

УДК 66.021.3, 539.58

СТОХАСТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ СОВМЕЩЕННЫХ ИЛИ ПОСЛЕДОВАТЕЛЬНЫХ ПРОЦЕССОВ ДЕАЭРАЦИИ И СМЕШИВАНИЯ СЫПУЧИХ СРЕД НА ПРИМЕРЕ РАБОТЫ ЦЕНТРОБЕЖНОГО УСТРОЙСТВА

© 2019 г. А. Б. Капранова*

Ярославский государственный технический университет, Ярославль, Россия

**E-mail: kapranova_anna@mail.ru*

Поступила в редакцию 30.08.2016 г.

После доработки 21.12.2016 г.

Принята к публикации 06.02.2017 г.

На основе теории марковских процессов предложена модель деаэрации сыпучих материалов в совмещенных или последовательных операциях со смешиванием с учетом степени неоднородности смеси и способа ее уплотнения. Построены функции распределения по состояниям системы твердых частиц для случайного относительного изменения выделенного деаэрируемого объема на основе одномерного или многомерного законов Пуассона. Модель проиллюстрирована совмещением указанных процессов в рабочем объеме центробежного устройства. Выполнено построение случайной порозности смеси с применением одномерного закона Пуассона (дискретного по состояниям системы и непрерывного по временному параметру) и проведена оценка соответствующих моментов методом их производящих функций.

Ключевые слова: смешивание, механическое уплотнение (деаэрация), совмещение, сыпучие среды, случайная порозность, закон Пуассона

DOI: 10.1134/S004035711901007X

ВВЕДЕНИЕ

Операции смешивания и деаэрации являются этапами переработки сыпучих материалов в различных отраслях промышленности. Совмещение или последовательное выполнение указанных процессов – один из способов интенсификации производства уплотненных продуктов из однородных порошковых смесей. Обычно объектами исследований являются процессы смешивания и прессования сыпучих компонентов, рассматриваемые независимо друг от друга.

В рамках теории прессования в основном не решаются задачи деаэрации (уплотнения) дисперсной среды вследствие того, что данная операция является первой стадией компактирования сыпучего материала без упругопластических деформаций его твердого скелета [1–4]. Известные статистические [5] и упругие модели деаэрации дисперсных материалов пренебрегают взаимодействием удаляемого газа с частицами твердой фазы и применимы только при изменении пористости продуктов 7–11%. Однако решение практических задач деаэрации порошков должно учитывать значительно большие значения показателя их газосодержания – до 80% [4, 6]. Существующие мо-

дели смешивания сыпучих сред (регрессионные, кибернетические, потоковые, стохастические) [7] не применяются при совмещении с деаэрацией. При этом выбор критерия качества сыпучей смеси, как и его статистическая оценка, требует уточнений в соответствии с конкретной рабочей зоной аппарата.

Выделим основные причины отсутствия моделей деаэрации сыпучих материалов в совмещенных или последовательных процессах со смешиванием: (1) сложности учета в упругих моделях уплотнения – неоднородности уплотняемой смеси и стохастичность характера движения ее компонентов; (2) необходимость отражения особенностей способа деаэрации (механического, пневматического или вибрационного [1–4]); (3) обеспечение достаточных условий совместного выполнения указанных операций при наличии взаимоисключающих факторов их протекания – дополнительного насыщения газом ингрессионтов при их циркуляционном движении и минимизация объема несущей фазы уплотняемой смеси без упругопластической деформации частиц. В частности, получение деаэрированного порошкового продукта возможно при совмещении смешивания порошковых компонентов и

уплотнения их смеси в пределах одного центрального устройства за счет наличия его конструктивных особенностей и наблюдаемых инерционных эффектов.

ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ

Методы статистической механики неравновесных процессов удачно опробованы в моделях операций переработки твердофазных систем — смешивания [7] и измельчения зернистых сред, при изучении инерции тепла в нестационарных диссипативных структурах [8] и т.п. В настоящей работе теория марковских цепей используется для описания стохастического поведения реальной физической системы (сыпучей смеси) при совмещенных или последовательных смешивании и деаэрации.

Для марковского непрерывного процесса причинная связь между событиями, произошедшими в различные моменты времени, задается соотношением для соответствующих плотностей распределения. Разделим аналогично [8] смешиваемые ингредиенты нескольких сортов на два — “ключевой” и “транспортирующий” в зависимости от их инерционных свойств. В дальнейших обозначениях верхний индекс “1” принадлежит ключевому компоненту, “2” — транспортирующему. Пусть распределение вероятностей для системы твердых частиц смеси компонентов 1 и 2 $\rho(\eta, t)$ при их уплотнении определяется произведением соответствующих плотностей в ходе протекания процессов деаэрации $\varphi(\eta, t)$ и смешивания $c_s^1(\eta, t)$ в зависимости от состояния системы η и времени t :

$$\rho(\eta, t) = \varphi(\eta, t) c_s^1(\eta, t). \quad (1)$$

Функция (1) для плотности распределения вероятности последовательных изменений в дисперсной системе также должна удовлетворять уравнению Фоккера—Планка [9, 10], но в пренебрежении диффузионным (флуктуационным) членом, что объясняется допущением об отсутствии явления смешивания компонентов при уплотнении смеси:

$$\begin{aligned} \partial[\varphi(\eta, t) c_s^1(\eta, t)] / \partial t = \\ = -\partial[\beta_1(\eta, t) \varphi(\eta, t) c_s^1(\eta, t)] / \partial \eta. \end{aligned} \quad (2)$$

В уравнении (2) функция $\beta_1(\eta, t)$ — момент частоты переходов $w(\eta, t)$, который задается выражением

$$\beta_1(\eta, t) = \int_{-\infty}^{+\infty} (\eta' - \eta) w(\eta', \eta; t) d\eta' \quad (3)$$

при разложении Крамерса—Мойяла основного кинетического уравнения для распределения вероятностей, полученного из уравнения Чепмена—Колмогорова—Смолуховского [11] для переходной

вероятности марковского процесса. Решение уравнения Фоккера—Планка (2) может соответствовать нормальному (гауссовскому) распределению вероятностей, которое позволяет строить функцию $\beta_1(\eta, t)$ в виде разложения в ряд по состояниям системы η [12]:

$$\beta_1(\eta, t) = \gamma_0 + \gamma_1 \eta. \quad (4)$$

Известные непрерывные марковские процессы (Винера и Орнштейна—Уленбека) не удовлетворяют уравнению (2), так как первый из них соответствует диффузии, а второй — описывается функцией распределения, зависящей от произведения двух моментов частоты переходов $\beta_1(\eta, t)$, $\beta_2(\eta, t)$, где момент $\beta_2(\eta, t)$ входит во флуктуационный член уравнения Фоккера—Планка. Считая, что деаэрация смеси компонентов 1 и 2 представляется однородным марковским процессом, а значит, стационарным, частота переходов в выражении (3) есть $w(\eta, \eta')$.

Известно, что дискретные распределения можно записать в форме непрерывных с помощью δ -функции Дирака [11]. Допускается двойственный характер искомого распределения $\varphi(\eta, t)$ — дискретного по состояниям системы η и непрерывного по времени t , которое в одномерном случае аппроксимируется пуассоновским ($n = 0, 1, \dots, t$)

$$\varphi_n = (\mu_1^n / n!) \exp(-\mu_1) \quad (5)$$

и сводится к распределению Гаусса при выполнении условия $\langle n \rangle = \mu_1$ [12]. Параметр μ_1 можно оценить с помощью частоты переходов $w(\eta, \eta')$ и разности времен $\Delta t = t' - t$ с числом состояний системы η , равном n [9]:

$$\mu_1 = (t' - t) w(\eta, \eta'). \quad (6)$$

Применяя свойство δ -функции Дирака $f(\eta) = \int_{-\infty}^{+\infty} f(\eta') \delta(\eta' - \eta) d\eta'$ для $\beta_1(\eta, t)$ из (4), после подстановки (4) в (3) частота переходов $w(\eta, \eta')$ равна

$$w(\eta, \eta') = (\gamma_0 + \gamma_1 \eta') (\eta' - \eta)^{-1} \delta(\eta' - \eta). \quad (7)$$

Распространяя данный подход на случай многомерного процесса Пуассона ($n_i = 0, 1, \dots, l_i$; $i = 1, \dots, s$) по s видам $\eta_i(n_i)$ -состояний системы, при выполнении (4) имеем

$$\begin{aligned} \varphi_{n_1 \dots n_s} = \left(\prod_{i=1}^s \frac{\mu_{1i}^{n_i}}{n_i!} \right) \times \\ \times \exp \left(- \sum_{i=1}^s \mu_{1i} \right) \left[\prod_{i=2}^s \sum_{n_i=1}^{l_i} \frac{\mu_{1i}^{n_i}}{n_i!} \exp(-\mu_{1i}) \right]^{-1}. \end{aligned} \quad (8)$$

В (8) по аналогии с выражениями (6) и (7) параметр μ_{1i} оценивается как

$$\mu_{li}(k) = (t_{k+1} - t_k)w_i(\eta_i(k), \eta_i(k+1)), \quad (9)$$

$$w_i(\eta_i(k), \eta_i(k+1)) = \frac{\gamma_{0i} + \gamma_{li}\eta_i(k+1)}{\eta_i(k+1) - \eta_i(k)} \delta(\eta_i(k+1) - \eta_i(k)), \quad (10)$$

где $n_i = 0, 1, \dots, k-1, k, k+1, \dots, l_i$; $\Delta t = t_{k+1} - t_k$. Значения коэффициентов γ_0 и γ_1 для одномерного процесса (или γ_{0i} и γ_{li} для многомерного) зависят от режима протекания операций смешивания и уплотнения.

ТЕОРЕТИЧЕСКИЙ АНАЛИЗ

Реализация деаэрации дисперсной смеси с учетом ее многокомпонентности при совмещении со смешиванием. Одним из показателей степени уплотнения порошков является коэффициент динамического уплотнения (процентное отношение значений насыпных плотностей среды после и до механической деаэрации) [4, 13]. Пусть характеристическая мера случайного процесса деаэрации сыпучей смеси по смыслу совпадает с данным коэффициентом динамического уплотнения без процентного расчета и равна случайной величине $f_V(\eta, t)$ — отношению объемов V_0 и $V(\eta, t)$, занимаемых системой твердых частиц в зависимости от состояний η в начальный и конечный (промежуточный) момент времени t :

$$f_V(\eta, t) = V(\eta, t)/V_0. \quad (11)$$

Другая характеристика процесса уплотнения дисперсной среды — порозность α_2 , определяемая обычно в механике гетерогенных систем отношением плотностей однородного материала из двух фаз — приведенной плотности твердого скелета ρ_2 к истинной — для вещества ρ_T [14]. Традиционно для методов описания многофазных сред [14] нижние индексы “1” и “2” присваиваются соответственно несущей и дисперсной фазам. Пористость α_1 сыпучего материала устанавливает связь между плотностями газа в порах — приведенной ρ_1 и истинной ρ_g :

$$\rho_2 = \alpha_2 \rho_T, \quad \rho_1 = \alpha_1 \rho_g, \quad \alpha_1 + \alpha_2 = 1. \quad (12)$$

Пусть каждый твердый скелет (фазы 2) j -го компонента смеси ($j = 1, \dots, N$) имеет истинную плотность вещества ρ_T^j , массу m_2^j , объем $V_2^j = m_2^j / \rho_T^j$, объемную долю (концентрацию) $c_V^j = V_2^j \left(\sum_{j=1}^N V_2^j \right)^{-1}$.

Введем для системы твердые частицы—газ понятия приведенных плотностей фаз: $\rho_1(\eta, t) = m_1/V(\eta, t)$ — для несущей фазы массой m_1 ; $\rho_2^j = m_2^j/V(\eta, t)$ — для j -й дисперсной фазы. Значения α_1 и α_2 определяются в более общем случае, чем при условном разделении твердых частиц на

“транспортирующую” и “ключевую” составляющие из [8], т.е. согласно (11) и (12) с учетом многокомпонентности системы твердых частиц N сортов:

$$\alpha_1(c_V^j, \eta, t) = \rho_c(c_V^j, \eta, t) / \rho_g, \quad (13)$$

$$\alpha_2(c_V^j, \eta, t) = q(c_V^j) [f_V(\eta, t)]^{-1}, \quad (14)$$

где плотность ρ_c для смеси из j компонентов зависит от j -й объемной концентрации и изменения η -состояний системы с течением времени t :

$$\rho_c(c_V^j, \eta, t) = \rho_1(\eta, t) + \frac{\sum_{j=1}^N c_V^j \rho_2^j(\eta, t)}{N}, \quad (15)$$

величина $q(c_V^j)$ вычисляется по формуле

$$q(c_V^j) = N \frac{\sum_{j=1}^N V_2^j \rho_T^j c_V^j}{\left(\sum_{j=1}^N \rho_T^j c_V^j \right) \left(\sum_{j=1}^N V_2^j c_V^j \right)}. \quad (16)$$

По аналогии с понятием проницаемости изотропной дисперсной системы твердые частицы—газ [k] = 1 Д = 10^{-8} см²) [4, 14] можно ввести коэффициент газопроницаемости k для многокомпонентной сыпучей смеси и согласно (12) получить следующее соотношение:

$$\alpha_2(c_V^j, \eta, t) = \frac{1 - (k/k_0)^{1/n_k}}{(1 - \alpha_{20})}, \quad (17)$$

где n_k — константа; k_0 и $\alpha_2(c_V^j, \eta_0, t_0) \equiv \alpha_{20}$ — опытные значения газопроницаемости и порозности в начальный момент времени t_0 .

Таким образом, случайная порозность сыпучей смеси $\alpha_2(c_V^j, \eta, t)$ представлена в виде нелинейного преобразования (14) для случайного относительно изменения выделенного деаэрируемого объема $f_V(\eta, t)$ в форме (11) с распределением вероятностей последнего $\phi(\eta, t)$ в виде (5) или (8) соответственно для одномерной или многомерной реализации процесса уплотнения. Требуется построить распределение вероятностей для функции $\alpha_2(c_V^j, \eta, t)$ и вычислить его основные характеристики согласно методам теории вероятностей [15] с учетом режима протекания операций смешивания и уплотнения — совмещенного или последовательного.

Оценка параметров первого момента частоты переходов. Для решения указанных задач необходимо определить неизвестные коэффициенты γ_0 и γ_1 в формуле (7) для распределения вероятностей ϕ_n из (5) для одномерного процесса (или γ_{0i} и γ_{li} в (10) для распределения вероятностей $\phi_{n_1, \dots, n_s}$ из (8), (9) — для многомерного). В данном изложении ограни-

чимся одномерным случаем с возможным обобщением предлагаемого метода оценки параметров γ_0 и γ_1 на многомерную задачу. Функция φ_n должна удовлетворять полученному из (2) уравнению

$$\partial \varphi_n / \partial t + \beta_1 (\partial \varphi_n / \partial \eta) + \varphi_n (\partial \beta_1 / \partial \eta) = 0,$$

заменяемому разностным при достижении предельной степени уплотнения сыпучей смеси в момент времени $t_l \equiv \tau$:

$$\left(1 - \frac{\varphi_n|_{t_0}}{\varphi_n|_{\tau}}\right) \left(\frac{1}{\tau} + \frac{\gamma_0 + \gamma_1 \eta|_{\tau}}{\eta|_{n=l} - \eta|_{n=l-1}}\right) + \gamma_1 = 0. \quad (18)$$

При совмещении процессов смешивания и деаэрации сыпучей среды $c_s^1(\eta, t)$ определяется из уравнения (2), тогда согласно (4) справедливо

$$\beta_1(\eta_0, t_0) = \gamma_0. \quad (19)$$

При последовательных указанных операциях c_s^1 не зависит от состояния η и времени t , и уравнение (18) в начальный момент времени t_0 с обозначением $\eta_0 \equiv \eta|_{n=0}$ преобразуется к виду

$$-(\gamma_0 + \gamma_1 \eta_0) \frac{\partial \varphi_n}{\partial \eta} \Big|_{\eta_0} + \gamma_1 \varphi_n|_{\eta_0} = 0. \quad (20)$$

Параметры γ_0 и γ_1 — решения систем уравнений (18), (19) или (18), (20) согласно выбранному режиму поведения твердых частиц смеси. Комбинация $\varphi_n|_{t_0}/\varphi_n|_{\tau}$ из (18) также требует определения.

Случайная порозность $\alpha_2(c_V^j, \eta, t)$ — результат нелинейного преобразования (14) $f_V(\eta, t)$. Учитывая дифференцируемость обеих этих функций, используем свойство их распределений вероятностей ψ_n и φ_n [11, 15]

$$\frac{\psi_{k-1}}{\psi_k} = \frac{\varphi_{k-1}}{\varphi_k} \left[\frac{\alpha_2(\eta_k, t_k)}{\alpha_2(\eta_{k-1}, t_{k-1})} \right]^2. \quad (21)$$

Пользуясь приближением о равновероятных соседних состояниях для распределения ψ_n , из выражений (21) и (17) имеем

$$\frac{\varphi_n|_{t_0}}{\varphi_n|_{\tau}} = \alpha_{20}^2 \left[1 - (1 - \alpha_{20}) \left(\frac{k_0}{k_l} \right)^{1/n_k} \right]^{-2}. \quad (22)$$

Применение свойства дифференцирования для связи между распределениями вероятностей ψ_n и φ_n [11, 15] в виде (21) в приближении незначительных изменений ψ_n для соседних состояний, близких к начальному моменту времени, позволяет рассчитать значение

$$\frac{\partial \varphi_n}{\partial \eta} \Big|_{\eta_0} = - \frac{2\varphi_n|_{\eta_0}}{\alpha_{2d}|_{\eta_0}} \frac{\partial \alpha_{2d}}{\partial \eta} \Big|_{\eta_0}, \quad (23)$$

где функция порозности $\alpha_{2d}(\eta_i) = N^{-1} \sum_{j=1}^N c_V^j \alpha_{2d}^j(\eta_i)$

определяется значениями объемных концентраций c_V^j для каждого j -го компонента и их порозностей $\alpha_{2d}^j(\eta_i)$ из упругой модели деаэрации порошков [16]. Тогда при подстановке выражения (23) в уравнение (20) получим

$$\frac{2\gamma_0}{\alpha_{2d}|_{\eta_0}} \frac{\partial \alpha_{2d}}{\partial \eta} \Big|_{\eta_0} - \gamma_1 = 0. \quad (24)$$

Учет (23) позволяет уравнение (20) привести к более удобной форме (24). Например, решение системы (18) и (20) или (18) и (21) для последовательных смешивания и деаэрации при одномерной реализации имеет вид $\gamma_0 = \eta_l (\alpha_{2d}|_{\eta_0}) (\tau H_0)^{-1}$ и $\gamma_1 = 2\eta_l (\partial \alpha_{2d} / \partial \eta)|_{\eta_0} (\tau H_0)^{-1}$, где обозначено $\eta_l \equiv \eta|_{n=l}$; $H_0 \equiv 2\eta_l (\partial \alpha_{2d} / \partial \eta)|_{\eta_0} [(2 - \phi) / (\phi - 1)] - \alpha_{2d}|_{\eta_0}$; $\phi \equiv \varphi_n|_{t_0} / \varphi_n|_{\tau}$. Поиск γ_0 и γ_1 для совмещенных смешивания и уплотнения сыпучих сред при решении системы (18) и (19) требует уточнения вида $c_s^1(\eta, t)$ из соответствующей стохастической модели смешивания.

Пример совмещения смешивания и деаэрации при работе центробежного устройств. Применим данную стохастическую модель при совмещении смешивания порошков двух сортов (с объемными концентрациями c_V^1 и c_V^2) и уплотнения их смеси в центробежном устройстве с эвольвентными лопастями общим числом N_L при вертикальной подаче материалов (рис. 1а) [16, 17]. Пусть R_0 и r_0 — радиусы кожуха и цилиндра, на котором закреплены данные лопасти, ω — угловая скорость вращения рабочей ячейки. Уравнения $r_{s1}(q)$ и $r_{s2}(\theta)$ дуг M_1K_1 и K_1M_2 окружностей (с центрами O_1 и N_1 ; радиусами ρ_{s1} и ρ_{s2}) при $r_0 \leq r_{s1} < r_{K1}$; $r_{K1} \leq r_{s1} \leq R_0$ для лопасти M_1M_2 в полярной системе координат: $r_{s1} = r_{O1} \cos(\theta - \theta_{O1}) + [\rho_{s1}^2 - r_{O1}^2 \sin^2(\theta - \theta_{O1})]^{1/2}$; $r_{s2} = r_{N1} \cos(\theta - \theta_{N1}) + [\rho_{s2}^2 - r_{N1}^2 \sin^2(\theta - \theta_{N1})]^{1/2}$. Параметры устройства задают угловые координаты точек рабочей ячейки: $\theta_{O1} = \theta_{N1} + \psi$; $\psi = \arccos \times \{[r_{O1}^2 + r_{N1}^2 - (\rho_{s2} - \rho_{s1})^2] / (2r_{O1}r_{N1})\}$; $\theta_{N1} = 2\pi / N_L$; $\theta_{M1} = \theta_{N1} + \theta_{M3}$; $\theta_{M2} = \theta_{N1} + \theta_{M4}$. В стохастической модели для смешивания сыпучих материалов [18] при введении переменной Лагранжа $t_L = \theta + \omega t$ для свободной границы среды H_1H_2 определены: ее уравнение $r_h(\theta, t_L) = r_0[r_b(\theta_{Q2}, t_L) / r_0]^{|\theta - \theta_{H1}(t_L)| / |\theta_{Q2} - \theta_{H1}(t_L)|}$ при $\theta_{Q2} = \theta_{M2}$ и угловые координаты точек Q_2 и H_1 . Согласно теоретико-экспериментальным исследованиям в рабочей ячейке между последователь-

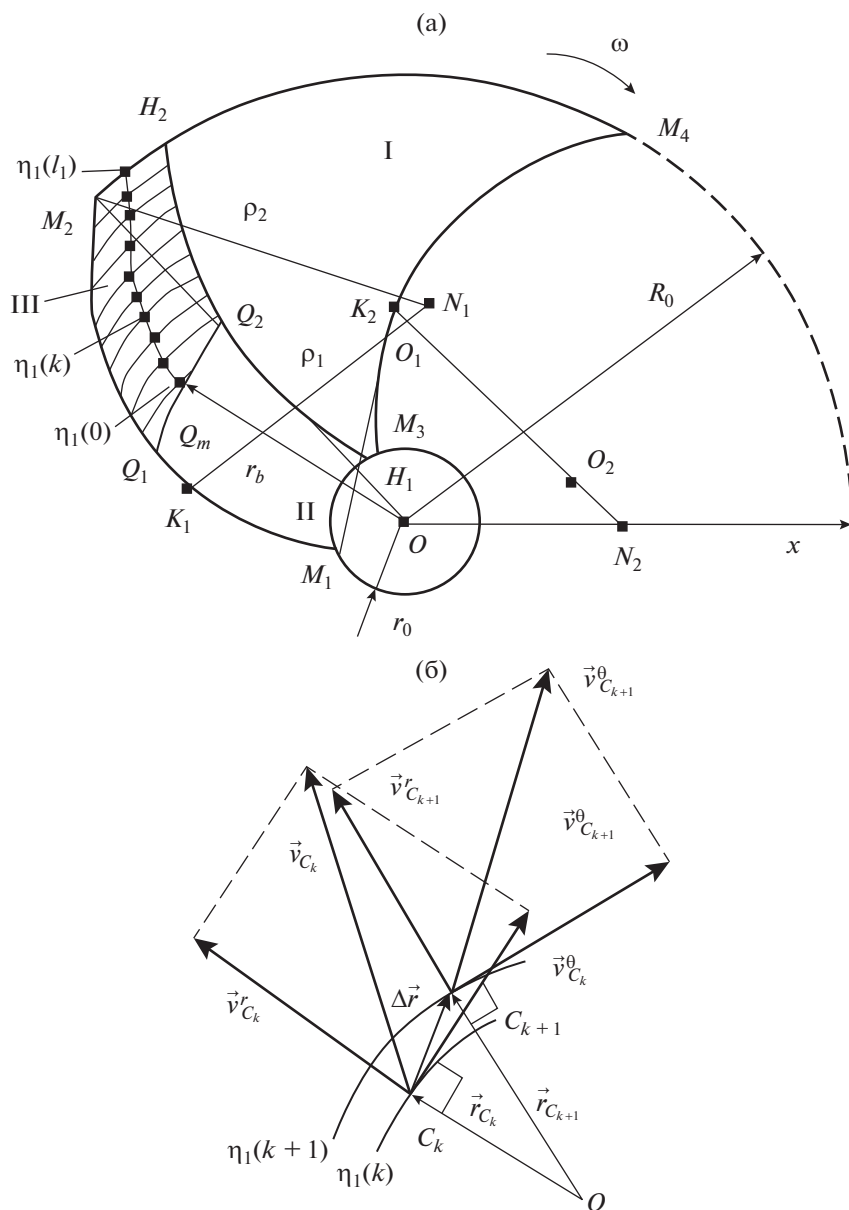


Рис. 1. Схемы к расчету одномерного пуассоновского распределения вероятностей по состояниям $\eta_1(n_1)$ для изменения объема двухкомпонентной смеси порошков: (а) – движение в ячейке центробежного устройства с эволютивными лопастями; (б) – распределение полярных составляющих скоростей точек среды C_k и C_{k+1} в состояниях системы $\eta_1(k)$ и $\eta_1(k+1)$.

ными лопастями наблюдаются условные зоны – отсутствия материала I, активного смешения II, а также преимущественного транспортирования и уплотнения III (рис. 1) [16, 18]. Понимание механизма движения смеси порошков в последней зоне – конечная цель настоящего изложения. Предполагается равномерное распределение вероятностей по состояниям системы $\eta_1(n_1)$, которые соответствуют движению условной границы раздела II и III зон Q_1Q_2 , определяемой уравнением из упругой модели деаэрации порошков [16]:

$$r_b(\theta, t) = \left[r_0 \left(\operatorname{erf} \frac{r_{s2}(\theta)}{2R(t)} - 1 \right) \exp \left(-\frac{r_0^2}{4R^2(t)} \right) - r_s(\theta) \left(\operatorname{erf} \frac{r_0}{2R(t)} - 1 \right) \exp \left(-\frac{r_{s2}^2(\theta)}{4R^2(t)} \right) \right] \times \left(\operatorname{erf} \frac{r_{s2}(\theta)}{2R(t)} - \operatorname{erf} \frac{r_0}{2R(t)} \right)^{-1}, \quad (25)$$

Здесь $\theta_{Q_2} \leq \theta \leq \theta_{Q_1}$; функция $R = R(t)$ связана с коэффициентом макродиффузии D процесса сме-

шивания двух тонкодисперсных компонентов и равна $R(t) \equiv \sqrt{2Dt}$ [16]. Применим соотношения (11) для случайной функции $f_V(\eta_1, t) = V(\eta_1, t)/V_0$ — отношения объемов $V(\eta_1, t)$ и V_0 , занимаемых в зависимости от изменения состояний системы при $\eta_1 \equiv \eta$ в конечный (промежуточный) и начальный моменты времени t .

Считается, что состояния системы в зоне III задаются значениями $\eta_1(n_1)$, $n_1 = 0, 1, \dots, l_1$ для координат точек C_{n_1} — середин дуг (участков окружностей) радиусом $r_{C_{n_1}} = OC_{n_1}$ между точками эвольвентной лопасти M_1M_2 и свободной границы среды H_1H_2 (рис. 1а). Точка C_0 для $n_1 = 0$ совпадает со средней точкой Q_m на условной границе раздела Q_1Q_2 для зон II и III $r_b(\theta, t)$, тогда реализация состояний $\eta_1(n_1) = n_1(R_0 - r_{C_0})/l_1$, $n_1 = 0, 1, \dots, l_1$ данной системы частиц описывается одномерным законом Пуассона (5):

$$\varphi_{n_1} = (\mu_{11}^{n_1}/n_1!) \exp(-\mu_{11}), \quad (26)$$

где в приближениях временного интервала $\Delta t = t_{k+1} - t_k$ и частоты переходов $w_1(\eta_1(l_1 - 1), \eta_1(l_1)) = w_1(\eta_1(k), \eta_1(k + 1))$ в соответствии с (6) коэффициент $\mu_{11}(k) = \Delta t w_1(\eta_1(l_1 - 1), \eta_1(l_1))$. Частота переходов определяется формулой (7):

$$w_1(\eta_1(l_1 - 1), \eta_1(l_1)) = \frac{\gamma_{01} + \gamma_{11}\eta_1(l_1)}{\eta_1(l_1) - \eta_1(l_1 - 1)} \delta(\eta_1(l_1) - \eta_1(l_1 - 1)), \quad (27)$$

где γ_{01} и γ_{11} — искомые коэффициенты для $\beta_1(\eta_1, t) = \gamma_{01} + \gamma_{11}\eta_1$ согласно (4). Найдем зависимость временного интервала Δt при переходе системы из состояния $\eta_1(k)$ в состояние $\eta_1(k + 1)$ при значениях $n_1 = 0, 1, \dots, k - 1, k, k + 1, \dots, l_1$, так как данный процесс не является равномерным. Из схемы (рис. 1б) для распределения полярных составляющих скоростей v_k и v_{k+1} для точек среды C_k и C_{k+1} в соседних состояниях системы $\eta_1(k)$ и $\eta_1(k + 1)$ и определения средней скорости движения точки следует

$$\Delta t = \frac{2|\Delta r_{k,k+1}|}{[(v_{Ck}^\theta + v_{Ck+1}^\theta)^2 + (v_{Ck}^r + v_{Ck+1}^r)^2]^{1/2}}. \quad (28)$$

Входящие в (28) модули приращения радиус-вектора $\Delta r_{k,k+1}$ и суммы скоростей v_k и v_{k+1} точек C_k и C_{k+1} вычисляются при $v_{Ck}^\theta = \omega r_{Ck}$ и $v_{Ck+1}^\theta = \omega r_{Ck+1}$ согласно связи между составляющими скоростей точек уплотняемой среды $v_{Ck}^\theta = (k_f \omega r_{Ck} + k_1)/[\omega(3 - k_2)]$ из упругой модели деаэрации порошков [16]. Коэффициенты k_f , k_1 , k_2 учитывают физико-механические характеристики деаэрируемых материалов и их трение о лопасти [17]. Обозначим

$M_k(r_{sk}, Q_{sk})$ и $H_k(r_{hk}, Q_{hk})$ — выделенные наборы точек кривых: $r_{s2}(\theta)$ — эвольвентной лопасти M_1M_2 и $r_h(\theta, t')$ — свободной границы среды H_1H_2 (рис. 1). Значения углов θ_{Ck} и α между линиями действия скоростей v_{Ck}^θ и v_{Ck+1}^θ (рис. 1б) задаются формулами $\theta_{Ck} = (\theta_{Mk} + \theta_{Hk})/2$ и $\alpha = \pi - \arcsin(\chi r_{Ck}) - \arcsin(\chi r_{Ck+1})$, где $\chi = (\Delta r)^{-1} \sin(\theta_{Ck} - \theta_{Ck+1})$. Модуль приращения радиус-вектора $\Delta r_{0,1}$, когда $n_1 = 0$ и точка C_0 совпадает с $Q_m(r_{Qm}, \theta_{Qm})$, равен $|\Delta r_{0,1}| = \{(r_{Qm})^2 + [r_{Qm} + \eta_1(1)]^2 - 2r_{Qm}[r_{Qm} + \eta_1(1)]\cos(\theta_{Qm} - \theta_{C1})\}^{1/2}$. Таким образом, задав состояния системы при уплотнении смеси порошков в указанном устройстве при его работе в режиме совмещения со смешиванием, можно сформировать одномерное распределение вероятностей (26).

РЕЗУЛЬТАТЫ И ИХ ОБУЖДЕНИЕ

Одномерное пуассоновское распределение вероятностей для изменения объема двухкомпонентной смеси порошков. Согласно (13) и (14) с учетом (15) и (16) строятся функции для пористости $\alpha_1(c_V^1, c_V^2, \eta_1, t)$, порозности $\alpha_2(c_V^1, c_V^2, \eta_1, t)$ и плотности $\rho_c(c_V^1, c_V^2, \eta_1, t)$ указанной смеси с учетом вида $f_V(\eta, t)$. Оценка входящих в функцию частоты (27) параметров γ_{01} и γ_{11} при совмещенных смешивании и деаэрации связана с решением системы (18) и (19). Первое из них при значении времени $\tau = \sum_{n_1=0}^{l_1} \Delta t(n_1)$:

$$\gamma_{11} = (\phi_1 - 1) \{ \tau \gamma_{01} + [\eta_1(l_1) - \eta_1(l_1 - 1)] \} \times \times (\tau \{ (\phi_1 - 1) \eta_1(l_1) - [\eta_1(l_1) - \eta_1(l_1 - 1)] \})^{-1}, \quad (29)$$

где $\phi_1 \equiv \varphi_{n_1}|_{t_0} / \varphi_{n_1}|_{t_\tau}$, причем $\phi_1 = (\alpha_{2d0})^2 [1 - (k_0/k_1)^{1/n_k} (1 - \alpha_{2d0})]^{-2}$ из (22) зависит от газопористости смеси k ; $\alpha_{2d0} = 2^{-1} (c_V^1 \alpha_{20}^1 + c_V^2 \alpha_{20}^2)$; $\alpha_{20}^1, \alpha_{20}^2$ — начальные значения порозностей смешиваемых порошковых компонентов.

Второе уравнение системы для поиска γ_{01} и γ_{11} с учетом времени смешивания t_s — результат подстановки момента $\beta_1(\eta_{10}, t_0)$ в (19), тогда

$$\gamma_{01} = - \frac{\partial c_s^1(\eta_1, t) / \partial t}{\partial c_s^1(\eta_1, t) / \partial \eta_1} \Big|_{t_s} \Big|_{\eta_1(0)}. \quad (30)$$

Распределение плотностей вероятностей для протекания процесса смешивания $c_s^1(\eta_1, t)$ соответствует функции удельной концентрации ключевого компонента $c(r, \theta, t_L)$ в полярных координатах (r, θ) из соответствующей стохастической модели в центробежном устройстве [15]:

Таблица 1. Характеристики одномерного распределения Пуассона φ_{n_i} для $f_V(\eta_i, t)$ смеси каолина ГОСТ 21235-75 и технического углерода П803 ГОСТ 7885-86

n_i	0	1	2	3	4	5	6	7	8
$t(n_i)$, с	5.91	6.34	7.02	7.19	7.87	0.98	8.56	9.29	10.07
μ_{11}	4.82	5.49	5.88	6.52	7.15	7.79	7.46	9.19	9.99

Таблица 2. Расчетные данные о состояниях рассматриваемой системы твердых частиц для смеси каолина ГОСТ 21235-75 и технического углерода П803 ГОСТ 7885-86

n_i	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
$\eta_i(n_i) \times 10^{-1}$, с	0.09	0.19	0.29	0.39	0.49	0.59	0.69	0.78	0.89	0.99
$r_C(n_i) \times 10^{-1}$, м	1.81	1.91	2.01	2.11	2.21	2.31	2.40	2.50	2.60	2.70
$\theta_C(n_i)$, рад	1.72	1.64	1.56	1.48	1.39	1.32	1.24	1.16	1.08	1.00
$v_C^r(n_i)$, м/с	2.27	2.26	2.26	2.26	2.26	2.26	2.26	2.26	2.26	2.26
$v_C^\theta(n_i)$, м/с	4.75	5.01	5.27	5.52	5.78	6.04	6.29	6.56	6.81	7.07
$\Delta r \times 10^{-1}$, м	—	0.18	0.18	0.19	0.09	0.19	0.21	0.22	0.23	0.25
$\Delta t(n_i) \times 10^{-1}$, с	—	0.71	0.43	0.68	0.17	0.68	0.69	0.72	0.78	0.88

$$c(r, \theta, t_L) = \frac{F(r, t_L) - F(r_b(\theta, t_L), t_L)}{F(r_0, t_L) - F(r_b(\theta, t_L), t_L)}, \quad (31)$$

где $F(r, t_L) \equiv \text{erf} \left[2^{-3/2} r (D' t_L)^{-1/2} \right]$ при введении нормировочного параметра $D' = D/(2\omega)$ и переменной Лагранжа $t_L = \theta + \omega t$. Выражение (31) учитывает, что смесь достигает условной границы $r_b(\theta, t)$ раздела зон II и III из (25) по истечении времени смещения t_s , тогда выполняются равенства

$$\left. \frac{\partial c_s^1(\eta_i, t)}{\partial t} \right|_{\eta_i(0)}^{t_s} = \left. \frac{\partial c(r, \theta, t_L)}{\partial t} \right|_{r_b(\theta_{Qm}, t_s)}^{t_s},$$

$$\left. \frac{\partial c_s^1(\eta_i, t)}{\partial \eta_i} \right|_{\eta_i(0)}^{t_s} = \left. \frac{\partial c(r, \theta, t_L)}{\partial r} \right|_{r_b(\theta_{Qm}, t_s)}^{t_s}.$$

Таким образом, при совмещении смешивания и уплотнения порошков в центробежном устройстве с эвольвентными лопастями для случайной величины $f_V(\eta, t)$ с учетом (27), (29) и (30) построено одномерное распределение вероятностей φ_{n_i} вида (26) в зависимости от непрерывного времени t и дискретных состояний системы $\eta_i(n_i)$, когда $n_i = 0, 1, \dots, l_i$. Для удобства анализа результатов модели выбраны следующие моменты времени $t(n_i) = n_i \tau / l_i$ при $n_i = 0, 1, \dots, l_i$ и равенстве значений l_i и l_i .

Предложенную модель проиллюстрируем на примере построения φ_{n_i} при деаэрации смеси каолина ГОСТ 21235-75 и технического углерода П803 ГОСТ 7885-86 в центробежном устройстве с

эвольвентными лопатками. Характеристики распределения Пуассона (26) ($\gamma_{01} = 3.46 \times 10^{-1}$; $\gamma_{01} = 1.278 \times 10^1$; $w_1 = 9.275 \times 10^1$) для случайной величины $f_V(\eta, t)$ представлены в табл. 1. Данные о состояниях системы приведены в табл. 2.

Физико-механические параметры смешиваемых компонентов были следующими: для каолина $\rho_T^1 = 2.6 \times 10^3$ кг/м³; $\lambda^1 = 5.1 \times 10^5$ Па; $\mu^1 = 3.1 \times 10^5$ Па; для технического углерода $\rho_T^2 = 1.875 \times 10^3$ кг/м³; $\lambda^2 = 5.6 \times 10^4$ Па; $\mu^2 = 3.7 \times 10^4$ Па [4]. Значения геометрических параметров ячейки аппарата с эвольвентными лопастями: $R_0 = 2.7 \times 10^{-1}$ м; $r_0 = 7.0 \times 10^{-2}$ м; $N_L = 6$; $r_{01} = 1.5 \times 10^{-1}$ м; $r_{N_1} = 1.0 \times 10^{-1}$ м; $\rho_{s1} = 1.45 \times 10^{-1}$ м; $\rho_{s2} = 1.95 \times 10^{-1}$ м. Режимный параметр $\omega = 20.6$ с⁻¹; динамические характеристики деаэрации смеси: начальная радиальная скорость $v_{r0} = 1.85$ м/с; коэффициент проскальзывания смеси вдоль лопасти $\beta = 9.765 \times 10^{-6}$ м²/(Па с) и коэффициент газопроницаемости среды $k_0 = 8.7 \times 10^{-12}$ м² при $c_V^1 = c_V^2 = 0.5$ и эмпирической константе $n_k = 4.1$ в формуле (22) [17]. Константы имели следующие значения: $k_f = 6.671 \times 10^{-1}$ с⁻¹; $k_1 = 3.32 \times 10^4$ с⁻²; $k_2 = 9.372 \times 10^2$. Полученные одномерные распределения вероятностей φ_{n_i} для $f_V(\eta, t)$, дискретные по состояниям системы η_i и непрерывные по t , представлены на рис. 2.

Дискретные распределения по состояниям $\eta_i(n_i)$ для системы ($n_i = 0, 1, \dots, l_i$) в фиксирован-

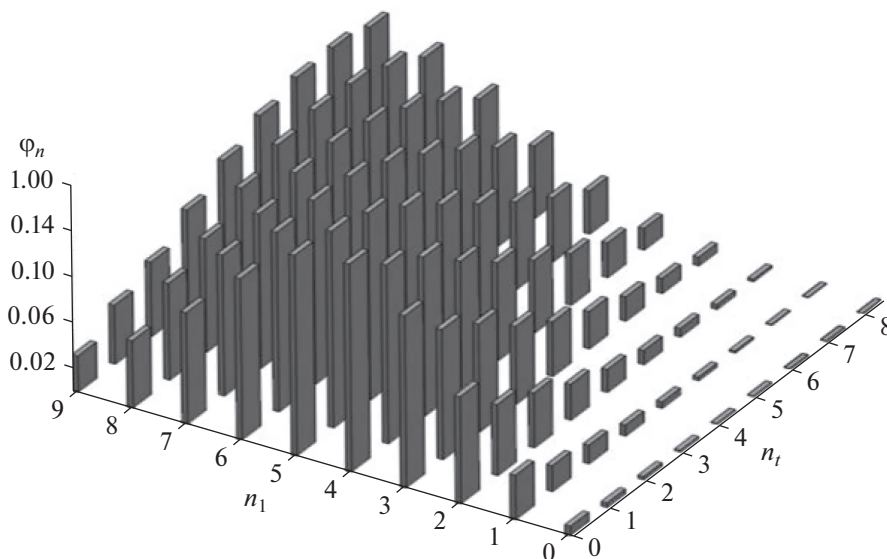


Рис. 2. Распределения вероятностей φ_{n_1} случайной величины $f_V(\eta_1, t)$ при фиксированных значениях временного параметра ($l_1 = l_t = 10$) для деаэрации смеси каолина ГОСТ 21235-75 и технического углерода П803 ГОСТ 7885-86 ($c_V^1 = c_V^2 = 0.5$) в центробежном устройстве с эвольвентными лопастями.

ные моменты времени t , равные $t(n_1)$ при $n_t = 0, 1, \dots, l_t$; $l_t = l_t$, показывают, с какой вероятностью будет происходить изменение некоторого объема однородной смеси порошков — ограниченного интервалом по оси абсцисс от $\eta_1(k)$ до $\eta_1(k+1)$ при $n_1 = 0, 1, \dots, k-1, k, k+1, \dots, l_1$ — от $V_0 = V(\eta_1(0), t(0))$ до $V(\eta_1(k+1), t(k+1))$ при деаэрации порошковой смеси в ячейке центробежного устройства с эвольвентными лопатками. Переход смеси в зону III осуществляется при пересечении условной границы раздела зон II и III, когда начальный момент $t(0)$ практически равен времени смешивания, а изменение объема материала, соответствующего отрезку $[\eta_1(0); \eta_1(1)]$, незначительное. Вероятность изменить существенно свой объем при $t(0)$ максимальна для срединной зоны III. С течением времени именно в этой области ($n_1 \sim l_1/2$) наблюдается значительная деаэрация материала, а при $t(l_1)$ в конечном состоянии для $f_V(\eta, t)$, естественно, распределение вероятностей достигает своего максимума, характеризуя завершение уплотнения смеси.

Поиск основных моментов распределения вероятностей для случайной порозности смеси в центробежном устройстве. Функциональные преобразования для случайной величины $\alpha_2[f_V(\eta, t)]$ при $\eta_1(n_1)$ в

формах $\psi_{n_1} = \lim_{\Omega \rightarrow \infty} (2\Omega)^{-1} \int_{-\Omega}^{\Omega} \exp\{-z\alpha_2(n_1)\} M_{\alpha_2}(z) dz$

или $\psi(\eta_1) = (2\pi)^{-1} \int_{-\infty}^{\infty} \exp\{-z\alpha_2(\eta_1)\} M_{\alpha_2}(z) dz$ опреде-

ляют дискретную ψ_{n_1} или непрерывную $\psi(\eta_1)$ функции распределения вероятностей, тогда согласно [11, 15] представление производящих функций моментов имеет вид

$$\begin{aligned} M_{\alpha_2}(u) &\equiv \langle \text{Mexp}[u\alpha_2(n_1)] \rangle \equiv \\ &\equiv \int_{-\infty}^{\infty} \exp[u\alpha_2(n_1)] d\Phi(n_1) = \\ &= \sum_{n_1} \varphi_{n_1} \exp[u\alpha_2(n_1)]. \end{aligned} \quad (32)$$

Определим основные моменты распределения вероятностей для случайной порозности — математического ожидания $\langle M\alpha_2[f_V(\eta, t)] \rangle$ и дисперсии $\langle D\alpha_2[f_V(\eta, t)] \rangle$ нелинейного преобразования $\alpha_2[f_V(\eta, t)]$ случайной величины $f_V(n_1)$ при условии аналитичности производящей функции моментов $M_{\alpha_2}(u)$ в окрестности точки $u = 0$. Допустимы разложения [11] $\ln M_{\alpha_2}(u) = \sum_{v=1}^{\infty} \langle x_v \rangle u^v (v!)^{-1}$ и $M_{\alpha_2}(u) = \sum_{v=0}^{\infty} \langle a_v \rangle u^v (v!)^{-1}$, где $\langle x_v \rangle = [d^{(v)} \ln M_{\alpha_2}(u) / du^{(v)}]_{u=0}$; $\langle a_v \rangle = [d^{(v)} M_{\alpha_2}(u) / du^{(v)}]_{u=0}$ — семиинварианты. Результат нелинейного преобразования $f_V(\eta_1(n_1), t)$ — при $n_1 = 0, 1, \dots, l_1$ и изменении состояний $\eta_1(n_1)$ — случайная порозность $\alpha_2[f_V(\eta, t)]$ из (32). Найдем связь между отношением объемов $V_{n_1 0} \equiv V_{\eta_1}(\eta_1(0), 0)$ и $V_{n_1} \equiv V_{\eta_1}(\eta_1(n_1), t(n_1))$, занимаемых данной системой в начальный и промежуточный момент времени t на любом участке оси абсцисс от $\eta_1(k)$ до $\eta_1(k+1)$, согласно рис. 1,

Таблица 3. Основные коэффициенты для расчета зависимостей $\langle M\alpha_2[f_V(n_1)] \rangle$ и $\langle D\alpha_2[f_V(n_1)] \rangle$

$v_1 \times 10^{-1}$, м	$v_2 \times 10^{-2}$, м	$g_1 \times 10^{-3}$	$g_2 \times 10^{-4}$	$c_0 \times 10^{-2}$, м	$c_1 \times 10^{-3}$, м	$c_3 \times 10^{-3}$, м	θ_{N_1} , рад
3.53	1.97	5.78	1.96	2.71	-9.01	-2.24	1.047

если k принадлежит последовательности $n_1 = 0, 1, \dots, k-1, k, k+1, \dots, l_1$:

$$\frac{V_{n_1 0}}{V_{n_1}[\eta_1(k), t(k)]} = \frac{\theta_{N_1} \{ [r_b(k) + \Delta\eta_1(k+1)]^2 - [r_b(k) + \Delta\eta_1(k)]^2 \}}{\Delta\theta_{sh}(k)[r_b(k) + \Delta\eta_1(k+1)] + 2^{-1}\Delta\eta_1\Delta\delta_{sh}(k)} \quad (33)$$

В (33), учитывая вид кривых $r_{s2}(\theta)$, $r_h(\theta, t')$ и $r_b(\theta, t)$, справедливо следующее: $r_{n_1} = r_{Q_m} - n_1[\eta_1(l_1) - \eta_1(l_1 - 1)]$; $r_b(n_1) \equiv r_b(\theta(n_1), t(n_1))$; $\Delta\eta_1 \equiv \eta_1(l_1) - \eta_1(l_1 - 1)$; $\Delta\theta_{sh}(n_1) \equiv \theta_{s2}(n_1) - \theta_h(n_1)$; $\Delta\delta_{sh}(n_1) \equiv \delta_{s2} - \delta_h$; $\delta_{s2} \equiv 2r_k \sin\{2^{-1}[\theta_{s2}(r_k) - \theta_{s2}(r_{k+1})]\}$; $\delta_h \equiv 2r_k \sin\{2^{-1}[\theta_h(r_k) - \theta_h(r_{k+1})]\}$.

После разложения в ряд Маклорена зависимостей $\Delta\delta_{sh}$, δ_{s2} и δ_h от n_1 в пренебрежении квадратичными членами случайная порозность согласно (14), (16) и (33) представляется в форме

$$\alpha_2(n_1) = \frac{qb_0(b_1 + n_1)}{b_2 + n_1(b_3 + n_1)}, \quad (34)$$

где обозначено $b_0 \equiv \theta_{N_1}v_1/c_2$; $b_1 \equiv \theta_{N_1}v_1/v_2$; $b_2 \equiv c_0/c_2$; $b_3 \equiv c_1(c_2)^{-1}$; $v_1 \equiv 2r_b(\theta_{Q_m}, t_s) + \Delta\eta_1$; $v_2 \equiv 2\Delta\eta_1$; $g_1 \equiv z_{s21} - z_{h1}n_1$; $g_2 \equiv z_{s22} - z_{h2}n_1$; $d_1 \equiv \theta_{N_1} - \pi/2 - \vartheta_1 - \theta_{H1}(t_s) - \vartheta_2 \ln(r_{bQ_m}/r_0)$; $d_2 \equiv \Delta\eta_1[(r_{N_1}^2 - \rho_2^2)/(r_{bQ_m}\vartheta_3) - \vartheta_2]$; $c_0 \equiv d_1v_1/2 - g_1r_b(\theta_{Q_m}, t_s)$; $c_2 \equiv d_2v_2/2 + 4g_2\Delta\eta_1$; $c_1 \equiv d_1v_2 + d_2v_1 + g_2r_b(\theta_{Q_m}, t_s) + g_1\Delta\eta_1$. Ввиду громоздкости выражения для констант z_{s21} , z_{h1} , z_{s22} , z_{h2} , ϑ_1 , ϑ_2 , ϑ_3 , зависящих от координат точек Q_m , Q_2 , N_1 , H_1 , H_2 (рис. 1а), не приводятся. Производящая функция моментов для $\alpha_2[f_V(n_1)]$ из (34) с учетом (26) согласно (32) равна

$$M_{\alpha_2}(u) = \exp(-\mu_{11}) \times \sum_{n_1} \left(\frac{\mu_{11}^{n_1}}{n_1!} \right) \exp[uqb_0\varepsilon(n_1)], \quad (35)$$

где комбинация $(b_1 + n_1)/[b_2 + n_1(b_3 + n_1)] \equiv \varepsilon(n_1)$ после разложения в ряд Маклорена при введении

$$R_{n_1} = \sum_{r=2}^{\infty} (r!)d^r\varepsilon(n_1)/dn_1^r \text{ допускает представление} \\ \varepsilon(n_1) = \frac{b_1 - (1 - b_1b_3)n_1}{b_2} + R_{n_1}. \quad (36)$$

Оценка $b_1b_2 \sim (b_2 + b_1b_3)b_3$ позволяет пренебречь слагаемым R_{n_1} в (36). Пользуясь (36) и

$\sum_{n_1=1}^{\infty} \mu_{11}^{n_1}/n_1! = \exp(\mu_{11})$, при обозначении $\xi_1 \equiv qb_0b_1/b_2$ и $\xi_2 \equiv qb_0(1 - b_1b_3)/b_2^2$ получим приближение для (35):

$$M_{\alpha_2}(u) = \exp\{u\xi_1 + \mu_{11}[\exp(u\xi_2) - 1]\}. \quad (37)$$

Последовательность производящих функций в выражении (37) сходится к непрерывной относительно переменной u производящей функции моментов $M_{\alpha_2}(u)$ для $\alpha_2(n_1)$ в виде (37), что позволяет согласно обратной предельной теореме [11] считать, что существует некоторая функция распределения $\psi(u)$, к которой также сходится последовательность функций распределения $\psi(\eta_1(n_1))$, определяемая формулой обращения

$$\psi(u) = (2\pi)^{-1/2} \times \int_{-\infty}^u \exp\{z\xi_1 + \mu_{11}[\exp(z\xi_2) - 1]\} dz. \quad (38)$$

Математическое ожидание, дисперсия, семинвариант порядка $r = 3$ для $\alpha_2(n_1)$ с учетом вида производящей функции (37) и функции распределения (38) равны

$$\langle M\alpha_2[f_V(n_1)] \rangle = \langle a_1 \rangle = \langle x_1 \rangle = \xi_1 [1 + \mu_{11}(1 - b_1b_3)], \quad (39)$$

$$\langle D\alpha_2[f_V(n_1)] \rangle = \langle x_2 \rangle = \mu_{11}\xi_2^2, \\ \langle x_3 \rangle = \frac{d^3 \ln M_{\alpha_2}(u)}{du^3} \Big|_{s=0} = \mu_{11}\xi_2^3. \quad (40)$$

Основные расчетные параметры, используемые при получении уравнений искомых поверхностей (рис. 3) для зависимостей $\langle M\alpha_2[f_V(n_1)] \rangle$ и $\langle D\alpha_2[f_V(n_1)] \rangle$ из (39), (40) приведены в табл. 3. Анализ указанных поверхностей показывает, что они расположены в порядке смены n_1 — состояния системы. Необходимо отметить существенное влияние объемных концентраций компонентов смеси на величину $\langle M\alpha_2[f_V(n_1)] \rangle$ и удовлетворительное согласие полученных данных и опытных показателей [18] деаэрации смеси с относительной ошибкой, не превышающей 9.8%. Результаты моделирования позволяют прогнозировать значения порозности смеси порошков в зависимости от объемных концентраций ее компонентов.

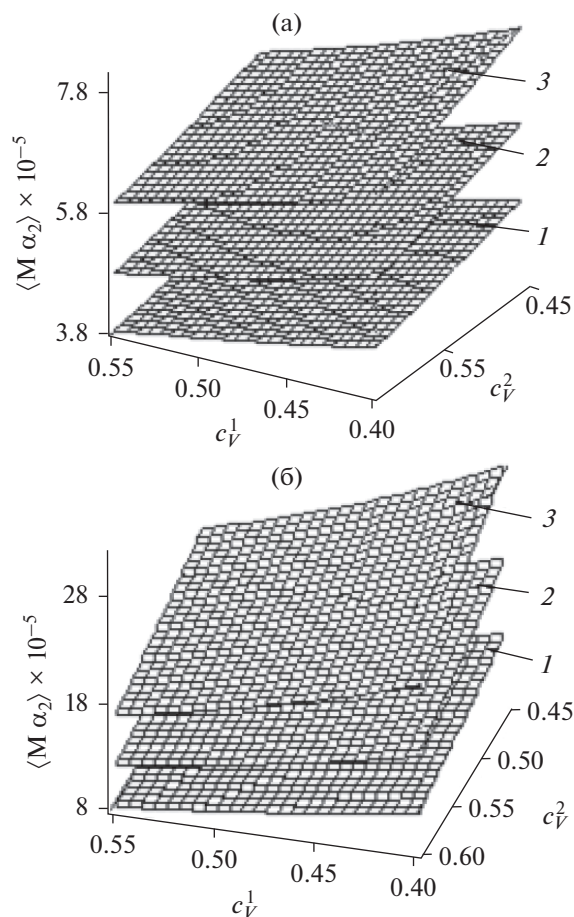


Рис. 3. Зависимости основных моментов от объемных концентраций для деаэрации смеси каолина ГОСТ 21235-75 и технического углерода П803 ГОСТ 7885-86 в центробежном устройстве с эвольвентными лопастями: (а) – математическое ожидание $\langle M\alpha_2[f_V(n_1)] \rangle$; (б) – дисперсия $\langle D\alpha_2[f_V(n_1)] \rangle$, $n_1 = 0$ (1, 1'); $n_1 = 5$ (2, 2'); $n_1 = 9$ (3, 3').

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Предложенная модель деаэрации сыпучих материалов в совмещенных или последовательных процессах со смешиванием обладает следующими особенностями: (1) описывает поведение системы твердых частиц от ее состояния и времени; (2) учитывает неоднородность уплотняемой среды и взаимодействия удаляемого газа с частицами твердого скелета; (3) применима при различных способах смешивания и деаэрации сыпучих материалов (механическом, вибрационном и пневматическом).

Кроме того, исследован механизм поведения твердых дисперсных сред на примере совмещения их смешивания и деаэрации в объеме центробежного устройства.

Полученные результаты могут быть использованы в качестве теоретической базы при разработке инженерных методов расчета нового оборудования с последовательным или совмещенным выполнением операций смешивания и деаэрации порошковых смесей, например, механических аппаратов различных типов (центробежных устройств с криволинейными лопастями, валково-ленточных агрегатов и т.д.).

В частности, метод оптимизации конструктивно-режимных параметров устройства для совмещения операций смешивания и деаэрации порошков, приведенный в работе [19], может быть дополнен результатами настоящей работы при формировании трех видов функции цели с достижением: (1) максимальных значений степени уплотнения смеси сыпучих компонентов и давления газа в ее порах; (2) максимальной производительности и минимальной мощности привода; (3) максимальной производительности и минимального коэффициента неоднородности смеси. При этом последние две целевые функции моделируются с одинаковым режимным параметром – угловой скоростью вращения рабочей ячейки центробежного устройства. Разбивая на несколько стадий расчет указанных целевых функций по их числу, в зависимости от оценки случайной порозности получаемой смеси сыпучих компонентов с учетом, с одной стороны, коэффициента газопроницаемости, а с другой, параметра макроdiffузии смешиваемых компонентов, последовательно в каждом случае проводится отыскание локализации точки оптимума градиентным методом.

Указанный способ моделирования совмещенных процессов смешивания и деаэрации сыпучих компонентов и их смесей может быть использован для оценки случайной порозности: при упаковке таких материалов, как сажа, каолин, различного рода тонкодисперсных химических средств защиты растений, строительных порошковых продуктов; при изготовлении уплотненных гранул-сфер в производстве сажи, сухих красок, компонентов асфальтобетона; при деаэрации сыпучих смесей.

ОБОЗНАЧЕНИЯ

$\langle a_r \rangle$	момент порядка r
c	концентрация ключевого компонента
$c_s^1(\eta, t)$	плотность вероятности распределения системы твердых частиц (смеси компонентов 1 и 2) при смешивании в зависимости от ее состояния η и времени t
c_V^j	объемная доля (концентрация) j -го компонента смеси
D	коэффициент макроdiffузии, m^2/c
$\langle D\alpha_2 \rangle$	дисперсия случайной функции порозности

$f_V(\eta, t)$	характеристическая мера случайного процесса деаэрации сыпучей смеси	v	скорость, м / с
k	коэффициент газопроницаемости, м ²	$w(\eta, t)$	частота переходов системы
k_0	начальное значение коэффициента газопроницаемости, м ²	$\langle x_r \rangle$	семиинвариант порядка r
$l(l_i)$	число состояний системы для одномерного (многомерного) пуассоновского распределения при $n = 0, 1, \dots, l$ (при $n_i = 0, 1, \dots, l_i$)	$\alpha_1(\alpha_2)$	пористость (порозность) дисперсной системы
m_1	масса несущей фазы 1 смеси, кг	α_{2d}	порозность дисперсной системы из упругой модели деаэрации
m_2^j	масса j -го компонента смеси как фазы 2 ее твердого скелета, кг	β	коэффициент проскальзывания, м ² /(Па с)
$\langle M\alpha_2 \rangle$	математическое ожидание случайной функции порозности	$\beta_1(\eta, t)$	момент частоты переходов $w(\eta, t)$ системы, линейный по ее состояниям η
M_{α_2}	производящая функция моментов для порозности смеси	$\beta_2(\eta, t)$	момент частоты переходов $w(\eta, t)$ системы, входящий во флуктуационный член уравнения Фоккера—Планка
N	число компонентов смеси	γ_0, γ_1	параметры разложения для момента $\beta_1(\eta, t)$ по состояниям системы η
N_L	число эвольвентных лопастей центробежного устройства	δ	функция Дирака
n	номер состояния системы в одномерном пуассоновском распределении	η	состояния системы твердых частиц смеси компонентов 1 и 2
n_i	i -й номер состояния системы $\eta_i(n_i)$ для многомерного процесса Пуассона	η_i	i -е состояние системы
$R_0(r_0)$	радиусы кожуха (цилиндра, на котором закреплены лопасти) центробежного устройства, м	$\eta_i(n_i)$	i -е состояние системы с номером n_i для многомерного процесса Пуассона
r	радиальная координата в полярной системе	θ	угловая координата в полярной системе, рад
$r_{s1}(\theta)$ и $r_{s2}(\theta)$	уравнение дуг M_1K_1 и K_1M_2 эвольвентной лопасти, м	λ^i, μ^i	коэффициенты Ламе для i -го компонента смеси, Па
$r_h(\theta, t_L)$	уравнение свободной границы H_1H_2 смеси, м	$\mu_1(\mu_{1i})$	параметр одномерного (многомерного) пуассоновского распределения для системы (i -го вида ее состояния)
$r_b(\theta, t)$	уравнение условной границы Q_1Q_2 для раздела зон движения смеси II и III в рабочем объеме центробежного устройства, м	$\rho(\eta, t)$	распределение вероятностей для системы твердых частиц (для смеси компонентов 1 и 2) при их уплотнении в зависимости от состояния системы η и времени t
s	число видов состояний $\eta_i(n_i)$ системы с номером n_i для многомерного процесса Пуассона ($i = 1, \dots, s$)	$\rho_1(\rho_2)$	приведенная плотность несущей (дисперсной) фазы, кг/м ³
t	время, с	$\rho_1(\eta, t)$	приведенная плотность несущей фазы 1 смеси в зависимости от состояния системы η и времени t , кг/м ³
t_L	переменная Лагранжа $t_L = \theta + \omega t$, рад	$\rho_2^j(\eta, t)$	приведенная плотность j -го компонента смеси как ее дисперсной фазы 2 в зависимости от состояния системы η и времени t , кг/м ³
t_s	время смешивания, с	ρ_c	плотность смеси, кг/м ³
Δt	промежуток времени, например, ($\Delta t = t' - t$) между соседними состояниями системы η и η' , с	$\rho_g(\rho_T)$	истинная плотность газа (материала), кг/м ³
$V(\eta, t)$	объем, занимаемый системой твердых частиц в зависимости от состояний η в конечный (промежуточный) момент времени t	$\rho_{s1}(\rho_{s2})$	радиус дуги M_1K_1 (K_1M_2) эвольвентной лопасти, м
V_0	объем, занимаемый системой твердых частиц в начальный момент времени t	ρ_T^j	истинная плотность j -го компонента смеси, кг/м ³
V_2^j	объем j -го компонента смеси как фазы 2 ее твердого скелета, м ³	τ	момент времени, когда достигается предельное значение степени уплотнения сыпучей смеси, с

$\varphi(\eta, t)$	плотность вероятности для системы твердых частиц (для смеси компонентов 1 и 2) при деаэрации в зависимости от состояния системы η и времени t
φ_n	одномерное пуассоновское распределение вероятностей по состояниям системы с номером n для случайной величины f_V
$\varphi_{n_1 \dots n_s}$	многомерное пуассоновское распределение вероятностей по s видам состояний системы с номерами $n_i, i = 1, \dots, s$
Ψ_n	одномерное распределение вероятностей по состояниям системы с номером n для случайной порозности α_2
ω	угловая скорость, с^{-1}

ИНДЕКСЫ

верхние

$-1, \pm 1/2, 2, 3, n_1$, степень

$1/n_k, v$

j номер компонента смеси ($j = 1, \dots, N$)

r радиальная составляющая

θ окружная составляющая, рад

нижние

0 начальные условия

1 несущая фаза

2 дисперсная фаза

c смесь

i номер вида состояния $\eta_i(n_i)$ системы для многомерного процесса Пуассона ($i = 1, \dots, s$)

n, n_i номер состояния системы

t время

T твердый скелет

V объем

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Akiyama T., Miyamoto Y., Yamanaka N., Zhang J.Q. Densification of Powders by Means of Air, Vibratory and Mechanical Compactions // Powder Technol. 1986. V. 46. P. 173.
2. Генералов М.Б., Классен П.В., Степанова А.Р., Шомин И.П. Расчет оборудования для гранулирования минеральных удобрений. М.: Машиностроение, 1984.
3. Генералов М.Б. Механика твердых дисперсных сред в процессах. Калуга: Изд-во Н. Бочкаревой, 2002.
4. Капранова А.Б., Зайцев А.И. Механическое уплотнение тонкодисперсных материалов. М.: Эконинформ, 2011.
5. Kovalev O.B., Kovaleva I.O. Simulation of random packing of the bulk layer of polydisperse spherical particles // J. Appl. Mech. Tech. Phys. 2014. T. 55. № 4. P. 184. [Ковалев О.Б., Ковалева И.О. Моделирование случайной упаковки насыпного слоя полидисперсных сферических частиц // ПМТФ. 2014. Т. 55. № 4. С. 184.]
6. Kapranova A.B., Zaitsev A.I., Nikitina T.P. Calculating the degree of compaction of a powder in a screw compactor taking into account slip and friction // Theor. Found. Chem. Eng. 2000. V. 34. № 6. P. 649. [Капранова А.Б., Зайцев А.И., Никитина Т.П. Расчет степени уплотнения порошка в шнековой машине с учетом проскальзывания и трения // Теорет. основы хим. технологии. 2000. Т. 34. № 6. С. 649.]
7. Селиванов Ю.Т., Перишин В.Ф. Расчет и проектирование циркуляционных смесителей сыпучих материалов без внутренних перемешивающих устройств. М.: Машиностроение-1, 2004.
8. Протодьяконов Н.О., Богданов С.Р. Статистическая теория явлений переноса в процессах химических технологии. Л.: Химия, 1983.
9. Пенке Г. Неравновесная статистическая механика. Пер. с нем. М.: Мир, 1990.
10. Кайзер Дж. Статистическая термодинамика неравновесных процессов. Пер. с англ. М.: Мир, 1990.
11. Корн Г., Корн Т. Справочник по математике для научных работников и инженеров. Пер. с англ. М.: Наука, 1984.
12. Рейф Ф. Берклеевский курс физики. Статистическая физика. Т. 5. Пер. с англ. М.: Наука, 1986.
13. Андрианов Е.И. Методы определения структурно-механических характеристик порошкообразных материалов. М.: Химия, 1982.
14. Нигматулин Р.И. Основы механики гетерогенных сред. М.: Наука, 1978.
15. Колмогоров А.Н. Основные понятия теории вероятностей. М.: Наука, 1974.
16. Капранова А.Б. Метод определения коэффициента макродиффузии в процессе смешения твердых дисперсных сред в центробежном аппарате // Математическое моделирование. 2009. Т. 21. № 3. С. 83.
17. Kapranova A.B. Powder densification process in a centrifugal apparatus with curvilinear blades // Mathematical Models and Computer Simulations. 2010. V. 2. № 1. P. 63. [Капранова А.Б. Процесс уплотнения порошков в центробежном аппарате с криволинейными лопастями // Математическое моделирование. 2009. Т. 21. № 4. С. 44.]
18. Kapranova A.B., Zaitsev A.I., Lebedev A.E. Estimation of the layer thickness of the bulk material by its "falling down" the curvilinear blade of the centrifugal breaker // Czasopismo techniczne. Mechanika. Krakov, Poland, 2012. V. 109. № 6. P. 183.
19. Капранова А.Б., Верлока И.И., Зайцев А.И. Оптимизация параметров устройства для совмещения смешивания и деаэрации порошков // Изв. вузов. Химия и хим. технология. 2015. Т. 58. № 12. С. 66.