

УДК 632.151+630*587+004

НЕЧЕТКО-ЛОГИЧЕСКИЙ АЛГОРИТМ ЭКОЛОГИЧЕСКОГО ЗОНИРОВАНИЯ ЛЕСНЫХ МАССИВОВ В РЕГИОНАХ ХИМИЧЕСКИХ ПРЕДПРИЯТИЙ НА ОСНОВЕ ИЕРАРХИЧЕСКОЙ СИСТЕМЫ НЕЧЕТКИХ ИНТЕГРАЛЬНЫХ ИНДЕКСОВ¹

© 2021 г. О. Б. Бутусов^{a, b, *}, В. П. Мешалкин^{a, c}, Р. Р. Кантюков^{a, d}, Я. П. Баранова^a

^aРоссийский химико-технологический университет им. Д.И. Менделеева, Москва, Россия

^bМосковский международный университет, Москва, Россия

^cИнститут общей и неорганической химии им. Н.С. Курнакова РАН, Москва, Россия

^dНИИ природных газов и газовых технологий – Газпром ВНИИГАЗ, Москва, Россия

*e-mail: butusov-1@mail.ru

Поступила в редакцию 23.03.2021 г.

После доработки 24.03.2021 г.

Принята к публикации 25.03.2021 г.

Предложена иерархическая система нечетких интегральных индексов, рассчитываемых с использованием естественных ярусов лесного массива. В каждом из отдельных ярусов вычисляется собственный интегральный индекс (ИИ), который далее используется для вычисления обобщенного интегрального индекса (ОИИ) верхнего уровня. Для вычисления нечетких ИИ нижнего уровня можно использовать взвешенные средние с экспертными оценками весовых коэффициентов. Для вычисления нечеткого ОИИ предложено использовать нечеткий метод главных компонент (МГК), обобщенный на использование нечетких показателей. Сущность предложенного алгоритма состоит в использовании симметричных треугольных нечетких чисел и в том, что МГК применяется только для центров нечетких треугольных чисел, а нечеткости при расчете главных компонент учитываются только в линейных комбинациях нечеткостей исходных показателей. Приведен пример использования предложенного нечетко-логического алгоритма и нечеткого метода главных компонент для экологического зонирования лесных массивов в регионе химических предприятий.

Ключевые слова: химические загрязнения, химические предприятия, зависимости доза–эффект, лесные массивы, интегральные индексы, теория нечетких множеств, нечетко-логические алгоритмы, нечеткие показатели, нечеткий метод главных компонент, иерархическая система интегральных индексов

DOI: 10.31857/S0040357121040047

ВВЕДЕНИЕ

Как показано в работах [1–3], оценки состояния лесных массивов, постоянно находящихся под воздействием химических загрязнений от выбросов химических предприятий можно осуществлять с помощью зависимостей доза–эффект. Сущность метода заключается в том, что первоначально определяются распределения концентраций химических загрязнений, выбираемых химическими предприятиями (ХП), по территории лесных массивов (ЛМ), а затем полученные распределения пересчитываются с помощью зависимостей доза–эффект в интегральные показатели экологического состояния ЛМ. Кроме постоянно действующих источников химического загрязнения, таких как заводские трубы ХП, необходимо учитывать экологические риски от возможных техногенных аварий на ХП, при

которых возникают лесные пожары, наносящие существенный ущерб ЛМ.

В работе [4] обосновано использование для моделирования зависимостей доза–эффект скалярных функций скалярного аргумента следующего вида:

$$I_E = f(I_D), \quad (1)$$

где $I_E = \sum_{i=1}^m a_i e_i$, $\sum_{i=1}^m a_i = 1$ – суммарный интегральный индекс нормализованных показателей эффекта;

$I_D = \sum_{j=1}^n b_j d_j$, $\sum_{j=1}^n b_j = 1$ – суммарный интегральный индекс нормализованных показателей дозы; $f(x)$ – скалярная функция зависимости доза–эффект; a_i , b_j – весовые коэффициенты;

$e_i = \frac{E_i}{E_{i,\max}}$, $d_j = \frac{D_j}{D_{j,\max}}$ – нормализованные пока-

¹ Специальный выпуск: “К юбилею Академика РАН Валерия Павловича Мешалкина”.

затели эффекта и дозы; E_i, D_j – ненормализованные показатели эффекта и дозы.

Функция “доза–эффект”-зависимости (ДЭЗ) может быть представлена таблично, графически и аналитически, а также с помощью искусственных нейронных сетей (ИНС).

НЕЧЕТКИЕ ИНТЕГРАЛЬНЫЕ ИНДЕКСЫ И НЕЧЕТКИЕ “ДОЗА–ЭФФЕКТ” ЗАВИСИМОСТИ

В отличие от четкой теории ДЭЗ [1–4], в данной работе развиты методы многоатрибутного нечеткого оценивания, которая получила название нечеткой ДЭЗ. В работе [5] обосновано применение для расчета средневзвешенных значений треугольных нечетких чисел. Представим нечеткий i -й показатель эффекта и нечеткий j -й показатель дозы в виде треугольных нечетких чисел: $\tilde{e}_i = (e_i^{(1)}, e_i^{(0)}, e_i^{(2)})$, $\tilde{d}_j = (d_j^{(1)}, d_j^{(0)}, d_j^{(2)})$, тогда интегральные индексы, как средневзвешенные значения можно вычислить по следующим формулам:

$$\tilde{I}_E = \left(\sum_{i=1}^m a_i e_i^{(1)}, \sum_{i=1}^m a_i e_i^{(0)}, \sum_{i=1}^m a_i e_i^{(2)} \right), \quad (2)$$

$$\tilde{I}_D = \left(\sum_{j=1}^n b_j d_j^{(1)}, \sum_{j=1}^n b_j d_j^{(0)}, \sum_{j=1}^n b_j d_j^{(2)} \right). \quad (3)$$

Принимая гипотезу об одинаковых весовых коэффициентах, формулы (2) и (3) можно упростить

$$\tilde{I}_E = \frac{1}{m} \left(\sum_{i=1}^m e_i^{(1)}, \sum_{i=1}^m e_i^{(0)}, \sum_{i=1}^m e_i^{(2)} \right), \quad (4)$$

$$\tilde{I}_D = \frac{1}{n} \left(\sum_{j=1}^n d_j^{(1)}, \sum_{j=1}^n d_j^{(0)}, \sum_{j=1}^n d_j^{(2)} \right). \quad (5)$$

В приближении симметричных треугольных нечетких чисел формулы (4) и (5) можно упростить

$$\tilde{I}_E = \left(\sum_{i=1}^m a_i e_i^{(1)}, \sum_{i=1}^m a_i e_i^{(2)} \right), \quad (6)$$

$$\tilde{I}_D = \left(\sum_{j=1}^n b_j d_j^{(1)}, \sum_{j=1}^n b_j d_j^{(2)} \right). \quad (7)$$

В приближении одинаковых весовых коэффициентов

$$\tilde{I}_E = \frac{1}{m} \left(\sum_{i=1}^m e_i^{(1)}, \sum_{i=1}^m e_i^{(2)} \right), \quad (8)$$

$$\tilde{I}_D = \frac{1}{n} \left(\sum_{j=1}^n d_j^{(1)}, \sum_{j=1}^n d_j^{(2)} \right). \quad (9)$$

Вместо (8) и (9) можно использовать симметричные треугольные нечеткие числа в виде центральной точки и размеров нечеткого числа

$$\tilde{I}_E = \left(\sum_{i=1}^m a_i e_i^{(0)}, \sum_{i=1}^m a_i |\Delta e_i| \right) = (I_E^{(0)}, |\Delta I_E|), \quad (10)$$

$$\tilde{I}_D = \left(\sum_{j=1}^n b_j d_j^{(0)}, \sum_{j=1}^n b_j |\Delta d_j| \right) = (I_D^{(0)}, |\Delta I_D|), \quad (11)$$

где $|\Delta e_i| = |e_i^{(2)} - e_i^{(0)}|$, $|\Delta d_j| = |d_j^{(2)} - d_j^{(0)}|$.

Из формул (10), (11) следует, что нечеткая ДЭЗ может быть представлена в следующем виде:

$$(I_E^{(0)}, |\Delta I_E|) = f(I_D^{(0)}, |\Delta I_D|). \quad (12)$$

Формулы (10), (11) и (12) показывают, что размеры симметричных треугольных нечетких чисел можно оценить с помощью средних квадратических отклонений.

Рассмотрим оценку экологического состояния ЛМ (оценка эффекта) с помощью следующих трех важных показателей: общее проективное покрытие (ОПП), жизненное состояние древостоя (ЖСД), которое оценивается группами экспертов в баллах и видовое разнообразие травяно-кустарничкового яруса (ВР). Для оценки уровней химического загрязнения (оценка дозы) будем использовать концентрацию SO₂ и результат химтрансформации SO₂ → SO₄²⁻⁻ [6]. При этом интегральный индекс эффекта и интегральный индекс дозы можно представить в следующем виде:

$$I_E = a_1 \text{ОПП} + a_2 \text{ЖСД} + a_3 \text{ВР}, \quad (13)$$

$$I_D = b_1 \text{SO}_2 + b_2 \text{SO}_4^{2-}. \quad (14)$$

Для решения задачи определения нечеткой ДЭЗ измеряют показатели, входящие в уравнения (13) и (14). Показатель ОПП измеряется по шкале с помощью люксметра. Чем больше освещенность, тем меньше проективное покрытие на данном конкретном участке ЛМ. Измерения ОПП выполняются в различных точках исследуемого участка ЛМ, по результатам которых вычисляется среднее арифметическое $\overline{\text{ОПП}}(\mathbf{x})$ и среднее квадратичное отклонение $\sigma_{\text{ОПП}}(\mathbf{x})$, где \mathbf{x} – вектор координат участка.

Показатель ЖСД оцениваются разными экспертами. В результате вычисляются среднее арифметическое $\overline{\text{ЖСД}}(\mathbf{x})$ и среднее квадратичное отклонение $\sigma_{\text{ЖСД}}(\mathbf{x})$.

Показатель ВР оценивается на нескольких экспериментальных площадках. Далее вычисляются среднее арифметическое $\overline{\text{ВР}}(\mathbf{x})$ и среднее квадратичное отклонение $\sigma_{\text{ВР}}(\mathbf{x})$.



Рис. 1. Блок-схема алгоритма оценки состояния лесных массивов и экологического зонирования ЛМ в промышленном регионе.

Укрупненная блок-схема алгоритма экологического зонирования ЛМ представлена на рис. 1.

Алгоритм начинается с выбора показателей, которые далее объединяются с помощью метода взвешенного среднего в интегральные индексы. Экологическое зонирование ЛМ выполняется с использованием найденной нечеткой ДЭЗ.

Поясним работу алгоритма на примере экологических показателей, использованных в уравнениях (13), (14). Вместо средневзвешенных рассмотрим средние арифметические. При этом формулы (13) и (14) примут следующий вид:

$$I_E = \frac{1}{3}(ОПП + ЖСД + ВР), \quad (15)$$

$$I_D = \frac{1}{2}(SO_2 + SO_4^{2-}). \quad (16)$$

Численные значения нормализованных показателей в разных точках выбранного участка ЛМ представлены в табл. 1.

Данные табл. 1 были использованы для вычисления нечетких треугольных чисел отдельных показателей:

$$\begin{aligned} ОПП &= (e_{ОПП}; |\Delta e_{ОПП}|) = (0.22; 0.16), \\ ЖСД &= (e_{ЖСД}; |\Delta e_{ЖСД}|) = (0.3; 0.13), \\ ВР &= (e_{ВР}; |\Delta e_{ВР}|) = (0.28; 0.23), \\ SO_2 &= (d_{SO_2}; |\Delta d_{SO_2}|) = (0.57; 0.18), \\ SO_4 &= (d_{SO_4}; |\Delta d_{SO_4}|) = (0.52; 0.21). \end{aligned}$$

Таблица 1. Нормализованные показатели “дозы” и “эффекта”

№	ОПП	ЖСД	ВР	SO ₂	SO ₄ ⁻
1	0.43	0.26	0.54	0.34	0.58
2	0.00	0.57	0.45	0.41	0.70
3	0.33	0.73	0.40	0.66	0.47
4	0.51	0.34	0.46	0.40	0.44
5	0.26	0.21	0.29	0.64	0.34
6	0.42	0.20	0.29	0.57	0.53
7	0.18	0.25	0.50	0.54	0.20
8	0.33	0.46	0.52	0.70	0.33
9	0.18	0.27	0.21	0.93	0.29
10	0.53	0.71	0.00	0.79	0.53
11	0.39	0.23	0.00	0.18	0.80
12	0.58	0.16	0.00	0.61	0.93
13	0.29	0.41	0.10	0.25	0.15
14	0.29	0.35	0.39	0.10	0.57
15	0.36	0.39	0.14	0.26	0.37
16	0.59	0.00	0.28	0.06	0.28
17	0.00	0.27	0.37	0.27	0.52
18	0.00	0.00	0.02	0.77	0.41
19	0.55	0.34	0.13	0.40	0.51
20	0.68	0.45	0.15	1.00	0.65

Нечеткие интегральные индексы можно рассчитать с помощью приведенных выше нечетких частных показателей по формулам (15) и (16):

$$I_E = (I_E^{(0)}, |\Delta I_E|) = (0.27; 0.17),$$

$$I_D = (I_D^{(0)}, |\Delta I_D|) = (0.54; 0.2).$$

Нечеткие треугольные интегральные индексы можно представить с помощью треугольных функций принадлежности (см. рис. 2).

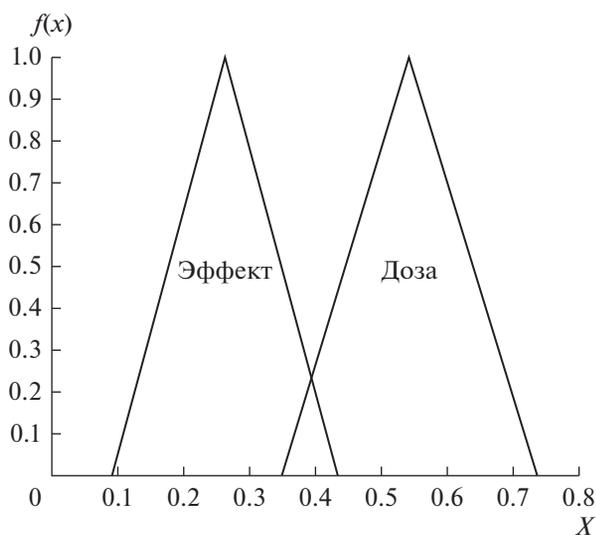


Рис. 2. Интегральные треугольные нечеткие функции принадлежности “дозы” и “эффекта”.

График ДЭЗ представлен на рис. 3.

Как следует из рис. 3, ДЭЗ является линейной и проходит через начало координат. Эта функция преобразовывает интервал нечеткости “дозы” в интервал нечеткости “эффекта”. В данном случае интервал нечеткости “дозы” [0.35; 0.75] преобразовывается в интервал нечеткости “эффекта” [0.1; 0.4].

Аналитическое представление ДЭЗ имеет следующий вид (линейная функция, проходящая через начало координат):

$$e = kd, \tag{17}$$

где d – величина “дозы”, e – величина “эффекта”, k – угловой коэффициент (в данном примере $k = 0.57$).

Табличное представление ДЭЗ получается с помощью формулы (17). Полученные результаты могут быть использованы в качестве основы для расчета более сложных нечетких ДЭЗ.

ВЫЧИСЛЕНИЕ НЕЧЕТКИХ ДЭЗ С ПОМОЩЬЮ НЕЧЕТКОГО МЕТОДА ГЛАВНЫХ КОМПОНЕНТ

Как отмечено выше, экологическая информация имеет нечеткий характер, что обусловлено наличием большого количества качественных показателей и лингвистических переменных, необходимых для ее описания. Для получения интегральных индексов первого уровня достаточно разделить экологические показатели на отдельные группы. При этом в качестве критерия разграничения экологических показателей ЛМ можно использовать естественные ярусы лесного массива, например, ярус древостоя, травяно-кустарничко-

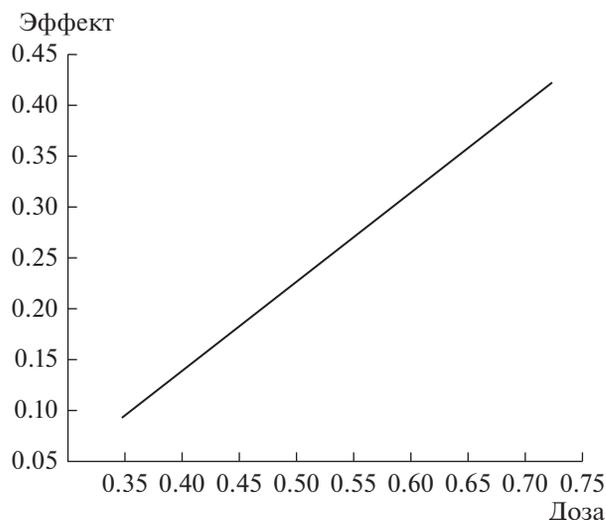


Рис. 3. График функции “доза–эффект” зависимости.

вый ярус (ТКЯ), ярус подстилки, ярус почвы и пр. В каждом из отдельных ярусов вычисляют собственный интегральный индекс, который далее используют для вычисления обобщенного интегрального индекса (ОИИ) верхнего уровня. Для вычисления ИИ первого уровня можно использовать взвешенные средние с экспертными оценками весовых коэффициентов, или в простейшем случае средние арифметические. При этом необходимо учитывать нечеткий характер экологических данных.

Для вычисления нечеткого ОИИ предложено использовать нечеткий метод главных компонент (МГК) [7, 8], обобщенный на использование нечетких показателей. МГК позволяет построить иерархическую последовательность интегральных индексов (главных компонент) в виде линейных комбинаций исходных показателей [9]. Полученные в результате интегральные индексы могут быть использованы для выявления закономерностей в статистических данных. В [10] отмечается, что при использовании треугольных нечетких чисел (ТНЧ) арифметические операции усреднения также приводят к ТНЧ.

Рассмотрим применение нечеткого МГК для симметричных треугольных нечетких чисел (СТНЧ). В этом приближении каждое СТНЧ может быть представлено в виде совокупности центров и размеров полуширины СТНЧ: $e_i = (a_i; \Delta a_i)$, где $a_i, \Delta a_i$ – центр и полуширина i -го СТНЧ.

В работе [5] показано, что при расчете среднего взвешенного ТНЧ можно использовать следующую формулу:

$$\bar{A} = (\bar{A}^{(1)}; \bar{A}^{(m)}; \bar{A}^{(2)}) = \left(\sum_{i=1}^n w_i a_i^{(1)}; \sum_{i=1}^n w_i a_i^{(m)}; \sum_{i=1}^n w_i a_i^{(2)} \right), \quad (18)$$

где w_i – весовые коэффициенты.

Для СТНЧ формула (18) принимает вид

$$\bar{A} = (\bar{A}^{(1)}; \bar{A}^{(2)}) = \left(\sum_{i=1}^n w_i a_i^{(1)}; \sum_{i=1}^n w_i a_i^{(2)} \right). \quad (19)$$

Из (19) следует, что $\bar{A}^{(m)} = \frac{1}{2}(\bar{A}^{(1)} + \bar{A}^{(2)})$, $\Delta \bar{A} = \bar{A}^{(m)} - \bar{A}^{(1)} = \bar{A}^{(2)} - \bar{A}^{(m)}$, где $\Delta \bar{A} = \bar{A}^{(m)} - \bar{A}^{(1)} = \frac{1}{2}(\bar{A}^{(1)} + \bar{A}^{(2)}) - \bar{A}^{(1)} = \frac{1}{2}(\bar{A}^{(2)} - \bar{A}^{(1)})$. Таким образом, формула (19) эквивалентна следующей формуле:

$$\bar{A} = (\bar{A}^{(m)}; \Delta \bar{A}) = \left(\sum_{i=1}^n w_i A_i^{(m)}; \sum_{i=1}^n w_i \Delta A_i \right). \quad (20)$$

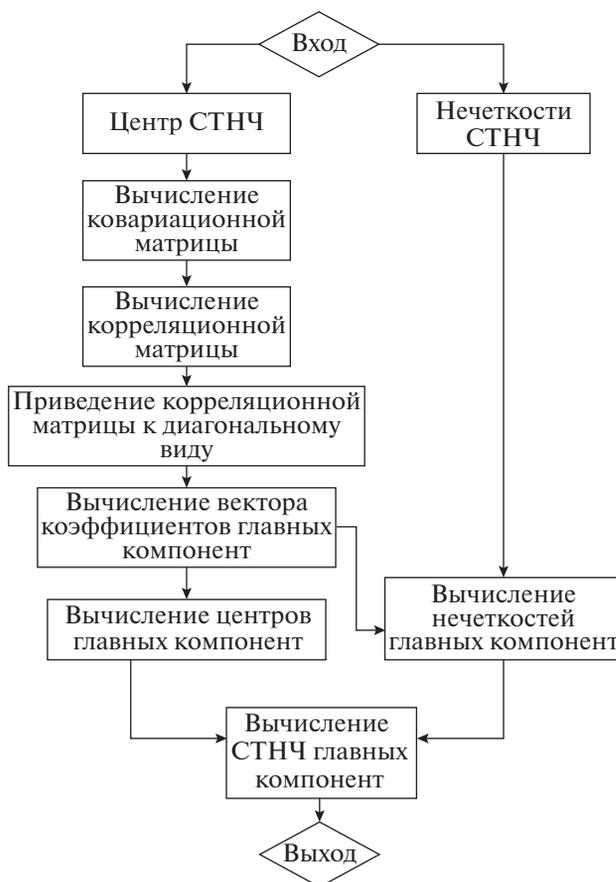


Рис. 4. Укрупненная блок-схема алгоритма вычисления обобщенного интегрального индекса.

При этом для экологических показателей необходимо соблюдение следующих дополнительных условий $a_i^{(1)} = a_i^{(m)} - \Delta a_i \geq 0$; $a_i^{(2)} = a_i^{(m)} + \Delta a_i \leq 1$.

Сущность предложенного алгоритма заключается в том, что МГК применяется только для центров СТНЧ, а нечеткости учитываются только в линейных комбинациях при расчете главных компонент. Укрупненная блок-схема алгоритма представлена на рис. 4.

МГК предназначен для преобразования интегральных индексов нижних уровней в единственную главную компоненту – обобщенный интегральный индекс (ОИИ). При этом коррелированные между собой компоненты преобразовываются с помощью линейных комбинаций в новые и некоррелированные переменные. На первом этапе построения главных компонент определяется линейная комбинация исходных переменных с максимальной дисперсией. На следующей итерации определяется новая линейная комбинация переменных ортогональная предыдущему вектору и т.д.

Технология построения главных компонент основана на диагонализации ковариационной или корреляционной квадратной матрицы размером m

х m , где для задачи вычисления ОИИ m – число ИИ нижнего уровня. Ковариационная и корреляционная матрицы являются симметрическими матрицами и поэтому могут быть представлены в виде следующего разложения:

$$S = PP', \tag{21}$$

где P' – транспонированная матрица.

Обозначим ковариационную матрицу буквой S :

$$S = \begin{pmatrix} s_1^2 & s_{12}^2 & \dots & s_{1m}^2 \\ s_{21}^2 & s_2^2 & \dots & s_{2m}^2 \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ s_{m1}^2 & s_{m2}^2 & \dots & s_m^2 \end{pmatrix}, \tag{22}$$

где s_j^2 – дисперсия j -й компоненты, m – число компонент, s_{jk}^2 – коэффициенты ковариации компонент j и k , которые рассчитываются по формуле

$$s_{jk}^2 = \frac{n \sum_{i=1}^n I_{jk} I_{ki} - \sum_{i=1}^n I_{ji} \sum_{i=1}^n I_{ik}}{n(n-1)}, \tag{23}$$

где n – количество строк исходных матриц ИИ нижнего уровня.

После нахождения ковариационной матрицы корреляционную матрицу можно рассчитать по формуле

$$R = D^{-1} \cdot S \cdot D^{-1}, \tag{24}$$

где D – диагональная матрица стандартных отклонений следующего вида:

$$D = \begin{pmatrix} s_1 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & s_2 & \dots & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & 0 & \dots & s_m \end{pmatrix}. \tag{25}$$

Корреляционная матрица R также является симметричной и приводится к диагональному виду с помощью преобразования

$$K = URV', \tag{26}$$

где U и V – ортогональные матрицы, столбцы которых являются собственными векторами матрицы R ; K – диагональная матрица упорядоченных по величине собственных значений матрицы R

$$K = \begin{pmatrix} k_1 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & k_2 & \dots & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & 0 & \dots & k_m \end{pmatrix}. \tag{27}$$

Так как столбцы матрицы U являются собственными векторами матрицы R , то для расчет главных компонент необходимо умножить строки транспонированной матрицы U' на вектор-столбец исходных переменных (в данном случае вектор-столбец интегральных индексов нижнего уровня)

$$z = U' \cdot I, \tag{28}$$

где $I = (I_1, I_2, \dots, I_m)'$ – вектор-столбец исходных компонент.

В случае использования ковариационной матрицы переменные необходимо предварительно центрировать, а для корреляционной матрицы – нормализовать. При этом формулы для вычисления главных компонент имеют следующий вид:

$$z = U'(I - \bar{I}), \quad z = U' \cdot D^{-1}(I - \bar{I}), \tag{29}$$

$\bar{I} = (\bar{I}_1, \bar{I}_2, \dots, \bar{I}_m)'$ – вектор-столбец средних

значений исходных переменных, $\bar{I}_k = \frac{1}{n} \sum_{j=1}^n I_j$ – среднее значение k -го ИИ нижнего уровня, U' – матрица, строки которой содержат коэффициенты главных компонент, z – вектор-столбец, элементы которого являются нормализованные и центрированные главные компоненты

$$z = \begin{pmatrix} u_{11} \frac{(I_1 - \bar{I}_1)}{s_1} + u_{21} \frac{(I_2 - \bar{I}_2)}{s_2} + \dots + u_{m1} \frac{(I_m - \bar{I}_m)}{s_m} \\ u_{12} \frac{(I_1 - \bar{I}_1)}{s_1} + u_{22} \frac{(I_2 - \bar{I}_2)}{s_2} + \dots + u_{m2} \frac{(I_m - \bar{I}_m)}{s_m} \\ \dots \\ u_{1m} \frac{(I_1 - \bar{I}_1)}{s_1} + u_{m2} \frac{(I_2 - \bar{I}_2)}{s_2} + \dots + u_{mm} \frac{(I_m - \bar{I}_m)}{s_m} \end{pmatrix}. \tag{30}$$

Таблица 2. Центры нормализованных нечетких экологических показателей

Н/п	e1	e2	e3	e4	e5	e6	e7	e8	I1	I2	I3
1	0.773	0.606	0.380	0.1	0.2	0.295	0.583	0.125	0.586	0.198	0.354
2	0.1	0.15	0.2	0.007	0.1	0.2	0.3	0.167	0.150	0.102	0.233
3	0.695	0.328	0.239	0.361	0.847	0.409	0.375	0.292	0.421	0.539	0.333
4	0.8	0.850	0.9	0.359	0.736	0.75	0.9	0.958	0.850	0.615	0.929
5	0.200	0.144	0.014	0	0.019	0.136	0.333	0.000	0.120	0.052	0.167
6	0.523	0.467	0.127	0.183	0.542	0.364	0.042	0.000	0.372	0.363	0.021
7	0.373	0.417	0.099	0.246	0.493	0.364	0.958	0.625	0.296	0.367	0.792
8	0.129	0.1	0.042	0.013	0.039	0.136	0.167	0.125	0.090	0.063	0.146
9	0.312	0.222	0.254	0.110	0.331	0.318	0.083	0.125	0.263	0.253	0.104
10	0.848	0.467	0.521	0.444	0.600	0.545	0.667	0.95	0.612	0.530	0.808
11	0.395	0.217	0.056	0.013	0.109	0.227	0.292	0.042	0.223	0.116	0.167
12	0.788	0.483	0.324	0.269	0.641	0.318	0.083	0.2	0.532	0.409	0.142

Таблица 3. Размеры полуширины нормализованных нечетких экологических показателей

Н/п	Δe1	Δe2	Δe3	Δe4	Δe5	Δe6	Δe7	Δe8	ΔI1	ΔI2	ΔI3
1	0.030	0.128	0.038	0.023	0.020	0.004	0.058	0.019	0.065	0.016	0.039
2	0.015	0.068	0.082	0.002	0.006	0.098	0.142	0.007	0.055	0.036	0.075
3	0.266	0.144	0.067	0.152	0.372	0.123	0.007	0.126	0.159	0.216	0.066
4	0.273	0.378	0.252	0.103	0.326	0.107	0.256	0.206	0.301	0.179	0.231
5	0.081	0.000	0.001	0.000	0.008	0.034	0.141	0.000	0.027	0.014	0.070
6	0.195	0.158	0.028	0.043	0.200	0.082	0.016	0.000	0.127	0.109	0.008
7	0.025	0.069	0.013	0.108	0.010	0.122	0.326	0.219	0.036	0.080	0.273
8	0.049	0.049	0.004	0.002	0.010	0.027	0.002	0.041	0.034	0.013	0.022
9	0.049	0.019	0.060	0.026	0.033	0.095	0.013	0.029	0.043	0.051	0.021
10	0.241	0.009	0.069	0.073	0.172	0.128	0.296	0.240	0.106	0.124	0.268
11	0.182	0.071	0.002	0.001	0.031	0.098	0.049	0.020	0.085	0.043	0.034
12	0.020	0.132	0.029	0.098	0.195	0.127	0.008	0.054	0.060	0.140	0.031

Окончательный результат в виде СТНЧ вычисляется по следующим формулам:

$$z_m = U'(1, :) \cdot I_m, \quad \Delta z = U'(1, :) \cdot \Delta I. \quad (31)$$

Применение МГК является наиболее эффективным для вычисления ОИИ при использовании только одной первой главной компоненты. Тогда именно эту единственную компоненту лучше всего использовать в качестве ОИИ.

Рассмотрим пример использования предложенного алгоритма на конкретных результатах измерения показателей ЛМ. В табл. 2 и 3 представлены нормализованные на интервал [0, 1] результаты измерений экологических данных с помощью СТНЧ. Для удобства центры представлены отдельно в табл. 2, а размеры полуширины в табл. 3.

Таблица интегральных индексов нижнего уровня представлена в табл. 4 и 5.

Таблица 4. Центры интегральных индексов первого уровня

I1	I2	I3
0.586	0.198	0.354
0.150	0.102	0.233
0.421	0.539	0.333
0.850	0.615	0.929
0.120	0.052	0.167
0.372	0.363	0.021
0.296	0.367	0.792
0.090	0.063	0.146
0.263	0.253	0.104
0.612	0.530	0.808
0.223	0.116	0.167
0.532	0.409	0.142

Таблица 5. Нечеткости интегральных индексов первого уровня

I1	I2	I3
0.057	0.078	0.138
0.027	0.023	0.087
0.072	0.099	0.036
0.128	0.157	0.136
0.022	0.019	0.077
0.077	0.065	0.010
0.104	0.109	0.195
0.019	0.013	0.054
0.052	0.017	0.016
0.100	0.047	0.228
0.039	0.020	0.009
0.178	0.113	0.013

Таблица 6. Ковариационная матрица центров интегральных индексов первого уровня

	I1	I2	I3
I1	0.054	0.038	0.046
I2	0.038	0.039	0.039
I3	0.046	0.039	0.098

Таблица 7. Корреляционная матрица центров интегральных индексов первого уровня

	I1	I2	I3
I1	1.000	0.818	0.632
I2	0.818	1.000	0.633
I3	0.632	0.633	1.000

Таблица 8. Матрица коэффициентов главных компонент

	G1	G2	G3
I1	0.512	-0.594	-0.621
I2	0.430	-0.448	0.784
I3	0.744	0.668	-0.026

Таблица 9. Центры и нечеткости ОИИ: Im – центры; Id – нечеткости

№/п	Im	Id
1	0.649	0.165
2	0.294	0.089
3	0.695	0.106
4	1.391	0.234
5	0.207	0.077
6	0.362	0.075
7	0.898	0.246
8	0.182	0.056
9	0.321	0.046
10	1.142	0.240
11	0.288	0.035
12	0.554	0.150

Ковариационная матрица, построенная по табл. 4, представлена в табл. 6, а корреляционная матрица в табл. 7. Матрица коэффициентов главных компонент представлена в табл. 8.

Процент вариабельности главных компонент D (%) равен 79.608, 16.076 и 4.315, из чего следует, что вариабельность первой главной компоненты на много больше вариабельности остальных двух главных компонент, что позволяет использовать $G1$ в качестве ОИИ. Результаты расчета ОИИ представлены в табл. 9.

Как следует из табл. 9, ОИИ достигает максимальных значений на площадях 4, 7 и 10, а минимальных значений на площадях 2, 5 и 8. При этом размеры нечеткостей характеризуют пределы точности полученных результатов. Важно отметить, что ОИИ количественно описывает суммарное антропогенное воздействие на ЛМ всей техногенной инфраструктуры ХП с учетом как химических загрязнений, так и других видов антропогенного воздействия, например рекреационную нагрузку или выпасы сельскохозяйственных животных. Также ОИИ учитывает влияние на ЛМ не антропогенных факторов, например, структуру и состав почвенных горизонтов или гидрологию поверхности.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

По результатам проведенных исследований и расчетов вытекают следующие выводы:

- нечеткий характер экологических данных необходимо учитывать при проведении расчетов показателей воздействия химических загрязнений ХП на лесные массивы, а также при моделировании процессов распространения химических загрязнений по территории ЛМ в регионах химических предприятий;

- применение нечеткого метода главных компонент позволяет получать количественные характеристики воздействия ХП на ОС, а также выделять участки ЛМ с максимальными и минимальными потерями биологических показателей;

- разработанный алгоритм нечеткого метода главных компонент может быть использован в других инженерно-технических и научных областях, например, в материаловедении при проектировании свойств композитных материалов.

ОБОЗНАЧЕНИЯ

$a_i, \Delta a_i$	центр и полуширина i -го симметричного нечеткого треугольного числа
a_i, b_j	безразмерные весовые коэффициенты

D	диагональная матрица стандартных отклонений	ЖСД	жизненное состояние древостоя, баллы
d_i	нормализованный показатель дозы, безразмерный	ВР	видовое разнообразие травяно-кустарничкового яруса
E_i, D_j	ненормализованные показатели эффекта и дозы, отн. ед.	SO ₂	безразмерная нормализованная концентрация диоксида серы
e_i	безразмерный нормализованный показатель эффекта	SO ₄ ²⁻	безразмерная нормализованная концентрация ионов SO ₄ ²⁻ .
$f(x)$	скалярная функция “доза–эффект”-зависимости		
$I = (I_1, I_2, \dots, I_m)'$	вектор-столбец исходных компонент		
$\bar{I} = (\bar{I}_1, \bar{I}_2, \dots, \bar{I}_m)'$	вектор-столбец средних значений исходных переменных		
I_E	безразмерный суммарный интегральный индекс нормализованных показателей эффекта		
I_D	безразмерный суммарный интегральный индекс нормализованных показателей дозы		
K	диагональная матрица упорядоченных по величине собственных значений матрицы R		
m	число компонент		
P'	транспонированная матрица		
R	корреляционная матрица		
S	ковариационная матрица		
s_j^2	дисперсия j -й нормализованной компоненты		
s_{jk}^2	коэффициенты ковариации нормализованных компонент j и k		
U, V	ортогональные матрицы, столбцы которых являются собственными векторами матрицы R		
w_i	безразмерные весовые коэффициенты		
z	вектор-столбец, элементы которого являются нормализованные и центрированные главные компоненты (безразмерный)		
ОПП	общее проективное покрытие, %		

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Мешалкин В.П., Бутусов О.Б., Смотрович С.А., Сельский Б.Е. Информационная система для экологического зонирования воздушного бассейна в условиях городской застройки // Хим. пром-сть. 1997. № 4. С. 263.
2. Мешалкин В.П., Бутусов О.Б., Сельский Б.Е. Метод определения интегрального индекса химических загрязнений окружающей среды от газовых выбросов химических и нефтехимических предприятий для экологического зонирования // Хим. пром-сть. 1998. № 1. С. 44.
3. Бутусов О.Б., Кантюков Р.А., Мешалкин В.П., Кантюков Р.Р. Компьютерное моделирование воздействия газопроводов на окружающую среду. СПб.: Недра, 2014.
4. Бутусов О.Б., Леонтьев Л.И., Мешалкин В.П. Комплексная оценка воздействия металлургического комбината на лесные массивы // Все матер. 2009. № 5. С. 38.
5. Bojadzjev G., Bojadzjev M. Fuzzy Logic for Business, Finance, and Management. Singapore: World Scientific, 2007.
6. Литвин В.А. Многокритериальная автоматизированная региональная система моделирования эффективных атмосферных стратегий. М.: Гидрометеоиздат, 1988.
7. Jolliffe I.T. Principle Component Analysis. N.Y.: Springer-Verlag, 2002.
8. Vidal R., Ma Y., Sastry S.S. Generalized Principal Component Analysis. N.Y.: Springer-Verlag, 2016.
9. Jensen R., Shen Q. Computational Intelligence and Feature Selection: Rough and Fuzzy Approaches. N.Y.: Wiley, 2008.
10. Buckley J.J. Simulating Fuzzy Systems. Berlin: Springer, 2005.