

ОЦЕНКА АНИЗОТРОПИИ ПРОНИЦАЕМОСТИ И СКИН-ЭФФЕКТА ПО ДАННЫМ ЭКСПРЕСС-ОТКАЧЕК ИЗ НЕСОВЕРШЕННЫХ СКВАЖИН

© 2020 г. П. Е. Морозов*

*Институт механики и машиностроения — обособленное структурное подразделение
ФИЦ “Казанский НЦ РАН”, Казань, 420111 Россия*

**e-mail: morozov@imm.knc.ru*

Поступила в редакцию 15.03.2019 г.

После доработки 31.10.2019 г.

Принята к публикации 12.11.2019 г.

Получено полуаналитическое и приближенное аналитическое решение задачи экспресс-откачки из несовершенной скважины в напорном или безнапорном анизотропном пласте. Представлено асимптотическое решение задачи экспресс-откачки из несовершенной скважины в безнапорном пласте, в котором, в отличие от полуэмпирического метода Бауэра–Райса, учитывается анизотропия проницаемости и скин-эффект. На основе алгоритма Левенберга–Марквардта разработан метод определения анизотропии проницаемости и скин-эффекта по данным экспресс-откачек из несовершенных скважин в напорных или безнапорных пластах.

Ключевые слова: несовершенная скважина, анизотропия проницаемости, скин-эффект, экспресс-откачка, вертикальная интерференция.

DOI: 10.31857/S032105962003013X

Экспресс-методы исследования скважин — наиболее быстрые и экономически эффективные методы определения фильтрационных характеристик водоносных горизонтов. Они основаны на резком изменении уровня воды в скважине (с помощью мгновенного подлива или откачки, компрессирования, кратковременного включения насоса и т.д.) и последующей регистрации кривой восстановления уровня (давления). Отличительная особенность экспресс-методов исследования скважин — их непродолжительность по времени и то, что для них не требуются замеры дебита. Получаемые в результате интерпретации таких исследований параметры пласта, как правило, характеризуют ближайшую к скважине зону.

Для определения коэффициента фильтрации по данным экспресс-откачек и наливов широкое распространение получили графоаналитические методы, такие как метод Хворслева (Hvorslev), Бауэра–Райса (Bouwer and Rice), Дагана (Dagan) и др. [14]. Данные методы основаны на модели жесткой фильтрации и различаются способами вычисления фактора формы, зависящего только от анизотропии проницаемости и геометрических параметров фильтра и области дренирования [29]. К недостаткам графоаналитических методов следует отнести невысокую точность опре-

деления коэффициента фильтрации, особенно при кольматации фильтра [7, 19, 20].

Впервые аналитическое решение задачи восстановления уровня жидкости в вертикальной скважине после мгновенного подлива получено С.Г. Каменецким [2, 4]. На основе этого решения построены эталонные кривые и предложен экспресс-метод исследования скважин [1, 5]. Позже Х. Купер, Дж. Бредехофт и И. Пападопулос представили аналогичное решение задачи и построили типовые кривые изменения уровня воды в вертикальной скважине [16]. В более общей постановке задача мгновенной откачки из вертикальной скважины рассматривалась Н.И. Гамаюновым и Б.С. Шержуковым в [3, 12], где дополнительно учитывался переток через слабопроницаемую прослойку из горизонта с постоянным напором. Аналитическое решение задачи мгновенной откачки из вертикальной скважины с учетом скин-эффекта и наборы соответствующих типовых кривых представлены в работах [2, 11, 24, 26]. В дальнейшем были получены многие другие аналитические решения задач экспресс-откачек, в частности для вертикальных скважин в слоистых пластах и в пластах с двойной пористостью [14], для несовершенных вертикальных скважин [17, 20, 27], горизонтальных скважин [8, 25] и т.д.

Наряду с очевидными достоинствами, экспресс-методы исследования скважин имеют и свои недостатки. Известно, что экспресс-откачки могут приводить к неоднозначным оценкам параметров водоносного горизонта при исследовании скважин с низкопроницаемым скин-эффектом [7, 14]. Трудновыполнима задача совместной оценки коэффициентов фильтрации, упругоэластичности и скин-эффекта по данным одиночной экспресс-откачки без какой-либо априорной информации об этих параметрах [2, 11, 14]. Неопределенность искомых параметров можно уменьшить путем замеров напора в наблюдательных скважинах или пьезометрах, расположенных в непосредственной близости от возмущающей скважины [14]. Экспресс-откачки могут комбинироваться с исследованиями на интерференцию в вертикальном направлении [21]. В этом случае замеры напора проводятся высокоточными датчиками давления в тестируемом и наблюдательном интервалах скважины, изолированных друг от друга надувными пакерами. Последовательные интервальные экспресс-откачки в одиночной скважине на разных глубинах позволяют оценивать неоднородность вертикальной анизотропии проницаемости и упругоэластичности по толщине пласта [21].

При решении задач притока к несовершенным скважинам возникают определенные трудности, связанные с заданием смешанных граничных условий на цилиндрической поверхности скважины: в интервале вскрытия задается постоянство напора, а на обсаженной части — условие непротекания. Задачи такого рода со смешанными граничными условиями иногда называются задачами Гильберта и относятся к числу сложных задач математической физики. К примеру, точное решение задачи об установившемся притоке жидкости к несовершенной скважине, полученное М.М. Глоговским, приводит к бесконечной системе уравнений с бесконечным числом неизвестных [6]. Начиная с работы А.Л. Хейна [10] большинство аналитических решений задач нестационарного притока жидкости к несовершенной вертикальной скважине получены на основе предположения о равномерности распределения притока в интервале вскрытия [2, 18]. Модель несовершенной скважины с равномерным распределением притока в интервале вскрытия приводит к неравномерному распределению напора в этом интервале. Более физически обоснованной считается модель бесконечнопроводимой скважины с условием постоянства напора в интервале вскрытия. Часто используется приближенный прием, который заключается в том, что в моделях с равномерным распределением притока в интервале вскрытия рассчитывается средневзвешенный напор [17, 20, 27]. В работах [9, 15, 23] задача неустановившегося притока жидкости к несовер-

шенной скважине сводится к системе интегральных уравнений для распределения притока жидкости в интервале вскрытия, которая затем решается численно. Условие постоянства напора в интервале вскрытия, а также ряд других осложняющих факторов, таких как неоднородность пласта, кольматация, наличие свободной поверхности грунтовых вод, могут быть учтены при численном моделировании экспресс-откачек и наливов в несовершенные скважины [7].

ПОЛУАНАЛИТИЧЕСКОЕ РЕШЕНИЕ ЗАДАЧИ ЭКСПРЕСС-ОТКАЧКИ ИЗ НЕСОВЕРШЕННОЙ СКВАЖИНЫ

Рассматривается неустановившаяся фильтрация воды в бесконечно простираемом анизотропном пласте после мгновенного изменения уровня в несовершенной скважине на величину s_0 (рис. 1). С течением времени будет происходить повышение (понижение) уровня в скважине $s(t)$ до начального значения за счет притока (оттока) воды с расходом $C \frac{\partial s}{\partial t}$ ($C = \pi r_c^2$ — коэффициент влияния объема ствола скважины, r_c — внутренний радиус трубы). Задача состоит в определении функции изменения напора $h(r, z, t)$ в области течения $r > r_w$, $0 \leq z \leq b$, и функции изменения уровня $s(t)$ в скважине при $t > 0$. В безразмерном виде изменение напора в пласте описывается уравнением пьезопроводности:

$$\frac{1}{r_d} \frac{\partial}{\partial r_d} \left(r_d \frac{\partial h_d}{\partial r_d} \right) + \frac{1}{b_d^2} \frac{\partial^2 h_d}{\partial z_d^2} = \frac{\partial h_d}{\partial t_d} \quad (1)$$

с начальным

$$h_d(r_d, z_d, 0) = 0, \quad s_d(0) = 1 \quad (2)$$

и граничными условиями

$$h_d(\infty, z_d, t_d) = 0, \quad (3)$$

$$\left. \frac{\partial h_d}{\partial z_d} \right|_{z_d=0} = 0, \quad \left. \frac{\partial h_d}{\partial z_d} \right|_{z_d=1} = 0, \quad (4)$$

$$\left. \frac{\partial h_d}{\partial r_d} \right|_{r_d=1} = 0, \quad 0 \leq z_d < z_{1d}, \quad z_{2d} < z_d \leq 1, \quad (5)$$

$$\int_{z_{1d}}^{z_{2d}} q(z_d, t_d) dz_d = -C_d \frac{\partial s_d(t_d)}{\partial t_d}, \quad (6)$$

$$s_d(t_d) = h_d(1, z_d, t_d) - S q(z_d, t_d), \quad z_{1d} \leq z_d \leq z_{2d}, \quad (7)$$

где $h_d = \frac{h}{s_0}$, $s_d = \frac{s}{s_0}$, $t_d = \frac{k_r t}{S_s r_w^2}$, $r_d = \frac{r}{r_w}$, $z_d = \frac{z}{b}$, $b_d = \frac{b}{r_w} \sqrt{\frac{k_r}{k_z}}$, $C_d = \frac{C}{2\pi b S_s r_w^2}$, $q(z_d, t_d) = - \left(r_d \frac{\partial h_d}{\partial r_d} \right) \Big|_{r_d=1}$,

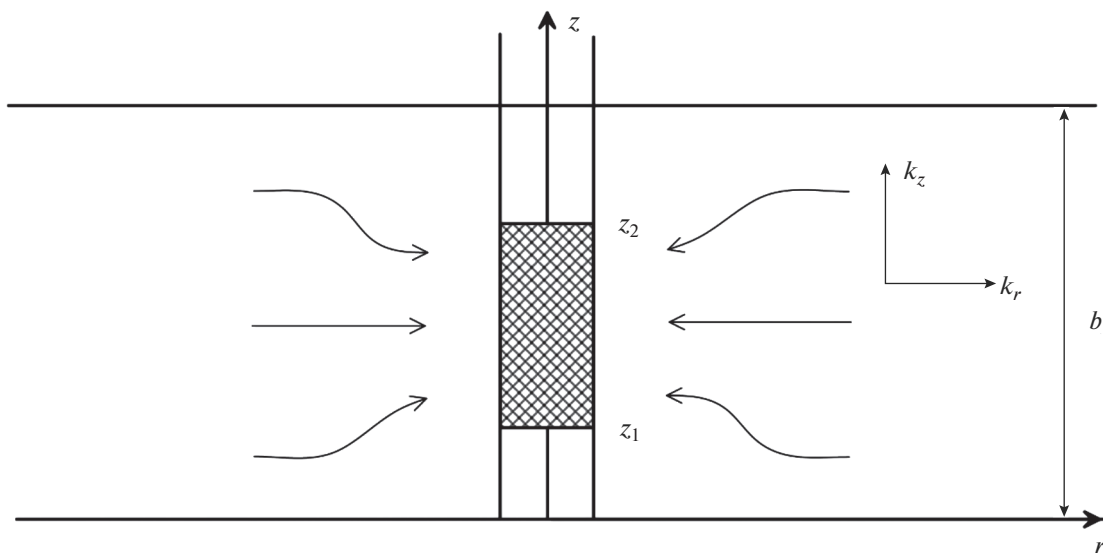


Рис. 1. Схема несовершенной скважины.

h — напор; k_r , k_z — коэффициенты фильтрации в горизонтальном и вертикальном направлениях; b — мощность пласта; S_s — упругость; r_w — радиус скважины; S — скин-фактор.

Применяя к (1)–(7) преобразование Лапласа по времени и конечное косинус-преобразование Фурье по координате z_d [9, 23], получим выражение:

$$\begin{aligned} \bar{h}_d(r_d, z_d, u) = F(r_d, u) \int_{z_{1d}}^{z_{2d}} \bar{q}(\xi, u) d\xi + \\ + 2 \sum_{m=1}^{\infty} F(r_d, \lambda_m) \cos(\pi m z_d) \int_{z_{1d}}^{z_{2d}} \bar{q}(\xi, u) \cos(\pi m \xi) d\xi, \end{aligned} \quad (8)$$

где u — переменная преобразования Лапласа; $\lambda_m = u + \frac{\pi^2 m^2}{b_d^2}$; $F(x, y) = \frac{K_0(x\sqrt{y})}{\sqrt{y}K_1(\sqrt{y})}$; $K_0(x)$, $K_1(x)$ — модифицированные функции Бесселя второго рода нулевого и первого порядка соответственно.

Изображения изменения уровня и плотности притока воды в интервале вскрытия определяются из решения системы интегральных уравнений:

$$\begin{aligned} \bar{s}_d = F(1, u) \int_{z_{1d}}^{z_{2d}} \bar{q}(\xi, u) d\xi + \\ + 2 \sum_{m=1}^{\infty} F(1, \lambda_m) \cos(\pi m z_d) \int_{z_{1d}}^{z_{2d}} \bar{q}(\xi, u) \cos(\pi m \xi) d\xi + (9) \\ + S\bar{q}(z_d, u), \end{aligned}$$

$$\int_{z_{1d}}^{z_{2d}} \bar{q}(\xi, u) d\xi = C_d (1 - u\bar{s}_d). \quad (10)$$

Для несовершенной скважины в безнапорном пласте будем считать, что в период проведения теста свободная поверхность остается невозмущенной и фильтр скважины не осушается. Заменив второе граничное условие в (4) на $h_d(r_d, 1, t_d) = 0$ и применяя к (1)–(7) преобразование Лапласа по времени и модифицированное конечное синус-преобразование Фурье по координате z_d [23], получим следующую систему интегральных уравнений:

$$\begin{aligned} \bar{s}_d = 2 \sum_{m=1}^{\infty} F(1, \mu_m) \cos\left(\frac{\pi(2m-1)z_d}{2}\right) \times \\ \times \int_{z_{1d}}^{z_{2d}} \bar{q}(\xi, u) \cos\left(\frac{\pi(2m-1)\xi}{2}\right) d\xi + S\bar{q}(z_d, u), \end{aligned} \quad (11)$$

$$\int_{z_{1d}}^{z_{2d}} \bar{q}(\xi, u) d\xi = C_d (1 - u\bar{s}_d), \quad (12)$$

$$\text{где } \mu_m = u + \frac{\pi^2 (2m-1)^2}{4b_d^2}.$$

Для численного решения систем интегральных уравнений (9), (10) и (11), (12) интервал вскрытия разбивается на сегменты и полагается, что приток воды к каждому сегменту равномерный. В результате получается система линейных алгебраических уравнений для определения изображений по Лапласу изменения напора и притока воды в интервале вскрытия:

$$\begin{bmatrix} A_{11} + S & \cdots & A_{1m} & -1 \\ \vdots & & \vdots & \vdots \\ A_{m1} & \cdots & A_{mm} + S & -1 \\ \Delta\zeta_1 & \cdots & \Delta\zeta_m & C_d u \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \bar{q}_1 \\ \vdots \\ \bar{q}_m \\ \bar{s}_d \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ \vdots \\ 0 \\ C_d \end{bmatrix}, \quad (13)$$

где $A_{ij} = F(1, u) \Delta\zeta_i + 2 \sum_{m=1}^{\infty} \frac{F(1, \lambda_m)}{\pi m} \sin\left(\frac{\pi m \Delta\zeta_i}{2}\right) \times \cos(\pi m \bar{\zeta}_i) \cos(\pi m \bar{\zeta}_j) -$ для напорного пласта; $A_{ij} = 4 \sum_{m=1}^{\infty} \frac{F(1, \mu_m)}{\pi(2m-1)} \sin\left(\frac{\pi(2m-1)\Delta\zeta_i}{4}\right) \times \cos\left(\frac{\pi(2m-1)\bar{\zeta}_i}{2}\right) \cos\left(\frac{\pi(2m-1)\bar{\zeta}_j}{2}\right) -$ для безнапорного пласта; $\Delta\zeta_i = \zeta_i - \zeta_{i-1}$, $\bar{\zeta}_i = (\zeta_i + \zeta_{i-1})/2$, $i = 1, \dots, m$, $z_{1d} = \zeta_0 < \zeta_0 < \dots < \zeta_m = z_{2d}$. Система линейных алгебраических уравнений решается стабилизированным методом бисопряженных градиентов BiCGStab с предобуславливанием. Обратное преобразование Лапласа выполняется численно на основе алгоритма Стефеста (Stehfest) [9].

ПРИБЛИЖЕННОЕ РЕШЕНИЕ ЗАДАЧИ ЭКСПРЕСС-ОТКАЧКИ ИЗ НЕСОВЕРШЕННОЙ СКВАЖИНЫ

Предположим, что распределение притока воды в интервале вскрытия равномерное. Интегрируя уравнения (9) и (11) по z_d с учетом (10), (12), найдем изменение средневзвешенного напора в интервале вскрытия несовершенной скважины:

$$\bar{s}_d = \frac{C_d \left(u \bar{h}_d + \frac{S}{l_d} \right)}{1 + u C_d \left(u \bar{h}_d + \frac{S}{l_d} \right)}. \quad (14)$$

Здесь $l_d = z_{2d} - z_{1d}$; $\bar{h}_d = \frac{F(1, u)}{u} + \frac{2}{u l_d^2} \sum_{m=1}^{\infty} \frac{F(1, \lambda_m)}{\pi^2 m^2} \times [\sin(\pi m z_{2d}) - \sin(\pi m z_{1d})]^2 -$ изображение по Лапласу средневзвешенного напора в интервале вскрытия несовершенной скважины, работающей с постоянным расходом в напорном пласте [9]; $\bar{h}_d = \frac{8}{u l_d^2} \sum_{m=1}^{\infty} \frac{F(1, \mu_m)}{\pi^2 (2m-1)^2} \left[\sin\left(\frac{\pi(2m-1)z_{2d}}{2}\right) - \sin\left(\frac{\pi(2m-1)z_{1d}}{2}\right) \right]^2 -$ для безнапорного пласта.

Если несовершенная скважина вскрывает изотропный напорный пласт, то (14) совпадает с решением Д. Догерти и Д. Бабу [17]. Для совершенной вертикальной скважины в напорном пласте ($z_{1d} = 0$, $z_{2d} = 1$, $l_d = 1$) выражение (14) сводится к решению задачи из работ [11, 24], а при $S = 0$ — к решению С.Г. Каменецкого [4]. Отметим, что в

решении З. Хайдера с соавторами [14, 20], известном как “модель KGS” (Kansas Geological Survey), используется модель скин-эффекта конечной толщины. Аналогичная модель скин-эффекта также используется в решении Х. Е с соавторами [27] и в решении Т. Перина и Т. Ли [23].

Исследуем поведение решения (14) для больших значений t_d в случае безнапорного пласта. Применяя к (14) обратное преобразование Лапласа при $u \rightarrow 0$, что соответствует $t_d \rightarrow \infty$, получим следующее асимптотическое решение задачи мгновенной откачки из несовершенной скважины в безнапорном пласте:

$$s_d(t_d) = \exp\left[-\frac{t_d}{C_d \left(S_p + \frac{S}{l_d} \right)}\right], \quad (15)$$

где $S_p = \frac{2}{l_d^2 b_d^2} \sum_{m=1}^{\infty} \frac{K_0(\sigma_m)}{\sigma_m^3 K_1(\sigma_m)} \left[\sin\left(\frac{\pi(2m-1)z_{2d}}{2}\right) - \sin\left(\frac{\pi(2m-1)z_{1d}}{2}\right) \right]^2 -$ псевдоскин-фактор,

$\sigma_m = \frac{\pi(2m-1)}{2b_d}$. Суммарный скин-фактор $S_p + \frac{S}{l_d}$ в (15) — показатель несовершенства скважины по степени и характеру вскрытия. Следует отметить, что величина псевдоскин-фактора S_p обратно пропорциональна фактору формы несовершенной скважины в безнапорном пласте [29].

Другой известный способ учета скин-эффекта состоит в замене радиуса скважины r_w на приведенный радиус $\tilde{r}_w = r_w \exp(-S)$ [2, 11, 14]. В результате такой замены выражение (15) преобразуется к виду

$$s_d(\tilde{t}_d) = \exp\left[-\frac{\tilde{t}_d}{\tilde{C}_d \tilde{S}_p}\right], \quad (16)$$

где знак тильда означает, что в безразмерных параметрах радиус скважины r_w заменен на приведенный радиус $\tilde{r}_w$. Расчеты по формулам (15) и (16) показали, что оба способа учета скин-эффекта приводят к одним и тем же результатам.

В отличие от полуэмпирического метода Бауэра—Райса [13], асимптотическое решение (15) позволяет учитывать анизотропию проницаемости и скин-эффект. В работе В. Злотника [28] с помощью замены радиуса скважины r_w на приведенный радиус $r_w^* = r_w \sqrt{\frac{k_z}{k_r}}$ предложена модификация метода Бауэра—Райса для учета анизотропии проницаемости пласта. Используя аналогию с формулой (15), нетрудно показать, что для учета скин-эффекта в методе Бауэра—Райса достаточно заменить величину фактора формы P на $1/(1/P + S)$.

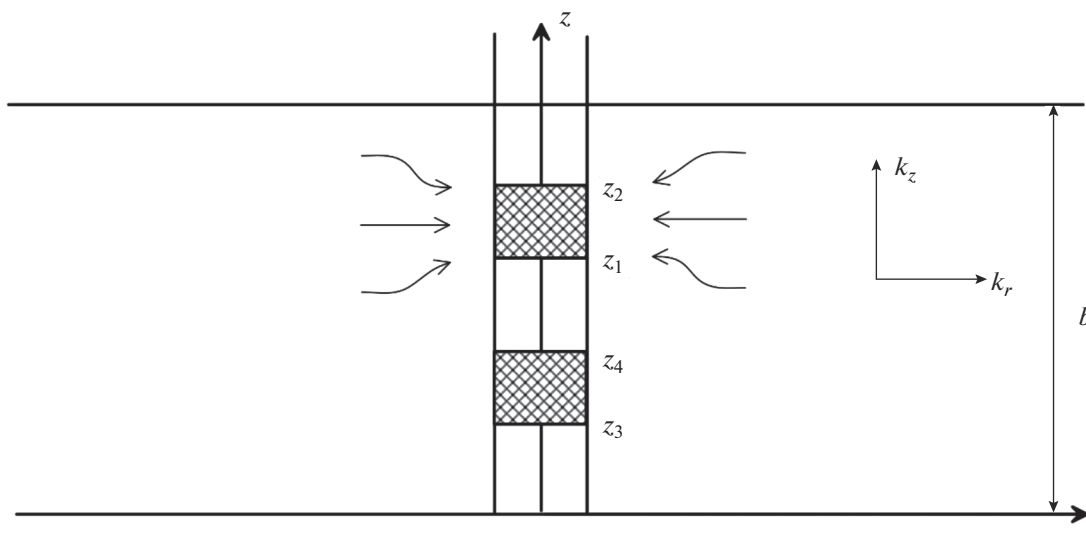


Рис. 2. Схема экспресс-исследования скважины на интерференцию в вертикальном направлении (z_1 – z_2 – тестируемый, z_3 – z_4 – наблюдательный интервалы).

Согласно модифицированному методу Бауэра–Райса и асимптотическому решению (15), график изменения уровня в координатах $\ln s - t$ – прямая линия с углом наклона, зависящим от анизотропии проницаемости и скин-эффекта. Этим объясняется тот факт, что применение графоаналитических методов для интерпретации экспресс-откачек из несовершенных скважин без использования априорной информации об анизотропии проницаемости и скин-эффекте может приводить к ошибочным оценкам коэффициента фильтрации [7, 14, 19, 28].

АНАЛИТИЧЕСКОЕ РЕШЕНИЕ ЗАДАЧИ ИНТЕРВАЛЬНОЙ ЭКСПРЕСС-ОТКАЧКИ ИЗ ВЕРТИКАЛЬНОЙ СКВАЖИНЫ

Рассматривается задача нахождения напора в тестируемом и наблюдательном интервалах скважины (рис. 2) после мгновенного изменения напора в тестируемом интервале на величину s_0 . В этом случае постановка задачи (1)–(7) дополняется граничным условием для наблюдательного интервала

$$\int_{z_{3d}}^{z_{4d}} q(z_d, t_d) dz_d = -C_{2d} \frac{\partial s_{2d}(t_d)}{\partial t_d}, \quad (17)$$

$$s_{2d}(t_d) = h_d(1, z_d, t_d) - S_2 q(z_d, t_d), \quad z_{3d} \leq z_d \leq z_{4d},$$

$C_{2d} = \frac{C_2}{2\pi b S_s r_w^2}$ – безразмерный коэффициент влияния объема наблюдательного интервала, S_2 – скин-фактор наблюдательного интервала.

Предположим, что распределение притока воды в тестируемом и наблюдательном интервалах – равномерное. Тогда изображения по Лапласу осредненных напоров по длине интервалов определяются выражениями:

$$\bar{s}_{1d} = \frac{U_1 I_2 - U_2 Y_2}{I_1 I_2 - Y_2 Y_1}, \quad \bar{s}_{2d} = \frac{U_2 I_1 - U_1 Y_1}{I_1 I_2 - Y_2 Y_1}, \quad (18)$$

где $I_i = 1 + C_{id} u^2 \bar{h}_{ii} + \frac{S_i C_{id} u}{l_{id}}$; $Y_i = C_{id} u^2 \bar{h}_{i2}$; $U_2 = C_{1d} u \bar{h}_{12}$; $U_1 = C_{1d} u \bar{h}_{11} + \frac{S_1 C_{1d}}{u l_{1d}}$; $\alpha_1 = z_{1d}$; $\beta_1 = z_{2d}$; $\alpha_2 = z_{3d}$; $\beta_2 = z_{4d}$; $\bar{h}_{ij} = \frac{F(1, u)}{u} + \frac{2}{u} \times \sum_{m=1}^{\infty} \frac{F(1, \lambda_m)}{\pi^2 m^2} \Psi_i \Psi_j$ – для напорного пласта, $i, j = 1, 2$; $\bar{h}_{ij} = \frac{8}{u} \sum_{m=1}^{\infty} \frac{F(1, \mu_m)}{\pi^2 (2m-1)^2} \Omega_i \Omega_j$ – для безнапорного пласта, $i, j = 1, 2$; $\Psi_i = \frac{\sin(\pi m \beta_i) - \sin(\pi m \alpha_i)}{l_{id}}$, $\Omega_i = \frac{1}{l_{id}} \left[\sin\left(\frac{\pi(2m-1)\beta_i}{2}\right) - \sin\left(\frac{\pi(2m-1)\alpha_i}{2}\right) \right]$, $l_{id} = \beta_i - \alpha_i$, $i = 1, 2$ ($i = 1 -$

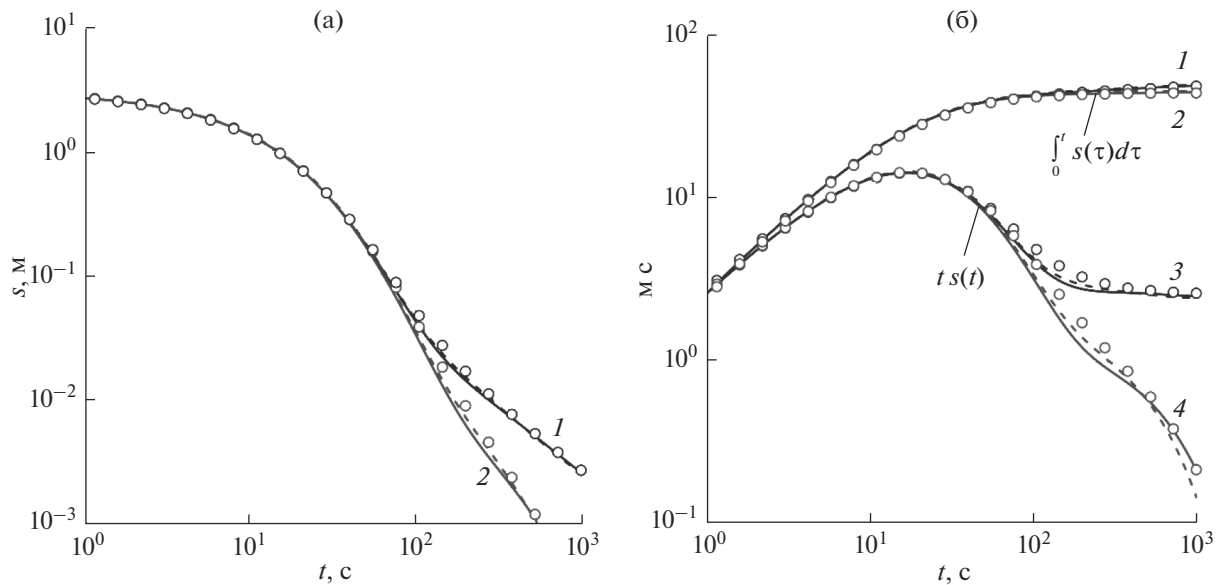


Рис. 3. Кривые изменения уровня (а) и преобразованные кривые изменения уровня (б) в несовершенной скважине (1, 3 – напорный, 2, 4 – безнапорный пласты).

соответствует тестируемому интервалу, $i = 2$ – наблюдательному интервалу).

Коэффициент влияния объема наблюдательного интервала равен $C_2 = V_2 C_w \rho_w g$ (V_2 – объем наблюдательного интервала, C_w – сжимаемость воды, ρ_w – плотность воды, g – ускорение свободного падения). Так как величина C_2 мала по сравнению с C_1 , то, полагая в (18) $C_{2d} \approx 0$, получим:

$$\begin{aligned} \bar{s}_{1d} &= \frac{C_{1d} \left(u \bar{h}_{11} + \frac{S_1}{l_{1d}} \right)}{1 + u C_{1d} \left(u \bar{h}_{11} + \frac{S_1}{l_{1d}} \right)}, \\ \bar{s}_{2d} &= \frac{C_{1d} u \bar{h}_{12}}{1 + u C_{1d} \left(u \bar{h}_{11} + \frac{S_1}{l_{1d}} \right)}. \end{aligned} \quad (19)$$

Видно, что в этом случае выражение для изменения напора в тестируемом интервале совпадает с (14), т.е. наблюдательный интервал не влияет на изменение напора в тестируемом интервале.

РЕЗУЛЬТАТЫ РАСЧЕТОВ

На рис. 3а представлены графики изменения уровня в несовершенной скважине в зависимости от времени, рассчитанные на основе полуаналитического решения (13) (сплошные линии), приближенного аналитического решения (14) (пунктирные линии) и численного решения задачи методом конечных элементов (символы). Расчеты

проводились при следующих значениях параметров: $s_0 = 3$ м, $k_r = 5 \times 10^{-6}$ м/с, $k_z = 10^{-6}$ м/с, $S_s = 10^{-5}$ м $^{-1}$, $C = 5 \times 10^{-4}$ м 2 , $S' = 0$, $r_w = 0.1$ м, $b = 10$ м, $z_1 = 4$ м, $z_2 = 8$ м. На рис. 3б представлены кривые изменения уровня, преобразованные с помощью соотношений [22]:

$$\frac{\partial h_d(t_d)}{\partial \ln t_d} = \frac{t_d s_d(t_d)}{C_d}, \quad I(s_d) = \frac{1}{C_d} \int_0^{t_d} s_d(\tau) d\tau. \quad (20)$$

Как видно из рис. 3б, преобразованные кривые изменения уровня в билигарифмических координатах аналогичны типовым кривым откачки и кривым логарифмической производной уровня в скважине, работающей с постоянным дебитом. По единичному наклону преобразованных кривых изменения уровня на малых временах можно диагностировать влияние объема ствола скважины. На больших временах нулевой наклон кривой 3 характеризует радиальный режим течения к несовершенной скважине в напорном пласте, а отрицательный наклон кривой 4 – влияние верхней границы безнапорного пласта.

Решение обратной задачи по определению неизвестных параметров k_r , k_z и S строится на основе минимизации функции невязки:

$$J = \sum_{i=1}^N (s_{\text{exp}}(t_i) - s_{\text{sim}}(t_i))^2, \quad (21)$$

где $s_{\text{exp}}(t_i)$, $s_{\text{sim}}(t_i)$ – наблюдаемые и вычисленные значения изменения уровня воды в скважине в

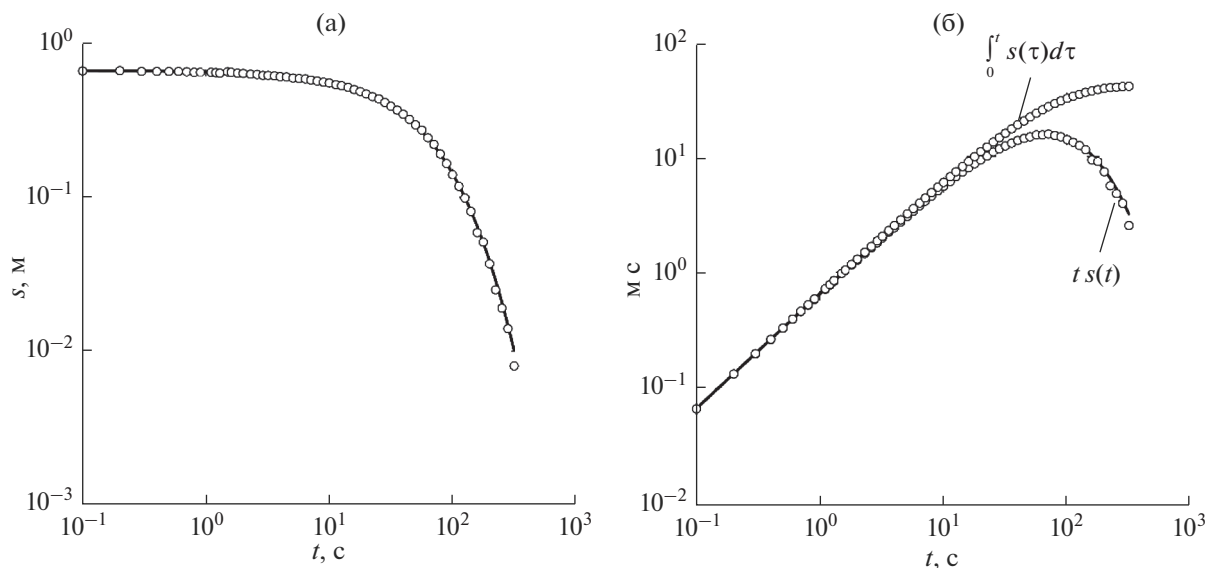


Рис. 4. Реальные (символами) и вычисленные (сплошные) кривые изменения уровня (а) и преобразованные кривые изменения уровня (б) в несовершенной скважине.

моменты времени t_i , $i = 1, \dots, N$. Для минимизации функции невязки (21) используется алгоритм Левенберга–Марквардта.

На рис. 4 представлен пример интерпретации опытных данных экспресс-откачки из несовершенной скважины в безнапорном пласте. Расчеты проводились с использованием следующих исходных данных [14]: $s_0 = 0.671$ м, $C = 1.28 \times 10^{-2}$ м², $S_s = 2 \times 10^{-4}$ м⁻¹, $r_w = 0.125$ м, $b = 47.87$ м, $z_1 = 29.58$ м, $z_2 = 31.1$ м. В результате решения обратной задачи получены следующие оценки параметров: $k_r = 3.97 \times 10^{-5}$ м/с, $k_z = 3.34 \times 10^{-5}$ м/с, $S = -0.49$. Следует отметить, что оценки скин-фактора и анизотропии проницаемости чувствительны к упругоэластичности пласта. Так, например, при увеличении упругоэластичности в два раза получены следующие оценки параметров: $k_r = 3.42 \times 10^{-5}$ м/с, $k_z = 9.07 \times 10^{-5}$ м/с, $S = -0.28$. Оценки коэффициента фильтрации по методу Бауэра–Райса и по модели KGS составили соответственно 4×10^{-5} и 4.87×10^{-5} м/с [14], что хорошо согласуется с результатами расчетов по предложенному методу.

На рис. 5 представлен пример обработки интервальной экспресс-откачки из вертикальной скважины в безнапорном пласте. В расчетах использовались следующие исходные данные [21]: $s_0 = 2.79$ м, $C_1 = 5 \times 10^{-4}$ м², $r_w = 0.0254$ м, $b = 12$ м, $z_1 = 7.4$ м, $z_2 = 8$ м, $z_3 = 6.5$ м, $z_4 = 6.8$ м. При решении обратной задачи в качестве целевой функции минимизации бралась сумма среднеквадратических отклонений между наблюдаемыми и вычисленными значениями напора в наблюдательном

и тестируемом интервалах. В результате решения обратной задачи получены следующие оценки параметров: $k_r = 1.45 \times 10^{-5}$ м/с, $k_z = 4.16 \times 10^{-8}$ м/с, $S_s = 3.6 \times 10^{-5}$ м⁻¹, $S_1 = -0.25$. Полученные оценки согласуются с результатами интерпретации интервальной экспресс-откачки из работы [21]: $k_r = 2.1 \times 10^{-5}$ м/с, $k_z = 1.3 \times 10^{-8}$ м/с, $S_s = 1.1 \times 10^{-5}$ м⁻¹.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Получено полуаналитическое решение задачи экспресс-откачки из несовершенной скважины в напорном или безнапорном анизотропном пласте с учетом скин-эффекта и условия равномерного распределения напора в интервале вскрытия. С использованием предположения о равномерности распределения притока воды в интервале вскрытия получено приближенное аналитическое решение задачи. Представлено асимптотическое решение задачи экспресс-откачки из несовершенной скважины в безнапорном пласте и показано, что для достоверной оценки коэффициента фильтрации графоаналитическими методами необходима априорная информация об анизотропии проницаемости и скин-эффекте. Получено приближенное аналитическое решение задачи интервальной экспресс-откачки из вертикальной скважины в напорном или безнапорном анизотропном пласте. На основе алгоритма Левенберга–Марквардта предложен метод определения анизотропии проницаемости и скин-эффекта по данным экспресс-откачек из несовершенных скважин и ин-

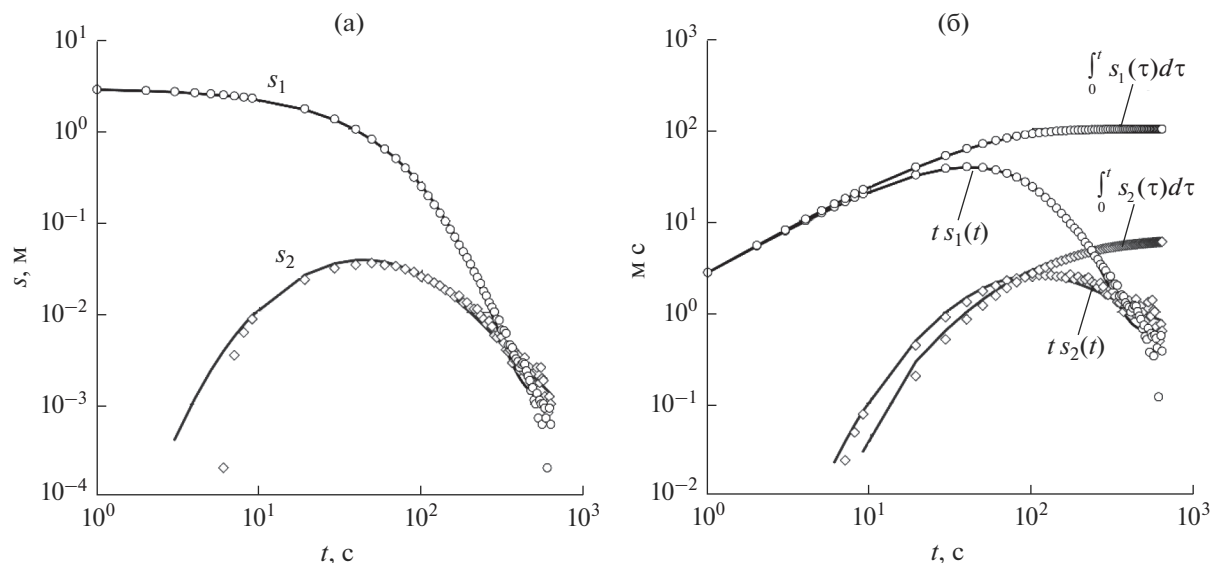


Рис. 5. Реальные (символы) и вычисленные (сплошные) кривые изменения напора (а) и преобразованные кривые изменения напора (б) в тестируемом и наблюдательном интервалах.

тервальных экспресс-откачек из вертикальных скважин.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Василевский В.Н., Умрихин И.Д., Каменецкий С.Г., Саитов А.У., Кузьмин В.М. Временное руководство по исследованию скважин "экспресс-методами". М.: ВНИИ, 1964. 70 с.
2. Веригин Н.Н., Васильев С.В., Саркисян В.С., Шержуков Б.С. Гидродинамические и физико-химические свойства горных пород. М.: Недра, 1977. 271 с.
3. Гамаюнов Н.И., Шержуков Б.С. Определение водопроницаемости грунтов в полевых условиях // Инженерно-физический журн. 1961. Т. 4. № 10. С. 71–78.
4. Каменецкий С.Г. Две задачи теории фильтрации упругой жидкости в упругой пористой среде // Тр. ВНИИ. Разработка нефтяных месторождений и подземная гидродинамика. М.: Гостоптехиздат, 1959. Вып. 19. С. 134–145.
5. Каменецкий С.Г., Саитов А.У. Экспресс-метод исследования пьезометрических непереливающих скважин // Нефтепромысловое дело. 1963. № 8. С. 8–11.
6. Крылов А.П., Глоговский М.М., Мирчинк М.Ф., Николаевский Н.М., Чарный И.А. Научные основы разработки нефтяных месторождений. М.; Л.: Гостоптехиздат, 1948. 416 с.
7. Лехов С.М., Лехов М.В. Методы расчета и причины ошибочных результатов экспресс-откачек из скважин // Инженерные изыскания. 2017. № 2. С. 38–50.
8. Морозов П.Е. Определение параметров пласта по данным мгновенного изменения давления в горизонтальной скважине // Нефтепромысловое дело. 2018. № 11. С. 36–42.
9. Морозов П.Е. Полуаналитическое решение задачи нестационарного притока жидкости к несовершенной скважине // Учен. зап. Казан. ун-та. Сер. Физ.-мат. науки. 2017. Т. 159. Кн. 3. С. 340–353.
10. Хейн А.Л. Неустановившаяся фильтрация жидкости и газа к скважине с открытым забоем, не полностью вскрывающей пласт // ДАН СССР. 1953. Т. 91. № 3. С. 467–470.
11. Шержуков Б.С. Определение сопротивления несовершенных скважин (скин-эффекта) по данным мгновенного налива или откачки и налива с постоянным дебитом // Тр. лаб. инженер. гидрогеологии. ВНИИ ВОДГЕО. М.: Стройиздат, 1972. Вып. 6. С. 193–209.
12. Шержуков Б.С., Гамаюнов Н.И. Методика расчета гидрогеологических параметров водоносных пластов при опробовании их опытной скважиной // Изв. вузов. Геология и разведка. 1964. № 5. С. 105–111.
13. Bouwer H., Rice R.C. A slug test for determining hydraulic conductivity of unconfined aquifers with completely or partially penetrating wells // Water Resour. Res. 1976. V. 12. № 3. P. 423–428.
14. Butler J.J. Jr. The design, performance, and analysis of slug tests. Boca Raton: Lewis Publishers, 1998. 252 p.
15. Chang C.C., Chen C.S. An integral transform approach for a mixed boundary problem involving a flowing partially penetrating well with infinitesimal well skin // Water Resour. Res. 2002. V. 38. № 6. P. 1071–1077.
16. Cooper H., Bredehoeft J.D., Papadopoulos I.S. Response of a finite-diameter well to an instantaneous charge of water // Water Resour. Res. 1967. V. 3. № 1. P. 263–269.
17. Dougherty D., Babu D. Flow to a partially penetrating well in a double-porosity reservoir // Water Resour. Res. 1984. V. 20. № 8. P. 1116–1122.

18. *Hantush M.S.* Hydraulics of wells // *Advances in Hydroscience* / Ed. Chow V.T. N. Y.: Acad. Press, 1964. V. 1. P. 281–432.
19. *Hyder Z., Butler J.J., Jr.* Slug tests in unconfined formations: an assessment of the Bouwer and Rice technique // *Ground Water*. 1995. V. 33. № 1. P. 16–22.
20. *Hyder Z., Butler J.J., Jr., McElwee C.D., Liu W.* Slug tests in partially penetrating wells // *Water Resour. Res.* 1994. V. 30. № 11. P. 2945–2957.
21. *Paradis D., Lefebvre R.* Single-well interference slug tests to assess the vertical hydraulic conductivity of unconsolidated aquifers // *J. Hydrol.* 2013. V. 478. P. 102–118.
22. *Peres A.M., Onur M., Reynolds A.C.* A new analysis procedure for determining aquifer properties from slug test data // *Water Resour. Res.* 1989. V. 25. № 7. P. 1591–1602.
23. *Perina T., Lee T.C.* General well function for pumping from a confined, leaky, or unconfined aquifer // *J. Hydrol.* 2006. V. 317. № 3–4. P. 239–260.
24. *Ramey H.J., Jr., Agarwal R.G.* Annulus unloading rates as influenced by wellbore storage and skin effect // *SPE J.* 1972. V. 12. № 5. P. 253–462.
25. *Rushing J.A.* A semianalytical model for horizontal well slug testing in confined aquifers. PhD Dissertation. Texas: Texas A&M Univ., 1997. 133 p.
26. *Sageev A.* Slug test analysis // *Water Resour. Res.* 1986. V. 22. № 8. P. 11323–1333.
27. *Yeh H.D., Chen Y.J., Yan S.Y.* Semi-analytical solution for a slug test in partially penetrating wells including the effect of finite-thickness skin // *Hydrol. Processes*. 2008. V. 22. № 18. P. 3741–3748.
28. *Zlotnik V.A.* Interpretation of slug and packer tests in anisotropic aquifers // *Ground Water*. 1994. V. 32. № 5. P. 761–766.
29. *Zlotnik V.A., Goss D., Duffield G.M.* General steady-state shape factor for a partially penetrating well // *Ground Water*. 2010. V. 48. № 1. P. 111–116.