

УДК 66.011

ГИДРОДИНАМИКА ЖИДКОСТИ И ГАЗА В ПЛЕНОЧНЫХ РЕГУЛЯРНЫХ ОРОШАЕМЫХ НАСАДКАХ В РЕЖИМЕ НИСХОДЯЩЕГО ПРЯМОТОКА

© 2023 г. В. Н. Бабак^{а, *}, Н. Н. Кулов^{б, **}

^аФИЦ проблем химической физики и медицинской химии РАН, г. Черноголовка, Россия

^бИнститут общей и неорганической химии им. Н.С. Курнакова, Москва, Россия

*e-mail: tabor47@mail.ru

**e-mail: kulov@igic.ras.ru

Поступила в редакцию 16.06.2023 г.

После доработки 11.07.2023 г.

Принята к публикации 23.07.2023 г.

Исследована гидродинамика в современных насадочных пленочных устройствах с трубчатыми и плоскими каналами при ламинарном и турбулентном течении газа и жидкости в режиме нисходящего прямотока. Предполагается слабое гидродинамическое взаимодействие фаз и отсутствие циркуляции скорости в газовой фазе. Решение получено приближенным методом Шлихтинга. Найдены распределения скоростей в фазах, толщина стекающей пленки и размеры входных гидродинамических участков в жидкости и газе.

Ключевые слова: уравнения Шлихтинга, ламинарное и турбулентное движение жидкости и газа

DOI: 10.31857/S0040357123050020, EDN: MDAEUY

ВВЕДЕНИЕ

Различные процессы двухфазного тепло-масообмена, такие как например, абсорбция–десорбция [1], многокомпонентная абсорбция [2], поглощение газов водными растворами кислот, щелочей [3], солей, первичных аминов и аммиака [4], вакуумная десорбция газов из неорганических или органических растворителей [5], дистилляция с водяным паром высших жирных кислот [6], выгодно проводить в регулярных насадочных пленочных устройствах, основными элементами которых являются орошаемые плоские каналы, трубки, стандартные блоки [7].

Преимущество использования аппаратов с тонкой стекающей пленкой связано, во-первых, с большими коэффициентами тепло-масообмена в пленке, а, во-вторых, при подобном способе контакта фаз исключается проблема масштабного перехода [8], в отличие от традиционных колонн с насадочными элементами, засыпаемыми навалом. Первые исследования пленочных течений на поверхности вертикальных трубок и плоских каналов приведены в работах [9–13]. Проблемам пленочного течения и процессам переноса в пленках посвящены монографии [14–18].

В работах [19–26] рассматривалась стабилизация ламинарных пленок на начальных гидродинамических участках. Показано, что длина обла-

сти стабилизации во многом зависит от типа распределительного устройства.

Течение газа и жидкости в области стабилизации потока в неорошаемых плоских каналах и трубках при ламинарном режиме рассматривалось многими исследователями начиная с классической работы Шлихтинга [27], где показано, что плоское течение на расстояниях $\sim 0.1R Re_T$ от входа трансформируется в параболический профиль Хагена–Пуазейля. В качестве примера можно привести работы [28, 29], где решение уравнений Навье–Стокса получено численными методами.

При турбулентном течении пленки и газа размеры входных гидродинамических участков до конца не выяснены. Например, длина этого участка для турбулентного потока в неорошаемых трубках считается, без достаточного на то основания, равной сорока диаметрам [30].

Исследованию гидродинамики кольцевых двухфазных течений на участках стабилизации посвящены монографии [31, 32].

В настоящей работе исследуется гидродинамика двухфазных газо-жидкостных потоков в орошаемых плоских каналах и трубках с учетом входных участков при ламинарных и турбулентных режимах движения жидкой и газовой фаз. Орошаемые каналы, ширина которых (b) намного больше их высоты ($2R$), и трубки (радиус R) яв-

ляются основными элементами регулярных насадочных устройств [33–36].

Рассматривается случай слабого взаимодействия фаз, при котором газ не оказывает влияния на пленку по причине его малой вязкости по сравнению с жидкостью. Непрерывность потока импульса и кинематические условия для скоростей на границе раздела фаз упрощаются следующим образом [37]:

$$\left(\frac{\partial u'}{\partial y'}\right)_s = 0, \quad v'_s = u'_s \left(\frac{dh}{dx'}\right)_s, \quad v'_{tS} = v'_{tS}, \quad (1)$$

где индексы “t” и “s” обозначают тангенциальную составляющую скоростей \vec{u}' , \vec{v}'^T и поверхность пленки ($y' = h(x')$).

Как показали экспериментальные исследования для системы вода–воздух при температурах 0°–100°C, условия слабого гидродинамического взаимодействия выполняются для нисходящего прямого тока при скоростях газа $u'^T \leq 15$ м/с [38, 39]. Это дает возможность отдельно рассчитать гидродинамику пленки, а затем – газа. С целью нахождения определяющих движение фаз параметров решение будет получено аналитическим методом Шлихтинга, хорошо зарекомендовавшим себя при решении гидродинамических задач [40].

ГИДРОДИНАМИКА ПЛЕНКИ

Гидродинамика ламинарной пленки жидкости.

Предположим, что толщина пленки h , стекающей по стенкам каналов и трубок, намного меньше поперечных размеров R , при этом на вход жидкость подается в виде плоской струи, вытекающей из щели высотой s ($u'_H = U_H$).

В этом случае у стенки канала существует гидродинамический пограничный слой $\delta_\Lambda(x')$. Система двумерных уравнений Навье–Стокса в декартовой системе координат ($x' - y'$) сводится к нелинейному уравнению импульсов, уравнению Бернулли для ядра потока и условию сохранения массы [40]:

$$\frac{\partial}{\partial x'} \left[\int_0^{h_\Lambda} u'(U - u') dy' \right] + \left[\int_0^{h_\Lambda} (U - u') dy' \right] \frac{dU}{dx'} = \frac{\tau_{CT}}{\rho}, \quad (2)$$

$$U \frac{dU}{dx'} = g, \quad \int_0^{h_\Lambda} u' dy' = U_H s,$$

где $U(x')$, U_H – скорости вне пограничного слоя и на входе пленки.

Продольную скорость u' на участке, где пограничный слой еще не пророс на всю толщину пленки ($\delta_\Lambda < h_\Lambda$), ищем в виде:

$$u' = U(x')(2\eta - \eta^2), \quad \eta \equiv y'/\delta_\Lambda(x') \leq 1; \quad (3)$$

$$u' = U(x'), \quad \delta_\Lambda < y' < h_\Lambda(x').$$

Вычисления показывают, что

$$\int_0^{h_\Lambda} (U - u') dy' = \frac{\delta_\Lambda U}{3}, \quad \int_0^{h_\Lambda} u'(U - u') dy' = \frac{2}{15} \delta_\Lambda U^2, \quad (4)$$

$$\frac{U}{U_H} = \frac{1}{[h_\Lambda/s - 1/3(\delta_\Lambda/s)]}, \quad U^2 - U_H^2 = 2gx'.$$

В результате для нахождения зависимости толщины пограничного слоя δ_Λ от продольной координаты x' получаем обыкновенное дифференциальное уравнение:

$$\frac{d}{dx'} \left(\frac{2}{15} \delta_\Lambda U^2 \right) + \frac{\delta_\Lambda g}{3} = \frac{2vU}{\delta_\Lambda}. \quad (5)$$

Нетрудно показать, что для ламинарной пленки имеет место соотношение:

$$\frac{U_H^2}{2g} = \frac{1}{6} \left(\frac{h_{\Lambda\infty}}{s} \right)^2 (h_{\Lambda\infty} \text{Re}), \quad (6)$$

где $h_{\Lambda\infty} = \sqrt[3]{3v^2/g} \text{Re}^{1/3}$ – установившаяся толщина ламинарной пленки [30].

Вводя безразмерную продольную координату x_0 , по формуле:

$$x' = \left(\frac{U_H^2}{2g} \right) x_0 = \frac{1}{6} \left(\frac{h_{\Lambda\infty}}{s} \right)^2 (h_{\Lambda\infty} \text{Re}) x_0 \quad (7)$$

получаем линейное дифференциальное уравнение первого порядка относительно $(\delta_\Lambda/s)^2$:

$$\frac{2}{15} (1 + x_0) \frac{d}{dx_0} \left(\frac{\delta_\Lambda}{s} \right)^2 + \frac{9}{15} \left(\frac{\delta_\Lambda}{s} \right)^2 =$$

$$= \frac{2}{3} \left(\frac{h_{\Lambda\infty}}{s} \right)^3 \sqrt{1 + x_0}.$$

Решением последнего является функция [41]:

$$\left(\frac{\delta_\Lambda}{s} \right) = \left(\frac{h_{\Lambda\infty}}{s} \right)^{3/2} (1 + x_0)^{1/4} \left[1 - \frac{1}{(1 + x_0)^5} \right]^{1/2}. \quad (8)$$

Относительная толщина пленки и скорость на границе раздела фаз на участке $\delta_\Lambda < h_\Lambda$ равны [см. (4), (7)]:

$$\frac{h_\Lambda}{s} = \frac{1}{\sqrt{1 + x_0}} + \frac{1}{3} \left(\frac{\delta_\Lambda}{s} \right) = \frac{1}{\sqrt{1 + x_0}} +$$

$$+ \frac{1}{3} \left(\frac{h_{\Lambda\infty}}{s} \right)^{3/2} (1 + x_0)^{1/4} \left[1 - \frac{1}{(1 + x_0)^5} \right]^{1/2}, \quad (9)$$

$$u_S = U = U_H \sqrt{1 + x_0}.$$

Как видно, относительная толщина пленки h_{Λ}/s и пограничный слой δ_{Λ}/s зависят от безразмерного расстояния x_0 и параметра $h_{\Lambda\infty}/s$. При увеличении x' пограничный слой растет и на расстоянии $x' = x'_S$ ($x_0 = x_{0S}$) достигает поверхности пленки ($\delta_{\Lambda} \Rightarrow \delta_{\Lambda S} = h_{\Lambda S}$).

В дальнейшем в качестве безразмерной продольной координаты введем координату x_{Λ} следующим образом [см. (7)]:

$$x_{\Lambda} = \frac{x'}{0.4(h_{\Lambda\infty} \text{Re})} = 0.4 \left(\frac{h_{\Lambda\infty}}{s} \right)^2 x_0, \quad (10)$$

$0.4(h_{\Lambda\infty} \text{Re})$ – характерная длина в продольном направлении при ламинарном режиме.

Зависимости функций $h_{\Lambda S}/h_{\Lambda\infty}$ и $x_{\Lambda S} = x'_S/0.4(h_{\Lambda\infty} \text{Re})$ от параметра $h_{\Lambda\infty}/s$, полученные с помощью (8)–(10) приведены на рис. 1а. Как видно, при “малых” числах Рейнольдса ($h_{\Lambda\infty}/s \leq 1$) толщина $h_{\Lambda S}$ превышает предельное значение $h_{\Lambda\infty}$ на 15% ($h_{\Lambda S}/h_{\Lambda\infty} = 1.15$). С ростом $h_{\Lambda\infty}/s$ (в области $h_{\Lambda S}/s \geq 1$) отношение $h_{\Lambda S}/h_{\Lambda\infty}$ уменьшается, а при $h_{\Lambda\infty}/s \geq 1.25$ становится меньше единицы ($h_{\Lambda S} \leq h_{\Lambda\infty}$). С помощью (8)–(10) нетрудно показать, что при “малых” и “больших” значениях параметра $h_{\Lambda\infty}/s$ для $h_{\Lambda S}/h_{\Lambda\infty}$ и $x_{\Lambda S}$ имеют место асимптотические зависимости:

$$\frac{h_{\Lambda S}}{h_{\Lambda\infty}} = \begin{cases} 1.15 & \text{при } h_{\Lambda\infty}/s \leq 1 \\ 1.5/(h_{\Lambda\infty}/s) & \text{при } h_{\Lambda\infty}/s \geq 1.5 \end{cases}; \quad (11)$$

$$x_{\Lambda S} = \begin{cases} 0.7 - 0.4(h_{\Lambda\infty}/s)^2 & \text{при } h_{\Lambda\infty}/s \leq 1 \\ 0.2/(h_{\Lambda\infty}/s) & \text{при } h_{\Lambda\infty}/s \geq 1.5 \end{cases}.$$

После прорастания пограничного слоя ($x' > x'_S$ или $x_{\Lambda} > x_{\Lambda S}$) равенство $h_{\Lambda} = \delta_{\Lambda}$ сохраняется, однако процесс установления толщины пленки не заканчивается, так как в конечном итоге h_{Λ} должна стремиться к предельному значению $h_{\Lambda\infty}$. В области $x' > x'_S$ скорость в пленке $u'(y')$ будем искать в следующем виде:

$$u' = u_S(x')(2\eta - \eta^2), \quad \eta = y'/h_{\Lambda}(x'). \quad (12)$$

Интегрируя уравнения Навье–Стокса и непрерывности по толщине пленки и используя граничные условия (1), получим уравнения:

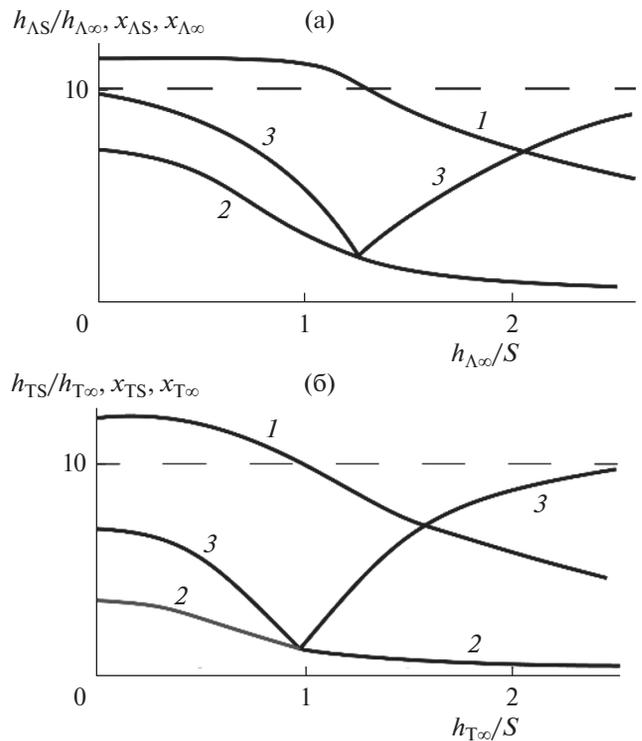


Рис. 1. (а) Зависимости $h_{\Lambda S}/h_{\Lambda\infty}$ (кривая 1), $x_{\Lambda S}$ (кривая 2), $x_{\Lambda\infty}$ (кривая 3) от параметра $h_{\Lambda\infty}/s$ при ламинарном режиме движения пленки. (б) – То же для турбулентной пленки.

$$\frac{\partial}{\partial x'} \left[\int_0^{h_{\Lambda}} (u')^2 dy' \right] = gh_{\Lambda} - 2\nu u_S/h_{\Lambda}, \quad (13)$$

$$U_H s = \int_0^{h_{\Lambda}} u' dy',$$

где $\int_0^{h_{\Lambda}} (u')^2 dy' = 8/15 h_{\Lambda} u_S^2$, $\int_0^{h_{\Lambda}} u' dy' = 2/3 h_{\Lambda} u_S$.

Используя последние равенства, первое уравнение (13) можно представить в виде:

$$\frac{d}{dx_{\Lambda}} \left[\frac{1}{h_{\Lambda}/h_{\Lambda\infty}} \right] = \frac{h_{\Lambda}}{h_{\Lambda\infty}} - \frac{1}{(h_{\Lambda}/h_{\Lambda\infty})}. \quad (14)$$

При “больших” числах Рейнольдса ($h_{\Lambda\infty}/s \geq 1.25$), когда толщина пленки $h_{\Lambda S} \leq h_{\Lambda\infty}$ (см. рис. 1а), уравнение (14) преобразуем следующим образом:

$$\int_{h_{\Lambda S}/h_{\Lambda\infty}}^{h_{\Lambda}/h_{\Lambda\infty}} \frac{dx}{1-x^3} = (x_{\Lambda} - x_{\Lambda S}), \quad (h_{\Lambda S} \leq h_{\Lambda} \leq h_{\Lambda\infty}),$$

или

$$f_{-} \left(\frac{h_{\Lambda}}{h_{\Lambda\infty}} \right) - f_{-} \left(\frac{h_{\Lambda S}}{h_{\Lambda\infty}} \right) = (x_{\Lambda} - x_{\Lambda S}), \quad \left(\frac{h_{\Lambda S}}{h_{\Lambda\infty}} \leq \frac{h_{\Lambda}}{h_{\Lambda\infty}} \right), \quad (15)$$

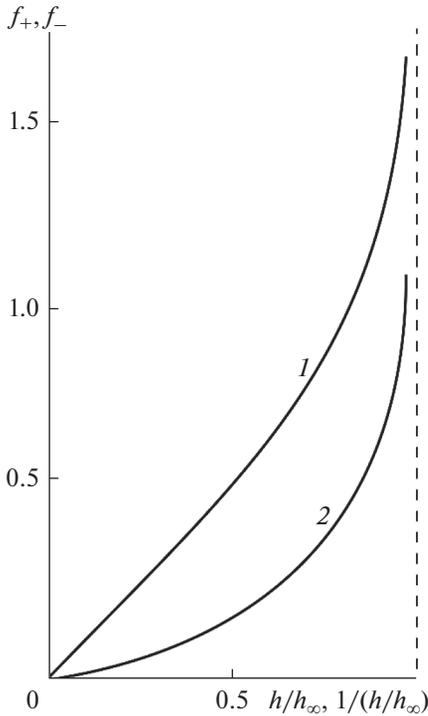


Рис. 2. Функции $f_-(h/h_{\infty})$ (кривая 1) и $f_+(1/h/h_{\infty})$ (кривая 2).

где

$$f_-(x) = \int_0^x \frac{dx}{1-x^3} = \frac{1}{3} \left[\ln \frac{\sqrt{1+x+x^3}}{1-x} \right] + \frac{1}{\sqrt{3}} \operatorname{arctg} \left(\frac{\sqrt{3}x}{2+x} \right)$$

– возрастающая функция x [42].

При “малых” числах Рейнольдса ($h_{\infty}/s \leq 1.25$), когда $h_{\infty} < h_{\Lambda S}$, с помощью тождества

$$\int_{h_{\Lambda S}/h_{\infty}}^{h_{\Lambda}/h_{\infty}} \frac{dx}{1-x^3} = \int_{h_{\infty}/h_{\Lambda S}}^{h_{\infty}/h_{\Lambda}} \frac{ydy}{1-y^3}, \quad y = \frac{1}{x},$$

уравнение (14) представим в виде:

$$f_+ \left(\frac{h_{\infty}}{h_{\Lambda}} \right) - f_+ \left(\frac{h_{\infty}}{h_{\Lambda S}} \right) = (x_{\Lambda} - x_{\Lambda S}), \quad \left(\frac{h_{\Lambda}}{h_{\infty}} < \frac{h_{\Lambda S}}{h_{\infty}} \right), \quad (16)$$

где $f_+(y) \equiv \int_0^y \frac{ydy}{1-y^3} = \frac{1}{3} \ln \left(\frac{\sqrt{1+y+y^3}}{1-y} \right) + \frac{1}{\sqrt{3}} \times$
 $\times \operatorname{arctg} \left(\frac{\sqrt{3}y}{2+y} \right) - \frac{2}{\sqrt{3}} \left[\operatorname{arctg} \left(\frac{1+2y}{\sqrt{3}} \right) - \operatorname{arctg} \left(\frac{1}{\sqrt{3}} \right) \right]$ –
 возрастающая функция y [42].

Зависимости $f_-(x)$ и $f_+(x)$ представлены на рис. 2. Полученные выше результаты решают вопрос о гидродинамике ламинарных пленок жидкости при любых x_{Λ} .

На расстояниях от входа $x' \leq x'_S$ ($x_{\Lambda} \leq x_{\Lambda S}$) толщина пленки h_{Λ} , гидродинамический пограничный слой δ_{Λ} , поверхностная скорость u_s от безразмерной продольной координаты x_{Λ} находятся по аналитическим формулам (8), (9), где $x_0 = x_{\Lambda}/0.4(h_{\infty}/s)^2$ [см. (10)].

В области $x' > x'_S$ ($x_{\Lambda} > x_{\Lambda S}$) в зависимости от того, больше или меньше толщина $h_{\Lambda S}$, чем h_{∞} , отношение h_{Λ}/h_{∞} находится по формулам (15), (16), а поверхностная скорость u_s/U_H равна:

$$\frac{u_s}{U_H} = \frac{3}{2} \left(\frac{s}{h_{\Lambda}} \right) = \frac{3}{2} \left(\frac{1}{h_{\Lambda}/h_{\infty}} \right) \frac{1}{h_{\infty}/s}. \quad (17)$$

Оценим интервалы изменения параметра h_{∞}/s при ламинарном режиме стекания пленки. Обычно размеры распределительных щелей s пленочных насадок следующие [24, 43]:

$$2 \text{ мм} \leq s \leq 2 \text{ мм}. \quad (18)$$

Толщины установившихся пленок в ламинарном режиме h_{∞} в интервале чисел Рейнольдса 25–400 для различных температур приведены в табл. 1.

В области $Re < 25$ возникают проблемы с равномерным смачиванием стенок канала, а при $Re \geq 400$ течение пленки становится турбулентным. Следовательно, допустимые значения определяющего параметра h_{∞}/s при ламинарном режиме стекания принадлежат интервалу:

$$0.05 \leq h_{\infty}/s \leq 3. \quad (19)$$

Расчеты относительной толщины пленки h_{Λ}/s и скорости на поверхности u_s/U_H как функции продольной координаты x_{Λ} приведены на рис. 3. Как видно, монотонная зависимость толщины пленки от x_{Λ} наблюдается только при “больших” значениях параметра h_{∞}/s ($h_{\infty}/s > 1.25$), когда $h_{\Lambda S} < h_{\infty}$.

При $h_{\infty}/s < 1.25$ на кривой h_{Λ}/s наблюдается максимум, который практически исчезает при $h_{\infty}/s \leq 0.5$ (рис. 3а). Подобные закономерности наблюдаются и у зависимостей u_s/U_H от x_{Λ} : при $h_{\infty}/s \leq 1.25$ поверхностная скорость монотонна, а при $h_{\infty}/s > 1.25$ на кривых имеются максимумы, которые исчезают при $h_{\infty}/s \geq 2.5$ (рис. 3б).

В общем случае $x_{\Lambda \infty} \geq x_{\Lambda S}$ и выход толщины пленки на предельное значение практически всегда происходит на расстоянии от входа, где пограничный слой δ_{Λ} совпадает с h_{Λ} .

Таблица 1. Зависимости от Re толщины пленки на установившемся участке, характерные размеры и минимальные числа $Re_{Г,S}$ при различных температурах

	Re $t, ^\circ\text{C}$	25	100	200	300	400	400	10^3	2×10^3	3×10^3	5×10^3
$h_\infty, \text{мм}$	0°	0.26	0.4	0.5	0.58	0.64	0.64	1.12	1.69	2.1	2.52
	20°	0.2	0.31	0.39	0.45	0.5	0.5	0.87	1.31	1.63	2.0
	40°	0.16	0.25	0.31	0.36	0.4	0.4	0.7	1.05	1.31	1.6
	60°	0.13	0.21	0.26	0.3	0.33	0.33	0.58	0.87	1.08	1.32
	80°	0.11	0.12	0.22	0.25	0.28	0.28	0.48	0.73	0.9	1.11
$0.4h_\infty Re,$ $33.5h_{T\infty} Re^{1/4}, \text{мм}$	0°	2.6	16.1	40.15	69.5	103	103	170	376	526	808
	20°	2	12.5	31.2	54	80	80	164	291	404	628
	40°	1.6	10	25	43.3	64.2	64.2	131	234	328	504
	60°	1.32	8.26	20.6	35	52.9	52.9	108	193	270	415
	80°	1.11	6.94	17.3	30	44.4	44.4	91	162	227	349
$Re_{Г,min},$ $R = 1 \text{ см}$	0°	160	412	656	848	1025	773	1111	1481	1778	2422
	20°	127	327	520	673	813	613	880	1173	1413	1920
	40°	103	265	419	547	660	498	714	952	1147	1558
	60°	85	216	349	452	546	411	590	787	948	1257
	80°	71	183	291	376	456	343	492	655	790	1073

Гидродинамика турбулентной пленки жидкости.

При больших числах Рейнольдса ($Re > 400$) пленка становится турбулентной [14, 16, 26]. Расчет гидродинамики в этом случае также можно производить по формулам (2), причем расчет для трения на стенке подчиняется закону Блазиуса [40]:

$$\tau_{CT}/\rho = 0.024U^2/(U\delta_T/\nu)^{1/4}, \quad (20)$$

где δ_T, U – толщина турбулентного пограничного слоя и скорость в ядре турбулентного потока.

Продольную скорость в пленке будем искать в виде:

$$\frac{u'}{U(x')} = \left(\frac{y}{\delta_T}\right)^{1/7}, \quad \text{где } \eta = \frac{y'}{\delta_T} \leq 1; \quad (21)$$

$$u' = U(x'), \quad \delta_T < y' < h_T(x').$$

Используя эти распределения из уравнения Бернулли и условий материального баланса [см. (2)], получим соотношения:

$$\frac{U}{U_H} = \frac{1}{(h_T/s) - 1/8(\delta_T/s)}, \quad \frac{U}{U_H} = \sqrt{1 + \frac{2g}{U_H^2} x'}. \quad (22)$$

На участке стабилизации течения сила трения на стенке канала уравновешивается силой тяжести: $\tau_{CT} = gh_{T\infty}$. В результате для установившейся турбулентной пленки получаем формулу [14]:

$$h_{T\infty} = \frac{1}{3} \left(\frac{\nu^2}{g}\right)^{1/3} Re^{7/12}.$$

С помощью равенства $h_{T\infty} = h_{\infty}$ можно показать, что критическое значение числа Рейнольдса, при котором происходит переход от ламинарного режима течения к турбулентному, равно $Re_{кр} \cong 400$, что находится в хорошем соответствии с экспериментальными данными [14, 16, 30].

После вычисления интегралов в уравнении импульсов (2) это уравнение преобразовывается к виду [ср. (5)]:

$$\frac{d}{dx'} \left(\frac{7}{72} \delta_T U^2 \right) + \frac{U \delta_T}{8} \frac{dU}{dx'} = \frac{0.024U^2}{(U\delta_T/\nu)^{1/4}}. \quad (23)$$

Для турбулентной пленки, также как и для ламинарной, введем безразмерную продольную координату x_o , причем, учитывая равенство $U_H^2/2g = (27/2)(h_{T\infty}/s)^2 h_{T\infty} Re^{1/4}$, получим соотношение:

$$x' = \frac{U_H^2}{2g} x_o = \frac{27}{2} \left(\frac{h_{T\infty}}{s}\right)^2 (h_{T\infty} Re^{1/4}) x_o. \quad (24)$$

В результате для толщины турбулентного пограничного слоя δ_T получаем уравнение:

$$(1 + x_o) \frac{d[(\delta_T/s)^{5/4}]}{dx_o} + 2 \left(\frac{\delta_T}{s}\right)^{5/4} =$$

$$= 4.2 \left(\frac{h_{T\infty}}{s}\right)^3 (1 + x_o)^{7/8},$$

решением которого является функция [41]:

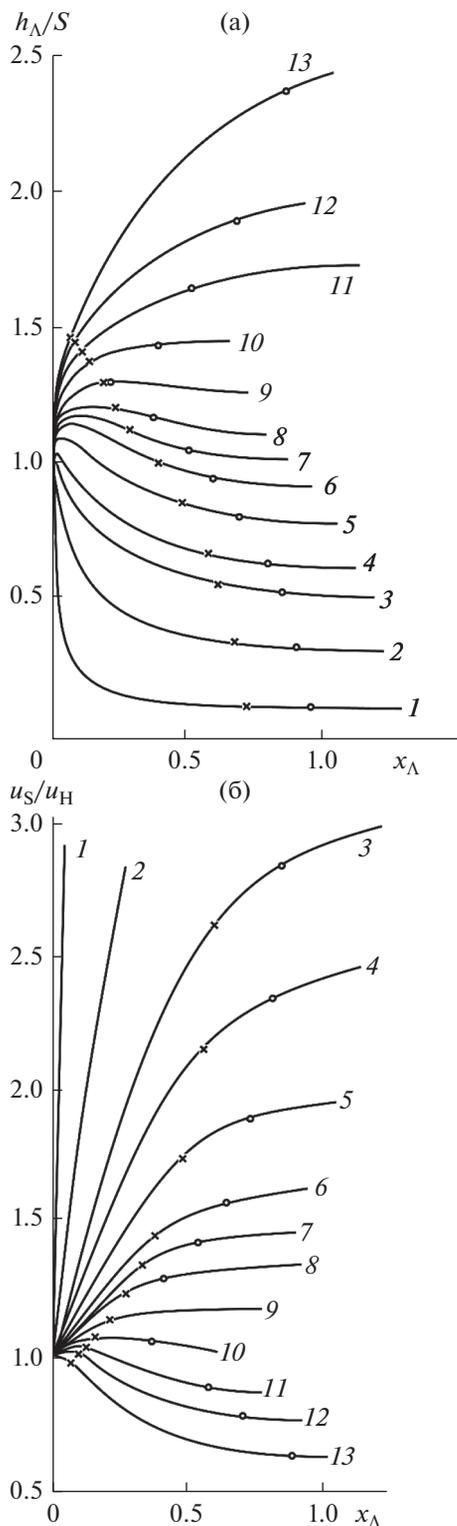


Рис. 3. (а) Зависимости относительной толщины пленки h_{Λ}/S от безразмерной длины при ламинарном режиме движения пленки. Кривая 1 – $h_{\Gamma\infty}/s = 0.1$; 2 – 0.3; 3 – 0.5; 4 – 0.6; 5 – 0.75; 6 – 0.9; 7 – 1.0; 8 – 1.1; 9 – 1.25; 10 – 1.5; 11 – 1.75; 12 – 2.0; 13 – 2.5. (б) Зависимость относительной скорости на поверхности пленки u_s/U_H от безразмерной длины (обозначения кривых те же).

$$\frac{\delta_{\Gamma}}{s} = \frac{4}{3} \left(\frac{h_{\Gamma\infty}}{s} \right)^{2.4} (1 + x_0)^{0.7} \left[1 - \frac{1}{(1 + x_0)^3} \right]^{0.8}. \quad (25)$$

Относительная толщина пленки и скорость на границе на участке $\delta_{\Gamma} < h_{\Gamma}$ равны (21), (23):

$$\begin{aligned} \frac{h_{\Gamma}}{s} &= \frac{1}{6} \left(\frac{h_{\Gamma\infty}}{s} \right)^{2.4} (1 + x_0)^{0.7} \times \\ &\times \left[1 - \frac{1}{(1 + x_0)^3} \right]^{0.8} + \frac{1}{\sqrt{1 + x_0}}, \\ u_s &= U = U_H \sqrt{1 + x_0}. \end{aligned} \quad (26)$$

Как и в случае ламинарного режима, эти функции зависят от безразмерной длины x_0 и параметра $h_{\Gamma\infty}/s$. На расстоянии от входа $x' = x'_S$ ($x_0 = x_{0S}$) выполняется равенство $\delta_{\Gamma S} = h_{\Gamma S}$, т.е. пограничный слой прорастает на всю толщину пленки. В дальнейшем в качестве безразмерной продольной координаты при турбулентности будет использована переменная x_{Γ} , связанная с x_0 следующим образом [ср. (10)]:

$$x_{\Gamma} = \frac{x'}{33.5(h_{\Gamma\infty} \text{Re}^{1/4})} = 0.4 \left(\frac{h_{\Gamma\infty}}{s} \right)^2 x_0. \quad (27)$$

Заметим, что характерный продольный размер для турбулентного режима $33.5(h_{\Gamma\infty} \text{Re}^{1/4})$ совпадает с соответствующим размером для ламинарной пленки $0.4(h_{\Lambda\infty} \text{Re})$ при $\text{Re} = \text{Re}_{\text{кр}} \cong 400$. Зависимости безразмерных функций $h_{\Gamma S}/h_{\Gamma\infty}$ и координат $x_{\Gamma S}$ от параметра $h_{\Gamma\infty}/s$, полученные с помощью (25)–(27) приведены на рис. 16. Видно, что в области $h_{\Gamma\infty}/s \leq 0.5$ толщина $h_{\Gamma S}$ больше предельного значения $h_{\Gamma\infty}$ на 22% ($h_{\Gamma S}/h_{\Gamma\infty} = 1.22$). С ростом $h_{\Gamma\infty}/s$ (в области $h_{\Gamma S}/h_{\Gamma\infty} \geq 0.5$) отношение $h_{\Gamma S}/h_{\Gamma\infty}$ уменьшается и при $h_{\Gamma\infty}/s \geq 1$ становится меньше единицы ($h_{\Gamma S} < h_{\Gamma\infty}$). Нетрудно показать, что при “малых” и “больших” значениях $h_{\Gamma\infty}/s$ имеют место асимптотические зависимости:

$$\begin{aligned} \frac{h_{\Gamma S}}{h_{\Gamma\infty}} &= \begin{cases} 1.22 & \text{при } h_{\Gamma\infty}/s \leq 0.5 \\ 1.14/(h_{\Gamma\infty}/s) & \text{при } h_{\Gamma\infty}/s \geq 1.5 \end{cases}; \\ x_{\Gamma S} &= \begin{cases} 0.35 - 0.4(h_{\Gamma\infty}/s)^2 & \text{при } h_{\Gamma\infty}/s \leq 0.5 \\ 0.1/(h_{\Gamma\infty}/s) & \text{при } h_{\Gamma\infty}/s \geq 1.5 \end{cases}. \end{aligned} \quad (28)$$

При дальнейшем увеличении длины ($x' > x'_S$ или $x_{\Gamma} > x_{\Gamma S}$) равенство $h_{\Gamma} = \delta_{\Gamma}$ сохраняется, но процесс установления толщины пленки не заканчивается, так как в конечном итоге h_{Γ} стремится к предельному значению $h_{\Gamma\infty}$ (22).

В области $x' > x'_s$ скорость в пленке $u'(y')$ будем искать в виде [40]:

$$u' = u_s(x')(y'/h_T)^{1/7}, \quad y' \leq h_T. \quad (29)$$

Уравнения импульсов и непрерывности (2) принимают вид:

$$\frac{\partial}{\partial x'} \left[\int_0^{h_T} (u')^2 dy' \right] = gh_T - \frac{0.024u_s^2}{(u_s h_T / \nu)^{1/4}}, \quad (30)$$

$$U_H s = \int_0^{h_T} u' dy' = \frac{7}{8} u_s h_T.$$

Эти уравнения после вычисления интегралов, используя формулу для $h_{T\infty}$ (22), можно преобразовать следующим образом:

$$\frac{\partial}{\partial x_T} \left[\frac{1}{h_T/h_{T\infty}} \right] = \frac{h_T}{h_{T\infty}} - \frac{1}{(h_T/h_{T\infty})^2}, \quad (31)$$

которое совпадает с (14) с учетом очевидной замены $x_\Lambda \Rightarrow x_T$, $h_{\Lambda\infty} \Rightarrow h_{T\infty}$. При “больших” числах Рейнольдса ($h_{T\infty}/s = 1$), когда $h_{TS}/h_{T\infty} \leq 1$ (рис. 16) решение (31) может быть получено из уравнения:

$$\int_{h_{TS}/h_{T\infty}}^{h_T/h_{T\infty}} \frac{dx}{1-x^3} = x_T - x_{TS}, \quad h_{TS} \leq h_T \leq h_{T\infty},$$

или [см. (15)]:

$$f_- \left(\frac{h_T}{h_{T\infty}} \right) - f_- \left(\frac{h_{TS}}{h_{T\infty}} \right) = x_T - x_{TS}. \quad (32)$$

При “малых” числах Рейнольдса ($h_{T\infty} \leq s$), когда $h_{TS} > h_{T\infty}$, для относительной толщины пленки получаем:

$$f_+ \left(\frac{h_{T\infty}}{h_T} \right) - f_+ \left(\frac{h_{T\infty}}{h_{TS}} \right) = x_T - x_{TS}. \quad (33)$$

Функции $f_{\pm}(x)$ представлены на рис. 2.

Полученные выше результаты решают вопрос о гидродинамике турбулентных пленок при любых x_T . На расстояниях от входа $x' < x'_s$ ($x_T < x_{TS}$) толщина h_T , пограничный слой δ_T и скорость на поверхности пленки u_s находятся по аналитическим зависимостям (25)–(27).

В области $x' > x'_s$ ($x_T > x_{TS}$), в зависимости от того больше или меньше h_{TS} , чем $h_{T\infty}$, относительная толщина пленки $h_T/h_{T\infty}$ находится по формулам (32), (33), а поверхностная скорость u_s/U_H – из уравнения баланса массы (30):

$$u_s/U_H = \frac{8}{7} \frac{s}{h_T} = \frac{8}{7} (h_T/h_{T\infty}) (h_{T\infty}/s). \quad (34)$$

Возможные интервалы изменения параметра $h_{T\infty}/s$ при турбулентном режиме можно получить с помощью табл. 1.

Пленки, толщина которых более 2 мм, нами не рассматриваются по причине заметного брызгоуноса [30]. Следовательно, допустимые значения параметра $h_{T\infty}/s$ при турбулентном стекании пленки принадлежат интервалу [см. (18)]:

$$0.3 \leq h_{T\infty}/s \leq 13. \quad (35)$$

Относительные толщины пленки h_T/s , $h_T/h_{T\infty}$ и скорость на границе раздела фаз u_s/U_H как функции безразмерной длины x_T приведены на рис. 4 при различных допустимых значениях параметра $h_{T\infty}/s$.

Как видно, при турбулентном режиме зависимость h_T от продольной координаты монотонна при любых $h_{T\infty}/s$: в области $x_{T\infty}^{\min} = 0.13$ она убывает (рис. 4б), а при $h_{T\infty}/s > 1$ – возрастает (рис. 4а). Поверхностная скорость u_s/U_H монотонна только при $h_{T\infty}/s < 1$. В области $h_{T\infty}/s > 1$ на кривой наблюдается максимум, который практически исчезает при (рис. 4в).

Размеры входных гидродинамических участков в пленке. С помощью графиков рис. 3 и 4 можно определить размеры гидродинамических входных участков для пленок жидкости при ламинарном ($x_{\Lambda\infty}$) и турбулентном ($x_{T\infty}$) режимах, которые определяются как такие расстояния от входа, при которых толщина пленки h_Λ (h_T) менее чем на 5% отличается от предельных значений $h_{\Lambda\infty}$ ($h_{T\infty}$). Результаты зависимости x_∞ от параметра h_∞/s представлены на рис. 1. Как видно, на кривых зависимостей $x_{\Lambda\infty}$ ($x_{T\infty}$) от параметра $h_{\Lambda\infty}/s$ ($h_{T\infty}/s$) наблюдается глубокий минимум. Минимальное значение $x_{\Lambda\infty}^{\min} = 0.2$ достигается при $h_{\Lambda\infty}/s = 1.25$ для ламинарного режима и $x_{T\infty}^{\min} = 0.13$ при $h_{T\infty} = 1$ – для турбулентного. Зависимость безразмерной координаты $x_{\Lambda S}$ (x_{TS}) от параметра $h_{\Lambda\infty}/s$ ($h_{T\infty}/s$) – монотонно убывающие функции.

В общем случае координата $x_{\Lambda\infty} \geq x_{\Lambda S}$ ($x_{T\infty} \geq x_{TS}$) (см. рис. 1, 3, 4), т.е. выход пленки на предельное значение $h_{\Lambda\infty}$ ($h_{T\infty}$) всегда происходит в области, где $\delta_\Lambda = h_\Lambda$ ($\delta_T = h_T$). При достаточно больших значениях $h_{\Lambda\infty}/s$ ($h_{T\infty}/s$) участками $x_{\Lambda S}$ (x_{TS}), где пограничные слои прорастают, можно пренебречь, так как в этих случаях $x_{\Lambda\infty} \gg x_{\Lambda S}$ ($x_{T\infty} \gg x_{TS}$). Практически такая ситуация наблюдается при $h_{\Lambda\infty}/s \geq 2.5$ для ламинарного и при $h_{T\infty}/s \geq 1.5$ – для турбулентного режимов (рис. 1).

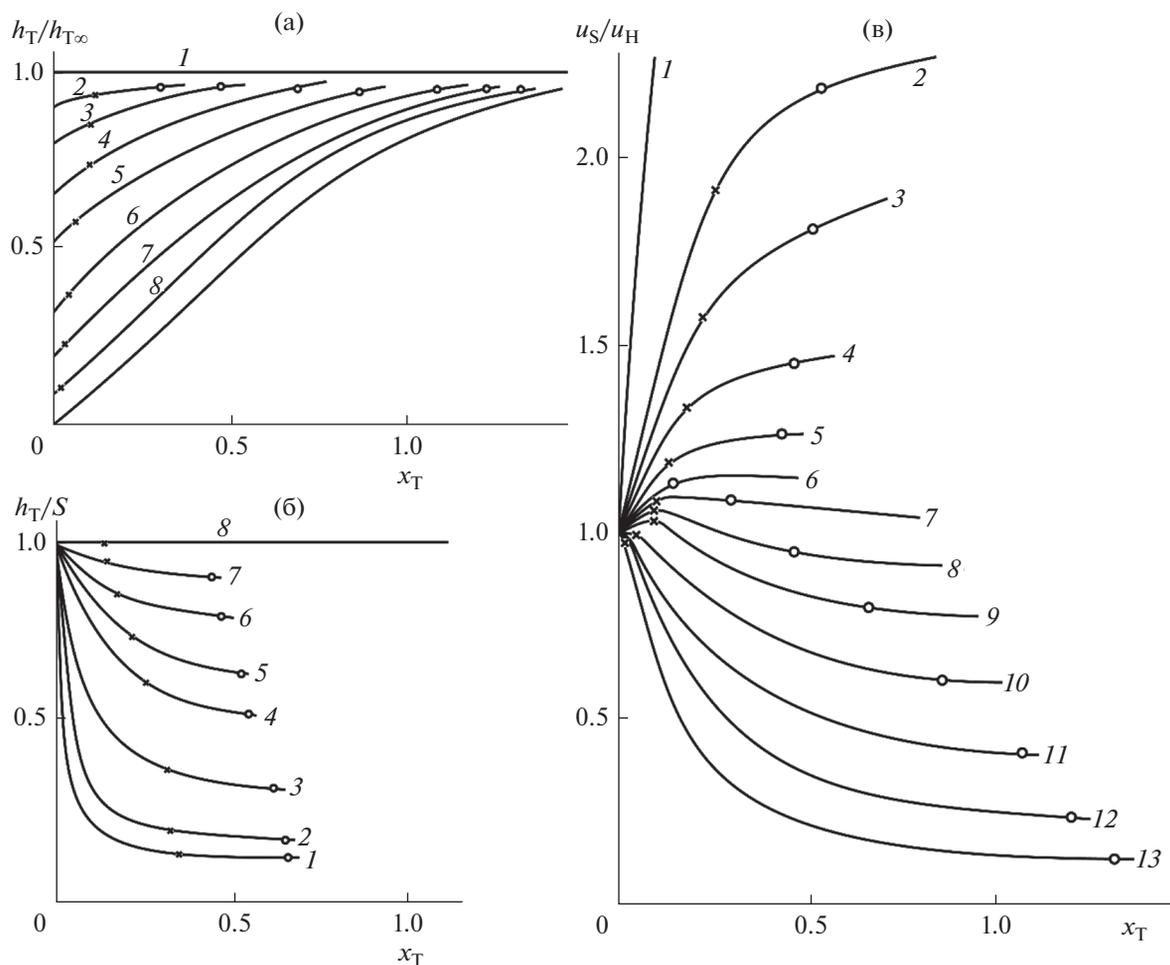


Рис. 4. (а) Зависимость $h_T/h_{T\infty}$ от безразмерной длины x_T при турбулентном режиме пленки при “больших” $h_{T\infty}/s$. Кривая 1 – $h_{T\infty}/s = 1$; 2 – 1.1; 3 – 1.25; 4 – 1.5; 5 – 2.0; 6 – 3.0; 7 – 5.0; 8 – 10.0; 9 – ∞ .
 (б) Зависимость h_T/S при “малых” $h_{T\infty}/s$. Кривая 1 – 0.1; 2 – 0.15; 3 – 0.3; 4 – 0.5; 5 – 0.6; 6 – 0.75; 7 – 0.9; 8 – 1.0.
 (в) Относительная скорость на поверхности пленки u_S/u_H при турбулентном режиме как функция длины x_T . Кривая 1 – $h_{T\infty}/s = 0.25$; 2 – 0.5; 3 – 0.75; 5 – 0.9; 6 – 1.0; 7 – 1.1; 8 – 1.25; 9 – 1.5; 10 – 2.0; 11 – 3.0; 12 – 5.0; 13 – 10.0.

Определим размеры входных гидродинамических участков для ламинарной ($l_{\Lambda, \text{ВХ}}$) и турбулентной ($l_{T, \text{ВХ}}$) пленок.

Из изложенного выше следует, что

$$l_{\Lambda, \text{ВХ}} = 0.4h_{\Lambda\infty} \text{Re } x_{\Lambda\infty}, \quad l_{T, \text{ВХ}} = 33.5h_{T\infty} \text{Re}^{1/4} x_{T\infty}, \quad (36)$$

где $x_{\Lambda\infty}$ и $x_{T\infty}$ зависят от параметров $h_{\Lambda\infty}/s$ и $h_{T\infty}/s$, соответственно (рис. 1).

В табл. 1 приведены характерные размеры $0.4h_{\Lambda\infty} \text{Re}$ и $33.5h_{T\infty} \text{Re}^{1/4}$ при различных значениях чисел Рейнольдса для воды в интервале температур $0^\circ\text{C} < t \leq 100^\circ\text{C}$.

Как видно (см. рис. 1а), при ламинарном режиме в допустимой области изменения отношения $h_{\Lambda\infty}/s$ ($0.05 \leq (h_{\Lambda\infty}/s) \leq 3$) (19) значения коор-

динат $x_{\Lambda\infty}$ принадлежат интервалу $0.2 \leq x_{\Lambda\infty} \leq 1$, а, следовательно, максимальное значение $l_{\Lambda, \text{ВХ}}$ не превышает 10 см. Для турбулентной пленки ($0.3 \leq (h_{T\infty}/s) \leq 13$) интервал изменения $x_{T\infty}$ равен $0.13 \leq x_{T\infty} \leq 1.5$ (см. рис. 4) и величина входного участка $l_{T, \text{ВХ}}$ заключена в пределах $6 \text{ см} \leq l_{T, \text{ВХ}} \leq 120 \text{ см}$.

Изменяя размеры щели распределительного устройства (s), можно контролировать размеры входных гидродинамических участков в пленке. Например, при $h_{T\infty}/s = 1$ ($x_{T\infty} = 0.13$) даже при развитом турбулентном режиме ($\text{Re} = 5 \times 10^3$) можно добиться того, что $l_{T, \text{ВХ}}$ будет достаточно мала ($l_{T, \text{ВХ}} \leq 6 \text{ см}$).

Таким образом в насадочных устройствах, высота которых более 50 см [30, 43] при расчетах скорости в газе независимо от режима движения пленки всегда можно подобрать такие условия орошения, при которых начальным гидродинамическим участком в пленке пренебрегают, считая, что скорость на границе раздела фаз u_s постоянная и равна соответствующему предельному значению $u_{s\infty}$. Добиться постоянной скорости на поверхности пленки можно с помощью успокоительного участка. Такой способ часто применяется, если подача жидкости на насадку отличается от рассмотренной в данной работе.

ГИДРОДИНАМИКА ГАЗОВОЙ ФАЗЫ

Ламинарный режим движения газа (орошаемая трубка). Рассмотрим случай, когда на входе трубки ($x' = 0$) задан плоский профиль скорости $u'_\Gamma = U_{\Gamma H}$. У поверхности пленки со стороны газа существует пограничный гидродинамический слой $\delta_{\Lambda\Gamma}$. Скорость в газовой фазе можно искать в виде:

$$u'_\Gamma = u_s + (U_\Gamma - u_s)(2\eta - \eta^2), \quad \eta = y'/\delta_{\Lambda\Gamma} \leq 1, \quad (37)$$

$$u'_\Gamma = U_\Gamma, \quad \delta_{\Lambda\Gamma} \leq y' \leq R, \quad y' = R - r',$$

где U_Γ, u_s – скорости в ядре газового потока и на границе раздела фаз. Предполагается, что $h \ll R$, т.е. толщина пленки намного меньше R .

Уравнения гидродинамики с соответствующими начальными и граничными условиями запишем в цилиндрической системе координат (x', r'):

$$\frac{\partial u'_\Gamma}{\partial x'} + \frac{1}{r'} \frac{\partial}{\partial r'}(r' v'_\Gamma) = 0,$$

$$u'_\Gamma \frac{\partial u'_\Gamma}{\partial x'} + v'_\Gamma \frac{\partial u'_\Gamma}{\partial r'} = -\frac{1}{\rho_\Gamma} \frac{\partial P}{\partial x'} + g + \frac{\nu_\Gamma}{r'} \frac{\partial}{\partial r'} \left(r' \frac{\partial u'_\Gamma}{\partial r'} \right), \quad (38)$$

$$x' = 0: \quad u'_\Gamma = U_{\Gamma H}; \quad r' = 0: \quad \frac{\partial u'_\Gamma}{\partial r'} = 0,$$

$$v'_\Gamma = 0; \quad r' = R: \quad u'_\Gamma = u_{s\infty}.$$

Решение системы (38) будем искать методом Шлихтинга [40].

Проинтегрируем первое уравнение непрерывности (38) по r' от нуля до R , используя условие на входе, получим

$$2 \int_0^R u'_\Gamma r' dr' = U_{\Gamma H} R^2. \quad (39)$$

Из этого уравнения с помощью (37) находим зависимость разности $U_\Gamma - u_s$ от толщины пограничного слоя $\delta_{\Lambda\Gamma}$:

$$\Delta U_\Gamma = U_\Gamma - u_s = (U_{\Gamma H} - u_s) \left/ \left[1 - \frac{2}{3} \left(\frac{\delta_{\Lambda\Gamma}}{R} \right) + \frac{1}{6} \left(\frac{\delta_{\Lambda\Gamma}}{R} \right)^2 \right] \right. \quad (40)$$

Второе уравнение системы (38), уравнение импульсов, преобразуем к виду [40]:

$$\frac{\partial}{\partial x'} \left[\int_0^{\delta_{\Lambda\Gamma}} u'_\Gamma (U_\Gamma - u'_\Gamma) (1 - y'/R) dy' \right] + \left[\int_0^{\delta_{\Lambda\Gamma}} (U_\Gamma - u'_\Gamma) (1 - y'/R) dy' \right] \frac{\partial U_\Gamma}{\partial x'} = v_\Gamma \left(\frac{\partial u'_\Gamma}{\partial y'} \right)_s, \quad (41)$$

где $y' = R - r'$ – расстояние от стенки по нормали, а интегралы равны [см. (37)]:

$$\int_0^{\delta_{\Lambda\Gamma}} (U_\Gamma - u'_\Gamma) (1 - y'/R) dy' = \frac{\delta_{\Lambda\Gamma}}{3} \Delta U_\Gamma - \frac{\delta_{\Lambda\Gamma}}{12} \left(\frac{\delta_{\Lambda\Gamma}}{R} \right) \Delta U_\Gamma, \quad (42)$$

$$\int_0^{\delta_{\Lambda\Gamma}} u'_\Gamma (U_\Gamma - u'_\Gamma) (1 - y'/R) dy' = \frac{2}{15} \delta_{\Lambda\Gamma} \Delta U_\Gamma \left(\Delta U_\Gamma + \frac{5}{2} u_s \right) - \frac{\delta_{\Lambda\Gamma}^2}{R} \frac{\Delta U_\Gamma}{20} \left(\Delta U_\Gamma + \frac{5}{3} u_s \right).$$

В результате для нахождения толщины пограничного слоя $\delta_{\Lambda\Gamma}$ получаем дифференциальное уравнение:

$$\frac{d}{dx'} \left\{ \left(\frac{\delta_{\Lambda\Gamma}}{R} \right) \left(\frac{2}{15} \right) \Delta U_\Gamma \left(\Delta U_\Gamma + \frac{5}{2} u_s \right) - \left(\frac{\delta_{\Lambda\Gamma}}{R} \right)^2 \frac{\Delta U_\Gamma}{20} \left(\Delta U_\Gamma + \frac{5}{3} u_s \right) \right\} + \Delta U_\Gamma \left[\frac{1}{3} \left(\frac{\delta_{\Lambda\Gamma}}{R} \right) - \frac{1}{12} \left(\frac{\delta_{\Lambda\Gamma}}{R} \right)^2 \right] \frac{d \Delta U_\Gamma}{dx'} = \frac{2 \Delta U_\Gamma}{(\delta_{\Lambda\Gamma}/R) R^2} v_\Gamma.$$

Решение этого уравнения можно получить в квадратурах:

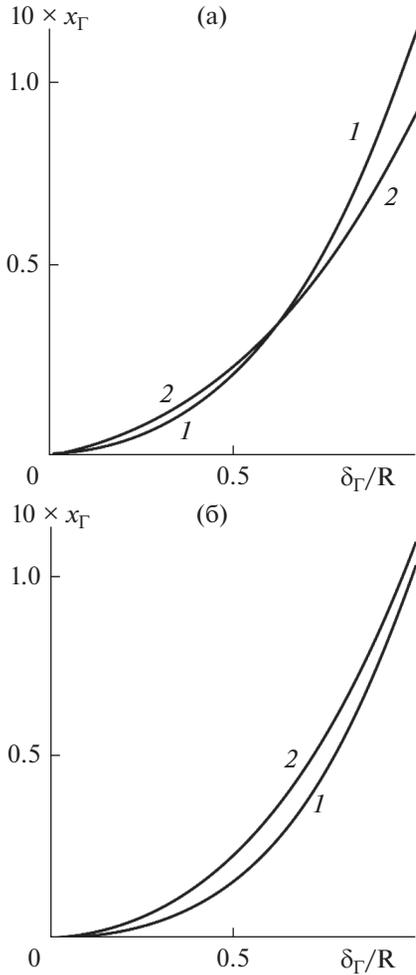


Рис. 5. (а) Безразмерная толщина пограничного слоя δ_{Λ}/R в газе при ламинарном режиме как функция длины x_{Γ} для трубки. Кривая 1 – функция $F_{1\Lambda}$, $\alpha = 0$; 2 – функция $F_{2\Lambda}$, $\alpha = 1$. (б) То же для плоского канала.

$$\begin{aligned}
 & 2 \int_0^{\delta_{\Lambda\Gamma}/R} \frac{(1-y/2)(1-y/3)y^2}{R_{\Lambda}^2} dy + \\
 & + \frac{2}{3} \int_0^{\delta_{\Lambda\Gamma}/R} \frac{(1-(3/4)y)y}{R_{\Lambda}} dy - \frac{\alpha}{1-\alpha} \times \\
 & \times \frac{5}{3} \int_0^{\delta_{\Lambda\Gamma}/R} \frac{(1-y/2)y}{R_{\Lambda}} dy = 10 \frac{x'}{R \operatorname{Re}_{\Gamma}(1-\alpha)},
 \end{aligned} \tag{43}$$

где $\alpha = u_{s\infty}/U_{\text{HГ}}$, $R_{\Lambda} = 1 - \frac{2}{3}y + \frac{1}{6}y^2$, $\operatorname{Re}_{\Gamma} = RU_{\text{HГ}}/\nu_{\Gamma}$.

Интегралы в левой части (43) можно получить аналитически, однако такие зависимости громоздки и неудобны для практического применения. Разлагая функции под интегралами по сте-

пеням $y = \delta_{\Lambda\Gamma}/R$, нетрудно показать, что в интервале $0 \leq \delta_{\Lambda\Gamma}/R \leq 1$ имеют место приближения:

$$\begin{aligned}
 & 2 \int_0^{\delta_{\Lambda\Gamma}/R} \frac{(1-y/2)(1-y/3)y^2}{R_{\Lambda}^2} dy + \\
 & + \frac{2}{3} \int_0^{\delta_{\Lambda\Gamma}/R} \frac{(1-(3/4)y)y}{R_{\Lambda}} dy \cong \\
 & \cong \frac{1}{3} \left(\frac{\delta_{\Lambda\Gamma}}{R} \right)^2 + \frac{2}{3} \left(\frac{\delta_{\Lambda\Gamma}}{R} \right)^3 + \frac{6}{27} \left(\frac{\delta_{\Lambda\Gamma}}{R} \right)^4 + o \left(\frac{\delta_{\Lambda\Gamma}}{R} \right)^5, \\
 & \frac{5}{3} \int_0^{\delta_{\Lambda\Gamma}/R} \frac{(1-y/2)y}{R_{\Lambda}} dy = \frac{5}{6} \left(\frac{\delta_{\Lambda\Gamma}}{R} \right)^2 + \\
 & + \frac{5}{54} \left(\frac{\delta_{\Lambda\Gamma}}{R} \right)^3 + o \left(\frac{\delta_{\Lambda\Gamma}}{R} \right)^5.
 \end{aligned}$$

В результате уравнение (43) принимает вид:

$$F_{1\Lambda} \left(\frac{\delta_{\Lambda\Gamma}}{R} \right) (1-\alpha) + F_{2\Lambda} \left(\frac{\delta_{\Lambda\Gamma}}{R} \right) \alpha = 10x_{\Lambda\Gamma}, \tag{44}$$

где $F_{1\Lambda} \left(\frac{\delta_{\Lambda\Gamma}}{R} \right) = \frac{1}{3} \left(\frac{\delta_{\Lambda\Gamma}}{R} \right)^3 + \frac{2}{3} \left(\frac{\delta_{\Lambda\Gamma}}{R} \right)^3 + \frac{6}{27} \left(\frac{\delta_{\Lambda\Gamma}}{R} \right)^4$,
 $F_{2\Lambda} \left(\frac{\delta_{\Lambda\Gamma}}{R} \right) = \frac{5}{6} \left(\frac{\delta_{\Lambda\Gamma}}{R} \right)^2 + \frac{5}{54} \left(\frac{\delta_{\Lambda\Gamma}}{R} \right)^3$, $x_{\Lambda\Gamma} = x'/(U_{\text{HГ}}R^2/\nu_{\Gamma})$.

Функции $F_{1\Lambda} \left(\frac{\delta_{\Lambda\Gamma}}{R} \right)$ и $F_{2\Lambda} \left(\frac{\delta_{\Lambda\Gamma}}{R} \right)$ показаны на рис. 5а.

Как видно, при ламинарном режиме движения газа в неорошаемой трубе размеры начального входного участка $l_{\Lambda, \text{ВХ}} = 0.1R \operatorname{Re}_{\Gamma}$, что находится в хорошем соответствии с численными решениями [29] и известными экспериментами [40].

Газовая фаза остается ламинарной, если число Рейнольдса на входе трубки удовлетворяет неравенству $\operatorname{Re}_{\Gamma} \leq 10^3$ [40].

Ламинарный режим движения (плоский канал). В случае плоского канала уравнения Навье–Стокса записываются в декартовой системе координат:

$$\begin{aligned}
 & \frac{\partial u'_{\Gamma}}{\partial x'} + \frac{\partial v'_{\Gamma}}{\partial y'} = 0, \quad u'_{\Gamma} \frac{\partial u'_{\Gamma}}{\partial x'} + v'_{\Gamma} \frac{\partial u'_{\Gamma}}{\partial y'} = \\
 & = -\frac{1}{\rho_{\Gamma}} \frac{\partial P}{\partial x'} + g + \nu_{\Gamma} \frac{\partial^2 u'_{\Gamma}}{\partial y'^2},
 \end{aligned}$$

с соответствующими граничными и начальными условиями:

$$\begin{aligned}
 & x' = 0: u'_{\Gamma} = U_{\text{HГ}}; y' = R: \frac{\partial u'_{\Gamma}}{\partial y'} = v'_{\Gamma} = 0; \\
 & y' = 0: u'_{\Gamma} = u_s.
 \end{aligned}$$

С помощью уравнения баланса массы $\int_0^R u'_r dy' = U_{\text{НГ}} R$ и распределений скорости (37) получаем зависимость разности $U_\Gamma - u_s$ от толщины пограничного слоя δ_Λ :

$$\Delta U_\Gamma = U_\Gamma - u_s = U_{\text{НГ}} - u_s \left/ \left(1 - \frac{1}{3} \frac{\delta_{\Lambda\Gamma}}{R} \right) \right. \quad (45)$$

Уравнение импульсов (41) упрощается:

$$\frac{\partial}{\partial x'} \left[\int_0^{\delta_{\Lambda\Gamma}} u'_r (U_\Gamma - u'_r) dy' \right] + \left[\int_0^{\delta_{\Lambda\Gamma}} (U_\Gamma - u'_r) dy' \right] \frac{\partial U_\Gamma}{\partial x'} = \nu_\Gamma \left(\frac{\partial u'_r}{\partial y'} \right)_s \quad (46)$$

После вычисления соответствующих интегралов:

$$\int_0^{\delta_{\Lambda\Gamma}} (U_\Gamma - u'_r) dy' = \frac{\delta_{\Lambda\Gamma}}{3} \Delta U_\Gamma, \\ \int_0^{\delta_{\Lambda\Gamma}} u'_r (U_\Gamma - u'_r) dy' = \frac{\delta_{\Lambda\Gamma}}{15} \Delta U_\Gamma [2(\Delta U_\Gamma) + 5u_s],$$

для нахождения толщины пограничного слоя $\delta_{\Lambda\Gamma}$ получаем дифференциальное уравнение:

$$\frac{\partial}{\partial x'} \left[\left(\frac{\delta_{\Lambda\Gamma}}{R} \right) \left(\frac{2}{15} \right) \Delta U_\Gamma \left(\Delta U_\Gamma + \frac{5}{2} u_s \right) \right] + \frac{1}{3} \Delta U_\Gamma \left(\frac{\delta_{\Lambda\Gamma}}{R} \right) \frac{d\Delta U_\Gamma}{dx'} = \frac{2\Delta U_\Gamma}{(\delta_{\Lambda\Gamma}/R)R^2} \nu_\Gamma,$$

решение которого в квадратурах равно [ср. (43)]:

$$\left[\frac{2}{3} \int_0^{\delta_{\Lambda\Gamma}/R} \frac{y dy}{1-y/3} + \int_0^{\delta_{\Lambda\Gamma}/R} \left(\frac{y}{1-y/3} \right)^2 dy \right] + \left[\frac{5}{3} \int_0^{\delta_{\Lambda\Gamma}/R} \frac{y dy}{1-y/3} \right] \left(\frac{\alpha}{1-\alpha} \right) = \frac{10x_{\Lambda\Gamma}}{1-\alpha}.$$

Интегралы в этом уравнении можно получить аналитически [42]:

$$\int_0^y \frac{y dy}{1-y/3} = -9 \left[\frac{y}{3} + \ln(1-y/3) \right] \cong \frac{y^2}{2} + \frac{y^3}{9} + \frac{y^4}{36} + o(y^5), \\ \int_0^y \left(\frac{y}{1-y/3} \right)^2 dy = 27 \left[\frac{y}{3} + \frac{y/3}{1-y/3} + 2 \ln(1-y/3) \right] \cong \frac{y^3}{3} + \frac{y^4}{6} + \frac{y^5}{15} + o(y^6).$$

В результате для толщины пограничного слоя $\delta_{\Lambda\Gamma}$ в интервале $0 \leq \delta_{\Lambda\Gamma}/R \leq 1$ с точностью $o(y^6)$ получаем уравнение [ср. (44)]:

$$F_{1\Lambda} \left(\frac{\delta_{\Lambda\Gamma}}{R} \right) (1-\alpha) + F_{2\Lambda} \left(\frac{\delta_{\Lambda\Gamma}}{R} \right) \alpha = 10x_\Gamma, \quad (47)$$

где

$$F_{1\Lambda} \left(\frac{\delta_{\Lambda\Gamma}}{R} \right) = \frac{1}{3} \left(\frac{\delta_{\Lambda\Gamma}}{R} \right)^2 + \frac{11}{27} \left(\frac{\delta_{\Lambda\Gamma}}{R} \right)^3 + \frac{10}{54} \left(\frac{\delta_{\Lambda\Gamma}}{R} \right)^4 + \frac{1}{15} \left(\frac{\delta_{\Lambda\Gamma}}{R} \right)^5, \\ F_{2\Lambda} \left(\frac{\delta_{\Lambda\Gamma}}{R} \right) = \frac{5}{6} \left(\frac{\delta_{\Lambda\Gamma}}{R} \right)^2 + \frac{5}{27} \left(\frac{\delta_{\Lambda\Gamma}}{R} \right)^3 + \frac{5}{108} \left(\frac{\delta_{\Lambda\Gamma}}{R} \right)^4.$$

Функции $F_{1\Lambda}$ и $F_{2\Lambda}$ показаны на рис. 56. Как видно, при ламинарном режиме движения газа пограничные слои в орошаемых каналах полностью прорастают на расстоянии от входа $0.1R \text{Re}_\Gamma$, что совпадает с известными результатами для неорошаемых каналов [40].

Турбулентный режим движения газа (орошаемая трубка). При увеличении Re_Γ ($\text{Re}_\Gamma > 10^3$) газовый поток в трубке становится турбулентным. В этом случае скорость будем искать в виде:

$$u'_r = u_s + (U_\Gamma - u_s) \eta^{1/7}, \quad \eta = y'/\delta_{\text{TГ}} \leq 1, \quad (48) \\ u'_r = U_\Gamma, \quad \delta_{\text{TГ}} \leq y' \leq R, \quad y' = R - r'.$$

Предполагается, что распределение скорости внутри турбулентного пограничного слоя в интервале чисел Рейнольдса $10^3 \leq \text{Re}_\Gamma \leq 10^6$ подчиняется закону "1/7" [40], а трение на границе раздела фаз рассчитывается с помощью закона Блазиуса, модифицированного для орошаемой трубки следующим образом [44, 45]:

$$\tau_s/\rho_\Gamma = 0.033 \Delta U_{\text{НГ}}^2 / (\Delta U_{\text{НГ}} \delta_{\text{TГ}} / \nu_\Gamma)^{1/4}. \quad (49)$$

Проинтегрировав уравнение непрерывности в газе (38) по r' от нуля до R с учетом (48), получим соотношение [ср. (40)]:

$$\Delta U_\Gamma = (U_\Gamma - u_s) = \frac{U_{\text{НГ}} - u_s}{\left[1 - \frac{1}{4} \left(\frac{\delta_{\text{TГ}}}{R} \right) + \frac{1}{15} \left(\frac{\delta_{\text{TГ}}}{R} \right)^2 \right]}. \quad (50)$$

В правую часть уравнения импульсов (41) необходимо подставить трение на поверхности пленки (49), причем интегралы в левой части равны:

$$\int_0^{\delta_{\text{TГ}}} (U_\Gamma - u'_r) (1 - y'/R) dy' = \frac{\Delta U_\Gamma}{8} \delta_{\text{TГ}} - \frac{\Delta U_\Gamma \delta_{\text{TГ}}^2}{30R}, \\ \int_0^{\delta_{\text{TГ}}} u'_r (U_\Gamma - u'_r) (1 - y'/R) dy' = \frac{\Delta U_\Gamma \delta_{\text{TГ}} u_s}{8} + \frac{7\Delta U_\Gamma^2 \delta_{\text{TГ}}}{72} - \left[\frac{\Delta U_\Gamma \delta_{\text{TГ}}^2 u_s}{30R} + \frac{7\Delta U_\Gamma^2 \delta_{\text{TГ}}^2}{240R} \right].$$

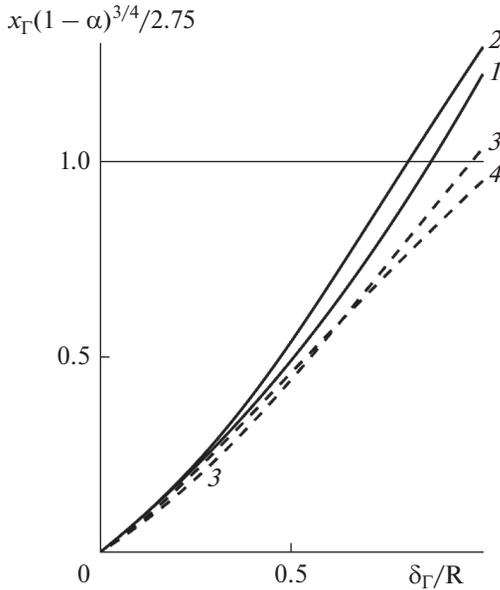


Рис. 6. Безразмерная толщина слоя δ_{Γ}/R при турбулентном режиме движения газа. Сплошные кривые – плоский канал, пунктирные – трубки. Кривые 1, 3 – функции $F_{1\Gamma}$, $\alpha = 0$; 2, 4 – функции $F_{2\Gamma}$, $\alpha = 1$.

В результате уравнение импульсов принимает вид:

$$\begin{aligned} & \left[\frac{23}{72} \delta_{\Gamma\Gamma} - \frac{22}{240} \frac{\delta_{\Gamma\Gamma}^2}{R} \right] \Delta U_{\Gamma} \frac{d\Delta U_{\Gamma}}{dx'} + \\ & + \left[\frac{7}{12} - \frac{14}{240} \frac{\delta_{\Gamma\Gamma}}{R} \right] \Delta U_{\Gamma}^2 \frac{d\delta_{\Gamma\Gamma}}{dx'} + \\ & + u_s \left[\frac{1}{8} \frac{d}{dx'} (\delta_{\Gamma\Gamma} \Delta U_{\Gamma}) - \frac{1}{30} \frac{d}{dx'} \left(\frac{\delta_{\Gamma\Gamma}^2 \Delta U_{\Gamma}}{R} \right) \right] = \\ & = \frac{0.033 \Delta U_{\text{НГ}}^2}{(\delta_{\Gamma\Gamma}/R)^{1/4} \text{Re}_{\Gamma}^{1/4} (1-\alpha)^{1/4}}, \end{aligned} \quad (51)$$

Решение уравнения (51) сводится к квадратурам [ср. (43)]:

$$\begin{aligned} & 2.42 \left[\int_0^{\delta_{\Gamma\Gamma}/R} \left(\frac{y^{5/4}}{R_{\Gamma}^3} \right) \left(1 - \frac{8}{15} y \right) (1 - 0.3y) dy \right] + \\ & + 3 \left[\int_0^{\delta_{\Gamma\Gamma}/R} \left(\frac{y^{1/4}}{R_{\Gamma}^2} \right) (1 - 0.6y) y dy \right] + \\ & + \left(\frac{\alpha}{1-\alpha} \right) 3.8 \int_0^{\delta_{\Gamma\Gamma}/R} \left(\frac{y^{1/4}}{R_{\Gamma}^2} \right) \left(1 - \frac{8}{15} y \right) dy = \\ & = \frac{x'}{R \text{Re}_{\Gamma}^{1/4} (1-\alpha)^{1/4}}, \end{aligned} \quad (52)$$

где $R_{\Gamma} = 1 - \frac{y}{4} + \frac{1}{15} y^2$, $\text{Re}_{\Gamma} = RU_{\text{НГ}}/\nu_{\Gamma}$.

Разлагая подынтегральные выражения и проводя интегрирование, получим приближенное уравнение для нахождения толщины слоя $\delta_{\Gamma\Gamma}$ в зависимости от безразмерного расстояния от входа x_{Γ} [ср. (44)]:

$$F_{1\Gamma} \left(\frac{\delta_{\Gamma\Gamma}}{R} \right) (1-\alpha) + F_{2\Gamma} \left(\frac{\delta_{\Gamma\Gamma}}{R} \right) \alpha = \frac{x_{\Gamma} (1-\alpha)^{3/4}}{2.75}, \quad (53)$$

$$x_{\Gamma} = x' / R \text{Re}_{\Gamma}^{1/4},$$

$$\begin{aligned} & \text{где } F_{1\Gamma} \left(\frac{\delta_{\Gamma\Gamma}}{R} \right) = 0.86 \left(\frac{\delta_{\Gamma\Gamma}}{R} \right)^{5/4} \times \\ & \times \left[1 + 0.4 \left(\frac{\delta_{\Gamma\Gamma}}{R} \right) - 0.18 \left(\frac{\delta_{\Gamma\Gamma}}{R} \right)^2 - 0.13 \left(\frac{\delta_{\Gamma\Gamma}}{R} \right)^3 \right], \\ & F_{2\Gamma} \left(\frac{\delta_{\Gamma\Gamma}}{R} \right) = 1.1 \left(\frac{\delta_{\Gamma\Gamma}}{R} \right)^{5/4} \times \\ & \times \left[1 - 0.02 \left(\frac{\delta_{\Gamma\Gamma}}{R} \right) - 0.15 \left(\frac{\delta_{\Gamma\Gamma}}{R} \right)^2 + 0.02 \left(\frac{\delta_{\Gamma\Gamma}}{R} \right)^3 \right]. \end{aligned}$$

Функции $F_{1\Gamma}$ и $F_{2\Gamma}$ показаны на рис. 6. Различие между ними невелико.

Турбулентный режим движения (плоский канал).

В случае плоского канала из уравнения баланса массы и распределений скорости (45) зависимость разности ΔU_{Γ} от толщины пограничного слоя $\delta_{\Gamma\Gamma}$ получим в виде:

$$\Delta U_{\Gamma} \equiv U_{\text{НГ}} - u_s = 1 / \left[1 - \frac{1}{8} \left(\frac{\delta_{\Gamma\Gamma}}{R} \right) \right]. \quad (54)$$

Уравнение импульсов (46) после вычисления интегралов:

$$\begin{aligned} & \int_0^{\delta_{\Gamma\Gamma}} (U - u'_{\Gamma}) dy' = \frac{\delta_{\Gamma\Gamma} \Delta U_{\Gamma}}{8}, \\ & \int_0^{\delta_{\Gamma\Gamma}} u'_{\Gamma} (U - u'_{\Gamma}) dy' = \frac{\delta_{\Gamma\Gamma} \Delta U_{\Gamma}}{8} u_s + \frac{7}{72} \delta_{\Gamma\Gamma} (\Delta U_{\Gamma})^2 \end{aligned}$$

и подстановки трения на поверхности раздела фаз в виде (46) равно:

$$\begin{aligned} & \frac{\partial}{\partial x'} \left[\frac{\delta_{\Gamma\Gamma} \Delta U_{\Gamma}}{8} u_s + \frac{7}{72} \delta_{\Gamma\Gamma} (\Delta U_{\Gamma})^2 \right] + \\ & + \left(\frac{\delta_{\Gamma\Gamma} \Delta U_{\Gamma}}{8} \right) \frac{dU}{dx'} = \frac{0.033 (\Delta U_{\text{НГ}})^2}{(\delta_{\Gamma\Gamma} \Delta U_{\text{НГ}} / \nu_{\Gamma})^{1/4}}. \end{aligned}$$

Решение последнего в квадратурах равно [ср. (52)]:

$$\begin{aligned} & \frac{23}{72} \int_0^{\delta_{\Gamma}/R} \frac{y^{5/4}}{(1-y/8)^3} dy + \frac{7}{9} \int_0^{\delta_{\Gamma}/R} \frac{y^{1/4}}{(1-y/8)^2} dy + \\ & + \left(\frac{\alpha}{1-\alpha} \right) \int_0^{\delta_{\Gamma}/R} \frac{y^{1/4}}{(1-y/8)^2} dy = \quad (55) \\ & = \frac{0.265x'}{R \text{Re}_f^{1/4} (1-\alpha)^{1/4}}. \end{aligned}$$

Разлагая подынтегральные выражения по y и проводя интегрирование, получаем приближенное уравнение для толщины слоя δ_{Γ} как функцию безразмерного расстояния от входа $x_{\Gamma\Gamma}$ [ср. (53)]:

$$F_{1\Gamma} \left(\frac{\delta_{\Gamma\Gamma}}{R} \right) (1-\alpha) + F_{2\Gamma} \left(\frac{\delta_{\Gamma\Gamma}}{R} \right) \alpha = \frac{(1-\alpha)^{3/4}}{2.75} x_{\Gamma\Gamma}, \quad (56)$$

$$x_{\Gamma\Gamma} = x' / R \text{Re}_f^{1/4},$$

где

$$F_{1\Gamma} \left(\frac{\delta_{\Gamma\Gamma}}{R} \right) = 0.86 \left(\frac{\delta_{\Gamma\Gamma}}{R} \right)^{5/4} \left[1 + 0.37 \left(\frac{\delta_{\Gamma\Gamma}}{R} \right) + 0.08 \left(\frac{\delta_{\Gamma\Gamma}}{R} \right)^2 \right],$$

$$F_{2\Gamma} \left(\frac{\delta_{\Gamma\Gamma}}{R} \right) = 1.1 \left(\frac{\delta_{\Gamma\Gamma}}{R} \right)^{5/4} \left[1 + 0.14 \left(\frac{\delta_{\Gamma\Gamma}}{R} \right) + 0.02 \left(\frac{\delta_{\Gamma\Gamma}}{R} \right)^2 \right].$$

Функции $F_{1\Gamma}$ и $F_{2\Gamma}$ показаны на рис. 6.

ОБСУЖДЕНИЕ РЕЗУЛЬТАТОВ

При постоянных значениях скоростей фаз на входе в жидкости и газе существуют гидродинамические пограничные слои. Такие задачи с успехом можно решать методом Шлихтинга. Это дает возможность получать аналитические решения, а также находить параметры, от которых зависит гидродинамическая картина процессов.

В предположении слабого гидродинамического воздействия газа на пленку, которое согласно экспериментальным данным для воды наблюдается приблизительно при скоростях газа менее 15 м/с, были найдены характерные размеры в продольном направлении для ламинарного и турбулентного режимов движения стекающей жидкости, равные $0.4(h_{\Lambda\infty} \text{Re})$ и $33.5(h_{T\infty} \text{Re}^{1/4})$ соответственно. Доказано, что при смене режимов (переходе от ламинарного к турбулентному), которая происходит при $\text{Re} \cong 400$, эти характерные размеры совпадают (табл. 1). Вводя безразмерные координаты x_{Λ} и x_T , были рассчитаны основные характеристики ламинарной и турбулентной пленок жидкости: зависимости пограничных слоев δ ($\delta_{\Lambda}(x_{\Lambda})$, $\delta_T(x_T)$), толщины пленки h ($h_{\Lambda}(x_{\Lambda})$, $h_T(x_T)$), скорости на поверхности раздела фаз u_s от безразмерных координат (рис. 3, 4). На расстоянии от входного сечения x_S ($x_{\Lambda S}$, x_{TS}) (см. рис. 1) пограничные слои прорастают на всю

толщину пленки, так что в дальнейшем ($x > x_S$) можно считать, что $h(x) = \delta(x)$. Было найдено расстояние x_S , а также высота пленки h_S , когда это происходит. Показано, что основным параметром, от которого зависит гидродинамическая обстановка в пленке, является отношение ее толщины на установившемся участке h_{∞} к ширине входной щели s ($h_{\Lambda\infty}/s$, $h_{T\infty}/s$). Безразмерные координаты, при которых толщина пленки отличается от ее предельных значений h_{∞} ($h_{\Lambda\infty}$, $h_{T\infty}$) на 5%, представлены на рис. 1 как функции параметра h_{∞}/s . Там же приведены зависимости h_S/h_{∞} и x_S от этого параметра. Учитывая, что на практике ширина щели s изменяется в ограниченных пределах [0.2 мм, 2 мм], были найдены интервалы изменения параметра h_{∞}/s для ламинарных и турбулентных пленок [см. (19) и (35)].

Как видно, x_{∞} всегда больше, чем x_S . Это означает, что выход толщины пленки h на предельную величину h_{∞} ($h_{T\infty}$, $h_{\Lambda\infty}$) всегда происходит на расстоянии от входа, где пограничный слой совпадает с толщиной пленки. При $h_{\infty}/s \sim 1$ различие между x_{∞} и x_S не очень велико. Оно увеличивается при малых h_{∞}/s , хотя и не превышает 30% при $h_{\infty}/s \rightarrow 0$ (см. рис. 1). При больших h_{∞}/s (практически при $h_{\infty}/s \geq 2$) выполняется неравенство $x_{\infty} \gg x_S$. Это значит, что область, где пограничный слой $\delta(x)$ меньше $h(x)$, можно пренебречь, считая, что при любом x' распределение скоростей в пленке параболическое или описывается законом “1/7” в зависимости от режима движения пленки. В общем случае размеры участка установления предельной толщины пленки $l_{\text{ВХ.Ж}}$ равны:

$$l_{\text{ВХ.Ж}} = [0.4h_{\Lambda\infty} \text{Re}]x_{\Lambda\infty} \quad \text{или} \quad [33.5h_{T\infty} \sqrt[4]{\text{Re}}]x_{T\infty}. \quad (57)$$

Как видно из таблицы 1 и рис. 1а, при ламинарном режиме стекания жидкости ($\text{Re} < 400$) в допустимой области изменения параметра ($h_{\Lambda\infty}/s$) [см. (19)] максимальное значение $x_{\Lambda\infty}$ не превышает единицы, а следовательно размеры входного участка при рассматриваемых температурах ($0^\circ\text{C} \leq t \leq 100^\circ\text{C}$) и Re не превышают 10 см. Последнее означает, что для реальных насадок ($l \geq 0.5-1$ м) при расчете тепло-массообмена входным гидродинамическим участком можно пренебречь, считая, что толщина пленки определяется формулой Нуссельта (6), а распределение скорости – известная парабола.

В турбулентной области ($\text{Re} > 400$), как это видно из рис. 1б, 4а и табл. 1, при больших Рейнольдсах размеры участка установления могут быть более 1 м, если параметр $h_{T\infty}/s$ достаточно

велик. С ростом температуры величина этого участка уменьшается. Однако даже в области брызгоуноса, который наблюдается для толстых пленок ≥ 2 мм или при $Re \geq 5 \times 10^3$ (см. табл. 1), увеличивая размеры щели s (или уменьшая отношение h_∞/s вплоть до единицы), можно добиться того, что размер участка установления не превысит 10 см, а следовательно этим участком можно пренебречь, считая что всюду скорость подчиняется закону “1/7” (формула Никурадзе).

Гидродинамика в газовой фазе была рассчитана в предположении постоянной установившейся скорости на границе раздела фаз u_s как для ламинарного, так и для турбулентного режимов стекания пленки. Чтобы исключить циркуляцию газа в канале, рассматривали случай, когда скорость га-

за на входе $U_{НГ}$ больше скорости u_s на границе раздела.

Решение получено методом Шлихтинга. Как показали исследования, основным параметром, влияющим на гидродинамику в газе, является отношение этих скоростей $\alpha = u_s/U_{НГ} < 1$. В общем случае в газовой фазе у границы раздела фаз существует пограничный слой δ_r , который на некотором расстоянии от входа достигает центра канала. В результате распределение скорости становится параболическим при ламинарном режиме ($Re_r < 10^3$), а при турбулентном ($Re_r > 10^3$) — описывается законом “1/7”, т.е. устанавливается профиль Никурадзе. Например, для плоского канала [см. (37), (48)]:

$$u_r \rightarrow U_{НГ} \left\{ \alpha + \frac{3}{2}(1-\alpha) \left[2 \frac{y}{R} - \left(\frac{y}{R} \right)^2 \right] \right\} - \text{ламинарный режим,} \quad (58)$$

$$u_r \rightarrow U_{НГ} \left[\alpha + \frac{8}{7}(1-\alpha) \left(\frac{y}{R} \right)^{1/7} \right] - \text{турбулентность.}$$

При $\alpha \cong 1$ (практически в области $0.8 \leq \alpha \leq 1$) деформацией скорости можно пренебречь, считая $u_r \cong U_{НГ}$ при любом x' . Аналогичные результаты можно получить и для орошаемых трубок [см. (40), (48)].

В ламинарном режиме ($Re_r \leq 10^3$), см., например, рис. 5 или решение (47), влияние параметра α на толщину пограничного слоя δ_r не очень велико, а расстояние от входа, при котором $\delta_r \cong R$, не зависит практически от α и равно $0.1R Re_r$ (см. (44), (47) и рис. 5), что совпадает с известными результатами для неорошаемых трубок и плоских каналов, для которых $\alpha = 0$ [30, 40]. В переходной области ($Re_r \cong 10^3$) это расстояние при $R \geq 1$ см может быть более 1 м, что соизмеримо с размерами насадочных устройств.

В турбулентном режиме ($10^3 \leq Re_r$) расстояние от входа, на котором происходит прорастание пограничного слоя δ_r , равно $2.75R \sqrt[4]{Re_r} / (1-\alpha)^{3/4}$ (см. (50), (53) и рис. 6). Это расстояние слабее зависит от Re_r , однако в отличие от ламинарного случая оно испытывает заметное влияние параметра α . Для неорошаемых каналов ($\alpha = 0$) участки прорастания δ_r и установления скорости совпадают и не превышает $15d$, так как максимально допустимое значение Re_r при слабом взаимодействии фаз ($U_{НГ} \leq 15$ м/с) порядка 10^4 . С увеличением α участок установления скорости увеличивается и при $\alpha \cong 0.9$ его максимальное значение

равно $\sim 40d$, т.е. приближается к величине, часто используемой для оценок турбулентных входных участков [30].

На рис. 7 показана плоскость переменных $\lg Re - \lg Re_r$. Вертикальная пунктирная прямая — это граница между ламинарной и турбулентной областями стекания пленки ($Re = 400$). Горизонтальная пунктирная прямая разделяет турбулентные и ламинарные режимы движения газа ($Re_r = 10^3$).

Наклонные сплошные прямые — это минимальные значения Re_r при фиксированном Re , т.е. $Re_s = u_s h_\infty / \nu_r$ ($Re_r \geq Re_s$). Горизонтальные сплошные линии — это максимально допустимые значения Re_r , соответствующие началу влияния на стекающую пленку движущегося газа. Считается, что для системы вода—воздух это влияние по порядку величины начинается при $u_r \cong 15$ м/с, т.е. $Re_{r,\max} = 1500 R / \nu_r$ [30].

Поверхностные скорости при ламинарном и турбулентном режимах движения пленки равны:

$$u_{s,\lambda} = \frac{3}{2} \sqrt[3]{\frac{g\nu}{3}} Re^{2/3}, \quad u_{s,T} = \frac{24}{7} \sqrt[3]{g\nu} Re^{5/12}. \quad (59)$$

Зависимости ν , ν_r от температуры, использованные для расчета h_∞ , Re_s , известны [46] (рис. 7).

С помощью плоскости $\lg Re_r - \lg Re$ легко представить возможные режимы движения в контактирующих фазах.

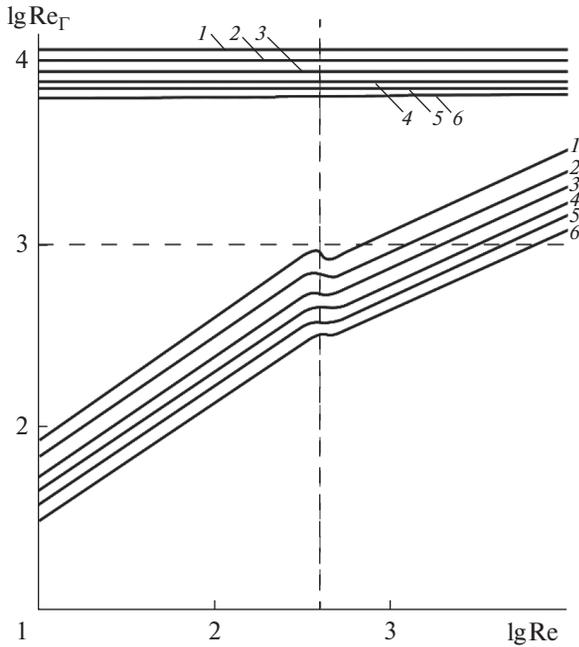


Рис. 7. Плоскость $\lg Re_{\Gamma} - \lg Re$. Кривые 1 – температура 0, 2 – 20, 3 – 40, 4 – 60, 5 – 80, 6 – 100°С. Кривые рассчитаны при $R = 1$ см.

При любом фиксированном $Re < 400$ в интервале чисел Re_{Γ} , принадлежащих интервалу $Re_S \leq Re_{\Gamma} \leq 10^3$, в обеих контактирующих фазах имеют место ламинарные режимы, а в области $3 \leq \lg Re_{\Gamma} \leq \lg Re_{\Gamma, \max}$ в жидкой фазе наблюдается ламинарный режим течения, а в газе – турбулентный.

При любой температуре при значении Re , начиная от $Re = 400$ до его значения, соответствующего точке пересечения наклонной прямой с горизонтальной пунктирной линией ($Re_{\Gamma} = 10^3$), существуют турбулентный режим стекания пленки и ламинарное движение газа. Выше горизонтальной пунктирной прямой ($\lg Re_{\Gamma} = 3$) до начала влияния газа на пленку ($Re_{\Gamma} = Re_{\Gamma, \max}$) существуют турбулентный режим жидкости и турбулентное движение газа.

В области значений Re правее точки пересечения наклонных линий с пунктирной горизонталью ($\lg Re_{\Gamma} = 3$) в обеих фазах существуют турбулентные режимы. С помощью рис. 7 можно проследить влияние температуры на возможные режимы в контактирующих фазах.

В работе [47] исследован двухфазный массообмен в плоскопараллельном канале при ламинарном режиме движения жидкости и газа. Результаты нашего исследования дают возможность решить

подобную проблему при различных сочетаниях режимов движения жидкости и газа.

ВЫВОДЫ

1. Приближенным интегральным методом Шлихтинга решена задача гидродинамики стекающей пленки жидкости в регулярных орошаемых насадках при подаче жидкости на вход в виде плоской струи при отсутствии влияния газа на пленку – так называемое слабое взаимодействие фаз.

2. Найдены безразмерные параметры, от которых зависят распределения скоростей в жидкости, форма стекающей пленки, а также размеры входных гидродинамических участков при ламинарном и турбулентном режимах.

3. Выяснены условия, при выполнении которых размеры входных гидродинамических участков в жидкости значительно меньше высоты массообменного устройства. Это позволило при расчете гидродинамики газовой фазы считать скорость на поверхности пленки постоянной.

4. При постоянной скорости на поверхности пленки найдены размеры входных гидродинамических участков орошаемых каналов в газовой фазе для турбулентного и ламинарного течения газа.

5. При слабом взаимодействии газа и жидкости и отсутствии циркуляции скорости в газовой фазе на плоскости $\lg Re_{\Gamma} - \lg Re$ выделены области, в которых имеет место тот или иной режим движения контактирующих фаз (ламинарный или турбулентный).

6. Полученные результаты необходимо учитывать при сравнении расчетов двухфазного тепло-массообмена с экспериментальными данными.

Работа выполнена в рамках Программы фундаментальных научных исследований государственных академий наук, тема ФИЦ ПХФ и МХ РАН 0089-2019-0018 (номер госрегистрации АААА-А19-119022690098-3).

ОБОЗНАЧЕНИЯ

b	ширина плоского канала, м
d	диаметр трубки, высота плоского канала, м
g	ускорение свободного падения, m/c^2
h_{Λ}, h_{Γ}	локальная толщина пленки, м
$h_{\Lambda\infty} = \sqrt[3]{3}(\sqrt[3]{v^2/g}) Re,$	толщина пленок на участке установления для ламинарного и турбулентного режимов
$h_{\Gamma\infty} = 1/3(\sqrt[3]{v^2/g}) Re^{7/12}$	

$l, l_{\text{ВХ}}$	длина насадки и длина входного гидродинамического участка, м
P	давление, Па
q	плотность орошения жидкости, $\text{м}^2/\text{с}$
R	радиус трубки или полуширина плоского канала, м
r'	радиальная координата, м
s	высота щели, м
u', v'	компоненты скорости жидкости, м/с
$u'_Г, v'_Г$	компоненты скорости в газе, м/с
$U, U_Г$	скорость в ядре жидкого и газового потоков, м/с
$\Delta U_Г = (U_Г - u_С)$	разность скоростей в ядре газового потока и на поверхности пленки, м/с
\vec{v}	вектор скорости, м/с
x'	продольная координата, м
y'	расстояние по нормали от стенки трубки или плоского канала, м
$x_Л = x'/0.4R \text{ Re}$ и $x_Т = x'/33.5R \text{ Re}^{1/4}$	безразмерные продольные координаты для ламинарной и турбулентной пленок
$x_{Л\infty}, x_{Т\infty}$	значения безразмерных координат $x_Л$ и $x_Т$, когда толщина пленки отличается от предельного значения менее, чем на 5%
$\nu, \nu_Г$	кинематическая вязкость жидкости и газа, $\text{м}^2/\text{с}$
$\rho, \rho_Г$	плотность жидкости и газа, $\text{кг}/\text{м}^3$
$\delta, \delta_Г$	толщины пограничного слоя в пленке и газе, м
$\alpha = u_С/U_{\text{НГ}}; \text{Re} = q/\nu,$ $\text{Re}_Г = RU_{\text{НГ}}/\nu_Г$	параметр, влияющий на скорость в газе; числа Рейнольдса в жидкости и газе
$\ln x, \arctg x$	натуральный логарифм, арктангенс

ИНДЕКСЫ

ВХ	входной участок
Г	газ
Ж	жидкость

Н	начальное значение
СТ	стенка канала
Л	ламинарный
Т	турбулентный
S	поверхность раздела фаз
t	тангенциальная составляющая скорости
∞	значение на установившемся участке
кр	обозначает смену режимов

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Бабак В.Н., Холпанов Л.П., Малюсов В.А., Жаворонков Н.М.* Тепло-массообмен между пленкой жидкости и газом в режиме противотока и прямотока при поршневом движении фаз // Теорет. основы хим. технологии. 1978. Т. 12. № 1. С. 3.
2. *Kenig E.Ya.* Mass transfer-reaction coupling in two-phase multicomponent fluid systems // Chem. Eng. J. 1995. V. 57. P. 189.
3. *Бабак В.Н., Бабак Т.Б., Холпанов Л.П.* Поглощение газов водными растворами кислот и щелочей // Теорет. основы хим. технологии. 2005. Т. 39. № 2. С. 152. [*Babak V.N., Babak T.B., Kholpanov L.P.* Absorption of gases by aqueous solutions of acids and alkalis // Theor. Found. Chem. Eng. 2005. V. 39. P. 152.]
4. *Бабак В.Н., Бабак Т.Б., Холпанов Л.П.* Поглощение неорганических газов водными растворами солей, первичных аминов и аммиака // Теорет. основы хим. технологии. 2005. Т. 39. № 4. С. 390. [*Babak V.N., Babak T.B., Kholpanov L.P.* Absorption of inorganic gases by aqueous solutions of salts, primary amines and ammonia // Theor. Found. Chem. Eng. 2005. V. 39. P. 390.]
5. *Бабак В.Н., Бабак Т.Б.* Оптимальные условия для вакуумной десорбции (максимальное давление, минимальная плотность орошения) // Теорет. основы хим. технологии. 2012. Т. 46. № 4. С. 406. [*Babak V.N., Babak T.B.* The optimum conditions for vacuum desorption (maximum pressure, minimum irrigation density) // Theor. Found. Chem. Eng. 2012. V. 46. P. 406.]
6. *Плесевских В.А., Безденежный А.А., Полосин А.Н.* Моделирование процесса дистилляции с водяным паром многокомпонентных смесей высших жирных кислот // Журн. прикладной химии. 2002. Т. 75. № 1. С. 90.
7. *Клюйко В.В., Холпанов Л.П., Зиберг Г.К., Ставицкий В.А.* Разработка, внедрение и анализ работы насадочных колонн с пространственно структурированными регулярными контактными устройствами // Химическая технология. 2004. № 9. С. 40.
8. *Розен А.М., Костянян А.Е.* К вопросу о масштабном переходе в химической технологии // Теорет. основы хим. технологии. 2002. Т. 36. № 4. С. 339.
9. *Nusselt W.* Die oberflächen kondensation des wasserdampfes // Zeitschrift des Vereins Deutscher Ingenieure für Maschinenbau und Metallbearbeitung. 1916. Bd. 60. № 27. S. 541.

10. Жаворонков Н.М., Малюсов В.А., Малафеев М.А. Массопередача в процессе пленочной абсорбции // Журн. хим. промышл. 1951. № 8. С. 240.
11. Brauer H. Stromung und warmenbergang bei rieselfilmen // Verein Deutscher Ingenieure Forschungsheft. 1956. Bd. 22. № 457. S. 40.
12. Ducler A.E. Dynamics of vertical falling film system // Chem. Eng. Progr. 1959. V. 55. № 10. P. 62.
13. Wilkes I.O., Nedderman R.M. The measurement of velocities in thin films of liquid // Chem. Eng. Sci. 1962. V. 17. P. 177.
14. Тананайко Ю.М., Воронцов Е.Г. Методы расчета и исследования пленочных процессов. Киев: Техника, 1975.
15. Бояджиев Х., Бешков В. Массоперенос в движущихся пленках жидкости. М.: Мир, 1988.
16. Гимбутис П. Теплообмен при гравитационном течении пленки жидкости. Вильнюс: Мокслас, 1988.
17. Холланов Л.П., Шкадов В.Я. Гидродинамика и тепломассообмен с поверхностью раздела фаз. М.: Наука, 1990.
18. Алексеенко С.В., Накоряков В.Е., Покусаев Б.Г. Волновое течение пленок жидкости. Новосибирск: Наука, 1992.
19. Hassan N.A. Laminar flow along a vertical wall // Trans. ASME, Ser. E. 1967. V. 34. № 3. P. 535.
20. Cerro R.L., Whitaker S. Entrance region flow with a free surface of the falling liquid film // Chem. Eng. Sci. 1971. V. 26. № 10. P. 785.
21. Воронцов Е.Г., Яхно Д.М. Локальная толщина орошаемой пленки на входном участке // Прикладная механика и техническая физика. 1974. № 4. С. 64.
22. Stücheli A., Özisik M.N. Hydrodynamics entrance lengths of laminar fallingfilms // Chem. Eng. Sci. 1976. V. 31. № 5. P. 369.
23. Холланов Л.П., Шкадов В.Я., Малюсов В.А., Жаворонков Н.М. Исследование гидродинамики и массообмена в пленке жидкости с учетом входного участка // Теорет. основы хим. технологии. 1976. Т. 10. № 5. С. 835.
24. Воронцов Е.Г., Гиндзюк Ю.М. Исследование поля скоростей на начальном участке течения пленки // Инж.-физ. журн. 1986. Т. 50. № 6. С. 913.
25. Айнштейн В.Г., Захаров М.К. Оценка длины участка гидродинамической стабилизации при гравитационном течении пленки жидкости // Теорет. основы хим. технологии. 1990. Т. 24. № 3. С. 393.
26. Воронцов Е.Г. Гидродинамика и теплообмен в орошающих пленках химического оборудования. Автореф. дис. ... докт. техн. наук. М., 1989.
27. Schlichting H. Laminare kanaleinlaufströmung // ZAMM. 1934. V. 14. S. 368.
28. Langhaar H. Steady flow in the transition length of a straight tube // J. Appl. Mech. 1942. V. 9. S. 55.
29. Воротилин В.П., Кулов Н.Н., Малюсов В.А. Численный расчет на ЭВМ поля скоростей газа при ламинарном течении во входном участке трубы // Теорет. основы хим. технологии. 1974. Т. 8. № 4. С. 543.
30. Рамм В.М. Абсорбция газов. М.: Химия, 1976.
31. Хьюитт Дж., Холл-Тойлер М. Кольцевые двухфазные течения. М.: Энергия, 1974.
32. Рейнольдс Дж. Турбулентные течения в инженерных приложениях. М.: Энергия, 1979.
33. Воинов Н.А., Николаев Н.А. Пленочные трубчатые, газожидкостные реакторы. Казань: Отечество, 2008.
34. Гогонин И.И. Теплообмен при испарении и кипении пленки орошаемых горизонтальных труб // Теорет. основы хим. технологии. 2014. Т. 48. № 1. С. 103. [Gogonin I.I. Heat exchange at vaporization and boiling of film spraying horizontal pipe bundle // Theor. Found. Chem. Eng. 2014. V. 48. № 1. P. 96.]
35. Семенов И.А., Ульянов Б.А., Кулов Н.Н. Исследование течений жидкости, возникающих при вибрациях плоской поверхности // Теорет. основы хим. технологии. 2013. Т. 47. № 4. С. 379. [Semenov I.A., Ulyanov B.A., Kulov N.N. Study of liquid flows induced by vibration of a flat plate // Theor. Found. Chem. Eng. 2013. V. 47. № 4. P. 315.]
36. Лапшин О.В., Смоляков В.К. Оценки кинетических констант реакций в тонких пленках // Теорет. основы хим. технологии. 2013. Т. 47. № 6. С. 612. [Lapshin O.V., Smolyakov V.K. Estimation of kinetic constants for reactions in thin films // Theor. Found. Chem. Eng. 2013. V. 47. № 6. P. 676.]
37. Бабак В.Н. Тепломассообмен в двухфазных системах с фиксированной поверхностью контакта фаз. Автореф. дис. ... докт. физ.-мат. наук. Иваново: Ивановский государственный химико-технологический университет, 2014.
38. Конобеев Б.И. Гидродинамика и массообмен в пленках жидкости при высоких скоростях газа. Автореф. дис. ... канд. хим. наук. М.: Научно-исследовательский физико-химический институт имени Л.Я. Карпова. 1958.
39. Николаев Н.А. Динамика пленочного течения жидкости и массопередача в условиях сильного взаимодействия газа и жидкости при однонаправленном восходящем и нисходящем движении. Казань: Отечество, 2011.
40. Шлихтинг Г. Теория пограничного слоя. М.: Наука, 1988.
41. Камке Э. Справочник по обыкновенным дифференциальным уравнениям. М.: ГИФМЛ, 1961.
42. Градштейн И.С., Рыжик И.М. Таблицы интегралов, сумм и произведений. М.: Физматгиз, 1963.
43. Касаткин А.Г. Основные процессы и аппараты химической технологии. М.: Химия, 1973.
44. Малюсов В.А., Мясников С.К., Кулов Н.Н. Гидравлическое сопротивление при движении в трубке с орошаемой стенкой // Теорет. основы хим. технологии. 1973. Т. 7. № 4. С. 524.
45. Мясников С.К. Исследование гидродинамики двухфазного течения в трубах с орошаемой стенкой. Автореф. дис. ...канд. техн. наук. М.: Институт общей и неорганической химии имени Н.С. Курнакова. 1977.
46. Шервуд Т., Пигфорд Р., Уилки Ч. Массопередача. М.: Химия, 1982.
47. Babak V.N., Kyurt Yu.P. Mass transfer in irrigated plane-parallel channels for cocurrent laminar flow of liquid and gas // Chem. Eng. Commun. 2020. V. 208. № 7. P. 1.