

ГИДРОХИМИЯ, ГИДРОБИОЛОГИЯ,
ЭКОЛОГИЧЕСКИЕ АСПЕКТЫ

УДК 502.7+577.4

МОДЕЛИРОВАНИЕ ИЗМЕНЕНИЯ УРОВНЯ ЭВТРОФИРОВАНИЯ
ВОДОХРАНИЛИЩА НА ОСНОВЕ ВОСПРОИЗВЕДЕНИЯ
БИОГЕОХИМИЧЕСКИХ ЦИКЛОВ¹

© 2020 г. А. А. Цхай^{a, b, *}, В. Ю. Агейков^a

^aАлтайский государственный технический университет им. И.И. Ползунова,
Барнаул, 656038 Россия

^bИнститут водных и экологических проблем СО РАН,
Барнаул, 656038 Россия

*e-mail: taa1956@mail.ru

Поступила в редакцию 01.11.2017 г.

После доработки 05.10.2018 г.

Принята к публикации 25.12.2018 г.

Предсказание качественных эффектов многолетней сукцессии сообществ гидробионтов, с возможными откликами экосистемы на нарушение природного гомеостаза, становится возможным при учете изменения структуры последней. Из множества возможных направлений ее развития в расчет принимается то, при котором достигается максимум термодинамической характеристики — эксергии, отражающей удаленность экосистемы от состояния “мертвой” субстанции. Результаты расчетов по модифицированной модели биогеохимических циклов в условиях череды маловодных лет соответствуют экспертным оценкам о развитии процесса эвтрофирования в Новосибирском водохранилище за последние годы. Немодифицированная модель такого соответствия не дает.

Ключевые слова: водная экосистема, биогеохимический цикл, структурное изменение.

DOI: 10.31857/S0321059620010149

Важная проблема при проектировании систем мониторинга водных объектов — разработка моделей деградации и восстановления водных экосистем [3, 11]. Теоретические основы модельной оценки состояния экосистем водоемов на основе воспроизведения природных биогеохимических циклов веществ, лимитирующих развитие гидробионтов, сформулированы уже в конце прошлого XX в. [1, 8, 9].

Сейчас продолжается создание моделей состояния экосистем, углубляющих понимание особенностей, связанных с пространственной неоднородностью внутриводоемных процессов и т.д. [5, 17, 18, 21, 22]. Вместе с тем и сегодня актуальным остается создание математических моделей, учитывающих структурные изменения сообществ гидробионтов [4, 13, 23], которые происходят, например, при развитии эвтрофирования в водоеме.

Для анализа состояния экосистемы Новосибирского водохранилища была разработана имитационная модель “Биоген”, которая впослед-

ствии была применена также при оценке качества воды в Колымском и проектируемом Усть-Среднеканском водохранилищах [15]. Цель представленной статьи — анализ границ применимости данной модели, а также пример подхода, расширяющего их в направлении структурных изменений путем учета сукцессии фитопланктонных сообществ.

МАТЕРИАЛЫ И МЕТОДЫ

При изучении процессов в водохранилищах достаточно часто приходится оценивать состояние экосистемы, характеристики которого выходят за пределы ранее наблюдавшихся случаев.

Пример — оценка возможных последствий зарегулирования речного стока с помощью средств имитационного моделирования [16]. Для того чтобы выбрать подходящие численные значения внутренних параметров имитационной модели, ее верифицируют на данных водоема-аналога.

Для оценки состояния экосистемы водохранилища в работе использовалась модель “Биоген”, с одной стороны, использующая контролируемые Государственной службой наблюдений показатели, с другой, воспроизводящая биогеохимиче-

¹ Исследование выполнено в рамках государственных заданий организаций, в которых работают авторы статьи, при финансовой поддержке РФФИ и Алтайского края (проект № 18-41-220002).

Таблица 1. Основные уравнения модели “Биоген” [15]

$$\frac{d(C_i W)}{dt} = WR_i + Q^p C_i^p - Q_- C_i + J_i \Omega + G_i L, \quad 1 \leq i \leq 8$$

$$R_1 = k k_1 C_7 - k C_4 U_1 - k_2 C_1$$

$$R_2 = k_2 C_1 - k C_4 U_2 - k_3 C_2$$

$$R_3 = k_3 C_2 - k C_4 U_3$$

$$R_4 = (U - E - S) C_4$$

$$R_5 = S C_4 - k_5 C_5$$

$$R_6 = k_1 C_7 - C_4 U$$

$$R_7 = k_5 C_5 - k_1 C_7 + E C_4$$

$$R_8 = H_1 k U C_4 / (1 + K_f U) - H_2 k_2 C_1 - \\ - H_3 k_3 C_2 - H_4 k E C_4 - H_5 k k_1 C_7$$

$$\frac{dC_9}{dt} = -\frac{\alpha J_5}{\sigma L_1} - k_m C_9$$

$$\sigma \frac{dC_{10}}{dt} = k_m \sigma C_9 - \frac{K_P (C_{10} - C_6) + V_f C_6}{L_1} - \frac{dC_{11}}{dt}$$

$$C_{11} = \gamma_P C_{10}$$

$$\sigma \frac{dC_{12}}{dt} = k_m k \sigma C_9 - \frac{K_N (C_{12} - C_1) + V_f C_1}{L_1} - \frac{dC_{13}}{dt}$$

$$C_{13} = \gamma_N C_{12}$$

ские циклы трансформации соединений лимитирующих элементов: азота и фосфора [15]. В модели использован набор данных наблюдений, включающий в себя стандартные показатели качества воды, содержания: O_2 , фитопланктона, минеральных форм N и P.

Переменных C_i , динамика которых моделируется, — 13 (табл. 1, 2). Модель “Биоген” по набору переменных аналогична ряду моделей качества воды [24] и характеризуется следующими упрощениями.

Стехиометрическое соотношение азота, фосфора и углерода в компонентах экосистемы относительно постоянно: P : N : C $\approx$ 1 : 16 : 106. Содержание C составляет в экосистеме около 1/2 общего веса в неживой органической массе; основной источник взвеси в речной воде — частицы почвы, смытые с водосборной площади. Содержание органических веществ (ОВ) составляет 10% общего веса взвеси в реке и по составу близко к таковому в поверхностном слое доминирующего на водосборе реки типа почвенного покрова. В водоеме же основной источник взвеси — отмерший планктон.

Для оценки усредненных по объему переменных модели использовано нульмерное приближение (табл. 1, строка 1).

Калибровка имитационной модели “Биоген” осуществлена с помощью данных наблюдений, проведенных на Новосибирском водохранилище, которое создано на Оби в 1957 г. (створ гидроузла расположен выше Новосибирска). Средняя его глубина составляет 8.2 м, объем и площадь зеркала при НПУ — соответственно 8.8 км³ и 1070 км², полезный объем — 4.4 км³. Озерная часть водохранилища представляет собой чашу, где происходит формирование качества воды, поступающей в нижний бьеф. При отметке НПУ в озерной части сосредоточено 73% всего объема вод водохранилища. При сработке водохранилища доля озерной части возрастает до 90%.

По продуктивности, содержанию видов веществ Новосибирское водохранилище в конце XX в. относили к олигомезотрофному типу [6]. Общая биомасса фитопланктона в стоке из водохранилища была невысокой (иногда ≤ 0.68 мг/л). В 1981 г. ее максимум (1.1–1.77 мг/л) был отмечен в сентябре. Наблюдалось неоднократное в течение года изменение видового состава доминирующих сообществ фитопланктона. В апреле–мае преобладали *Cyclotella* и *Stephanodiscus*, к концу июня усиливалась роль *Melosira granulata* var. *granulata*. Затем наблюдался спад биомассы диатомовых, которые уступали место синезеленым и зеленым водорослям. Со второй декады июля по сентябрь преобладающим видом фитопланктона становилось *Aphanizomenon flos-aquae*, зимой — *Asterionella formosa*.

В 1981–1982 гг. было проведено комплексное изучение Новосибирского водохранилища [6] и получен набор данных, позволяющий выполнить предварительное модельное описание процессов в экосистеме водохранилища. Речь идет о данных по водному и температурному режимам, морфометрии и актинометрии водохранилища. Версия внутригодового распределения компонентов во входном створе (Камень-на-Оби) выбрана исходя из реального содержания минеральных форм N (NH_4 , NO_2 , NO_3), P, O_2 , хлорофилла “а”, фитопланктона, органических и взвешенных веществ с учетом эмпирических соотношений [12, 14].

На долю приточности с берегов водохранилища приходится $\leq 6\%$ водного стока реки [6]. Специальные расчеты для потоков N и P с берегов водохранилища, составляющих от 0 до 12% биогенной нагрузки реки, не выявили существенной разницы годовой изменчивости компонентов модели. Предполагалось, что береговая биогенная нагрузка на водохранилище в период открытой воды равномерно распределена по месяцам.

Неизвестные параметры модели “Биоген” (табл. 1) определены в пределах интервалов характерных значений минимизацией статистического критерия Тейла F [25] для компонентов водной экосистемы:

Таблица 2. Основные переменные и коэффициенты (параметры) модели “Биоген” (б/р – безразмерный)

Обозначение	Наименование	Величина или ссылка на источник для расчета	Размерность
C_1	N-NH ₄ , аммонийный азот		мгN/л
C_2	N-NO ₂ , нитритный азот		То же
C_3	N-NO ₃ , нитратный азот		»
C_4	Биомасса фитопланктона		мгP/л
C_5	Взвешенные вещества		То же
C_6	Растворенные органические вещества (далее ОВ)		»
C_7	Ортофосфатный фосфор		»
C_8	Кислород		мгО/л
C_9	ОВ, участвующие в обменных процессах в донных отложениях (ДО)		мгP/л
C_{10}	Фосфор интерстициальный		То же
C_{11}	Азот интерстициальный		мгN/л
C_{12}	Фосфор, сорбированный на твердой фазе		мгP/л
C_{13}	Азот, сорбированный на твердой фазе		мгN/л
t	Время		сут
C_N	Неактивные ОВ в составе скелета ДО	[15]	мгP/л
W	Объем водохранилища	[15]	м ³
R_i	Скорость биохимической трансформации соответствующего соединения C_i (здесь и далее учитывается, что мг/л = г/м ³)	[15]	гN/м ³ сут или гP/м ³ сут или гО/м ³ сут
Q^p	Расход реки	[15]	м ³ /сут
C_i^p	Концентрации компонентов в ней	[15]	гN/м ³ или гP/м ³ или гО/м ³
Q_-	Расход попуска из водохранилища	[15]	м ³ /сут
J_i	Массовый поток на межфазной поверхности	[15]	гN/м ² сут или гP/м ² сут или гО/м ² сут
Ω	Площадь зеркала водохранилища	[15]	м ²
G_i	Боковая нагрузка, характеризующая поступления с берегов	[15]	гN/м сут или гP/м сут
L	Длина береговой линии водохранилища	[15]	м
k	Отношение азота к фосфору в компонентах экосистемы	16.0	мгN/мгP
k_1	Коэффициент трансформации растворенного органического азота в аммонийный азот	[15]	сут ⁻¹
U_1	Скорость потребления аммонийного азота фитопланктоном	[15]	То же
k_2	Коэффициент трансформации аммонийного азота в нитритный азот	[15]	»
U_2	Скорость потребления нитритного азота фитопланктоном	[15]	»
k_3	Коэффициент трансформации нитритного азота в нитратный азот	[15]	»
U_3	Скорость потребления нитратного азота фитопланктоном	[15]	»

Таблица 2. Окончание

Обозначение	Наименование	Величина или ссылка на источник для расчета	Размерность
U	Максимальная скорость потребления питательных веществ фитопланктоном	[15]	—"
E	Скорость выделительной активности фитопланктона	[15]	»
S	Скорость отмирания фитопланктона	[15]	»
k_5	Коэффициент трансформации взвешенного азота в растворенный органический азот	[15]	»
H_1	Коэффициент перевода скорости фотосинтеза фитопланктона в кислородные единицы	0.8	мгО/мгN
K_f	Фотосинтетический коэффициент	0.3	сут
H_2	Стехиометрический коэффициент 1 при нитрификации	3.42	мгО/мгN
H_3	Стехиометрический коэффициент 2 при нитрификации	1.14	То же
H_4	Коэффициент перевода скорости выделительной активности фитопланктона в кислородные единицы	1.34	»
H_5	Коэффициент перевода скорости окисления органических веществ в кислородные единицы	2.48	»
A_1	Коэффициент 1 в выражении для скорости выделительной активности фитопланктона	0.0484	сут
A_2	Коэффициент 2 в выражении для скорости выделительной активности фитопланктона	0.0535	»
α	Доля осаждающихся веществ, участвующих в обменных процессах	12/29	б/р
σ	Удельная пористость ДО	0.85	»
k_m	Коэффициент минерализации органических веществ в ДО	[15]	сут ⁻¹
K_p	Коэффициент диффузионного переноса фосфатов в ДО	[15]	м/сут
V_f	Скорость фильтрации	0.001	То же
γ_p	Коэффициент обратимой линейной сорбции P на скелете ДО	[15]	б/р
K_N	Коэффициент диффузионного переноса аммония в ДО	[15]	м/сут
L_1	Толщина ДО	0.1	м
γ_N	Коэффициент обратимой линейной сорбции N на скелете ДО	[15]	б/р

$$F = \frac{\sqrt{\sum_{i=1}^n (X_i - Y_i)^2}}{\sqrt{\sum_{i=1}^n X_i^2} + \sqrt{\sum_{i=1}^n Y_i^2}}, \quad (1)$$

где n — число наблюдений; X_i и Y_i — соответственно расчетные и измеренные величины содержания веществ.

Ниже приведены основные уравнения модели "Биоген".

Для скорости выделительной активности фитопланктона, в отличие от [15], в данном исследовании использована следующая формула:

$$E = U \exp \left(-e^2 \left(\frac{A_1}{A_2 (1 + A_2 U)} \right) \right).$$

В табл. 2 сведены названия моделируемых переменных и коэффициентов в уравнениях, размещенных в табл. 1, а также приведены их численные значения или ссылка на источник со способом вычисления.

Отправной точкой структурно-динамического моделирования (СДМ) [19] служит положение о необходимости совершенствования учета в моделях водных экосистем изменчивости физиологической активности совокупностей гидробионтов, интегрально представляемых в уравнениях агре-

гированными переменными. Конечно, и до этого разработчики моделей учитывали в ставших классическими зависимостях соответствующих коэффициентов изменения, обусловленные динамикой, как правило, двух факторов: температуры и освещенности.

Однако такой выбор обуславливает и границы применимости подхода: на основе вариации значений числовых параметров при калибровке воспроизводились основные эффекты внутригодовой изменчивости поведения агрегированных переменных. Хуже обстоит дело с моделированием деградации экосистем, т.е. таких этапов жизненного цикла последних, когда происходили качественные изменения характера экосистемных процессов. Гидробиологам хорошо известно по [2], что в такие моменты часто происходят почти полные замены одних видов, например фито- и зоопланктона, другими, причем скорости развития таких событий отличаются для разных гидробионтов, т.е. идут структурные изменения экосистемы.

Возникает вопрос об адекватном инструментарии математического моделирования, применение которого способно расширить границы применимости прежних модельных подходов. Основой СДМ стало использование термодинамической характеристики “эко-эксергии” (в последующих работах ее стали называть просто “эксергией”), характеризующей меру удаленности состояния живой системы от состояния “мертвого” вещества. Для численной аппроксимации упомянутой меры выбирается линейная комбинация биомасс агрегированных переменных, а в качестве связующих коэффициентов в упомянутой комбинации используются специальные значения. Эти значения получаются из некоей “первичной информации” о совокупности особей, образующей моделируемый трофический уровень, и оцениваются на основе использования характеристик расшифрованных геномов живых организмов. В настоящее время последователи СДМ могут пользоваться опубликованными специальными таблицами величин связующих коэффициентов [20], значения которых уточняются по мере накопления геномной информации, что происходит в мире достаточно интенсивно.

Каждый временной расчетный шаг при моделировании, в отличие от традиционных, не использующих СДМ, способов дает не один, а множество наборов значений моделируемых переменных: в том числе биомасс агрегируемых переменных. Из этого множества выбирается набор, обеспечивающий максимальное значение эксергии. Такой подход в известном смысле близок к пониманию эволюционного принципа Дарвина о направленности естественного отбора в сторону повышения уровня приспособленности

живой системы к моделируемому изменению условий.

Из вышесказанного понятно, что СДМ — моделирование, основанное на эвристических предположениях, право на существование которого во многом, если не во всем, определяется его эффективностью: возможностью охарактеризовать явления, ранее не имевшие последовательного объяснения. В этом смысле показателен обзор [20], в котором указано, что по имевшимся на момент написания цитируемой работы данным, в 23 исследованиях стало возможным использование СДМ, причем 12 из них были модели озера.

РЕЗУЛЬТАТЫ И ОБСУЖДЕНИЕ

Далее демонстрируются результаты, которые удалось получить, благодаря использованию СДМ, в исследовании многолетних тенденций в состоянии экосистемы Новосибирского водохранилища. Использование моделирования биогеохимических циклов с применением методов неравновесной термодинамики, охарактеризованное выше, привело к модификации модели “Биоген” [15]. Модификация состоит в том, что для каждого расчетных суток выбирался вариант изменения внутренних параметров модели, отвечающий соответствующему максимальному значению термодинамической характеристики экосистемы — эксергии.

Расчеты по модифицированной модели выявили ключевую роль фактора выделительной активности фитопланктона в многолетнем изменении сезонного хода кривой содержания последнего. Как видно на рис. 1, учет изменения в течение расчетного года скорости выделительной активности фитопланктона в модифицированной модели приводит к повышению адекватности расчетных и натурных данных. С другой стороны, такое изменение свойств комплекса водорослей, как известно, связано со сменой доминирующих видов последних.

Пик расчетной кривой фитопланктона сдвинулся с августа на сентябрь так, как было и по данным наблюдений. Значение критерия Тейла по динамике фитопланктона в течение года уменьшилось, т.е. соответствие расчетных результатов натурным данным улучшилось на ~4%. При этом видно, что в расчетах по модифицированной модели динамика O_2 , а также соединений N и P практически не изменилась по сравнению со случаем немодифицированного моделирования.

Анализ межгодовой изменчивости фитопланктона в течение 23 лет функционирования водохранилища показал, что в маловодные годы возрастает обилие цианопрокариот, которые летом вызывают более интенсивное “цветение” воды [10].

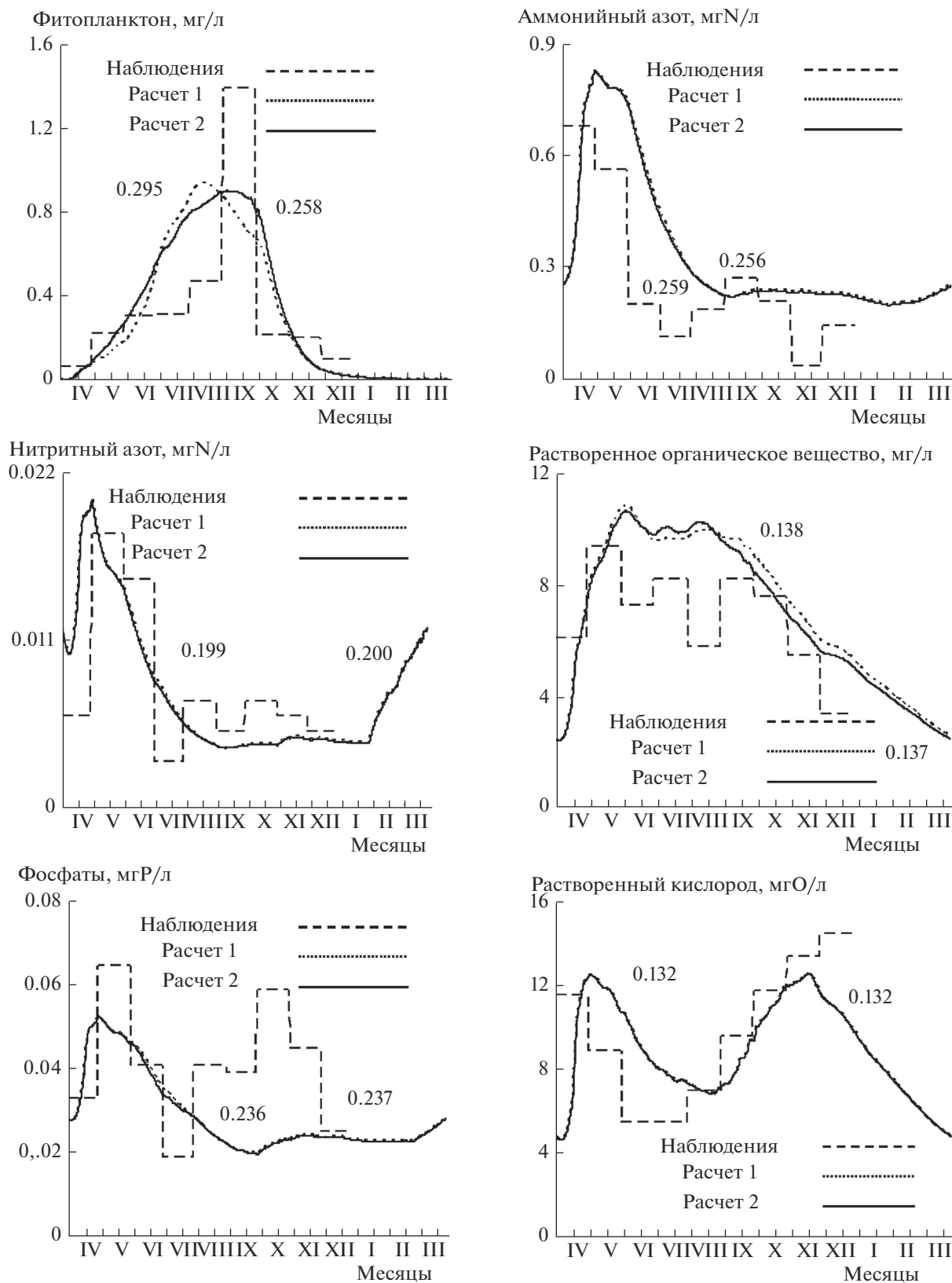


Рис. 1. Расчет динамики компонентов экосистемы Новосибирского водохранилища по модифицированной и немодифицированной модели “Биоген” с соответствующими критериями Тейла (А – наблюдения, Б – без модификации, В – с модификацией). Возле обозначения Б – значение критерия Тейла (1) при традиционном способе моделирования; возле обозначения В – при модифицированном.

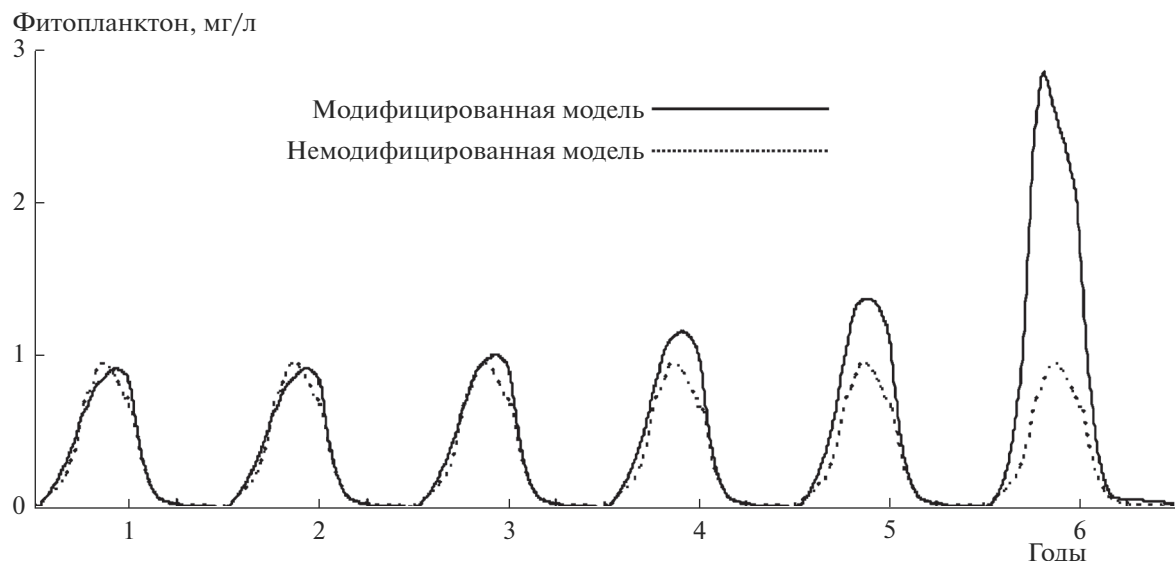


Рис. 2. Динамика содержания фитопланктона в Новосибирском водохранилище в случае модельного расчета для шести лет с повторяющимися условиями маловодного 1981 г.

В связи с этим для получения оценки наихудшего с точки зрения качества воды варианта были проведены расчеты по немодифицированной и модифицированной моделям, в которых в течение шести лет воспроизводился один и тот же сценарий условий маловодного 1981 г. (рис. 2–4).

В случае немодифицированной модели (рис. 2, 3) для всех шести расчетных лет наблюдается практическое совпадение расчетных кривых, характеризующих годовой ход изменчивости фитопланктона, разница между кривыми на графике — неразличима. Это свидетельствует о том, что без учета структурных изменений в экосистеме при

моделировании нет оснований ожидать развития эвтрофирования в водоеме при выбранном сценарии внешних условий.

Вместе с тем гидробиологи, основываясь на изучении усредненных по акватории значений хлорофилла “а” в летне-осенние периоды 2007–2013 гг. в Новосибирском водохранилище, характеризуют его как “слабозвтрофный”. Наибольшие зафиксированные величины содержания хлорофилла “а” (до 45.5 мг/м³) соответствовали высокоэвтрофным водоемам. Наблюдавшиеся при так называемом “цветении” воды в результате локального и кратковременного массового разви-

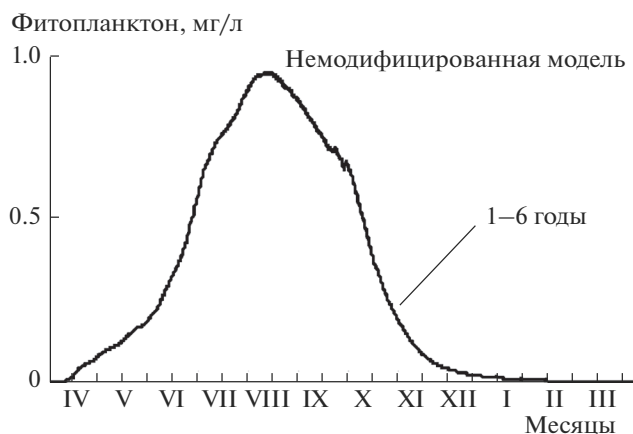


Рис. 3. Межгодовая изменчивость содержания фитопланктона по немодифицированной модели Новосибирского водохранилища при расчете шести лет с повторяющимися условиями маловодного 1981 г. (все кривые визуально совпадают).

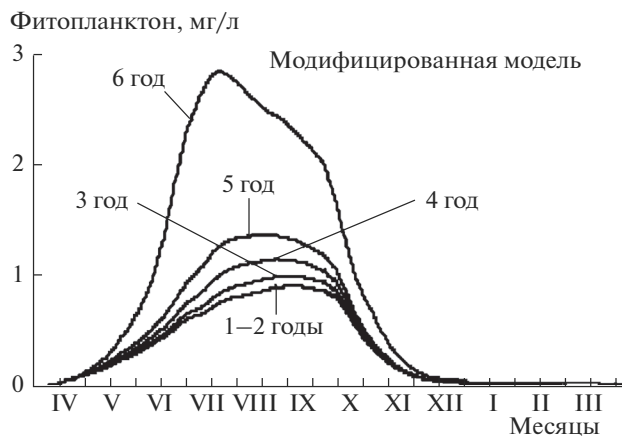


Рис. 4. Межгодовая изменчивость содержания фитопланктона по модифицированной модели Новосибирского водохранилища при расчете шести лет с повторяющимися условиями маловодного 1981 г. (кривые первого и второго года — визуально совпадают).

тия цианопрокариотов разовые концентрации хлорофилла “а” до 298–316 мг/м³ соответствуют гиперэтрофному уровню и являются фактором экологического риска для рыбохозяйственного и рекреационного использования водохранилища, хозяйственно-питьевого водоснабжения [10].

Путем структурно-динамического подхода проведена модификация модели биогеохимических циклов в Новосибирском водохранилище, что позволило выполнить численное моделирование развития процесса эвтрофирования при повторении условий маловодного года по имеющимся данным.

Расчеты по модифицированной модели дают следующую картину для выбранного сценария внешних условий. Хотя различие кривых первых двух лет еще практически визуально неразлично, но начиная с третьего расчетного года возникает явное нарастание содержания фитопланктона в летне-осенний период по сравнению с аналогичными периодами прошлых лет (рис. 2, 4).

Это подтверждает экспертную оценку гидробиологов о возможном продолжении эвтрофирования Новосибирского водохранилища с увеличением интенсивности цветения цианопрокариотов [7].

Проведенные в исследовании расчеты по модифицированной модели не только подтверждают выявленную тенденцию увеличения интенсивности цветения, но и позволяют сделать предположение о возможном сдвиге пика цветения на более раннее время в случае череды маловодных лет. Кроме этого, становится возможным предварительно оценить изменение степени эвтрофирования водохранилища в зависимости от выбранных сценариев гидрологических условий.

Происходящее в реальности чередование различных по водности лет, по-видимому, замедляет развитие эвтрофирования. К сожалению, недостаток комплексных наблюдений, синхронизированных по времени и месту отбора проб, на водохранилище после 1981 г. пока не позволяет провести более точные количественные оценки.

Однако по мере накопления соответствующих данных выполненная в работе модификация модели биогеохимических циклов, по мнению авторов, открывает возможность модельной оценки изменения степени эвтрофирования Новосибирского водохранилища.

ВЫВОДЫ

Результаты численного моделирования по модифицированной модели с использованием понятия эксергии соответствуют экспертным оценкам о развитии процесса эвтрофирования в Новосибирском водохранилище за последние годы.

Немодифицированная модель такого соответствия не дает.

Полученные результаты позволяют сделать предположение о возможном сдвиге пика цветения в Новосибирском водохранилище на более раннее время в случае череды маловодных лет.

Таким образом, использование понятия эксергии оказалось полезным. Опираясь на него, оказалось возможным прогнозировать повышение уровня трофности водохранилища.

Для более детального изучения реального изменения трофического статуса Новосибирского водохранилища необходимо проведение на объекте многолетних комплексных наблюдений, синхронизированных по времени и месту отбора проб, данные которых позволят связать в модифицированной модели изменение гидрологических, гидробиологических, климатических и прочих условий.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Айзатуллин Т.А., Шамардина И.П. Математическое моделирование экосистем континентальных водотоков и водоемов // Итоги науки и техники. Сер. Общая экология. Биоценология. Гидробиология. Моделирование водных экосистем. М.: ВИНТИ, 1980. Т. 5. С. 154–228.
2. Алимов А.Ф., Богатов В.В., Голубков С.М. Продукционная гидробиология / Под ред. Хлебовича В.В. СПб.: Наука, 2013. 343 с.
3. Баренбойм Г.М., Веницианов Е.В., Данилов-Данильян В.И. Научно-технологические проблемы проектирования систем мониторинга водных объектов // Водоочистка. Водоподготовка. Водоснабжение. 2008. № 8. С. 9–19.
4. Булгаков Н.Г., Максимов В.Н., Левич А.П., Юзбеков А.К., Рисник Д.В. Экологический прогноз изменения состояния водных экосистем // Успехи современной биологии. 2010. Т. 130. № 5. С. 435–445.
5. Даценко Ю.С., Пуклаков В.В. Моделирование развития фитопланктона в Можайском водохранилище // Вестн. Московского ун-та, Сер. География. 2010. № 3. С. 43–47.
6. Комплексные исследования Новосибирского водохранилища / Под ред. Подлипского Ю.И., Чайковской Т.С. М.: Гидрометеиздат, 1985. 134 с.
7. Куксн М.С., Чайковская Т.С. Межгодовые колебания видового состава и биомассы фитопланктона Новосибирского водохранилища // Комплексные исследования Новосибирского водохранилища. М.: Гидрометеиздат, 1985. С. 76–84.
8. Леонов А.В. Математическое моделирование трансформации соединений фосфора в пресноводных экосистемах (на примере оз. Балатон). М.: Наука, 1986. 151 с.
9. Менишуткин В.В. Имитационное моделирование водных экологических систем. СПб.: Наука, 1993. 158 с.

10. Многолетняя динамика водно-экологического режима Новосибирского водохранилища / Под ред. Васильева О.Ф. Новосибирск: Изд-во СО РАН, 2014. 391 с.
11. Никаноров А.М. Научные основы мониторинга качества вод. СПб.: Гидрометеиздат, 2005. 576 с.
12. Определения, единицы измерения и эквиваленты, используемые при изучении пресноводной продуктивности. Л.: Сов. нац. ком. МБП, 1970. 31 с.
13. Подгорный К.А., Леонов А.В. Обзор современных методов оценки значений коэффициентов, чувствительности и адекватности имитационных моделей водных экосистем // Вод. ресурсы. 2015. Т. 42. № 4. С. 406–432.
14. Справочник по гидрохимии / Под ред. Никанорова А.М. Л.: Гидрометеиздат, 1989. 298 с.
15. Цхай А.А., Агейков В.Ю. Математическое моделирование процессов трансформации соединений азота и фосфора и изменчивости кислородного режима в водохранилищах // Вод. ресурсы. 1997. Т. 24. № 6. С. 718–728.
16. Цхай А.А., Леонов А.В. Прогнозирование качества воды в проектируемом водохранилище на основе модели трансформации азота и фосфора // Вод. ресурсы. 1995. Т. 22. № 3. С. 261–272.
17. Эдельштейн К.К., Гречушникова М.Г., Даценко Ю.С., Пуклаков В.В. Диагностическое моделирование внутриводоемных процессов в водохранилищах // Вод. ресурсы. 2012. Т. 39. № 4. С. 437–451.
18. Janssen A.B.G., Arhonditsis G.B., Beusen A., Bolding K., Bruce L., Bruggeman J., Couture R.-M., Downing A.S., Elliott J.A., Frassl M.A., Gal G., Gerla D.J., Hipsey M.R., Hu F., Ives S.C., Janse J.H., Jeppesen E., Jöhnk K.D., Kneis D., Kong X., Kuiper J.J., Lehmann M.K., Lemmen C., Özkundakci D., Petzoldt T., Rinke K., Robson B.J., Sachse R., Schep S.A., Schmid M., Scholten H., Teurlincx S., Trolle D., Troost T.A., Van Dam A.A., Van Gerven L.P.A., Weijerman M., Wells S.A., Mooij W.M. Exploring, exploiting and evolving diversity of aquatic ecosystem models: a community perspective // Aquatic Ecol. 2015. V. 49. P. 513–548.
19. Jørgensen S.E. Structural dynamic model // Ecol. Modelling. 1986. V. 31. № 1–4. P. 1–9.
20. Jørgensen S.E. Structurally dynamic models of lakes // Int. J. Design Nature Ecodynamics. 2012. V. 7. № 2. P. 117–139.
21. Cavalcanti J.R., da Motta-Marques D., Fragoso C.R. Process-based modeling of shallow lake metabolism: spatio-temporal variability and relative importance of individual processes // Ecol. Modelling. 2016. V. 323. P. 28–40.
22. Nfon E., Armitage J.M., Cousins I.T. Development of a dynamic model for estimating the food web transfer of chemicals in small aquatic ecosystems // Sci. Total Environ. 2011. № 409. P. 5416–5422.
23. Polishchuk L.V. Econtribution analysis of disturbance-caused changes in phytoplankton diversity // Ecol. 1999. V. 80. № 2. P. 721–725.
24. Schnoor J.L., Sato C., McKetchnie D., Sahoo D. Processes, Coefficients and Models for Simulating Toxic Organics and Heavy Metals in Surface Waters. Athens: US EPA, 1987. 365 p.
25. Theil H. Applied economic forecasting. North-Holland, Amsterdam, 1971. 474 p.