ВЕСТНИК ВОЕННОГО ИННОВАЦИОННОГО ТЕХНОПОЛИСА «ЭРА», 2022, том 3, № 4, с. 387–391

УДК 656.61.052:62.50

ОБ ОПТИМИЗАЦИИ РЕГУЛЯТОРОВ СУДОВОГО ВЫЧИСЛИТЕЛЯ, ОБЕСПЕЧИВАЮЩИХ АВТОНОМНОСТЬ УПРАВЛЯЮЩЕЙ СИСТЕМЕ

© 2022 г. Г. Е. Панамарев[1,*], В. В. Попов[2], А. П. Троеклазов[2]

[1] *Военный инновационный технополис “ЭРА”, Анапа, Россия*

[2] *Государственный морской университет им. адмирала Ф.Ф. Ушакова”, Новороссийск, Россия*

**E-mail: era_lab5@mil.ru*

Поступила в редакцию 15.03.2022 г.
После доработки 20.03.2022 г.
Принята к публикации 20.03.2022 г.

Показано построение обратной связи для обеспечения системе свойства автономности при работе судового вычислителя в режиме функционирования ввода управляющих воздействий при сложной обстановке движения судна на курсе.

DOI: 10.56304/S2782375X22040106

ВВЕДЕНИЕ

В современном регламенте управления судном на курсе широко применяются оптимизированные системы обработки информационных кортежей для помощи в принятии решений судоводителем и непосредственной работы с системными пакетами программного продукта с элементами искусственного интеллекта [1].

Постановка задачи. Пусть поведение объекта регулирования как сегмента управления судового вычислителя описывается системой дифференциальных уравнений вида

$$\dot{x} = \varphi(x,u); \quad y = Cx, \tag{1}$$

где x — n-мерный вектор фазовых координат системы, $u - r$-мерный вектор управления, $y - r$-мерный вектор постановки управляющей задачи, φ — n-мерная вектор-функция, C — матрица $r \times n$.

ПРИКЛАДНЫЕ ЗАДАЧИ УПРАВЛЯЮЩИХ ВОЗДЕЙСТВИЙ

В ряде прикладных задач имеется возможность развязывать управляющие воздействия $(u_1, u_1, \ldots, u_r) = u$. Относительно координат вектора $y = (y_1, y_1, \ldots, y_r)$ построение системы предполагается так, чтобы управление u_i действовало лишь на координату y_i, не возмущая координат $y_j\,(j \neq i)$. В исследовании систему (1), обладающую такими свойствами, примем как автономно управляемую, где значение координаты y_i в любой момент времени t будет функционалом системы вида

$$y_i(t) = y_i(x(0), u(\tau), \overline{u}_i(\tau)); \quad (0 \le \tau \le t), \tag{2}$$

где $\overline{u}_i = (u_i, \ldots, u_{i-1}, u_{i+1}, \ldots, u_r)$.

Итак, система (1) автономно управляема по i-й координате при функционале (2), не зависящем от $\overline{u}_i$. Тогда система полностью автономна при управляемости по всем координатам. Примем, что объект регулирования описывается системой уравнений

$$\dot{x} = Ax + Bu; \quad y = Cx, \tag{3}$$

где A, B, C — постоянные матрицы размера $n \times n$, $n \times r$, $r \times n$. Система (3) свойствами автономности не обладает [2].

Проведем исследования вариации применимости обработки данных в различных конфигурациях постановки задач законов автономной системы и асимптотического регулирования. Проанализируем множество законов обратной связи, обеспечивающих системе заданные свойства. Примем входное воздействие в виде двух слагаемых

$$u = \vartheta + f, \tag{4}$$

где $f(t)$ — внешнее управляющее воздействие, $\vartheta(x)$ — определяющий закон обратной связи.

Условия автономного регулирования. Исследуем скалярные произведения вида

$$(c_i, A^s b^j); \quad (s = 0, 1, \ldots, n-1; j = 1, 2, \ldots, r), \tag{5}$$

где d^i — i-вектор столбец, d_j — j-я вектор-строка произвольной матрицы D.

Пусть n_{ij} — наименьшее значение s_i, при котором скалярное произведение (5) отличается от нуля, тогда

$$(c_i, A^s b^j) = e_i^j \neq 0; \quad (s = 0,1,\ldots,n-1; n_{ij} j = \infty).$$

Чтобы система обладала обратной связью $\vartheta(x)$, обеспечивающей системе (3), (4) автономность по i-й координате, необходимо и достаточно выполнение условий

$$n_{ii} < n_{ij}; \quad (i = 1,\ldots r; j = 1,\ldots,i-1,i+1,\ldots,r). \quad (6)$$

Пусть существует $\vartheta(x)$, при котором система (3) и (4) полностью автономна и условия (6) не выполнимы, тогда хотя бы для одного n_{ij}:

$$\begin{gathered}(c_i, A_{ij}^n b^j) = e_i^j \neq 0; \quad (c_i, A^s b^j) = 0 e_i^j; \\ (s = 0,1,\ldots,n-1; n_{ij}-1).\end{gathered} \quad (7)$$

Проведем в уравнениях (3) модификацию относительно замены переменных:

$$\begin{gathered}z = Dx, \quad D = |c_i, A^* c_i \ldots A_{ij}^* c_i l_i \ldots l_p|^*; \\ (p = n - n_{ij} - 1).\end{gathered}$$

В исследовании принято, что каждая из вектор-строк $l_1,\ldots,l_p$ матрицы D линейно независима с остальными вектор-строками. Тогда векторы $c_i, A^* c_i \ldots A^{*n_{ij}} c_i$ линейно независимы, следовательно, матрица D, не особая.

Пусть существуют числа p_i, такие что

$$\sum_{i=0}^{n_{ij}} p_i A^{*i} c_i = 0,$$

где $p_i = 0$ на все величины. Тогда исследуем равенство, определяющее регулирование уровня воздействия вида

$$\left(\left(A^{*s} \sum_{i=0}^{n_{ij}} p_i A^{*i} c_i\right), b^{*j}\right) = \sum_{i=0}^{n_{ij}} p_i (c_i, A^{(i+s)} b^j) = 0,$$

последовательно при $s = 0,1,\ldots,n_{ij}$ и, учитывая (7), находим $p_{(n_{ij}-s)} e_i^j = 0$ и $p_{(n_{ij}-s)} e_i^j = 0; (s = 0,1,\ldots,n_{ij})$, следовательно, матрица D не особая [3].

Тогда в новых переменных модифицированное уравнение принимает вид

$$\dot{y}_i = \dot{z}_i = z_z, \quad \dot{z}_s = z_{s+1}; \quad (s = 2,3,\ldots,n_{ij}),$$

$$\begin{gathered}\dot{z}_{(n_{ij}+1)} = \sum_{p=1}^{n} h_p z_p + e_i^j u_j + k u_i, \\ \dot{z}_m = \sum_{p=1}^{n} g_{mp} z_p + \sum_{p=1}^{r} h_{mp} u_p,\end{gathered} \quad (8)$$

$$k = \begin{cases} e_i^j; & n_{ii} = n_{ij} \\ 0; & n_{ii} > n_{ij}; \quad (m = (n_{ij}+2),\ldots,n)\end{cases}.$$

Пусть в (8) выбран произвольный непрерывно дифференцируемый закон обратной связи $\vartheta(z)$ при условии $(u = \vartheta(z) + f(t))$, тогда вариации фазовых координат при варьировании управления описываются системой уравнений

$$(\delta\dot{y}_i) = (\delta\dot{z}_1) = \delta z_2, \quad (\delta\dot{z}_s) = \delta z_{s+1},$$

$$\begin{gathered}(\delta\dot{z}_{(r_{ij}+1)}) = \sum_{p=1}^{n} h_p \delta z_p + e_i^j \sum_{p=1}^{n} \frac{\partial\vartheta_i}{\partial z_p} \delta z_p + \\ + k \sum_{p=1}^{n} \frac{\partial\vartheta_i}{\partial z_p} \delta z_p + e_i^j \delta f_j + k \delta f_j,\end{gathered} \quad (9)$$

$$(\delta\dot{z}_m) = \sum_{p=1}^{n} g_{mp} \delta z_p + \sum_{p=1}^{r} h_{mp} \left(\sum_{p=1}^{n} \frac{\partial\vartheta_p}{\partial z_s} + \delta f_s\right),$$

$$(m = (n_{ij}+2),\ldots,n;\ s = 2,3,\ldots,n_{ij}).$$

где δ — знак варьирования.

РЕГУЛЯТОРЫ УПРАВЛЕНИЯ

Если система (3), (4) автономно управляема по i-й координате и равенство при произвольных $\delta f_i \ (j \neq i)$:

$$\delta f_i(t) \equiv 0, \quad \text{то} \quad \delta y_i(t) \equiv 0. \quad (10)$$

Тогда из (9), (10) следует, что $\delta z_1(t) = \delta z_2(t) = \ldots = \delta\dot{z}_{(n_{ij}+1)} \equiv 0$, и уравнение системы (9) дает необходимое условие автономности:

$$\begin{gathered}\sum_{p=(n_{ij}+2)}^{n} h_p \delta z_p + \sum_{p=(n_{ij}+2)}^{n} \left(e_i^j \frac{\partial\vartheta_j}{\partial z_p} + k \frac{\partial\vartheta_j}{\partial z_p}\right) \delta z_p + \\ + e_i^j \delta f_i = 0.\end{gathered} \quad (11)$$

Поскольку $\delta z_i(t)$ непрерывная функция, а $\delta f_i(t)$ независимы и произвольны, то условие (11) может быть выполнено лишь при $e_i^j = 0$, что противоречит (7) и удовлетворяет условию оптимального управления [4].

Пусть условия (6) выполнены с оптимальным положением, тогда

$$(c_i A^s b^j) = 0 \quad \text{при} \quad s \leq n_i \quad \text{и} \quad i \neq j. \quad (12)$$

Проведем в уравнениях (3) модификацию путем замены переменных, тогда

$$\begin{gathered}z = Dx \quad \text{при} \quad D = |c_1 A^* c_1 \ldots A^{*n_{11}} c_1 c_2 A^* c_2 \ldots \\ A^{*n_{22}} c_2 \ldots c_r \ldots A^{*n_{rr}} c_r l_1 \ldots, l_p|^*.\end{gathered}$$

В выражении каждая из вектор-строк $l_1 \ldots, l_p$ матрицы D линейно независима с остальными вектор-строками. Исследуем и покажем, что векторы

$$c_1 \ldots A^{*n_{11}} c_1, c_2, \ldots, A^{*n_{22}} c_2, \ldots, c_r, \ldots A^{*n_{rr}} c_r \tag{13}$$

линейно независимы, следовательно, матрица D не особая.

Пусть существуют числа p_{is}, такие что

$$\sum_{i=1}^{r} \sum_{s=0}^{n_{ii}} p_{is} A^{*s} c_i = 0,$$

где $p_{is} = 0$ при $n_{11} \geq n_{22} \ldots \geq n_{rr}$.

Тогда имеем

$$\sum_{i=1}^{r} \sum_{s=0}^{n_{ii}} p_{is} (A^{*s} c_i b^j) = 0; \quad (j = 1, 2, \ldots, r).$$

Отсюда при $j = 1$ с учетом (12) находим $p_{1n11} e_1^1 0$ и $p_{1n11} = 0$. Если при $n_{11} = n_{22}$ $j = 2$, получаем $p_{2n22} e_2^2 = 0$ и $p_{2n22} = 0$.

Исследуем выражения

$$\left(\left(A^{*k} \sum_{i=1}^{r} \sum_{s=0}^{n_{ii}} p_{is} A^{*s} c_i \right), b^j \right) =$$

$$= \sum_{i=1}^{r} \sum_{s=0}^{n_{ii}} p_{is} (c_i A^{k+s} b^j) = 0; \quad (j = 1, 2, \ldots, r)$$

последовательно при $k = 1, 2, \ldots, n_{11}$ и, учитывая (12), обнаруживаем, что все $p_{ij} = 0$, следовательно, векторы (13) линейно независимы, а матрица D не особая.

В новых условиях переменные величины уравнения объекта примут вид

$$\dot{z} = \overline{A} z + \overline{B} u; \quad y = \overline{C} z. \tag{14}$$

Выражения представим как совокупность связанных подсистем уравнений

$$\begin{gathered} \dot{z}^i = \overline{A}_i z + \overline{B}^i u_i; \quad \dot{z}^0 = \overline{A}_0 z + \overline{B}_0 u_i; \\ y^i = z_i^i, \quad z^i = (z_1^i, z_2^i, \ldots, z_{(n_{ii}+1)}^i); \quad (i = 1, 2, \ldots, r). \end{gathered} \tag{15}$$

Здесь первая подсистема состоит из первых $n_{ii} + 1$ уравнений (14), а вторая из следующих $n_{22} + 1$ и так далее, последняя – из оставшихся $s = n - \sum_{i=1}^{r} n_{ii} - r$ уравнений (14).

Матрицы $\overline{A}_i$ и векторы $\overline{b}_i$ имеют вид

$$\overline{A}_i = \begin{vmatrix} 0\ 1 & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ \cdots\ 0\ 1 & \cdots & 0 & \cdots & 0 & \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ \cdots & \cdots & 0\ 1 & \cdots & \cdots & \cdots \\ \cdots & \cdots & \cdots & 0\ 1 & \cdots & \cdots \\ \overline{a}_{k_i 1} & \cdots & \cdots & \cdots\ \overline{a}_{k_i s_i} & \cdots & \overline{a}_{k_i n} \end{vmatrix}; \quad \overline{b}^i = \begin{vmatrix} 0 \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \\ e_i^i \end{vmatrix},$$

$$\left(s_i = n_{ii} + 1, k_i = i + \sum_{j=1}^{i} n_{jj} \right)$$

где $\overline{a}_{ij}$ – элементы матрицы $\overline{A}$.

Последняя строка матрицы $\overline{A}$ состоит из коэффициентов разложения вектора $A^{*(n_{ii}+1)}$ по вектор-строкам матрицы D [5]. Выберем для объекта исследования (15) законы обратной связи вида

$$\begin{gathered} \vartheta_i = -\frac{1}{e_i^i} \sum_{j=1}^{n} \overline{a}_{k_i j} z_j + \overline{\vartheta}_i (z^i) = \\ = -\frac{1}{e_i^i} (c_i, A^{*(n_{ii}+1)}\ x) + \overline{\vartheta}_i \left(y_i, \ldots, \frac{d^{n_{ii}} y_i}{dt^{n_{ii}}} \right), \end{gathered} \tag{16}$$

где $\overline{\vartheta}_i$ – произвольная непрерывная функция z^i. Тогда система (15)–(16) распадается на r независимых подсистем и одну связанную:

$$\begin{gathered} \dot{z}_j^i = z_{j+1}^i, \dot{z}_{(n_{ii}+1)}^i = e_i \overline{\vartheta}_i + e_i f_i; \quad (j = 1, 2, \ldots, n_{ii}), \\ \dot{z}^0 = \overline{A}^0 z + \overline{B}^0 \overline{\vartheta} + \overline{B}_0 f; \quad (i = 1, 2, \ldots, r), \\ y_i = z_i^i, \end{gathered} \tag{17}$$

где $f = (f_1, \ldots, f_r); \overline{\vartheta} = (\overline{\vartheta}_1, \ldots, \overline{\vartheta}_r)$.

Функционалы (2) для системы (17) имеют вид

$$\begin{gathered} y_i(t) = z_1^i(t) = z_i^1 (z^i(0), f_i(\tau)) = y_i (x(0), f_i(\tau)); \\ (0 \leq \tau \leq t; i = 1, 2, \ldots, r), \end{gathered} \tag{18}$$

следовательно, регуляторы (16) при любой непрерывной функции $\vartheta_i \left(y_i, \ldots, \frac{d^{n_{ii}} y_i}{dt^{n_{ii}}} \right)$ обеспечивают полную автономность системе (3)–(4), система (14) полностью автономна по Вознесенскому, если $\delta y_i(t) \equiv 0$ при любых $\delta y_i(0) = \delta z_1^j(0)$, где $i = 1, 2, \ldots, r$ и $j \neq i$. Из (18) следует, что система (14) с регуляторами (16) полностью автономна [6].

АВТОНОМНЫЕ РЕГУЛЯТОРЫ И ОПТИМАЛЬНОСТЬ

Пусть выполнены условия (6), тогда класс регуляторов будет вида

$$\vartheta_i = \frac{1}{(c_i, A^{n_{ii}} b^i)}(c_i, A^{(n_{ii}+1)}x) + \overline{\vartheta}_i; \quad (i = 1,2,\dots,r), \tag{19}$$

где $\overline{\vartheta}_i$ – произвольная непрерывная функция $y_i,\dots,\frac{d^{n_{ii}}y_i}{dt^{n_{ii}}}$, обеспечивающая полную автономность системе (3)–(4).

Асимптотическая устойчивость и автономность. В прикладных задачах требуется асимптотическая устойчивость системы (3)–(4) при $f(t) \equiv 0$. Автономные регуляторы (19) не обладают данными свойствами, хотя устойчивы по координатам $y_1, y_2,\dots, y_r$ при выполнении условий (6). Исследуем при отсутствии внешнего воздействия $f(t) \equiv 0$, тогда в системе (17) получим

$$\begin{gathered}\dot{z}^0 = A_0 z^0 + A_{01}\overline{z} + \overline{B}_0\overline{\vartheta}(\overline{z}),\\ \text{при} \quad \overline{z} = (z^1, z^2,\dots, z^r).\end{gathered} \tag{20}$$

Выбор линейных регуляторов $\overline{\vartheta}_i(z^i)$. Первые r блоков системы (17) можно принять асимптотически устойчивыми при любом значении $\overline{z}(0)$, модифицировав

$$\overline{z}(t) \underset{t\to\infty}{\longrightarrow} 0; \quad \overline{\vartheta}(\overline{z}(t)) \underset{t\to\infty}{\longrightarrow} 0.$$

Тогда система асимптотически устойчива при устойчивости уравнения

$$\dot{z}^0 = A_0 z^0. \tag{21}$$

Следовательно, для существования регуляторов, обеспечивающих системе (14) и (16) и одновременно системе (3) и (4) полную автономность и асимптотическую устойчивость при $f(t) \equiv 0$, достаточным условием можно считать модерацию (21) [7].

Находим уравнения в переменных значениях уравнения управления:

$$u_i = \frac{1}{(c_i, A^{n_{ii}} b^i)}(c_i, A^{(n_{ii}+1)}x) + \overline{\vartheta}_i.$$

Модифицируем и получаем систему уравнений

$$\begin{gathered}\dot{x} = (A + BK)x + B\overline{\vartheta}\\ K = \begin{vmatrix} A^{*(n_{ii}+1)}\ c_1/e_1^1\\ \dots\dots\dots\dots\\ \dots\dots\dots\dots\\ A^{*(n_{rr}+1)}\ c_r/e_r^r \end{vmatrix}.\end{gathered} \tag{22}$$

Выбором $\overline{\vartheta}_i\left(y_i,\dots,\frac{d^{n_{ii}}y_i}{dt^{n_{ii}}}\right)$ в виде линейной функции можно обеспечить устойчивость первых r блоков в (17) в равновесном состоянии:

$$\begin{gathered}y_i = (c_i, x) = 0; \quad \overline{\vartheta}_i = 0,\\ \frac{dy_i}{dt^{(n_{ii}+1)}} = (A^* c_i, x) = 0,\\ \frac{d^{n_{ii}}y_i}{dt^{(n_{ii}+1)}} = (A^{*n_{ii}} c_i, x) = 0; \quad (i = 1,2,\dots,r)\end{gathered} \tag{23}$$

или в векторном виде

$$Px = 0; \quad \overline{\vartheta} = 0,$$

где $P = |c_1 \dots A^{*n_{11}}c_1 c_2 \dots A^{*n_{22}}c_2 \dots c_r \dots A^{*n_{rr}}c_r|^*$ соответствует условиям $z^i = 0$; $\vartheta_i(z^i) = 0$.

Исследуем систему алгебраических уравнений (23), поскольку система $rank\_P = s = \sum_{i=1}^{r} n_{ii} + r$, тогда система может быть разрешена относительно s координат вектора $x = (x_1, x_2,\dots, x_n)$ с помощью обозначения совокупности координат вектором $\overline{x}$, остальные x_0 получим:

$$\overline{x} = P_0 x_0. \tag{24}$$

В исследовании примем $\overline{\vartheta} = 0$, уберем строки, соответствующие $\overline{x}$, и перейдем к системе дифференциальных уравнений порядка $(n - s)$:

$$\dot{x}_0 = N x_0. \tag{25}$$

Регуляторы класса (16) обладают свойством устойчивости при $\overline{\vartheta}_i$, как линейный регулятор, обеспечивающий асимптотическую устойчивость дифференциальному уравнению

$$\frac{d^{n_{ii}}y_i}{dt^{(n_{ii}+1)}} = e_i^i\overline{\vartheta}_i; \quad (i = 1,2,\dots,r).$$

Групповая автономность. Пусть поведение объекта описывается системой дифференциальных уравнений

$$\dot{x} = Ax + Bu. \tag{26}$$

Примем матрицы A, B постоянными размером $n\times n$ и $n\times r$, наблюдаемые координаты разобьем на r групп:

$$y^i = C_i x; \quad (i = 1,2,\dots,r), \tag{27}$$

где C_i – постоянные матрицы размером $m_i \times n$ и $y^i = \left(y_1^i, y_2^i,\dots, y_{m_i}^i\right)$, тогда функционалы (2) для системы (26)–(27) имеют вид

$$\begin{gathered}y_k^i = y_k^i\left(x(0), u_i(\tau), \overline{u}_i(\tau)\right);\\ (0 \le \tau \le t;\ k = 1,2,\dots,m_i;\ i = 1,2,\dots,r).\end{gathered} \tag{28}$$

Для существования регуляторов, обеспечивающих системе полную групповую автономность, достаточно выполнить условия:

$$n_{iki} < n_{ikj}; \quad \overline{c}_{ik} = \overline{c}_{il};$$
$$(i = 1, 2, \ldots, r;\ j = 1, 2, \ldots, i-1, i+1, \ldots, r;$$
$$k, l = 1, 2, \ldots, m_i).$$

Тогда законы управления примут вид

$$u_i = -\frac{1}{e_{ik}^{i}}(\overline{c}_{ik}, x) + \overline{\vartheta}_i(z^i) + f_i,$$

где $\overline{\vartheta}_i$ – произвольная непрерывная функция z^i, обеспечивающая групповую автономность системе (26)–(27) относительно управления f [8].

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Таким образом, с помощью достаточных условий оптимального управленческого воздействия на исполнительные системы выведены дифференциальные уравнения для нахождения синтезирующего функционала и оптимального управления с обратной связью. Оптимальное управление динамической частью системы реализуется линейным регулятором по Вознесенскому, а оптимальное управление логической частью определяется рекуррентным уравнением. Исследована применимость оптимального процесса управления судовым вычислителем при управлении судном на курсе, в том числе со счетным множеством переключений логической части системы, которые происходят в фиксированный момент времени.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Лицкевич А.П., Старжинская Н.В., Попов В.В.* Математические методы в электродинамике. Новороссийск: ГМУ им. адм. Ф.Ф. Ушакова, 2019. 212 с.
2. *Долматов Б.М., Попов В.В.* Информатика. Новороссийск: ГМУ им. адм. Ф.Ф. Ушакова, 2017. 60 с.
3. *Гантмахер Ф.Р.* Теория матриц. М.: Наука, 2019. 576 с.
4. *Колмогоров А.Н., Фомин С.В.* Элементы теории функций и функционального анализа. 3-е изд. М.: Наука, 2018. 496 с.
5. *Стренг Г.* Линейная алгебра и ее применение. М.: Мир, 2020. 456 с.
6. *Райфа Х.* Анализ решения. М.: Наука, 2017. 405 с.
7. *Аблязов К.А., Катрюк И.С., Попов В.В.* Основы теории надежности и диагностики. Новороссийск: ГМУ им. адм. Ф.Ф. Ушакова, 2018. 212 с.
8. *Малкин И.Г.* Теория устойчивости движения. М.: Наука, 2019. 345 с.