

УДК 532.529

ГИДРОДИНАМИЧЕСКИЕ АСПЕКТЫ ГЕТЕРОГЕННЫХ РЕАКЦИЙ ВОССТАНОВЛЕНИЯ И РАСТВОРЕНИЯ С ВЫДЕЛЕНИЕМ ПУЗЫРЬКОВ ГАЗА¹

© 2021 г. В. П. Мешалкин^а, Н. Н. Кулов^а, С. В. Панченко^б, М. И. Дли^б,
В. И. Бобков^б*, М. В. Черновалова^с

^аРоссийский химико-технологический университет им. Д.И. Менделеева, Москва, Россия

^бНациональный исследовательский университет “МЭИ” в г. Смоленске, Смоленск, Россия

^сНациональный исследовательский университет “МЭИ”, Москва, Россия

*e-mail: vovabobkoff@mail.ru

Поступила в редакцию 23.07.2020 г.

После доработки 22.03.2021 г.

Принята к публикации 23.03.2021 г.

Исследован механизм протекания гетерогенной реакции при барботировании пузырьков газа, выделяющегося в процессе реакции. Рассмотрены теоретические положения по образованию пузырьков газа при гетерогенной реакции твердое–жидкое–газ на основе формирования движущегося микрослоя жидкого реагента под пузырьком газа. По аналогии с кипением предлагается гидродинамическая модель формирования микрослоя и его реагирования при контакте с твердым реагентом-восстановителем. Модель “химического кипения” дает качественно правильные закономерности протекания реакции. Структура зависимости радиуса пузырька практически совпадает с ранее рассмотренными моделями, которые вполне удовлетворительно коррелируют с экспериментом. Рассмотрение гидродинамики барботирующих пузырьков газа аналитически и численными методами дает возможность получить представление о форме течений жидкой фазы. Характерным является наличие гидродинамических структур, отвечающих за упорядоченное движение жидкости при различных способах подачи газовой фазы. Получены соотношения для критических условий массопереноса. В отличие от кипения при гетерогенной реакции существование кризисного режима невозможно в силу экранирования поверхности реагирования. Такой режим является лишь предельным. Ранее нами было показано, что степень экранирования поверхности реагирования пузырьками незначительна. При кипении эта величина находится в пределах 13%.

Ключевые слова: гетерогенная реакция, микрослой реагента, динамика гетерогенной реакции: жидкость–твердое–газ, газофазные продукты, гидродинамика перемешивания, коэффициент массоотдачи, критериальные уравнения массообмена, интенсификация гетерогенных реакций

DOI: 10.31857/S0040357121040096

ВВЕДЕНИЕ

Процессы, характерные для химической электротермии, такие как получение карбида кремния, фосфора и т.д., являющиеся реакциями восстановления и ряд реакций растворения протекают с выделением продуктов в газовой фазе. Задачи гетерогенного реагирования при образовании пузырьков газа характерны при зажигании, в процессах горения и взрыва, при хлорировании и переработке железоуглеродистых, медноникелевых и других цветных металлов и расплавов [1–3]. Особо важно полное понимание восстановительных процессов и методов их интенсификации в

связи переработкой сырья из отвалов рудников и обедненных руд. Химическая электротермия решает подобные проблемы и повышение эффективности процессов в этом случае играет не последнюю роль. В нашей работе [4] рассмотрен механизм интенсификации массообмена в гетерогенных реакциях с выделением пузырьков газа, барботирующих в реакционной зоне. Здесь предлагается развитие этих проблем, в основе которых имеют место гидродинамические особенности.

По [1] утверждается практически полная аналогия барботажа и кипения в части гидродинамики и теплообмена. Процесс парообразования расширяет действие законов развитого пузырькового барботажа в ряде случаев вплоть до первой

¹ Специальный выпуск: “К юбилею Академика РАН Валерия Павловича Мешалкина”.

критической плотности теплового потока. Это говорит о том, что действие пузырьков не зависит от их природы появления и проявляется лишь во взаимодействии с жидкостью в процессе их движения вверх. Что касается гетерогенной реагирующей системы, где реакция протекает при непосредственном контакте жидкого реагента и твердого восстановителя появление газовой прослойки между твердым и жидким реагентами приведет к прекращению реакции, выделению газовой фазы и сделает появление критического режима невозможным.

Способам интенсификации тепло и массообмена в газожидкостных системах уделяется особое внимание [5–10]. Изучение взаимодействия газа и жидкости продолжается в связи с особенностями поведения таких систем и расширением их сферы приложения [11–14].

В наших работах [15–21] показана роль гидравлики в анализе эффективности целевых процессов восстановления рудных материалов, где скорость массообмена принималась значительной.

В представленной работе рассмотрен механизм реагирования с учетом особенностей, присущих реагирующим системам, с учетом факторов, влияющих на скорость целевых процессов.

При выделении пузырьков в процессе реакции происходит интенсивное перемешивание реагента и тепломассообмен интенсифицируется [1]. Как и при кипении, при выделении пузырьков происходит частичное экранирование поверхности реагирования, но доля экранирования невелика. Задача – показать, как гидродинамические процессы влияют на протекание гетерогенных реакций.

**ГИДРОДИНАМИЧЕСКИЙ ПОДХОД
К ФОРМИРОВАНИЮ МИКРОСЛОЯ
ПРИ ПРОТЕКАНИИ ГЕТЕРОГЕННОЙ
РЕАКЦИИ С ВЫДЕЛЕНИЕМ
ПУЗЫРЬКОВ ГАЗА**

Полагается, что реагирование жидкого компонента с твердым с образованием газовой фазы в виде пузырьков осуществляется в микрослое между пузырьком и твердым реагентом. Механизм формирования микрослоя можно рассматривать как движение жидкой фазы в пространстве между растущим пузырьком и твердой стенкой восстановителя. В простейшем случае это одномерное нестационарное течение вязкой жидкости.

Эксперименты показывают [22], что толщина микрослоя и вязкого пограничного слоя при паробразовании не сопоставимо мала по сравнению с радиусом пузырька, поэтому течение потока в пер-

вом приближении можно считать плоским и давление неизменным [23]. Такая же картина должна наблюдаться при формировании пузырьков в процессе реакции. Из баланса жидкости вблизи основания пузырька следует

$$v_b \delta_0 = \int_0^{\infty} v_{1\delta} dy = \int_0^{\infty} (v - v_b) dy, \tag{1}$$

где v_b – скорость движения межфазной поверхности, приравненная к скорости стенки v_w ; $v_{1\delta}$ – скорость жидкости в микрослое; v – скорость жидкости, вызванная движением стенки; v_w – скорость движения стенки (условная).

Согласно теории пограничного слоя, величина δ_0 равна толщине вытеснения пограничного слоя, которая определяется профилем скорости жидкости при течении у стенки, которая набегаёт со скоростью v_w . Рассматриваем межфазную поверхность под пузырьком как неподвижную, а стенку, движущуюся со скоростью расширения пузырька $v_b = v_w$, когда радиус меняется по закону $R = c_b \tau^{1/2}$ для частного случая (рис. 1).

Уравнение, описывающее течение жидкости, вызванное движением стенки, используем для оценки толщины микрослоя, тогда

$$\frac{\partial v}{\partial \tau} = \nu_1 \frac{\partial^2 v}{\partial y^2}, \tag{2}$$

$$\begin{aligned} \tau = 0, v = v_0, y - \text{любое;} \\ \tau > 0, y = 0, u = u_w; \\ \tau > 0, y \rightarrow \infty, u = u_0, \end{aligned} \tag{3}$$

где ν_1 – кинематическая вязкость жидкости; τ – время; y – вертикальная координата.

Изменение скорости происходит в пределах пограничного слоя $\delta_{b0} \sim (\nu_1 \tau)^{1/2}$, поэтому в качестве безразмерной координаты η принимается величина y/δ , т.е. $\eta = y/(c(\nu_1 \tau)^{1/2})$. Здесь c введена для удобства дальнейших преобразований и принимается равной 2.

Тогда решение задачи (2) с условиями (3) для распределения скорости при движении стенки со скоростью v_w при $v_0 = 0$ будет иметь следующий вид [23]:

$$\begin{aligned} \frac{v - v_w}{v_0 - v_w} &= \frac{2}{\sqrt{\pi}} \int_0^{\eta} \exp(-\eta^2) d\eta = erf(\eta), \\ v &= v_w - v_w \frac{2}{\sqrt{\pi}} \int_0^{\eta} \exp(-\eta^2) d\eta = v_w (1 - erf(\eta)). \end{aligned} \tag{4}$$

Профиль скорости приведен на рис. 1.

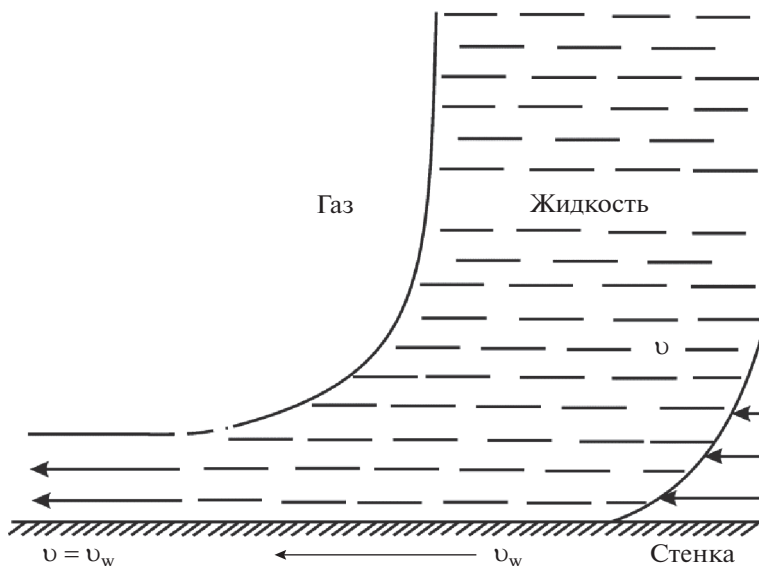


Рис. 1. Схема образования микрослоя.

При этом следует иметь в виду, что система координат и направление скорости жидкости не совпадают, тогда из (1), (4) следует

$$v_b \delta_0 = \int_0^{\infty} v_{1\delta} dy = \int_0^{\infty} (-v_w + v_b) dy + v_w \frac{2}{\sqrt{\pi}} \times \int_0^{\infty} \exp(-\eta^2) dy = v_w \frac{2\sqrt{4v_1\tau}}{\sqrt{\pi}} \int_0^{\infty} \exp(-\eta^2) \frac{dy}{\sqrt{4v_1\tau}}. \quad (5)$$

Преобразуя (5) с использованием свойств интеграла вероятностей, запишем

$$v_w \frac{2\sqrt{4v_1\tau}}{\sqrt{\pi}} \int_0^{\infty} \exp(-\eta^2) \frac{dy}{\sqrt{4v_1\tau}} = v_w \sqrt{4v_1\tau}. \quad (6)$$

При $\tau = \tau_g$, $v_w = v_b$, $\delta = \delta_0$ получим

$$\delta_0 v_b = v_b \sqrt{4v_1\tau_g},$$

тогда для текущего радиуса r начальная толщина микрослоя:

$$\delta_0 = 2\sqrt{v_1\tau_g} = c_\delta \sqrt{v_1\tau_g}. \quad (7)$$

Здесь $c_\delta = 2$. (Для некоторых моделей при $n = 1/2$ этот коэффициент равен 0,8); $\tau_g = (r/c_R)^{1/n}$ – время при котором реализуется начальная толщина микрослоя.

Для модели [4]:

$$c_R = c_b = \left(\frac{2\xi\gamma_g D_1 \Delta c}{\rho_g} \right)^{1/2}. \quad (8)$$

Будем считать, что к моменту времени τ микрослой на окружности радиусом r_e – радиусе пятна,

полностью прореагировал и его толщина близка к нулю. Тогда объем газа в пузырьке будет [22]

$$V_\delta = \frac{\rho_l}{\rho_g} \left(\int_0^{r_e} 2\pi r \delta_0 dr + \int_{r_e}^R (2\pi r (\delta_0 - \delta) dr) \right)$$

или

$$V_\delta = 2\pi \frac{\rho_l}{\rho_g} \left(\int_0^R \delta_0 r dr - \int_{r_e}^R \delta r dr \right). \quad (9)$$

Здесь δ – остаточная толщина микрослоя в точке r в момент τ , которая может быть получена из решения уравнения массового баланса при реагировании микрослоя на поверхности твердого реагента:

$$-\frac{d\delta}{d\tau} = \frac{D_1 \Delta c}{\rho_1 \delta}, \quad (10)$$

где ρ_1 , ρ_g – плотность жидкости и газа; $\Delta c = c_0 - c_s$ – разность концентраций жидкого реагента в объеме и на поверхности контакта с твердым реагентом-восстановителем; c_0 – концентрация жидкого реагента в объеме; c_s – концентрация реагента на твердой поверхности; D_1 – коэффициент диффузии жидкого реагента.

Интегрируя (10) в соответствующих пределах, запишем

$$-\int_{\delta_0}^{\delta} \delta d\delta = \int_{\tau_g}^{\tau} \frac{D_1 \Delta c}{\rho_1} d\tau.$$

Тогда для толщины микрослоя в процессе реагирования:

$$\delta_0^2 - \delta^2 = \frac{2D_1\Delta c}{\rho_1}(\tau - \tau_g) = c_D(\tau - \tau_g), \quad (11)$$

где $c_D = \frac{2D_1\Delta c}{\rho_1}$ – комплекс.

Преобразуем c_D введением безразмерного критерия

$$c_D = \frac{2D_1\Delta c}{\rho_1} = 2 \left(\frac{\rho_g D_g \Delta c}{\rho_1 c_0} \right) \left(\frac{\gamma_g c_0 D_1}{\rho_g D_g} \right) = 2 \left(\frac{\rho_g D_g \Delta c}{\rho_1 c_0} \right) \text{Ja}_D, \quad (12)$$

где $\text{Ja}_D = \frac{\gamma_g c_0 D_1}{\rho_g D_g}$ – безразмерный критерий Якоба для диффузионных процессов.

Следует учесть, что реагирует не вся жидкая масса, но считается, что остаточная масса жидкости близка к нулю. Поскольку $R = c_R \tau^n$, $\tau = (R/c_R)^{1/n}$, то

$$\delta = \left(\frac{c_\delta^2 v_1 + c_D}{c_R^{1/n}} \right)^{1/2} \left(r^{1/n} - \frac{c_D}{c_\delta^2 v_1 + c_D} R^{1/n} \right)^{1/2},$$

при

$$n = \frac{1}{2}, \quad \tau = \left(\frac{R}{c_R} \right)^2, \quad \delta = \left(\frac{c_\delta^2 v_1 + c_D}{c_R^2} \right)^{1/2} \times \left(r^2 - \frac{c_D}{c_\delta^2 v_1 + c_D} R^2 \right)^{1/2}. \quad (13)$$

Из условия полного реагирования микрослоя следует соотношение между радиусом пятна и отрывным радиусом пузырька:

$$r = r_e, \quad \delta = 0, \quad r_e = \left(\frac{c_D}{c_\delta^2 v_1 + c_D} \right)^n R. \quad (14)$$

Тогда

$$\delta = \left(\frac{c_\delta^2 v_1 + c_D}{c_R^{1/n}} \right)^{1/2} \left(r^{1/n} - r_e^{1/n} \right)^{1/2} = c_4 \left(r^{1/n} - r_e^{1/n} \right)^{1/2}, \quad (15)$$

при

$$n = \frac{1}{2}, \quad \delta = \left(\frac{c_\delta^2 v_1 + c_D}{c_R^2} \right)^{1/2} \left(r^2 - r_e^2 \right)^{1/2} = c_4 \left(r^2 - r_e^2 \right)^{1/2},$$

где $c_4 = \left(\frac{c_\delta^2 v_1 + c_D}{c_R^2} \right)^{1/2}$.

Объем пузырька можно получить из соотношения (9), где использованы рассмотренные ранее определения:

$$V_\delta = 2\pi \frac{\rho_1}{\rho_g} \left(\int_0^R \left(\frac{c_\delta^2 v_1}{c_R^{1/n}} r^{1/n} \right)^{1/2} r dr - \int_{r_e}^R c_4 \left(r^{1/n} - r_e^{1/n} \right)^{1/2} r dr \right).$$

При $n = 0.5$ будем иметь

$$V_\delta = 2\pi \frac{\rho_1}{\rho_g} \left(\left(\frac{c_\delta^2 v_1}{c_R^2} \right)^{1/2} \int_0^R r^2 dr - \frac{c_4}{2} \int_0^{R^2 - r_e^2} (r^2 - r_e^2)^{1/2} d(r^2 - r_e^2) \right). \quad (16)$$

Интегрируя (16), получим

$$V_\delta = 2\pi \frac{\rho_1}{\rho_g} \left(\left(\frac{c_\delta^2 v_1}{c_R^2} \right)^{1/2} \frac{R^3}{3} - \frac{c_4}{2} \frac{2}{3} (R^2 - r_e^2)^{3/2} \right).$$

Заменяем радиус пятна на выражение от отрывного радиуса:

$$V_\delta = 2\pi \frac{\rho_1}{\rho_g} R^3 \frac{1}{3} \left(\left(\frac{c_\delta^2 v_1}{c_R^2} \right)^{1/2} - c_4 \left(\frac{c_\delta^2 v_1}{c_\delta^2 v_1 + c_D} \right)^{3/2} \right).$$

Подставим c_4 и получим

$$V_\delta = 2\pi \frac{\rho_1}{\rho_g} R^3 \frac{1}{3} \left(\left(\frac{c_\delta^2 v_1}{c_R^2} \right)^{1/2} \left(\frac{c_D}{c_\delta^2 v_1 + c_D} \right) \right) = 2\pi \frac{\rho_1}{\rho_g} R^3 \frac{1}{3} \frac{1}{c_R} \left(\frac{c_\delta^2 v_1}{c_\delta^2 v_1 + c_D} \right)^{1/2} \frac{c_D}{c_D}.$$

Откуда следует

$$c_R = \frac{\rho_1}{\rho_g} \frac{1}{2} \left(\frac{c_\delta^2 v_1}{c_\delta^2 v_1 + c_D} \right)^{1/2} \frac{c_D}{c_D}.$$

Тогда для радиуса пузырька можно записать

$$R = \frac{\rho_1}{\rho_g} \frac{1}{2} \left(\frac{c_\delta c_D \sqrt{v_1 \tau}}{c_\delta^2 v_1 + c_D} \right).$$

Подставляя c_D в последнее выражение, имеем

$$R = c_\delta \left(\frac{D_g \Delta c}{c_0 (c_\delta^2 v_1 + c_D)} \right) \text{Ja}_D \sqrt{v_1 \tau},$$

и преобразуя, получим

$$R = \left(\text{Ja}_D / \left(\frac{c_0 c_\delta v_1}{\Delta c D_g} \left(1 + \frac{c_D}{c_\delta^2 v_1} \right) \right) \right) \sqrt{v_1 \tau}.$$

Это дает возможность представить результат в виде

$$R \sim \left(\frac{Ja_D}{c_0 Pr_D} \right) \sqrt{v_1 \tau}. \quad (17)$$

Проверка адекватности полученных соотношений. Выражение для радиуса пузырька по структуре совпадает с зависимостью в [4], полученной на основе модели Лабунцова для кипения.

Преобразуем выражение для радиуса пузырька из [4] введением безразмерных критериев:

$$\frac{dR}{d\tau} = \frac{1}{R} \left(\frac{\xi D_g \Delta c}{c_0} \right) \left(\frac{\gamma_g c_0 D_1}{\rho_g D_g} \right) = \frac{1}{R} \left(\frac{\xi D_g \Delta c}{c_0} \right) Ja_D,$$

$$R = \left(\frac{\xi D_g \Delta c}{c_0} Ja_D \right)^{1/2} \sqrt{\tau}$$

или

$$R = \left(\frac{\xi D_g \Delta c}{v_1 c_0} Ja_D \right)^{1/2} \sqrt{v_1 \tau} \approx \left(\frac{\xi Ja_D}{Pr_{D1}} \right)^{1/2} \sqrt{v_1 \tau}. \quad (18)$$

Таким образом, модель микрослоя дает результаты качественно совпадающие с другими моделями формирования пузырьков газа.

ФОРМИРОВАНИЕ ГИДРОДИНАМИЧЕСКИХ СТРУКТУР ПРИ БАРБОТАЖЕ ПУЗЫРЬКОВ

Образование пузырьков в процессе реакции приводит к уменьшению плотности газо-жидкостной смеси и играет роль источника конвективного движения жидкости в объеме.

Движение жидкости в вертикальном слое при выделении пузырьков на горизонтальной реагирующей стенке. Систему уравнений движения жидкости при действии выталкивающей силы за счет изменения плотности газо-жидкостной системы пузырьков запишем в виде

$$\frac{1}{\rho} \frac{\partial P}{\partial x} = 0, \quad (19)$$

$$\frac{1}{\rho} \frac{\partial P}{\partial y} = v_1 \frac{\partial^2 v_y}{\partial x^2} + g \beta_g \varphi_g, \quad (20)$$

где v_y – проекция скорости жидкости на ось y ; P – давление; v_1 – кинематическая вязкость жидкости; β_g – коэффициент, учитывающий изменение плотности жидкости из-за наличия газа;

$\varphi_g = \frac{G_g}{S v_b} = \frac{v_g}{v_b}$ – газосодержание; S – площадь поперечного сечения; G_g – расход газа.

Продифференцируем уравнение (19) по y , а (20) по x исключим давление. Таким образом, имеем

$$v_1 \frac{\partial^3 v_y}{\partial x^3} + g \beta_g \frac{\partial \varphi_g}{\partial x} = 0. \quad (21)$$

Преобразуем предыдущее уравнение, не меняя обозначений у безразмерных переменных:

$$\frac{\partial^3 v_y}{\partial x^3} = -Ra_g \frac{\partial \varphi_g}{\partial x}, \quad (22)$$

где $v_y = v_y/v_b$; $x = x/L_x$; $Ra_g = \frac{g \beta_g L_x^2}{v_1 v_b}$.

Граничные условия:

$$v_y = 0, \quad x = \pm 1. \quad (23)$$

Использование условия сохранения массы жидкости дает еще одно уравнение для определения констант:

$$\int_{-1}^1 v_y(x) dx = 0. \quad (24)$$

Будем решать уравнение (22) для постоянного градиента газосодержания, т.е. когда справедливо

$$\frac{\partial \varphi_g}{\partial x} = \text{const} = f. \quad (25)$$

Выражение для скорости приобретает следующий вид:

$$v_y = -Ra_g f (x^3 - x). \quad (26)$$

Откуда следует существование вихревой структуры для жидкости.

Таким образом, при неравномерном выделении пузырьков, т.е. при наличии градиента газосодержания появляется выталкивающая сила за счет разности плотности среды. Результатом служит вихревое движение жидкости.

Поле скорости при параболическом распределении газосодержания. Если газосодержание имеет параболический профиль

$$\varphi_g = \varphi_{g0} (1 - x^2), \quad (27)$$

то задача гидродинамики имеет следующий вид:

$$\frac{\partial^3 v_y}{\partial x^3} = -Ra_g \varphi_{g0} 2x, \quad (28)$$

где $v_y = v_y/v_b$; $x = x/L_x$; $x \in [-1; +1]$.

С учетом граничных условий:

$$x = \pm 1, \quad v_y = 0; \quad x = 0, \quad \frac{\partial v_y}{\partial x} = 0. \quad (29)$$

Как и ранее:

$$\int_{-1}^1 v_y(x) dx = 0.$$

Интегрируя (28) три раза, получим

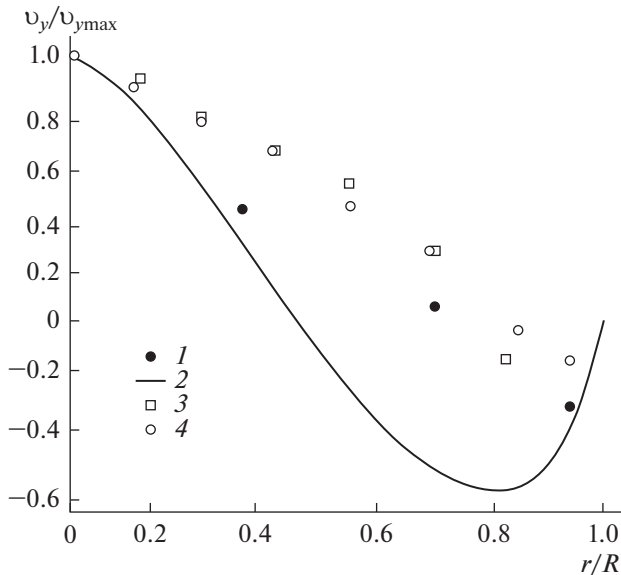


Рис. 2. Профиль скорости жидкости в колонном реакторе при барботировании воздухом: 1 – экспериментальные данные авторов [24] $v_{g0} = 2.0$ см/с, $v_{l0} = 0.0$ см/с, $h = 1.5$ м, $v_{lymax} = 0.3$ м/с; 2 – расчет по зависимости $v/v_{max} = 1 - 5x^2 + 4x^4$; 3 – эксперимент [25], $D_R = 0.29$ м, $H_R = 4.52$ м, $v_{g0} = 4.0$ см/с, $v_{l0} = 0.0$ см/с, $h = 1.5$ м, $v_{lymax} = 0.33$ м/с; 4 – эксперимент из [25], $D_R = 0.15$ м, $H_R = 3.8$ м.

$$v_y = -\frac{Ra_g x^3}{6} + \frac{c_1 x^2}{2} + c_2 x + c_3,$$

где c_1, c_2, c_3 – произвольные константы интегрирования.

После определения констант решение имеет вид

$$v_y = \frac{Ra_g \phi_{g0}}{60} (1 - 4x^2 + 5x^4). \quad (30)$$

Адекватность модели на основе экспериментальных результатов, полученных авторами данной работы и другими исследователями. Авторами статьи проводились эксперименты по гидродинамике газожидкостных систем при барботаже [25]. На рис. 2 приведены результаты экспериментов для сравнения и теоретическая кривая распределения скорости. Наблюдается удовлетворительное количественное и качественное совпадение профиля скорости жидкости. Характерным является чередование восходящих и нисходящих потоков.

Для периодически меняющегося газосодержания рассматривается слой жидкости со свободными границами. Будем считать, что протяженность слоя значительно превышает высоту слоя жидкости. Положим, что газосодержание меняется по закону

$$\phi_g = \phi_{g0} \sin^2 kx. \quad (31)$$

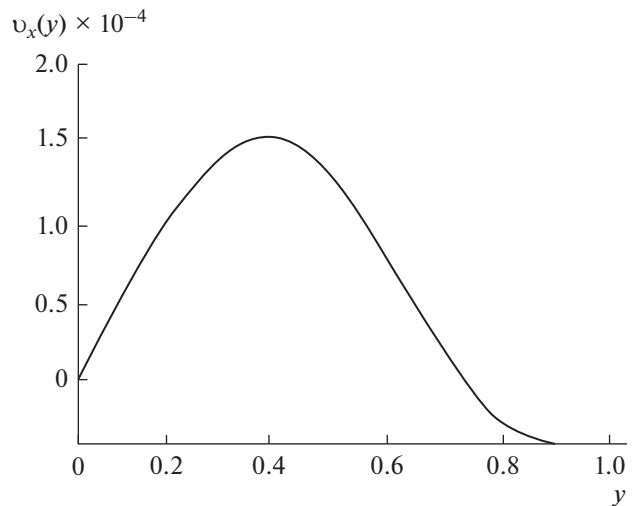


Рис. 3. Зависимость продольной скорости вязкой жидкости по высоте слоя.

Уравнения движения жидкости при действии пузырьков газа запишем в форме

$$\frac{\partial^2 \omega}{\partial y^2} + Ra_g \frac{\partial \phi_g}{\partial x} = 0, \quad \omega = -\frac{\partial^2 \psi}{\partial y^2}, \quad (32)$$

где ψ – функция тока; ω – завихренность (вихрь).

Граничные условия:

$$y = 0, \quad \psi = 0, \quad \frac{\partial \psi}{\partial y} = 0; \quad y = 1, \quad \psi = \psi_0 = 0, \quad (33)$$

$$\frac{\partial^2 \psi}{\partial y^2} = 0.$$

Функция тока ψ определяется как

$$v_y = -\frac{\partial \psi}{\partial x}, \quad v_x = \frac{\partial \psi}{\partial y},$$

где v_x, v_y – горизонтальная и вертикальная составляющие скорости.

Решение (32) при условиях (33) дает зависимость для горизонтальной составляющей скорости:

$$v_x = \frac{Ra_g \phi_{g0} k \sin 2kx}{48} y (6 - 15y + 8y^2). \quad (34)$$

На рис. 3 представлена зависимость скорости $v_x = f(y)$.

Полученный профиль скорости формирует чередующиеся вихревые структуры.

Воздействие пузырьков газа, появляющихся в результате гетерогенного реагирования приводит к вихревому перемещению жидкости с формированием периодических гидродинамических структур, что связано с наличием областей, где выделяющийся газ экранирует поверхность, препятствуя проникновению жидкости. Уменьшение доступной

поверхности приводит к торможению реакции. Такие явления необходимо учитывать в расчетах технологических восстановительных реакторов.

Численное моделирование гидродинамики и теплообмена для газожидкостных систем при выделении пузырьков газа. Модель взаимодействия газа и жидкости построена с использованием модифицированного модельного представления, изложенного в работах [26, 27].

Система уравнений, описывающих тепломассообменные процессы в объеме, включает уравнения Навье—Стокса в переменных “вихрь—функция тока” в критериальном виде, уравнение сохранения энергии, а также уравнение переноса газовых пузырьков без учета их коагуляции, уравнение неразрывности выполняется автоматически:

$$\begin{aligned} \frac{\partial \omega}{\partial Fo} + v_{lx} \frac{\partial \omega}{\partial x} + v_{ly} \frac{\partial \omega}{\partial y} &= Pr \left(\frac{\partial^2 \omega}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \omega}{\partial y^2} \right) + F, \\ \Delta \psi &= -\omega, \quad \frac{\partial \theta}{\partial Fo} + v_{lx} \frac{\partial \theta}{\partial x} + v_{ly} \frac{\partial \theta}{\partial y} = \frac{\partial^2 \theta}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \theta}{\partial y^2}, \\ \frac{\partial N}{\partial Fo} &= -v_{b0} \frac{\partial N}{\partial y} - v_{lx} \frac{\partial N}{\partial x} - v_{ly} \frac{\partial N}{\partial y}, \\ F &= Ar Pr^2 \varepsilon_v \frac{1 + kL_y}{1 + k(L_y - y)} \frac{\partial N}{\partial x}. \end{aligned} \quad (35)$$

Начальные условия:

$$N|_{Fo=0} = 0, \quad \theta|_{Fo=0} = 1, \quad \omega|_{Fo=0} = 0, \quad \psi|_{Fo=0} = 0. \quad (36)$$

Граничные условия:

$$\begin{aligned} \left. \frac{\partial \psi}{\partial x} \right|_{\Gamma_3} &= 0, \quad \left. \frac{\partial \psi}{\partial y} \right|_{\Gamma_{2,2}} = 0, \quad \psi|_{\Gamma_{1,1}, \Gamma_{2,2}, \Gamma_{3,3}, \Gamma_{4,4}} = 0, \\ \omega|_{\Gamma_{1,1}, \Gamma_{4,4}} &= 0, \quad \left. \frac{\partial \theta}{\partial y} \right|_{\Gamma_1} = Bi(\theta - \theta_w), \quad \theta|_{\Gamma_{1,1}, \Gamma_{2,2}, \Gamma_{3,3}} = \theta_1(Fo), \\ \left. \frac{\partial \theta}{\partial x} \right|_{\Gamma_4} &= 0, \quad \left(v_{b0} \frac{\partial N}{\partial y} - N \frac{\partial v_{ly}}{\partial y} \right) \Big|_{\Gamma_1} = 0, \\ N|_{\Gamma_{2,2}, \Gamma_{3,3}} &= 0, \quad N|_{\Gamma} = N_0, \quad \left. \frac{\partial N}{\partial x} \right|_{\Gamma_4} = 0. \end{aligned} \quad (37)$$

Стенка Γ_1 : $\{x \in [0, L_x], y = L_y\}$, Γ_2 : $\{x \in [0, \zeta L_x] \cup [L_x, \zeta L_x], y = 0\}$, Γ : $\{x \in [\zeta L_x, \zeta L_x], y = 0\}$, Γ_3 : $\{y \in [0, L_y], x = L_x\}$, Γ_4 : $\{y \in [0, L_y], x = 0\}$, где L_x, L_y — ширина, высота расчетной области, ζ, ζ — доли длины стороны, выделяемые под отверстие для входа газа.

Здесь ψ — функция тока; ω — вихрь; $v_{lx} = \frac{\partial \psi}{\partial y}$ — проекция скорости на ось x ; $v_{ly} = -\frac{\partial \psi}{\partial x}$ — проекция скорости на ось y ; $\theta = T/T_0$ — безразмерная температура; T_0 — начальная температура; N — ко-

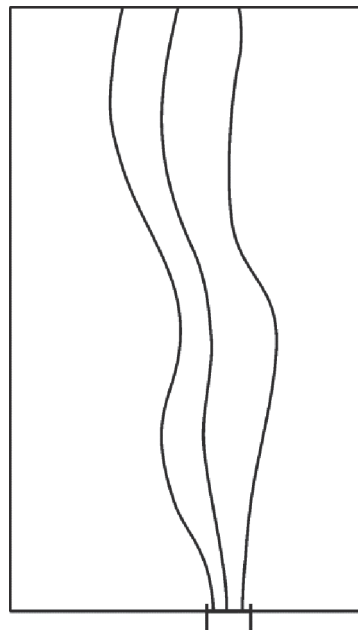


Рис. 4. Линии тока пузырьков газа.

личество пузырьков; $Ar = \left(1 - \frac{\rho_g}{\rho_l}\right) \frac{g d_b^3}{\nu^3}$ — критерий Архимеда; ρ_l, ρ_g — плотность жидкости и газа;

Pr — критерий Прандтля; $\varepsilon_v = \frac{V_0'}{V_0}$ — отношение объема одного пузырька в момент впуска к объему осреднения; ν — вязкость; $k = \rho_g g d_b / P_0$ — постоянная для пузырьков; d_b — характерный размер пузырьков; v_{b0} — скорость всплытия совокупности пузырьков; P_0 — нормальное давление; $Fo = \frac{a\tau}{L_x^2}$ — критерий Фурье; Bi — критерий Био.

Рассмотренные уравнения позволяют проанализировать влияние основных составляющих тепло- и массообмена на режим работы барботажного процесса. При моделировании реализовано два подхода: с использованием метода конечных разностей и метода конечных элементов. В первом случае использовалась вычислительная система PHOENICS, разработанная на кафедре ТМПУ МЭИ [28, 29] (вычислительная программа ФЭУ-2 из системы САПФИР [30, 31]).

Результаты представлены на рис. 4–6.

Во втором для моделирования гидродинамики использовался модуль FLUENT пакета ANSYS v17.0, где строилась сетка со сгущением в ANSYS ICEM CFD в области отверстия для подачи газа [32–34]. Результаты моделирования представлены на рис. 7–10.

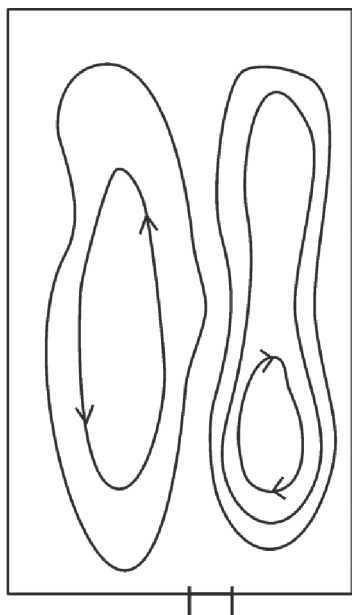


Рис. 5. Функция тока при барботаже.

В небольшом объеме жидкости наблюдается взаимовлияние пузырьков газа и жидкости, которое проявляется в искажении траектории пузырьков из-за сноса их жидкостью, совершающей вращательное движение в замкнутой полости — функции тока на рис. 5, 8. В асимметричном потоке пузырьков наблюдается асимметрия траекторий жидкости.

Возникающее естественное (гравитационное) перемешивание определяется действием на реакционную зону и ее отдельные объемы подъемных архимедовых сил и зависит от разности плотностей, возникающих в отдельных участках реакционного пространства. Расчеты проведены при слабой неизотермичности среды, чтобы выделить действие газовой фазы на перемешивание наиболее полно.

Причина перемешивания — наличие поперечного градиента газосодержания. При изотермической химической реакции появление градиента вызвано движением жидкого реагента навстречу пузырькам газа. При барботаже — наличием шага между отверстиями для подачи газа.

При неизотермическом реагировании неоднородности газосодержания могут быть вызваны кроме упомянутых механизмов еще и разницей скоростей реакции за счет разной температуры. Газосодержание при барботаже пропорционально газовыделению и, следовательно, скорости восстановления реагента на частицах дисперсного восстановителя.

Чем выше скорость движения, тем выше при прочих равных условиях интенсивность переме-

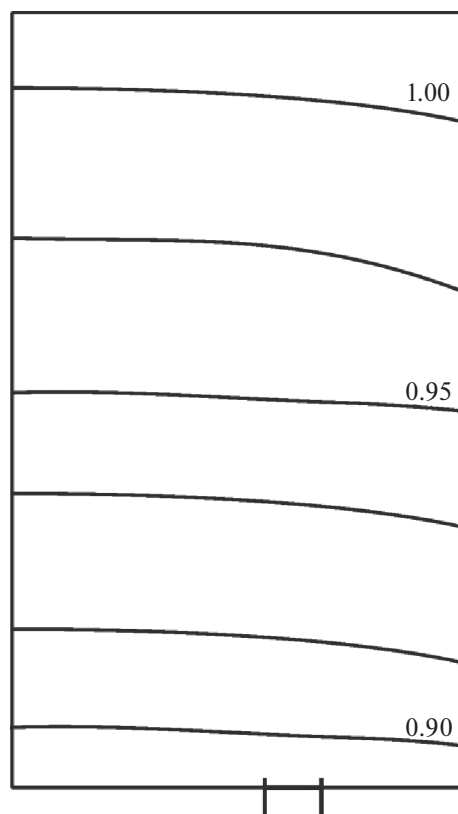


Рис. 6. Изотермы жидкости.

шения теплоносителя, а следовательно и лучше теплообмен. Изменением плотности за счет нагрева можно пренебречь по сравнению с изменением плотности за счет ввода пузырьков (рис. 6, 9). Приближенные решения гидродинамической задачи барботирования обнаруживают качественное совпадение с результатами численного моделирования, что подтверждает правильность исходных положений о действии газофазных компонентов на жидкую фазу.

МАССООБМЕН В ОКОЛОКРИТИЧЕСКИХ УСЛОВИЯХ

При протекании на поверхности реакции с выделением пузырьков формируются зоны, где пузырьки поднимаются вверх, а жидкость поступает к поверхности реагирования (рис. 11). Предельным условием протекания гетерогенной реакции является образование газовой пленки, прекращающей контакт жидкого и твердого реагента (рис. 11)

Используя, как и ранее, гидродинамическую аналогию кипения и выделения пузырьков при реакции, будем полагать, что от газофазного слоя должны были бы периодически отрываться пузырьки, уходящие в толщу жидкости.

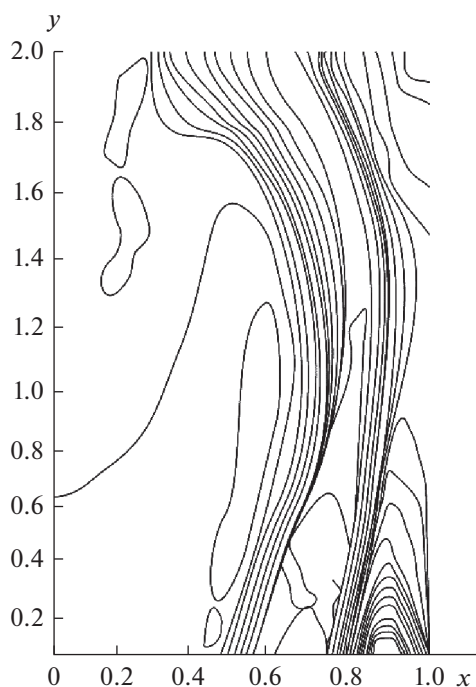


Рис. 7. Зависимость N/N_0 (N_0 – число газовых пузырьков на входе).

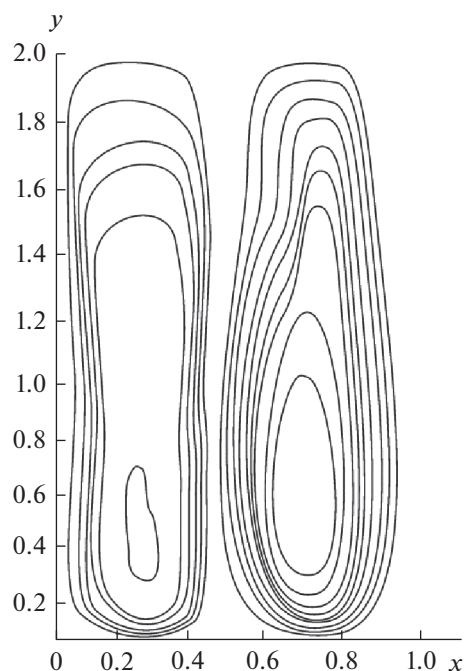


Рис. 8. Зависимость функции тока жидкости.

Среднее расстояние между пузырьками при этом примем как в экспериментах [1] по кипению:

$$l = 2\pi l_\sigma = 2\pi \left(\frac{3\sigma}{g(\rho_l - \rho_g)} \right)^{1/2} = 3.4\pi l_\sigma, \quad (38)$$

что соответствует наиболее опасной длине волны при неустойчивости по Тейлору.

Будем следовать рассуждениям, рассмотренным в [1]. Рассматривается устойчивость газового слоя, возникшего на горизонтальной, обращенной вверх, протяженной поверхности реагирования. От этого слоя (газовой пленки) отделяются столбы пузырьков газа, равновероятно размещенные в пучностях волн на границе раздела фаз, неустойчивость которой описывается механизмом Тейлора.

Тогда длина волн лежит в пределах, определяемых формулами для критической длины волны и длины волны максимального роста, т.е.

$$2\pi \leq \lambda l_\sigma^{-1} < 2\pi\sqrt{3}. \quad (39)$$

Согласно наблюдаемой картине выделения пузырьков можно принять диаметр газовых столбов $d_b \approx \lambda/2$, тогда при расстоянии между столбами, равном λ , доля газа или газосодержание в сечении газожидкостной смеси в одной такой ячейке $\phi_g = \pi/6$.

Для критической скорости пара принимается условие неустойчивости Гельмгольца:

$$\frac{\sigma k}{(\rho_l + \rho_g)} = \frac{2\pi\sigma}{\lambda_v(\rho_l + \rho_g)} \geq \frac{\rho_l \rho_g}{(\rho_l + \rho_g)^2} (v_g - v_l)^2, \quad (40)$$

где $k = 2\pi/\lambda$ – волновое число; v_g – скорость истечения газовой фазы от реагирующей поверхности; v_l – скорость подвода жидкости к поверхности реакции; λ_v – характерная длина неустойчивости Гельмгольца для волн в вертикальном направлении.

Из условия сохранения массы следует, что

$$\rho_g v_g \phi_g = -\rho_l v_l (1 - \phi_g). \quad (41)$$

После подстановки уравнения сохранения вещества в условие устойчивости получим

$$\frac{2\pi\rho_l\sigma}{\lambda_v\rho_g(\rho_l + \rho_g)} > (v_g)^2. \quad (42)$$

Полагаем $\lambda_v \approx \pi d_b \approx (\pi/2)\lambda$.

Тогда максимальная скорость газа с поверхности реакции для условий устойчивости:

$$v_g = \left(\frac{2\pi\rho_l\sigma}{\lambda_v\rho_g(\rho_l + \rho_g)} \right)^{1/2} = 2 \left(\frac{\rho_l\sigma}{\lambda\rho_g(\rho_l + \rho_g)} \right)^{1/2}. \quad (43)$$

Из условий существования пленки газа над реагирующей поверхностью можно записать

$$\lambda = 2\pi l_\sigma = 2\pi \left(\frac{\sigma}{g(\rho_l - \rho_g)} \right)^{1/2}. \quad (44)$$

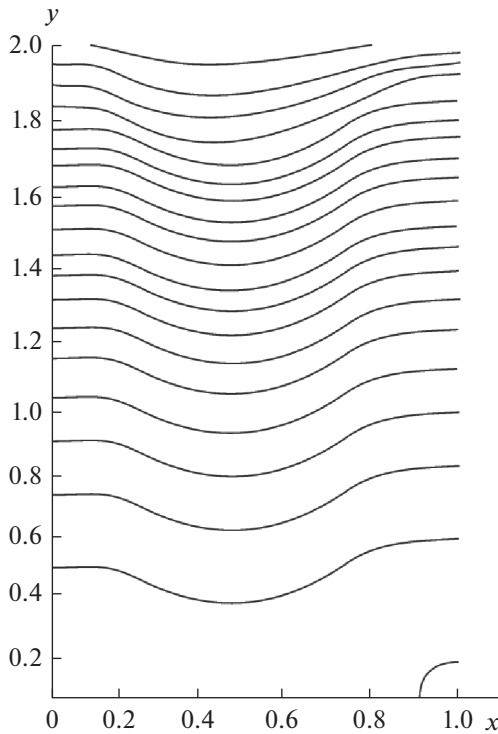


Рис. 9. Изотермы жидкости.

С учетом экранирования поверхности пузырьками газа (доля поверхности, занятой пузырьками, 0.13) окончательно получим

$$v_g = 0.13 \left(\frac{\sigma g (\rho_l - \rho_g)}{(\rho_g)^2} \right)^{1/2} \left(\frac{2 \rho_l}{\pi \rho_l + \rho_g} \right)^{1/2}. \quad (45)$$

Откуда для критерия Рейнольдса, имеем

$$Re^* = v_g \frac{\rho_g d_p}{\rho_l \nu_1} = 0.103 \left(\frac{\sigma g (\rho_l - \rho_g)}{(\rho_g)^2} \right)^{1/4} \frac{\rho_g d_p}{\rho_l \nu_1}. \quad (46)$$

Преобразуем это выражение к виду

$$Re^* = v_g \frac{\rho_g d_p}{\rho_l \nu_1} = 0.103 \left(\frac{g d_p^3 (\rho_l - \rho_g)}{\nu_1 \rho_g} \right)^{1/4} \times \frac{\rho_g}{\rho_l} \left(\frac{\sigma d_p}{\rho_g \nu_1^3} \right)^{1/4}. \quad (47)$$

В качестве критериального уравнения массообмена можно принять выражение из [4]:

$$Sh_1 = \frac{2}{\sqrt{\pi}} Re^{0.5} Sc^{0.5} = 1.13 Re^{0.5} Sc^{0.5}, \quad (48)$$

где в выражение для критерия Рейнольдса имеет следующий вид:

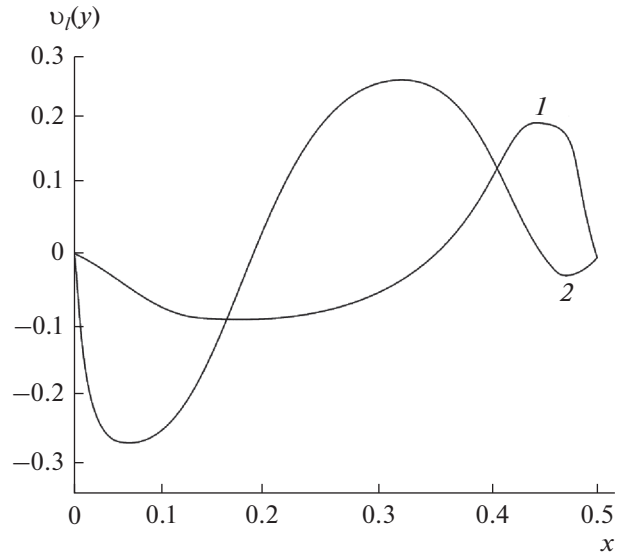


Рис. 10. Профиль скорости жидкости на высоте: 1 – $y = L_y/4$, 2 – $y = L_y/2$.

$$Re = Re^* = 0.103 Ar^{1/4} \frac{\rho_g}{\rho_l} \left(\frac{\sigma d_p}{\rho_g \nu_1^3} \right)^{1/4}.$$

Проверка адекватности полученных соотношений. В работах по химическому кипению получены критериальные соотношения для околокритических условий массообмена [2, 37]:

$$\frac{Sh}{Sc^{1/3}} = \frac{Nu}{Pr^{1/3}} = 0.1114 \left(\frac{\rho_l}{\rho_g} \right) Re_c^{*1/2} \Psi_1^{-0.6}, \quad (49)$$

где $Re_c^* = 3.8 \times 10^{-7} Ar^{0.7}$; $Ar = \frac{g d_p^3 \rho_l - \rho_g}{\nu_1 \rho_g}$ – критерий Архимеда.

По форме эти соотношения совпадают, а по содержанию имеются некоторые отличия.

По форме эти соотношения совпадают, а по содержанию имеются некоторые отличия.

Сопоставление результатов расчета, например, коэффициента массообмена в системе ($Mg + H_2SO_4, H_2$) проводилось по критериальному уравнению (48) для значений величин: ($\rho_g = 0.09 \text{ кг/м}^3$; $\rho_l = 1830 \text{ кг/м}^3$; $D_1 = 7.2 \times 10^{-9} \text{ м}^2/\text{с}$; $\sigma = 55.8 \times 10^{-3} \text{ Н/м}$; $\nu_1 = 27 \times 10^{-6} \text{ м}^2/\text{с}$). Значения скорости газовой фазы в различных реагирующих системах, для которых имелся экспериментальный материал, показывают превышение теоретических значений, что характерно, когда критический режим при таких условиях не достигается.

Результаты проверки адекватности приведены в табл. 1.

Таким образом, сопоставление скоростей, полученных теоретически и из экспериментальных данных, дают соотношения в пользу положения о

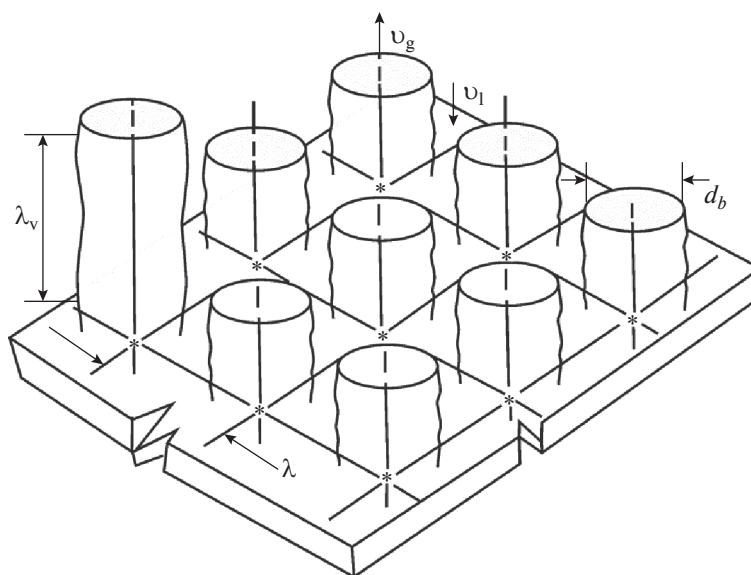


Рис. 11. Схема предельного пленочного режима для химической реакции.

невозможности формирования пленочного режима при химическом реагировании. Однако оценка предельных параметров процесса по полученным соотношениям возможна.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Рассмотрены процессы формирования газовых пузырьков при протекании гетерогенных реакций на основе модели, учитывающей гидродинамику микроподслоя реагента. Форма соотношений идентична зависимостям, полученным ранее без учета гидродинамических особенностей, что говорит в пользу подхода рассмотрения процессов реагирования с образованием микроподслоя. Показаны механизмы воздействия газовой фазы на гидродинамическую структуру реакционной зоны, когда пузырьки за счет градиента газосодержания формируют теплогидравлическую обстановку, интенсифицирующую целевые процессы. Особенностью протекания гетерогенных реакций с выделением пузырьков газа, таких как растворение и восстановление, является самоинтенсификация целевых химических и

процессов тепло- и массообмена, вызванных гидродинамикой взаимодействия газовой и жидкой фазы, обеспечивающей интенсивное перемешивание. Достаточно очевидная аналогия с процессами барботаж и кипения заканчивается в области формирования критических режимов, поскольку образование пленки газа над поверхностью реагента приводит к исчезновению контакта между реагирующими компонентами. Показано, что экспериментальные значения максимальных значений скорости и коэффициентов массообмена имеют меньшие значения по сравнению с критическими.

Полученные зависимости для скорости роста пузырьков по модели, учитывающей движение жидкости в микроподслое, имеют структуру, совпадающую с модельными представлениями для реагирующего микроподслоя, для которого обнаружено удовлетворительное совпадение с экспериментом. Рассмотрение взаимодействия пузырьков газа с жидкостью на основе упрощенных моделей дает качественную картину движения жидкости в виде гидродинамических структур, приводящих к конвективному перемешиванию объемов жидко-

Таблица 1. Сопоставление экспериментальных и теоретических результатов

Система	Zn + 2HCl, H ₂	Mg + NaCl + 2H ₂ O, H ₂	H ₂ O, воздух	Mg + H ₂ SO ₄ , H ₂
Параметр	v_{g^*} , м/с	v_{g^*} , м/с	v_{g^*} , м/с	$\beta_l \times 10^4$ м/с
Эксперимент	0.1	0.002	0.1	3.0
Теория	1.4	1.6	0.47	3.5
Источник	[35]	[36]	[1]	[2], [37]

сти и, следовательно, к интенсификации целевых процессов гетерогенного реагирования. Невозможность достижения критических режимов выделения пузырьков показана при анализе зависимостей для максимальной скорости и коэффициентов массообмена для различных реагирующих систем.

Исследование выполнено при финансовой поддержке РФФИ в рамках научного проекта № 18-29-24094 и Министерства науки и высшего образования РФ в рамках государственного задания № FSWF-2020-0019.

ОБОЗНАЧЕНИЯ

Ag	критерий Архимеда	N	количество пузырьков
Bi	критерий Био	Nu	критерий Нуссельта
a	температуропроводность, m^2/c	n	показатель степени
c	константа в уравнении движения микрослоя	P	давление, Па
c_4	константа	P_0	нормальное давление, Па
c_b, c_R	константы в выражении для радиуса пузырька	Pr_D	критерий Прандтля
c_D	комплекс, m^2/c	Pr_{DI}	критерий Прандтля для жидкости
c_δ	константа	R	текущий радиус пузыря, м
Δc	разность концентраций жидкого реагента в объеме и на поверхности контакта с твердым реагентом-восстановителем, kg/m^3	Ra_g	критерий Рейля
c_0	концентрация жидкого реагента в объеме, kg/m^3	Re_c^*	критическое значение критерия Рейнольдса
c_s	концентрация реагента на твердой поверхности, kg/m^3	r	текущий радиус, м
D_g	коэффициент диффузии газа в жидком реагенте, m^2/c	r_e	радиус пятна пузырька текущий, м
D_1	коэффициент диффузии жидкого реагента, m^2/c	S	площадь поперечного сечения, m^2
d_b	характерный размер пузырьков, м	Sc	критерий Шмидта
d_p	характерный размер частицы, м	Sh_1	критерий Шервуда
Fo	критерий Фурье	T	температура, К
f	константа	T_0	начальная температура, К
G_g	расход газа, kg/c	V_0	объем осреднения, m^3
g	ускорение свободного падения, m/c^2	V'_0	начальный объем пузырька, m^3
Ja_D	критерий Якоба для диффузионных процессов	V_δ	объем газа в пузырьке из прореагировавшего микрослоя, m^3
k	волновое число, m^{-1}	x	горизонтальная координата, м
L_x, L_y	ширина, высота расчетной области, м	y	вертикальная координата, м
l	среднее расстояние между пузырьками, м	β_g	коэффициент, учитывающий изменение плотности жидкости из-за наличия газа
l_σ	линейный масштаб капиллярно-гравитационного взаимодействия (число Лапласа или капиллярная постоянная), м	γ_g	стехиометрический коэффициент для газового реагента
		δ_{bo}	толщина пограничного слоя, м
		δ	остаточная толщина микрослоя в точке r в момент τ , м
		δ_0	начальная толщина микрослоя, м
		ζ, ζ	доли длины стороны, выделяемые под отверстие для входа газа
		ξ	доля объема пузырька
		η	безразмерная координата
		ε_v	отношение объема одного пузырька в момент впуска к объему осреднения
		θ	безразмерная температура
		θ_1	безразмерная температурная функция
		θ_w	безразмерная температура стенки
		λ	длина волны, образующейся в результате движения пузырьков в жидкости, м
		λ_v	характерная длина неустойчивости Гельмгольца для волн в вертикальном направлении, м
		ν_l	кинематическая вязкость жидкости, m^2/c

ρ_g, ρ_l	плотности газа и жидкости, кг/м ³
σ	коэффициент поверхностного натяжения, Н/м
τ	время, с
τ_g	время образования начальной толщины микрослоя, с
u	скорость жидкости, вызванная движением стенки, м/с
u_{lx}	проекция скорости на ось x , м/с
u_{ly}	проекция скорости на ось y , м/с
u_{b0}	скорость всплытия совокупности пузырьков, м/с
u_b	скорость движения межфазной поверхности, приравненная к скорости стенки u_w , м/с
u_g	скорость истечения газовой фазы от реагирующей поверхности, м/с
u_{g0}	скорость всплытия совокупности пузырей, м/с
u_{δ}	скорость жидкости в микрослое, м/с
u_l	скорость подвода жидкости к поверхности реакции, м/с
u_{l0}	начальная скорость жидкости, м/с
u_{lmax}	максимальное значение скорости жидкости, м/с
u_{max}	максимальная скорость, м/с
u_w	скорость движения стенки (условная), м/с
u_x, u_y	проекция скорости жидкости на оси x и y , м/с
φ_g	объемное газосодержание двухфазного слоя
φ_{g0}	начальное газосодержание
ψ	функция тока
ω	завихренность (вихрь)

ИНДЕКСЫ

0	начальный
4	немой индекс
b	пузырек
c	критический
D	диффузия
e	относящийся к пятну прореагировавшего микрослоя
g	газ
l	жидкий
m	средний
max	максимальный
p	частица
R	радиус пузырька

s	поверхность
w	стенка
x	горизонтальная компонента
y	вертикальная компонента
δ	микрослой реагента
σ	поверхностное натяжение

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Кутателадзе С.С., Накоряков В.Е.* Тепломассообмен и волны в газожидкостных системах. Новосибирск: Наука, 1984.
2. *Сурин В.А., Назаров Ю.Н.* Массо- и теплообмен, гидрогазодинамика металлургической ванны. М.: Металлургия, 1993.
3. *Аксельруд Г.А., Молчанов А.Д.* Растворение твердых веществ. М.: Химия, 1977.
4. *Meshalkin V.P., Panchenko S.V., Dli M.I., Bobkov V.I., Chernovalova M.V.* Mechanism of the intensification of a heterogeneous reduction reaction with the liberation of gas bubbles // *Theor. Found. Chem. Eng.* 2020. V. 54. № 2. P. 304. [*Мешалкин В.П., Панченко С.В., Дли М.И., Бобков В.И., Черновалова М.В.* Механизм интенсификации гетерогенной реакции восстановления с выделением пузырьков газа // *Теор. осн. хим. технол.* 2020. Т. 54. № 2. С. 192.]
5. *Keil F.J.* Process intensification // *Rev. Chem. Eng.* 2018. V. 34. № 2. P. 135.
6. *Zhenga Z., Chena Y., Zhana X., Gaoa M., Wang Z.* Mass transfer intensification in a novel airlift reactor assembly with helical sieve plates // *Chem. Eng. J.* 2018. V. 342. P. 61.
7. *Zhang X., Guo K., Qi W., Zhang T., Liu C.* Gas Holdup, Bubble Behaviour, and Mass Transfer Characteristics in a Two-Stage Internal Loop Airlift Reactor with Different Screens // *Can. J. Chem. Eng.* 2017. V. 95. P. 1202.
8. *Utikar R.P., Ranade V.V.* Intensifying Multiphase Reactions and Reactors: Strategies and Examples // *ACS Sustainable Chem. Eng.* 2017. V. 5. № 5. P. 3607.
9. *Powell J.B.* Application of multiphase reaction engineering and process intensification to the challenges of sustainable future energy and // *Chem. Eng. Sci.* 2017. V. 157. P. 15.
10. *Шалимов А.Г., Готин В.Н., Тулин Н.А.* Интенсификация процессов специальной электрометаллургии. М.: Металлургия, 1988.
11. *Пахомов М.А., Терехов В.И.* Моделирование влияния пузырьков на структуру течения и теплоперенос в турбулентном полидисперсном восходящем двухфазном потоке за внезапным расширением трубы // *Теплофиз. выс. темп.* 2018. Т. 56. № 1. С. 50.
12. *Elizarov D.V., Shavaleev R.R., Elizarov V.I.* Mathematical modeling and control of the mass-transfer process in apparatuses with continuous phase contact // *Theor. Found. Chem. Eng.* 2018. V. 52. № 3. P. 316–325. [*Елизаров Д.В., Шавалеев Р.Р., Елизаров В.И.* Математическое моделирование и управление процессом массопереноса в аппаратах с непрерывным

- контактом фаз // Теорет. основы хим. технологии. 2018. Т. 52. № 3. С. 260.]
13. *Губайдуллин Д.А., Снигерев Б.А.* Численное моделирование турбулентного восходящего потока газожидкостной пузырьковой смеси в вертикальной трубе. Сравнение с экспериментом // Теплофиз. выс. темп. 2018. Т. 56. № 1. С. 61.
 14. *Räsänen M., Eerikäinen T., Ojato H.* Characterization and hydrodynamics of a novel helix airlift reactor // Chem. Eng. Process. 2016. V. 108. P. 44.
 15. *Panchenko S.V., Dli M.I., Panchenko D.S., Chernovalova M.V.* Thermophysical processes in a reaction zone of electrothermal ore-smelting reactor // Non-ferrous Met. 2018. V. 44. P. 37.
 16. *Panchenko S.V., Dli M.I., Bobkov V.I., Panchenko D.S.* Problems of analysis of thermophysical processes in a reaction zone of electrothermal reactor // Non-ferrous Met. 2017. V. 42. P. 36.
 17. *Panchenko S.V., Dli M.I., Borisov V.V., Panchenko D.S.* Analysis of thermophysical processes in near-electrode zone of electrothermal reactor // Non-ferrous Met. 2016. № 2. P. 57.
 18. *Meshalkin V.P., Panchenko S.V., Dli M.I., Panchenko D.S.* Analysis of the Thermophysical Processes and Operating Modes of Electrothermic Reactor Using a Computer Model // Theor. Found. Chem. Eng. 2018. V. 52. № 2. P. 166. [*Мешалкин В.П., Панченко С.В., Дли М.И., Панченко Д.С.* Анализ теплофизических процессов и режимов работы электротермического реактора с использованием компьютерной модели // Теорет. основы хим. технологии. 2018. Т. 52. № 2. С. 141.]
 19. *Panchenko S.V., Shirokikh T.V.* Thermal hydraulics of moving dispersive layer of process units // Theor. Found. Chem. Eng. 2016. V. 50. № 2. P. 217. [*Панченко С.В., Широких Т.В.* Теплогидравлика движущегося дисперсного слоя технологических агрегатов // Теорет. основы хим. технологии. 2016. Т. 50. № 2. С. 223.]
 20. *Meshalkin V.P., Menshikov V.V., Panchenko S.V., Panchenko D.S., Kazak A.S.* Computer-aided simulation of heat- and mass-transfer processes in an ore-reduction electrothermal reactor // Theor. Found. Chem. Eng. 2015. V. 49. № 5. P. 606. [*Мешалкин В.П., Панченко С.В., Панченко Д.С., Меньшиков В.В., Казак А.С.* Компьютерное моделирование тепломассообменных процессов в рудовосстановительном электротермическом реакторе // Теорет. основы хим. технологии. 2015. Т. 49. № 5. С. 510.]
 21. *Panchenko S.V., Shirokikh T.V.* Thermophysical processes in the burden zone of submerged arc furnaces // Theor. Found. Chem. Eng. 2014. V. 48. № 1. P. 77. [*Панченко С.В., Широких Т.В.* Теплофизические процессы в шихтовой зоне электротермических рудовосстановительных реакторов // Теорет. основы хим. технологии. 2014. Т. 48. № 1. С. 83.]
 22. *Cooper M.G., Lloyd A.J.P.* The microlayer in nucleate pool boiling // Int. J. Heat Mass Transfer. 1969. V. 12. № 8. P. 895.
 23. *Берд Р., Стюарт В., Лайтфут Е.* Явления переноса. М.: Химия, 1971.
 24. *Panchenko S.V., Panchenko D.S., Glebova N.B.* Hydrodynamics of the bubble bed of a heterogeneous reduction reactor // Theor. Found. Chem. Eng. 2005. V. 39. № 1. P. 53. [*Панченко С.В., Панченко Д.С., Глебова Н.Б.* Гидродинамика барботажного слоя гетерогенного восстановительного реактора // Теорет. основы хим. технологии. 2005. Т. 39. № 1. С. 56.]
 25. *Gache H.E., Edinger C., Kompel H., Hofmaun H.* A fluid-dynamically based model of bubble column reactors // Chem. Eng. Technol. 1990. V. 13. № 5. P. 341.
 26. *Сборщиков Г.С.* Механика двухфазных систем газ-жидкость // Металлургическая теплотехника. Оборудование, измерения, контроль и автоматизация в металлургическом производстве. М.: ВИНТИ, 1986. Т. 7. С. 3.
 27. *Мастрюков Б.С., Сборщиков Г.С.* Теплофизика металлургических процессов. М.: Металлургия, 1993.
 28. *Сергиевский Э.Д., Хомченко Н.В., Овчинников Е.В.* Расчет локальных параметров течения и теплообмена в каналах. М.: МЭИ, 2001.
 29. *Сергиевский Э.Д., Хомченко Н.В., Яковлев И.В.* Расчет нестационарных параметров одиночного ребра численными методами. М.: МЭИ, 2001.
 30. *Жубрин С.В., Хрупов А.В., Яшкин М.И.* Программа численного расчета одномерных систем тепломассообмена. М.: МЭИ, 1988.
 31. *Жубрин С.В., Павицкий Н.И., Смагин В.В., Хрупов А.В.* Вычислительное моделирование конвективного переноса в теплотехнологических установках. М.: МЭИ, 1986.
 32. *Щербаков М. А.* Определение коэффициентов теплоотдачи при моделировании задач в ANSYS CFX // Авиац.-косм. техн. технол. 2011. № 7. С. 165.
 33. *Kaushik V.B.* Investigation on heat transfer rate in concentric tube heat exchanger using pentagonal shape inserts in ANSYS FLUENT 14.5 with varying mass flow rate for parallel flow // Int. J. Sci. Eng. Res. 2017. V. 8. № 5. P. 1092.
 34. *Ахмедзянов Д.А., Кишалов А.Е.* Верификация расчета процесса теплообмена в программном комплексе ANSYS CFX // Вестн. Уфимск. гос. авиац. техн. унив. 2009. Т. 13. № 2. С. 226.
 35. *Ханаев В.М.* Тепломассообмен при гетерогенной реакции с фазовым превращением жидкость-газ // Актуальные вопросы теплофизики и физической гидродинамики. Новосибирск: ИТФ СО АН СССР, 1985. С. 261.
 36. *Новиков С.П., Савина О.И.* Теплообмен при химическом реагировании твердого тела с жидкостью в условиях выделения газообразных продуктов реакции // Теплопередача и прикладная гидродинамика. Киев, 1984. С. 66.
 37. *Аксельруд Г. А., Гумницкий Я. М., Маллик С.* Исследование химического кипения в области пузырькового режима // Инж.-физ. журн. 1987. Т. 53. № 2. С. 205.