теплоемкость сухой древесины практически равна теплоемкости вещества древесины. Удельная теплоемкость древесины не зависит от породы и плотности и по данным [16] при 273 К для абсолютно сухой древесины равна  $1.55 \times 10^3$  Дж/(кг К). С ростом температуры удельная теплоемкость древесины несколько повышается по линейному закону и при 373 К увеличивается примерно на 25%.

Представленные в (28) коэффициенты теплопроводности сухой древесины в продольном направлении  $\lambda_{j1}^s$ ,  $j = 1, 2$ , как известно [16], в два раза выше, чем в поперечном, и в зависимости от плотности породы известны [12, 16]. Теплофизические и термокинетические коэффициенты древесины приведены в табл. 4 статьи [12], а плотность и теплопроводность сухой древесины (сосна) даны в третьем столбце табл. 3 [12].

Значения концентраций кислорода  $c_1$  во второй формуле (29), концентрации водяного пара  $c_2$  из (27), оксида и диоксида углерода  $c_3, c_4$  в древесине (сосна) от температуры известны [17] и приведены в табл. 1. Для метана концентрация  $c_5 \approx c_{5,0}$  в силу низких температур полагалась постоянной, а для азота  $c_6 = 1 - \sum_{i=1}^5 c_i$ .

### МЕТОДИКА РАСЧЕТА, ТЕСТОВЫЕ ПРОВЕРКИ И ИСХОДНЫЕ ДАННЫЕ

Экспериментальные зависимости потери массы, степени расширения и плотности ВОП в зависимости от температуры взяты из [8, 9] и приведены в табл. 2. Теплофизические характеристики ВОП (СГК-1), полученные в [7–9], отражены в табл. 3. Формулы для коэффициентов теплопроводности  $\lambda_{3\parallel}, \lambda_{3\perp}$  в (4) взяты из [18], выражения (17) – из [13], равенства в (9), (10) – из [12],  $k, E$  в (3) даны в [7], а  $k_{is}, E_{is}, i = 1, 2, 3$  приведены в [12].

Краевая задача (1)–(3), (6)–(9), (11), (12) с начальными и граничными условиями (13)–(16), (18)–(26)

**Таблица 1.** Зависимости концентраций кислорода, паров воды, оксида и диоксида углерода от температуры

$T_2, K$	290	340	390	440	490	540	590
$c_1$	0.23	0.21	0.15	0.073	0.054	0.021	0.013
$c_2$	$4.8 \times 10^{-3}$	$5.1 \times 10^{-3}$	$5.6 \times 10^{-3}$	$6.5 \times 10^{-3}$	$8.1 \times 10^{-3}$	0.014	0.042
$c_3$	0.2	0.198	0.195	0.189	0.171	0.162	0.127
$c_4$	$1.1 \times 10^{-3}$	$2.3 \times 10^{-3}$	$5.1 \times 10^{-3}$	0.013	0.021	0.054	0.083

**Таблица 2.** Структурные характеристики ВОП – относительное изменение массы, степень расширения и плотность каркаса от температуры

$T_3, K$	293	350	400	450	500	550	600
$m_*$	0.999	0.99	0.98	0.97	0.94	0.88	0.84
$\theta$	0	0.2	1.0	8.5	10	11.3	13
$\rho_T, \text{кг/м}^3$	900	860	525	75	61	60	43
$T_3, K$	650	700	750	800	900	1000	1200
$m_*$	0.8	0.77	0.72	0.68	0.55	0.54	0.54
$\theta$	16	17	17.4	17.8	18.5	19	19
$\rho_T, \text{кг/м}^3$	44	45	45	45	49	50	50

**Таблица 3.** Теплофизические коэффициенты ВОП в зависимости от температуры

$T_3, K$	293	350	400	450	500	550	600
$c_{pT}, \text{кДж/(кг К)}$	0.98	0.99	1.0	1.0	1.15	1.15	1.1
$\lambda_T, \text{Вт/(м К)}$	1.0	0.82	0.22	0.23	0.35	0.5	0.7
$T_3, K$	650	700	750	800	900	1000	1200
$c_{pT}, \text{кДж/(кг К)}$	1.1	1.05	1.02	1.0	0.99	0.98	0.98
$\lambda_T, \text{Вт/(м К)}$	0.83	0.93	0.94	0.95	0.96	0.97	0.97

решена численно при помощи неявной, абсолютно устойчивой разностной схемы [19] (итерационно-интерполяционный метод) с полной погрешностью аппроксимации  $O\left(\tau + \sum_{i=1}^3 H_{L_i}^2 + H_{r_3}^2 + H_{r_4}^2 + H_{ok}^2\right)$ ,  $H_{ok} = (r_4 - r_3)/(N_{ok} - 1)$ , где  $N_{ok}$  – число разностных узлов по  $r$  в окантовке.

Для опорного варианта проделана процедура тестирования численного метода. Расчет осуществлен при прочих равных входных данных для разных шагов по пространству  $H_{L_1} = 2.5 \times 10^{-3}$ ,  $H_{L_2} = 0.5 \times 10^{-4}$ ,  $H_{L_3,0} = 0.25 \times 10^{-4}$ ,  $H_{r_3} = 0.5 \times 10^{-3}$ ,  $H_{ok} = 0.5 \times 10^{-3}$  м,  $h_{p_i} = 2H_{L_i}$ ,  $i = 1, 2, 3$ ;  $h_{q_1} = 2H_{r_3}$ ,  $h_{q_2} = 2H_{ok}$ ,  $h_{x_i} = H_{L_i}/2$ ,  $i = 1, 2, 3$ ;  $h_{y_1} = H_{r_3}/2$ ,  $h_{y_2} = H_{ok}/2$ ,  $h_{u_i} = H_{L_i}/4$ ,  $i = 1, 2, 3$ ;  $h_{v_1} = H_{r_3}/4$ ,  $h_{v_2} = H_{ok}/4$ .

Расчеты показали, что наибольшая температура и ее градиент возникают в приповерхностном слое третьей области (ВОП) от контакта с тепловым потоком. Поэтому в различные моменты времени фиксировалась температура ВОП по глубине. Во всех вариантах задача решена с переменным шагом по времени, который выбирался из условия заданной точности, одинаковой для всех шагов по пространству. Различие  $\delta_* = \max(\delta_{T_3})$  относительной погрешности по температуре падало к моменту окончания теплового воздействия  $t = t_k$  и составляло  $\delta_1 = 7.3\%$ ,  $\delta_2 = 4.1\%$ ,  $\delta_3 = 2.4\%$ . Ниже результаты расчета получены для шагов по пространству  $h_{x_i} = H_{L_i}/2$ ,  $i = 1, 2, 3$ ;  $h_{y_1} = H_{r_3}/2$ ,  $h_{y_2} = H_{ok}/2$ .

Формулы для нахождения  $(\rho c_p)_{ef}$ ,  $f$ ,  $\Phi_T$  и  $z_1(t, r)$ , приведенные в (4) и (5), взяты из [9], а  $\lambda_R$  в (4) и  $\gamma$  в (17) – из [13]. Теплофизические постоянные ас-

бестоцемента даны в [20]. Термокинетические постоянные для СГК-1, полученные в [7], приведены и апробированы в статье [8]. Коэффициент удельной теплоемкости воздуха при постоянном давлении  $c_{pg} = c_{ps}$  из (4), (10) находился по интерполяционной формуле работы [21]. Проницаемость  $\xi$  идеальной пористой среды в законе Дарси из (7), (10) определяется известной формулой Козени–Кармана [14].

Приводимые ниже результаты получены при следующих значениях параметров:  $T_0 = 293$  К;  $\mu_0 = 1.81 \times 10^{-5}$  кг/(м с);  $\delta = 100$  Вт/(м<sup>2</sup> К);  $(\alpha/c_p)^{(i)} = 0.01$  кг/(м<sup>2</sup> с);  $h^{(i)} = 10^6$  Дж/кг,  $i = 1, 3$ ;  $h^{(2)} = 1.2 \times 10^6$  Дж/кг;  $(\alpha/c_p)^{(2)} = 0.025$  кг/(м<sup>2</sup> с);  $T_e = 1200$  К;  $L_1 = 5 \times 10^{-2}$ ,  $L_2 = 5 \times 10^{-3}$ ,  $L_3 = 2 \times 10^{-3}$ ,  $L_4 = 2.5 \times 10^{-2}$  м;  $d_0 = 4 \times 10^{-4}$  м;  $\rho_0 = 900$  кг/м<sup>3</sup>;  $r_1 = 0.25r_3$ ,  $r_2 = 0.75r_3$ ,  $r_3 = 2.5 \times 10^{-2}$ ,  $r_4 = 3 \times 10^{-2}$  м;  $t_k = 20$  мин;  $\sigma = 5.67 \times 10^{-8}$  Вт/(м<sup>2</sup> К<sup>4</sup>);  $E = 7.4 \times 10^4$  Дж/моль;  $k = 1.3 \times 10^8$  с<sup>-1</sup>;  $Q = 1.2 \times 10^6$  Дж/кг;  $\rho_{ac} = 1800$  кг/м<sup>3</sup>;  $(c_p)_{ac} = 837$  Дж/(кг К);  $\lambda_{ac} = 0.49$  Вт/(м К);  $\rho_{1s} = 470$ ,  $\rho_{2s} = 2000$ ,  $\rho_{3s} = \rho_{4s} = 130$  кг/м<sup>3</sup>;  $c_{2s} = 2090$ ,  $c_{3s} = c_{4s} = 1020$  Дж/(кг К);  $\lambda_g = 0.0253$ ,  $\lambda_{11}^s = 0.268$ ,  $\lambda_{21}^s = 0.14$ ,  $\lambda_{\varphi_2}^s = 0.6$ ,  $\lambda_{\varphi_3}^s = \lambda_{\varphi_4}^s = 0.041$  Вт/(м К);  $R = 8.314$  Дж/(моль К);  $d_p = 10^{-6}$ ;  $M_1 = 32$ ,  $M_2 = 18$ ,  $M_3 = 28$ ,  $M_4 = 44$ ,  $M_5 = 16$ ,  $M_6 = 28$ ,  $M_c = 12$ ,  $M_0 = 130$  кг/кмоль;  $m_0 = 1$ ;  $(c_p)_{ok} = (c_p)_{ac}$ ;  $\rho_{ok} = \rho_{ac}$ ;  $\lambda_{ok} = \lambda_{ac}$ ;  $\varphi_{1,0} = 0.307$ ,  $\varphi_{2,0} = 0.2$ ,  $\varphi_{3,0} = 0.01$ ,  $\varphi_{4,0} = 10^{-3}$ ;  $c_{5,0} = 0.1$ ;  $N_{ok} = 11$ ;  $\varepsilon_e = 0.9$ ;  $\gamma = 0.19$ ;  $\varepsilon_w = \varepsilon_R = 0.7$ ;  $b_1 = 965.5$ ,  $b_2 = 0.147$ ;  $A_s = 0.08$ ;  $s_2 = 0.05$ ,  $s_3 = 0.2$ ;  $\alpha_4 = 0.7$ .

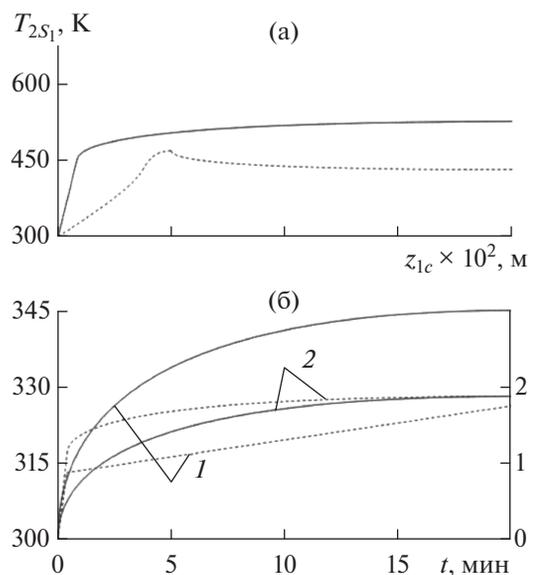
### РЕЗУЛЬТАТЫ ЧИСЛЕННОГО РЕШЕНИЯ И ИХ АНАЛИЗ

Сначала, следуя [9, 11], рассмотрен квазиодномерный (нет перетекания тепла по  $r$ ) процесс прогрева трехслойного материала. На рис. 3а показана зависимость температуры поверхности ВОП  $T_{3w}$  (сплошные кривые), а на рис. 3б проницаемой древесины  $T_{2s1}$  (штриховые линии) для  $t = t_k$  при отсутствии ( $Q = 0$ ) и наличии ( $Q \neq 0$ ) тепла разложения ВОП. Температура защищаемого материала (сосна) может различаться на 140 К. Этот результат в основном связан с тепловыделением от экзотермической реакции при термическом разложении ВОП.

Теперь рассмотрим исходную (двумерную) задачу прогрева. На рис. 2а дана зависимость температуры поверхности ВОП  $T_{3w}$  (сплошные кривые 1,

2), а на рис. 2б – СМ  $T_{2s1}$  (штриховые линии 1, 2) для  $t = t_k$ . Из анализа рис. 2 и 3 видно, что имеется качественное и количественное различие при  $Q \neq 0$  в поведении температуры СМ (слоя 2). Это объясняется перетеканием тепла по поперечной координате  $r$  и неравномерностью прогрева ВОП со стороны внешнего теплового потока:  $q_w^{(i)} \ll q_w^{(2)} + q_R$ ,  $i = 1, 3$ .

На рис. 4а штриховая кривая показывает зависимость температуры стыка второго и третьего слоев  $T_{2s1}$  в центре ( $r = r_c$ ) сплошной стали от времени. Штриховая кривая получена в квазиодномерном режиме прогрева (нет перетекания тепла по  $r$ ) при входных данных статьи [11]. В первые минуты в результате действия конвективного теплового потока, прогрева и термохимического разрушения слоя ВОП температура металла быстро растет. Одновременно с этим процессом увеличивается толщина обуглероженного слоя ВОП (~0.02 м), который имеет большую пористость (~0.52) и низкую теплопроводность ( $\lambda_{3,11}/f$ ) вдоль слоя ВОП по координате  $s$  в уравнении (2) в связи с двадцатикратным ростом  $f = 1 + \theta$ , согласно данным третьей и седьмой строки табл. 2. Последнее приводит к значительному уменьшению прогрева защищаемого второго слоя, в силу чего



**Рис. 4.** Зависимости температуры стыка второго и третьего слоев в центре сплошной стали от времени (штриховая кривая) без учета перетекания тепла по  $r$  (а): сплошная кривая – двухмерный прогрев двухслойной модели древесина–асбестоцемент; (б) – зависимость температуры стыка при двумерном режиме прогрева трехслойной таблетки от времени (сплошные кривые) в центре  $r = r_c$ , штриховые кривые – значение координаты внешней поверхности ВОП при  $z_1 = z_{1c}(t, r_c)$ ; 1 –  $Q = 0$ , 2 –  $Q \neq 0$ .

температура  $T_{2S_1}$  металла стабилизируется и в течение всего времени прогрева  $t = t_k$  не превышает 500 К. Последнее количественно согласуется с результатом [11], где он был получен при решении одномерной нестационарной краевой задачи прогрева многослойного тела на основе поверхностного огнезащитного слоя из СГК-1.

Для изучения влияния слоя ВОП на тепловую защиту проницаемой древесины решена задача прогрева при его отсутствии. На рис. 4а сплошная кривая получена при двумерном процессе нагрева двухслойного тела (пористая древесина–асбестоцемент), что иллюстрирует необходимость учета ВОП в качестве облицовки и перетекания тепла поперек тела.

На рис. 4б приведены результаты решения двумерной задачи прогрева трехслойного тела от времени. Сплошные кривые отвечают  $T_{2S_1}$  в центре  $r = r_c$ , штриховые – значению координаты внешней поверхности ВОП при  $z_1 = z_{1c}(t, r_c)$ . Температура стыка для варианта  $Q \neq 0$  расположена ниже, чем для  $Q = 0$ . Это связано с более ранним и быстрым ростом толщины слоя ВОП, а в итоге уменьшением прогрева защищаемого второго слоя.

### ЗАКЛЮЧЕНИЕ

На основе экспериментальных [7, 8] и апробированных теоретических результатов [9, 11] дана уточненная постановка задачи о термохимическом разрушении в многослойном композиционном материале. Для получения надежных теоретических результатов необходимо учитывать специфику внутренней структуры ВОП при нагревании: тепловыделение от термического разложения и перетекания тепла поперек таблетки. Учет третьего слоя (ВОП) в многослойном СМ уменьшает вероятность разрушения защищаемого второго слоя при ограниченном времени воздействия пожара ( $t_k \leq 20$  мин), что согласуется с известными данными [11].

Исследование выполнено за счет гранта Российского научного фонда № 22-21-00068.

### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Баратов А.Н., Пчелинцев В.Д. Пожарная безопасность. М.: Изд-во Ассоциации строит. вузов, 1997. 176 с.
2. Романенков И.Г., Левитес Ф.А. Огнезащита строительных конструкций. М.: Стройиздат, 1991. 320 с.
3. Состав огнезащитный вспучивающийся СГК-1/ТУ 7719-162-00000335-95. М.: НПП “Спецэнерготехника”, 1995. 37 с.

4. Левитес Ф.А., Марьясин И.А., Пуклина О.С. Модификация огнезащитного вспучивающегося покрытия ВПМ-2. В кн.: Огнестойкость строительных конструкций. М.: ВНИИПО, 1988. С. 39.
5. Решетников И.С., Антонов А.В., Халтуринский Н.А. Математическое описание горения вспучивающихся полимерных систем (обзор) // ФГВ. 1997. Т. 33. № 6. С. 48.
6. Страхов В.Л., Чубаков Н.Г. Расчет температурных полей во вспучивающихся материалах // ИФЖ. 1983. Т. 45. № 3. С. 472.
7. Исаков Г.Н., Несмелов В.В. О некоторых закономерностях тепломассопереноса во вспучивающихся огнезащитных материалах // ФГВ. 1994. Т. 30. № 2. С. 57.
8. Исаков Г.Н., Кузин А.Я. Определение характеристик тепломассообмена на поверхности вспучивающихся тепло- и огнезащитных покрытий из решения обратной задачи // ТВТ. 1999. Т. 37. № 6. С. 953.
9. Зверев В.Г., Гольдин В.Д., Несмелов В.В., Цимбалюк А.Ф. Моделирование тепло- и массопереноса во вспучивающихся огнезащитных покрытиях // ФГВ. 1998. Т. 34. № 2. С. 90.
10. Страхов В.Л., Крутов А.М., Давыдкин Н.Ф. Огнезащита строительных конструкций. Т. 2. М.: Тимр, 2000. 433 с.
11. Зверев В.Г., Назаренко В.А., Цимбалюк А.Ф. Тепловая защита многослойных контейнеров от воздействия пожаров // ТВТ. 2008. Т. 46. № 2. С. 283.
12. Лобода Е.Л., Касымов Д.П., Якимов А.С. Моделирование теплофизических процессов при зажигании деревянной дощечки // ИФЖ. 2015. Т. 88. № 1. С. 111.
13. Полежаев Ю.В., Юревич Ф.Б. Тепловая защита. М.: Энергия, 1976. 391 с.
14. Гришин А.М., Фомин В.М. Сопряженные и нестационарные задачи механики реагирующих сред. Новосибирск: Наука, 1984. 319 с.
15. Алексеев Б.В., Гришин А.М. Физическая газодинамика реагирующих сред. М.: Высшая школа, 1985. 464 с.
16. Уголев Б.Н. Древесиноведение с основами лесного товароведения. М.: Лесная промышленность, 1986. 366 с.
17. Гришин А.М., Якимов А.С. Математическое моделирование процесса зажигания древесины // Теплофизика и аэромеханика. 2013. Т. 20. № 4. С. 473.
18. Михатулин Д.С., Полежаев Ю.В., Ревизников Д.Л. Тепломассообмен, термохимическое и термоэрозивное разрушение тепловой защиты. М.: Янус-К, 2011. 517 с.
19. Гришин А.М., Зинченко В.И., Ефимов К.Н., Субботин А.Н., Якимов А.С. Итерационно-интерполяционный метод и его приложения. Томск: Изд-во Томск. ун-та, 2004. 320 с.
20. Соколов П.Н. Технология производства асбестоцементных изделий. М.: Промстройиздат, 1951. 352 с.
21. Карпатьянц М.Х., Карпатьянц М.М. Основные термодинамические константы неорганических и органических веществ. М.: Химия, 1968. 471 с.