

УДК 574.6.663.1

ОБОБЩЕННЫЕ СООТНОШЕНИЯ ДЛЯ ВЫЧИСЛЕНИЯ ЭЛЕМЕНТОВ МНОЖЕСТВ ВХОДНЫХ ПОКАЗАТЕЛЕЙ ФЕРМЕНТАТИВНОГО ПРОЦЕССА ПОЛУЧЕНИЯ МОЛОЧНОЙ КИСЛОТЫ

© 2021 г. Ю. Л. Гордеева^{а, *}, А. Г. Бородкин^б, Е. Л. Гордеева^б

^аМосковская государственная академия ветеринарной медицины и биотехнологии им. К.И. Скрябина, Москва, Россия

^бРоссийский химико-технологический университет им. Д.И. Менделеева, Москва, Россия

*e-mail: l.s.gordeev@yandex.ru

Поступила в редакцию 21.10.2020 г.

После доработки 07.12.2020 г.

Принята к публикации 14.01.2021 г.

Приведены обобщенные соотношения для вычисления множеств входных показателей ферментативного процесса получения молочной кислоты, обеспечивающие реальные условия существования технологического процесса в непрерывных условиях. В основу положены расчетные соотношения, полученные по уравнениям математической модели, содержащей балансовые соотношения по биомассе, субстрату, продукту, побочному продукту с учетом использования основного субстрата и компонента, воспроизводящего основной субстрат в процессе синтеза. Сформированы два варианта оценки области существования технологического процесса. Область первого варианта представлена зависимостью S_0 от D при $M_0 = 0$; второго — M_0 от D при $S_0 = 0$. Приведены координаты “особых” точек для обоих вариантов, ограничивающие значения множеств для каждой особой точки. Получены множества показателей для каждой особой точки. Приведены численные примеры расчета показателей с использованием обобщенных соотношений при $Q_p = 6$ г/(л ч). Обобщенные формулы разработаны по предыдущим работам. Приведены также обобщенные формулы для вычисления состава, поступающего на ферментацию потока. Обобщенные формулы записаны для двух вариантов, представлены в трех частях, каждая из которых определяется значением $S_0(D)$ для первого варианта и $M_0(D)$ для второго. Для каждого из вариантов получены составы множеств в количестве шести единиц. Так же как и для особых точек получены обобщенные соотношения и формулы вычисления состава множеств для потока по обоим вариантам.

Ключевые слова: молочная кислота, множественность показателей, обобщенные соотношения

DOI: 10.31857/S0040357121030064

ВВЕДЕНИЕ

Входными показателями непрерывного стационарного процесса получения молочной кислоты [1, 2] являются: S_0 — концентрация основного субстрата (непосредственно потребляемого микроорганизмами), г/л; M_0 — концентрация компонента сырья, воспроизводящего основной субстрат в процессе синтеза, г/л; D — величина потока ($D = v/V$, где v — объемная скорость через ферментер, л/ч; V — объем ферментера, л), ч⁻¹.

Величиной, характеризующей качество работы ферментера, является продуктивность по целевому продукту (молочной кислоте) Q_p , г/(л ч), ($Q_p = DP$, где P — концентрация продукта на выходе из аппарата, г/л).

В дальнейшем анализе использованы формулы (1)–(5), полученные по уравнениям математической модели [1, 2]:

$$A(D) = \left(1 - \frac{Q_p}{X_{\max}(\alpha D + \beta)}\right)^{n_1} \left(1 - \frac{Q_p}{P_{\max} D}\right)^{n_2}; \quad (1)$$

$$S' = S_0 + \frac{k_M M_0}{D + k_M}; \quad (2)$$

$$S'_1 = \frac{1}{Y_{X/S}(\alpha D + \beta)} + \frac{K_i}{2} \left[A(D) \frac{\mu_{\max}}{D} - 1 \right] + \sqrt{\left(\frac{K_i}{2}\right)^2 \left[A(D) \frac{\mu_{\max}}{D} - 1 \right]^2 - K_m K_i}; \quad (3)$$

$$S'_2 = \frac{1}{Y_{X/S}(\alpha D + \beta)} + \frac{K_i}{2} \left[A(D) \frac{\mu_{\max}}{D} - 1 \right] - \sqrt{\left(\frac{K_i}{2}\right)^2 \left[A(D) \frac{\mu_{\max}}{D} - 1 \right]^2 - K_m K_i}; \quad (4)$$

$$\left(\frac{K_i}{2}\right)^2 \left[A(D) \frac{\mu_{\max}}{D} - 1 \right]^2 - K_m K_i = 0. \quad (5)$$

Сформированы два варианта оценки областей реального осуществления технологического процесса. Для первого варианта область представлена зависимостью S_0 от D при $M_0 = 0$; для второго – M_0 от D при $S_0 = 0$. Ограничивающими показателями для обеих областей являются координаты точек, получивших название “особых” в [1, 2]. Особые точки для области первого варианта обозначим номерами 1, 2, 3, 4, 5; для второго – номерами 1', 2', 3', 4', 5'.

Положение особых точек для обоих вариантов, определяется величиной протока D , ч⁻¹.

В дальнейшем полагается, что константы в (1)–(5) известны для конкретного штамма микроорганизмов.

Границы формируемых областей для обоих вариантов определяются величиной протока для особых точек 1, 2, 5 и 1', 2', 5', обеспечивающих условия реального осуществления технологии. Особая точка 5 и 5' есть точка максимума Q_p г/(л ч). Значение величины протока одинаково для точек 1 и 1', одинаково для точек 2 и 2', одинаково для точек 5 и 5'. Последовательность вычислений соответствующих значений D для особых точек 1, 2, 5 и 1', 2', 5' полагает первоначальное решение задачи оценки D_5 , доставляющей максимум Q_p по уравнению (5) при использовании (1). В результате получим пару значений:

$$D_5, \text{ ч}^{-1}; \max Q_p, \text{ г/(л ч)}. \quad (6)$$

Решается задача оценки D_1 и D_2 так же по уравнению (5) для условия $Q_p < \max Q_p$. Получаем значения ($D_2 > D_1$).

Таким образом, области обоих вариантов ограничены значениями D :

$$D_1 \leq D \leq D_2. \quad (7)$$

Для особых точек 1, 2, 5 и 1', 2', 5' вычисляются значения S_0 области первого варианта и M_0 – области второго варианта:

$$S_0(D_1) = S_1'(D_1), \quad S_0(D_2) = S_1'(D_2), \quad (8)$$

$$S_0(D_5) = S_1'(D_5),$$

$$M_0(D_1) = \frac{D_1 + k_M}{k_M} S_1'(D_1); \quad M_0(D_2) = \frac{D_2 + k_M}{k_M} S_1'(D_2); \quad M_0(D_5) = \frac{D_5 + k_M}{k_M} S_1'(D_5). \quad (9)$$

В соотношениях (8) и (9) значения S_1' вычисляются по (3).

Результаты формируют область первого варианта решением (3) и (4) для D по (7), где

$$S_0(D) = S_1'(D) \quad \text{и} \quad S_0(D) = S_2'(D). \quad (10)$$

Область второго варианта формируется следующими уравнениями:

$$M_0(D) = \frac{D + k_M}{k_M} S_1'(D) \quad \text{и} \quad M_0(D) = \frac{D + k_M}{k_M} S_2'(D). \quad (11)$$

Особые точки 3 и 3', 4 и 4' дают ограничения по S_0 , г/л для области первого варианта и по M_0 , г/л для области второго варианта.

Значение $D = D_3^1$ для точки 3 доставляет максимум $S_1'(D)$ по (3); значение $D = D_4^1$ для точки 4 доставляет минимум $S_2'(D)$ по (4).

$$\text{Получили: } D_3^1, \quad S_0(D_3^1) = S_1'(D_3^1); \quad D_4^1, \quad S_0(D_4^1) = S_2'(D_4^1). \quad (12)$$

$S_0(D_3^1)$ и $S_0(D_4^1)$ есть максимальное и минимальное значение S_0 , соответственно, для принятого Q_p , г/(л ч).

Значение $D = D_3^2$ для точки 3' доставляет максимум M_0 в соотношении

$$M_0 = \frac{D + k_M}{k_M} S_1'(D). \quad (13)$$

Значение $D = D_4^2$ для точки 4' доставляет минимум M_0 в соотношении

$$M_0 = \frac{D + k_M}{k_M} S_2'(D). \quad (14)$$

$$\text{Получили: } D_3^2, \quad M_0(D_3^2); \quad D_4^2, \quad M_0(D_4^2). \quad (15)$$

$M_0(D_3^2)$ и $M_0(D_4^2)$ есть максимальное и минимальное значение M_0 , соответственно, для принятого Q_p , г/(л ч).

ОБОБЩЕННЫЕ ФОРМУЛЫ ВЫЧИСЛЕНИЯ СОСТАВА ОСОБЫХ ТОЧЕК

Обобщенная формула для области первого варианта получена по публикации [2]:

$$M_0^i = \frac{D^* + k_M}{k_M} (S^* - S_0^i), \quad (16)$$

$$0 \leq S_0^i \leq S^*. \quad (17)$$

В зависимости от S_0^i вычисляются соответствующие значения M_0^i .

Обозначения для (16): особая точка 1: $S^* = S_0(D_1)$, $D^* = D_1$; особая точка 2: $S^* = S_0(D_2)$, $D^* = D_2$; особая точка 3: $S^* = S_0(D_3^1)$, $D^* = D_3^1$; особая точка 4: $S^* = S_0(D_4^1)$, $D^* = D_4^1$; особая точка 5: $S^* = S_0(D^{opt})$, $D^* = D^{opt}$.

Задавая значение S_0^i по (17), вычисляют M_0^i по каждой из особых точек. Таким образом, для каждой особой точки формируется множество, состоящее из пар значений (S_0^i, M_0^i) . Состав множества имеет следующий вид:

$$\left\{ \begin{pmatrix} S_0^1 \\ M_0^1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} S_0^2 \\ M_0^2 \end{pmatrix}, \dots, \begin{pmatrix} S_0^i \\ M_0^i \end{pmatrix}, \dots, \begin{pmatrix} S_0^n \\ M_0^n \end{pmatrix} \right\}, \quad (18)$$

где $S_0^n = S^*$ для каждой особой точки.

Обобщенная формула для области второго варианта получена по [1]:

$$S_0^i = \frac{k_M}{D^{**} + k_M} (M^{**} - M_0^i); \quad (19)$$

$$0 \leq M_0^i \leq M^{**}. \quad (20)$$

В зависимости от M_0^i вычисляются соответствующие значения S_0^i .

Обозначения для (19): особая точка 1': $M^{**} = M_0(D_1)$, $D^{**} = D_1$; особая точка 2': $M^{**} = M_0(D_2)$, $D^{**} = D_2$; особая точка 3': $M^{**} = M_0(D_3^2)$, $D^{**} = D_3^2$; особая точка 4': $M^{**} = M_0(D_4^2)$, $D^{**} = D_4^2$; особая точка 5': $M^{**} = M_0(D^{opt})$, $D^{**} = D^{opt}$.

Задавая M_0^i по (20) вычисляются значения S_0^i по каждой особой точке. При задании M_0^i по (20) формируется множество, состоящее из пар значений (M_0^i, S_0^i) . Состав множества имеет следующий вид:

$$\left\{ \begin{pmatrix} M_0^1 \\ S_0^1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} M_0^2 \\ S_0^2 \end{pmatrix}, \dots, \begin{pmatrix} M_0^i \\ S_0^i \end{pmatrix}, \dots, \begin{pmatrix} M_0^n \\ S_0^n \end{pmatrix} \right\}, \quad (21)$$

где $M_0^n = M^{**}$ для каждой особой точки.

В вышеприведенном анализе координаты особых точек для области первого варианта вычисляются при условии $M_0 = 0$; для области второго варианта – $S_0 = 0$.

В реальной технологии в потоке может содержаться как основной субстрат, так и компонент, воспроизводящий основной субстрат. В связи с этим состав в особых точках может быть иным, при том, что компоненты состава взаимосвязаны соотношением (2).

Численный пример для особой точки 1 (первый вариант).

$S_0^n = S^* = 77.6$ г/л. Число значений S_0^i в соответствии с (17) принято равным пяти: $S_0^1 = 77.6$; $S_0^2 = 58.2$; $S_0^3 = 38.8$; $S_0^4 = 19.4$; $S_0^5 = 0.0$. Состав множества имеет следующий вид:

$$\left\{ \begin{pmatrix} 77.6 \\ 0.0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 58.2 \\ 73.8 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 38.8 \\ 147.64 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 19.4 \\ 221.46 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0.0 \\ 295.8 \end{pmatrix} \right\}. \quad (22)$$

Численный пример для особой точки 2' (второй вариант).

$M_0^n = M^{**} = 349.16$ г/л. Значений M_0^i в соответствии с (20) было принято равным пяти: $M_0^1 = 349.1$; $M_0^2 = 261.87$; $M_0^3 = 174.58$; $M_0^4 = 87.29$; $M_0^5 = 0.0$. Состав множества имеет следующий вид:

$$\left\{ \begin{pmatrix} 349.16 \\ 0.0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 261.87 \\ 8.84 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 174.58 \\ 17.68 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 87.29 \\ 26.512 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0.0 \\ 35.35 \end{pmatrix} \right\}, \quad D = 0.3107. \quad (23)$$

Численный расчет выполнен с использованием значений констант (табл. 1) [1, 2] для продуктивности $Q_p = 6$ г/(л ч).

**ОБОБЩЕННЫЕ ФОРМУЛЫ
ДЛЯ ВЫЧИСЛЕНИЯ СОСТАВА
ПОСТУПАЮЩЕГО ПОТОКА
НА ФЕРМЕНТАЦИЮ**

В общем случае состав поступающего потока на ферментацию (кроме отдельных добавок) определяется концентрацией двух компонентов основно-

го субстрата и компонента, воспроизводящего основной субстрат в процессе ферментации.

Условия рассмотрены общие для двух вариантов областей реализации технологического процесса:

$$Q_p < \max Q_p. \quad (24)$$

Каждая из областей делится на три части, границы которых определяются координатами особых точек.

Таблица 1. Численные значения констант

K_m , г/л	K_i , г/л	μ_{\max} , ч ⁻¹	X_{\max} , г/л	P_{\max} , г/л	n_1	n_2	$Y_{X/S}$, г/г	k_M , ч ⁻¹	α , г/г	β , ч ⁻¹	α_B , г/г	β_B , ч ⁻¹
1.2	164	0.48	30	98.0	0.5	0.5	0.4	0.035	2.2	0.02	1.1	0.01

Оценка технологических показателей выполняется при задании S_0 , г/л для области первого варианта и M_0 , г/л для области второго варианта.

В каждой из частей обеих областей сформированы множества для вычисления показателей процесса. Обозначение частей и множеств приведено ниже.

Первый вариант	Второй вариант
Часть I: $S_0(D_1) \leq S_0 \leq S_0(D_3^1)$	$M_0(D_2) \leq M_0 \leq M_0(D_3^2)$ (25)
Часть II: $S_0(D_2) \leq S_0 \leq S_0(D_1)$	$M_0(D_1) \leq M_0 \leq M_0(D_2)$ (26)
Часть III: $S_0(D_4^1) \leq S_0 \leq S_0(D_2)$	$M_0(D_4^2) \leq M_0 \leq M_0(D_1)$ (27)
Мн1 (по 25); Мн1* и Мн2* (по 26)	Мн1(по 25); Мн1* и Мн2* (по 26)
Мн1**, Мн2**, Мн3** (по 27)	Мн1**, Мн2**, Мн3** (по 27)

Положение каждого из множеств определяется величиной протока D .

Формула для области первого варианта. Для каждого из множеств заданным является значение S_0 , г/л согласно (25)–(27). По формуле вычисляются значения M_0^i – элементы множества Мн, которые формируются по D^i :

$$M_0^i = \frac{D^i + k_M}{k_M} [S'(D^i) - S_0]. \quad (28)$$

Обозначения к (28):

Мн1: S_0 по (25); $D_1^1 \leq D^i \leq D_2^1$, D_1^1 и D_2^1 по (3); $S_1' = S_0$; $S'(D^i) = S_1'(D^i)$ по (3).

Мн1*: S_0 по (26); $D_1 \leq D^i \leq D_2^2$, D_2^2 по (3); $S_1' = S_0$; $S'(D^i) = S_1'(D^i)$ по (3).

Мн2*: S_0 по (26); $D_1 \leq D^i \leq D_2^1$, D_2^1 по (4); $S_2' = S_0$; $S'(D^i) = S_2'(D^i)$ по (4).

Мн1**: S_0 по (27); $D_1 \leq D^i \leq D_2$, D_1 и D_2 по (5), (1); $S_1'(D^i) = S_1'(D^i)$ по (3).

Мн2**: S_0 по (27); $D_1 \leq D^i \leq D_3^1$, D_1 по (5), (1); D_3^1 по (4), $S_2' = S_0$; $S'(D^i) = S_2'(D^i)$ по (4).

Мн3**: S_0 по (27); $D_3^2 \leq D^i \leq D_2$, D_2 по (5), (1); D_3^2 по (4), $S_2' = S_0$; $S'(D^i) = S_2'(D^i)$ по (4).

Пример числового расчета компонентов множеств M_0^i для Мн1 и Мн3**. В качестве исходных данных пользователь задает S_0 и D^i в соответствии с ограничениями для $Q_p = 6$ г/(л ч) < $\max Q_p = 8.1718$ г/(л ч).

Мн1: $S_0 = 91.93$ г/л; $0.1 \leq D^i \leq 0.2304$, принято $D^1 = 0.14$ ч⁻¹, $D^2 = 0.18$ ч⁻¹, $D^3 = 0.22$ ч⁻¹. Получили по (28): $M_0^1 = 256.24$ г/л, $M_0^2 = 208.35$ г/л, $M_0^3 = 51.49$ г/л.

Мн3**: $S_0 = 30$ г/л; $0.30 \leq D^i \leq 0.3107$, принято $D^1 = 0.3025$ ч⁻¹, $D^2 = 0.305$ ч⁻¹, $D^3 = 0.3075$ ч⁻¹. Получили по (28): $M_0^1 = 4.04$ г/л, $M_0^2 = 10.618$ г/л, $M_0^3 = 17.693$ г/л.

Формула для области второго варианта. Для каждого из множеств заданным является значение M_0 , г/л согласно (25)–(27). По формуле вы-

числяются значения S_0^i – элементы множества Мн, которые формируются по D^i :

$$S_0^i = S'(D^i) - \frac{k_M}{D^i + k_M} M_0. \quad (29)$$

Обозначения к (29):

Мн1₁: M_0 по (25); $D_1^1 \leq D^i \leq D_1^2$, где D_1^1 и D_1^2 по решению $S_1'(D) - \frac{k_M}{D + k_M} M_0 = 0$; $S'(D)$ по (3); $D_1^1 < D_1^2$; $S'(D^i) = S_1'(D^i)$ по (3).

Мн1₁^{*}: M_0 по (26); $D_2^1 \leq D^i \leq D_2$, D_1 , D_2 по (5), $D_1 < D_2$; D_2^1 по решению $S_1'(D) - \frac{k_M}{D + k_M} M_0 = 0$; $S_1'(D)$ по (3); $S'(D^i) = S_1'(D^i)$ по (3).

Мн2₁^{*}: M_0 по (26); $D_2^2 \leq D^i \leq D_2$, D_1 , D_2 по (5), $D_1 < D_2$; D_2^2 по решению $S_2'(D) - \frac{k_M}{D + k_M} M_0 = 0$; $S_2'(D)$ по (4); $S'(D^i) = S_2'(D^i)$ по (4).

Мн1₁^{**}: M_0 по (27); $D_1 \leq D^i \leq D_2$, D_1 , D_2 по (5), $D_1 < D_2$; $S'(D^i) = S_2'(D^i)$ по (4).

Мн2₁^{**}: M_0 по (27); $D_1 \leq D^i \leq D_3^1$; D_1 , D_2 по (5), $D_1 < D_2$; D_3^1, D_3^2 по решению $S_2'(D) - \frac{k_M}{D + k_M} M_0 = 0$; $D_3^1 < D_3^2$; $S'(D^i) = S_2'(D^i)$ по (4).

Мн3₁^{**}: M_0 по (27); $D_3^2 \leq D^i \leq D_2$; D_1 , D_2 по (5), $D_1 < D_2$; D_3^1, D_3^2 по решению $S_2'(D) - \frac{k_M}{D + k_M} M_0 = 0$; $D_3^2 < D_3^1$; $S'(D^i) = S_2'(D^i)$ по (4).

Пример числового расчет компонент множеств S_0^i для Мн1 и Мн1₁^{*}. Пользователь задает M_0 и значения D^i для $Q_P = 6$ г/(л ч) < max $Q_P = 8.1718$ г/(л ч).

Мн1: $M_0 = 670$ г/л по неравенству (25): $349.16 \leq M_0 \leq 773.1$; $D_1^1 = 0.13$ ч⁻¹, $D_1^2 = 0.241$ ч⁻¹ по решению уравнения $S_1'(D) - \frac{k_M}{D + k_M} M_0 = 0$. Формирование множества принято из трех элементов по D^i : $D^1 = 0.15$ ч⁻¹, $D^2 = 0.19$ ч⁻¹, $D^3 = 0.23$ ч⁻¹. Значения $S'(D^i)$: $S'(D^1) = 141.16$ г/л; $S'(D^2) =$

$= 119.37$ г/л; $S'(D^3) = 92.24$ г/л. Компоненты множества: $S_0^1 = 14.4$ г/л, $S_0^2 = 15.15$ г/л, $S_0^3 = 3.75$ г/л.

Мн1₁^{*}: $M_0 = 321.2$ г/л по неравенству (26): $295.28 \leq M_0 \leq 349.16$; $D_2^1 = 0.09865$ ч⁻¹, $D_2 = 0.3107$ ч⁻¹; D_2^1 по решению уравнения $S_1'(D) - \frac{k_M}{D + k_M} M_0 = 0$; D_2 по (5). Формирование множества принято из трех элементов по D^i : $D^1 = 0.11$ ч⁻¹, $D^2 = 0.12$ ч⁻¹, $D^3 = 0.13$ ч⁻¹. Значения $S'(D^i)$: $S'(D^1) = 122.03$ г/л; $S'(D^2) = 136.14$ г/л; $S'(D^3) = 142.13$ г/л. Компоненты множества: $S_0^1 = 44.55$ г/л, $S_0^2 = 63.63$ г/л, $S_0^3 = 74.0$ г/л.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Приведены обобщенные соотношения, по которым пользователь имеет возможность оценить множества показателей для “особых” точек, обеспечивающие реальные ограничения в создании технологического процесса. Приведены также обобщенные соотношения, позволяющие производить расчет технологических показателей потока, поступающего на синтез молочной кислоты по заданному значению продуктивности, что дает возможность оценить влияние начальных значений S_0 и M_0 , обеспечивающих реальные условия синтеза.

Исследование выполнено при финансовой поддержке РХТУ им. Д.И. Менделеева.

ОБОЗНАЧЕНИЯ

D	величина протока, ч ⁻¹
K_i	константа ингибирования, г/л
K_m	константа насыщения субстрата, г/л
k_M	константа, определяющая количество воспроизведенного субстрата, ч ⁻¹
M	концентрация сырья, дополнительно воспроизводящего субстрат, г/л
P	концентрация продукта, г/л
Q_P	продуктивность, г/(л ч)
S	концентрация субстрата, г/л
$Y_{X/S}$	стехиометрический коэффициент, г/г
μ	удельная скорость роста микроорганизмов, ч ⁻¹
α, β	константы

ИНДЕКСЫ

0	начальное значение
max	максимальное значение
opt	оптимальное значение

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Gordeeva E.L., Ravichev L.V., Gordeeva Yu.L.* Steady states of a fermentation process for lactic acid production at a given concentration of the main substrate // *Theor. Found. Chem. Eng.* 2020. V. 54. № 4. P. 569. [*Гордеева Е.Л., Равичев Л.В., Гордеева Ю.Л.* Стаци-

онарные состояния ферментативного процесса получения молочной кислоты по заданной концентрации основного субстрата // *Теор. осн. хим. технол.* Т. 54. № 4. С. 440.]

2. *Gordeeva Yu.L., Borodkin A.G., Gordeeva E.L., Rudakovskaya E.G.* Mathematical modeling of continuous fermentation process in lactic acid production // *Theor. Found. Chem. Eng.* 2019. V. 53. № 4. P. 501. [*Гордеева Ю.Л., Бородкин А.Г., Гордеева Е.Л., Рудаковская Е.Г.* Математическое моделирование процесса непрерывной ферментации при получении молочной кислоты // *Теор. осн. хим. технол.* 2019. Т. 53. № 4. С. 402.]