ВОДНЫЕ РЕСУРСЫ, 2021, том 48, № 2, с. 155–163

ГИДРОФИЗИЧЕСКИЕ ПРОЦЕССЫ

УДК 532.5

О ВЛИЯНИИ ГОРИЗОНТАЛЬНЫХ РАЗМЕРОВ ВНУТРЕННИХ ВОДОЕМОВ НА ТОЛЩИНУ ВЕРХНЕГО ПЕРЕМЕШАННОГО СЛОЯ[1]

© 2021 г. Д. С. Гладских[a, b, d, *], В. М. Степаненко[b, d], Е. В. Мортиков[b, c, d]
[a]Институт прикладной физики РАН, Нижний Новгород, 603950 Россия
[b]Московский государственный университет им. М. В. Ломоносова, Москва, 119991 Россия
[c]Институт вычислительной математики им. Г.И. Марчука РАН, Москва, 119333 Россия
[d]Московский центр фундаментальной и прикладной математики, Москва, 119234 Россия
*e-mail: daria.gladskikh@gmail.com

Поступила в редакцию 05.12.2019 г.
После доработки 17.03.2020 г.
Принята к публикации 24.09.2020 г.

Проведено исследование влияния горизонтальных размеров внутренних водоемов (озер и водохранилищ) на протекающие в них процессы перемешивания. В качестве инструментов для проведения расчетов выбраны трехмерная гидростатическая модель и одномерная модель LAKE, основанная на осреднении трехмерных уравнений по горизонтальному сечению водоема. Для описания процессов вертикального обмена в обеих моделях использовалось k–ε-замыкание. В модели LAKE реализован учет гравитационных колебаний за счет параметризации градиента давления и горизонтальной вязкости. Проведена верификация моделей на примере численного эксперимента Като–Филлипса и серия численных экспериментов, демонстрирующих эффект горизонтального размера водного объекта на глубину перемешанного слоя. Подтверждена необходимость учета горизонтальных размеров водного объекта при моделировании вертикального распределения температуры в озерах и водохранилищах с размерами много меньше внутреннего радиуса деформации Россби.

Ключевые слова: математическое моделирование, внутренние водоемы, турбулентность, сейши.
DOI: 10.31857/S0321059621020061

ВВЕДЕНИЕ

Внутренние водоемы (озера и водохранилища) занимают 1.3–1.8% общей площади материков [16, 21], имеют большое значение в социально-экономическом развитии соответствующих регионов и являются объектом исследования во многих задачах гидрологии, экологии, метеорологии и климатологии. Термогидродинамические характеристики озер и водохранилищ оказывают существенное влияние на ряд процессов региональной циркуляции атмосферы. Помимо этого, изменения температуры в озерах и водохранилищах могут способствовать процессам эвтрофикации [3, 6, 7], т.е. повышению биологической продуктивности водных объектов, в частности в результате роста биомассы диатомовых и вредоносных сине-зеленых водорослей, что может приводить к массовому замору рыбы и ухудшению качества воды.

Также нельзя не отметить роль внутренних водоемов в изменении климата и реакцию водных объектов на эти изменения [1, 13, 28]. В регионах с большим количеством озер и водохранилищ наблюдается выраженное потепление климата [12], в связи с этим отмечается более ранний период вскрытия льда и более короткая продолжительность ледостава. Для учета взаимодействия внутренних водоемов и атмосферы необходимо включать в климатические модели расчет термогидродинамических и биологических характеристик вод суши. Важно корректное воспроизведение термогидродинамики озер в мезомасштабных моделях атмосферы, где пространственное разрешение достигает нескольких километров, что меньше по сравнению с характерными горизонтальными размерами крупных внутренних водоемов.

Важный аспект при моделировании термогидродинамики внутренних водоемов – правильное описание процессов перемешивания, в том числе связанных с гравитационными (сейшевыми) колебаниями. Сейши возникают вследствие горизонтального перераспределения массы и дей-

[1] Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ (проекты 17-05-41117, 18-05-00292, 18-35-00602). Расчеты с применением трехмерной термогидродинамической модели выполнены при поддержке РНФ (проект № 17-17-01210).

ствия градиента гидростатического давления и не принимаются во внимание в большинстве существующих одномерных (по вертикали) моделей. Однако при моделировании озер и водохранилищ с горизонтальными размерами, существенно меньшими, чем внутренний радиус деформации Россби L_R, сила Кориолиса становится пренебрежимо малой в сравнении с силой горизонтального градиента давления [10], а модели, не учитывающие сейши, не позволяют получить корректное описание поля скорости в подобных водоемах, что может приводить к заметной ошибке толщины перемешанного слоя (речь идет о завышении данного значения, особенно в период летней стратификации озер и водохранилищ [27]). Для умеренных широт L_R составляет 2–3 км, и следует ожидать, что сейши будут значимым образом влиять на процессы перемешивания в относительно небольших озерах, которые составляют большую часть внутренних водоемов суши [5].

Задача настоящего исследования – оценка влияния горизонтальных размеров водоема на процессы перемешивания в озерах и водохранилищах, в частности на толщину перемешанного слоя. Для упрощения анализа рассмотрены водоемы идеализированной формы и с постоянным по времени атмосферным воздействием.

МЕТОДЫ ОПИСАНИЯ ПРОЦЕССОВ ТЕРМОГИДРОДИНАМИКИ ВНУТРЕННИХ ВОДОЕМОВ

К настоящему времени созданы математические модели различной пространственной размерности, позволяющие рассчитать распределение термогидродинамических величин во внутренних водоемах. Наиболее детальное описание дают трехмерные модели [4, 13, 18], основа которых – осредненная по Рейнольдсу система уравнений термогидродинамики в приближении Буссинеска и гидростатики [2]. Именно такая система рассматривается в настоящей работе для описания циркуляции термически стратифицированного внутреннего водоема. Пренебрежение эффектами коротковолновой радиации справедливо для небольших временны́х масштабов в теплое время года ночью и в холодное время, когда воздействие ветра на гидродинамику водоема практически отсутствует. Таким образом, постановка задачи в настоящей работе – относительно грубое приближение к условиям в природе, однако она позволяет в чистом виде выделить влияние горизонтальных размеров водного объекта на вертикальное распределение температуры, которое, очевидно, имеет место и в реальных объектах. В указанных условиях система уравнений принимает следующий вид:

$$\frac{\partial u}{\partial t} = -A(u) + D_H(u,\lambda_m) + D_z(u,K_m+\nu) - \mathrm{g}\frac{\partial\eta}{\partial x} - \frac{\mathrm{g}}{\rho_0}\frac{\partial}{\partial x}\int_z^\eta \rho dz' + fv, \tag{1}$$

$$\frac{\partial v}{\partial t} = -A(v) + D_H(v,\lambda_m) + D_z(v,K_m+\nu) - \mathrm{g}\frac{\partial\eta}{\partial y} - \frac{\mathrm{g}}{\rho_0}\frac{\partial}{\partial y}\int_z^\eta \rho dz' - fu, \tag{2}$$

$$\nabla\cdot\mathbf{u} = \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial w}{\partial z} = 0, \tag{3}$$

$$\frac{\partial T}{\partial t} = -A(T) + D_H(T,\lambda_h) + D_z(T,K_h+\chi'), \tag{4}$$

$$\rho = \rho(T), \tag{5}$$

$$\frac{\partial\eta}{\partial t} = w. \tag{6}$$

Здесь $\mathbf{u} = (u,v,w)$ – вектор скорости; η – отклонение свободной поверхности от равновесного состояния; T – температура; ρ – плотность; $K_m(\lambda_m)$ и $K_h(\lambda_h)$ – коэффициенты вертикальной (горизонтальной) турбулентной вязкости и температуропроводности соответственно; ν, χ' – коэффициенты молекулярной вязкости и температуропроводности; f – параметр Кориолиса (принимается постоянным); g – ускорение свободного падения; z – вертикальная координата, проходящая от дна водоема $z = -H(x, y)$ до поверхности; t – время.

В системе уравнений (1)–(6) $A(q)$ – оператор адвекции:

$$A(q) = \frac{\partial uq}{\partial x} + \frac{\partial vq}{\partial y} + \frac{\partial wq}{\partial z},$$

а $D_H(q,\lambda)$ и $D_z(q,K)$ – операторы горизонтальной и вертикальной диффузии с коэффициентами λ и K соответственно:

$$D_H(q,\lambda) = \frac{\partial}{\partial x}\lambda\frac{\partial q}{\partial x} + \frac{\partial}{\partial y}\lambda\frac{\partial q}{\partial y},$$

$$D_z(q,K) = \frac{\partial}{\partial z}K\frac{\partial q}{\partial z}.$$

Для изучения гидрологических и термодинамических характеристик внутренних водоемов сезонных, годовых и климатических масштабов на сегодняшний день наиболее подходят одномерные модели, отличающиеся вычислительной простотой. Одномерную систему уравнений, описывающую вертикальное распределение импульса и тепла, можно получить осреднением приведенных выше трехмерных уравнений (1)–(6) по горизонтальному сечению водоема [11, 26]:

$$\frac{\partial \overline{T}}{\partial t} = \frac{1}{A}\frac{\partial}{\partial z}\left(A\left(K_h + \chi'\right)\frac{\partial \overline{T}}{\partial z}\right), \quad (7)$$

$$\frac{\partial \overline{u}}{\partial t} = -\overline{\left(\frac{1}{\rho}\frac{\partial p}{\partial x}\right)} + \frac{1}{A}\frac{\partial}{\partial z}\left(A\left(K_m + \nu\right)\frac{\partial \overline{u}}{\partial z}\right) - \\ - \frac{1}{A}\frac{dA}{dz}\left(\left(K_m + \nu\right)\frac{\partial \overline{u}}{\partial z}\right)_{\text{bot}} + \overline{D_H\left(u, \lambda_m\right)} + f\overline{v}, \quad (8)$$

$$\frac{\partial \overline{v}}{\partial t} = -\overline{\left(\frac{1}{\rho}\frac{\partial p}{\partial y}\right)} + \frac{1}{A}\frac{\partial}{\partial z}\left(A\left(K_m + \nu\right)\frac{\partial \overline{v}}{\partial z}\right) - \\ - \frac{1}{A}\frac{dA}{dz}\left(\left(K_m + \nu\right)\frac{\partial \overline{v}}{\partial z}\right)_{\text{bot}} + \overline{D_H\left(v, \lambda_m\right)} - f\overline{u}. \quad (9)$$

Здесь $A(z)$ – площадь горизонтального сечения водоема, p – гидростатическое давление, горизонтальная черта означает осреднение по $A(z)$. Здесь в соответствии со сказанным выше поток тепла на нижней границе положен равным 0, а поток импульса считается постоянным на границе каждого горизонтального сечения (величины, обозначенные индексом “bot”).

При записи систем уравнений (1)–(6) и (7)–(9) предположена также справедливость градиентного приближения для описания турбулентных потоков. Для задач настоящей работы представляется важным, чтобы вертикальное перемешивание в трехмерной и одномерной моделях представлялось схожим образом. Поэтому для расчета коэффициентов K_m и K_h в обеих моделях далее используется двухпараметрическое k–ε-замыкание в стандартной формулировке [8, 20]. Оно основано на прогностических уравнениях для кинетической энергии турбулентности (ТКЭ, k) и скорости ее диссипации ε:

$$\frac{\partial k}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial z}\left(\frac{K_m}{\delta_k} + \nu\right)\frac{\partial k}{\partial z} + P + B - \varepsilon, \quad (10)$$

$$\frac{\partial \varepsilon}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial z}\left(\frac{K_m}{\delta_\varepsilon} + \nu\right)\frac{\partial \varepsilon}{\partial z} + \frac{\varepsilon}{k}\left(C_{1\varepsilon}P - C_{2\varepsilon}\varepsilon + C_{3\varepsilon}B\right), \quad (11)$$

$$K_m = C_\varepsilon \frac{k^2}{\varepsilon}, \quad (12)$$

$$K_h = C_{\varepsilon T}\frac{k^2}{\varepsilon} = \frac{C_{\varepsilon T}}{C_\varepsilon}K_m. \quad (13)$$

Здесь слагаемое P соответствует генерации энергии турбулентности за счет сдвига скорости; B описывает генерацию или потребление энергии за счет действия сил плавучести; $\delta_k, \delta_\varepsilon$ – турбулентные числа Шмидта для ТКЭ и скорости диссипации соответственно; $C_{1\varepsilon}, C_{2\varepsilon}, C_{3\varepsilon}$ – эмпирические константы; C_ε и $C_{\varepsilon T}$ – функции устойчивости для импульса и скалярных величин, полагаемые постоянными.

Система уравнений одномерной модели (7)–(13) не замкнутая, параметризации требуют первое, третье и четвертое слагаемые в правой части (8)–(9). Трехмерная и одномерная системы уравнений дополняются необходимыми граничными условиями.

ПАРАМЕТРИЗАЦИЯ ГРАДИЕНТА ДАВЛЕНИЯ И ГОРИЗОНТАЛЬНОЙ ВЯЗКОСТИ ДЛЯ ОДНОМЕРНОЙ МОДЕЛИ

Представлен вывод параметризации горизонтального градиента давления и силы горизонтальной вязкости для двухмерного водоема без учета силы Кориолиса. Случай трехмерного водоема с учетом вращения Земли и без горизонтальной вязкости рассмотрен в [10]. Для учета сейш используется метод, основанный на явном воспроизведении первой горизонтальной моды. Пусть жидкость состоит из N слоев (рис. 1) постоянной плотности ρ_i ($\rho_{i+1} > \rho_i$). Толщину каждого слоя h_i запишем в виде: $h_i = H_i + h_i'$ (H_i – толщина i-го слоя в состоянии покоя жидкости, h_i' – отклонение толщины, причем $\left|h_i'/H_i\right| \ll 1$, H – глубина водоема). Задача рассматривается для прямоугольника $[-L_x/2, L_x/2]\times[0, H]$. Решение этой задачи эквивалентно решению трехмерной задачи в области $[-L_x/2, L_x/2] \times [-L_y/2, L_y/2]\times[0, H]$, в которой поток импульса на поверхности направлен вдоль оси x, а компонента скорости по оси y равна 0.

Для каждого слоя можно записать следующие линеаризованные уравнения движения, неразрывности и гидростатики:

$$\frac{\partial u_i}{\partial t} = -\frac{1}{\rho_i}\frac{\partial p_i'}{\partial x} + \lambda_m\frac{\partial^2 u_i}{\partial x^2}, \quad (14)$$

$$\frac{\partial h_i'}{\partial t} + H_i\frac{\partial u_i}{\partial x} = 0, \quad (15)$$

$$p_i' = \mathrm{g}\sum_{k=1}^{N}\rho_{\min(i,k)}h_k', \quad i = \overline{1, N}. \quad (16)$$

Воспользовавшись тем обстоятельством, что во внутренних водоемах энергия мод с первым горизонтальным волновым числом, как правило, преобладает в спектре внутренних колебаний [19, 25], представим решение системы (14)–(16) в виде ряда Фурье до первой гармоники и осредним результат по горизонтальному сечению, которое в данном случае есть $[-L_x/2, L_x/2]$. В результате получим:

$$\frac{\partial \overline{u}_j}{\partial t} = -\frac{\pi \mathrm{g}}{2L_x p_i}\sum_{k=1}^{N}\rho_{\min(i,k)}\Delta_x\overline{h_k'} - \frac{\pi\nu\overline{u}_i}{L_x^2}, \quad (17)$$

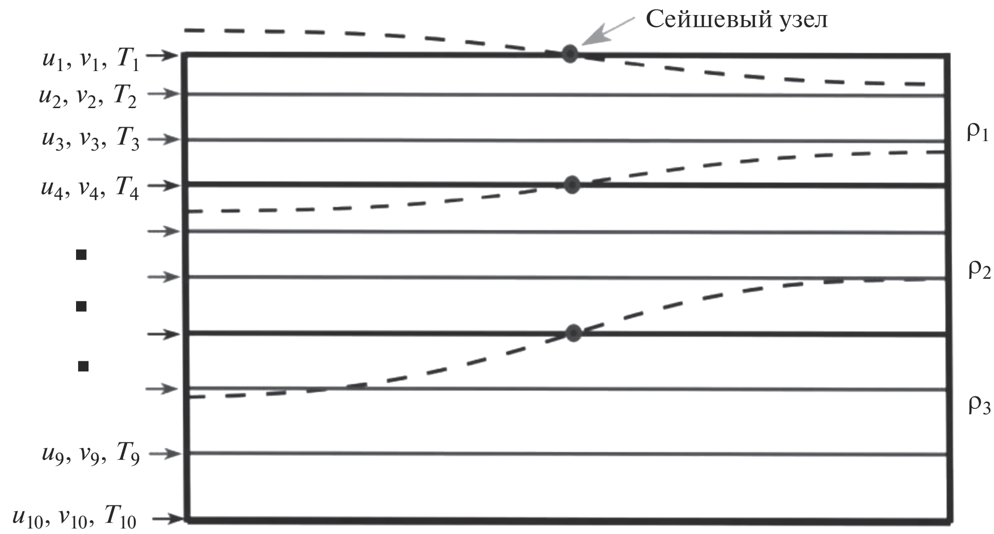

Рис. 1. Многослойное представление жидкости в параметризации сейш одномерной модели LAKE.

$$\frac{d\overline{\Delta_x h_i'}}{dt} = \frac{2\pi H_i}{L_x}\overline{u}_i, \quad i = \overline{1, N}, \tag{18}$$

где введено обозначение $\overline{\Delta_x h_i'}$ – разность величин h_i', осредненным по правой ($[0, L_x/2]$) и по левой ($[-L_x/2, 0]$) половинам сечения [17]. Данная система связывает осредненную по горизонтали компоненту скорости со средним градиентом давления. В системе (17)–(18) вертикальное распределение переменных является кусочно-постоянным, в отличие от системы (7)–(9), которая сформулирована относительно дифференцируемых по z функций. Используем уравнения (17)–(18) для замыкания системы (7)–(9); для этого в непрерывном по вертикали профиле плотности воды $\rho = \rho\left[\overline{T}(z,t)\right]$ выделим N слоев с толщинами $H_i = z_{i+1} - z_i$, в каждом из которых плотность меняется по глубине незначительно. В каждом таком слое горизонтальный градиент давления можно рассчитать с помощью (17)–(18) с использованием в качестве $\overline{u_i}$ осредненной по вертикали в пределах слоя горизонтальной скорости из одномерной модели $\overline{u}(z,t)$; при этом этот градиент будет иметь постоянное значение внутри каждого полуинтервала $[z_i, z_{i+1})$. Дополненная таким образом система уравнений одномерной модели записывается в следующем виде:

$$\frac{\partial\overline{u}}{\partial t} - \frac{\partial}{\partial z}(K_m + \nu)\frac{\partial\overline{u}}{\partial z} =$$
$$= -\frac{\pi g}{2L_x\rho_i}\sum_{k=1}^{N}\rho_{\min(i,k)}\overline{\Delta_x h_k'} - \frac{\pi\nu\overline{u_i}}{L_x^2}, \quad i\colon z \in [z_i, z_{i+1}),$$

$$\frac{d\overline{\Delta_x h_i'}}{dt} = \frac{2\pi H_i}{L_x}\widehat{u_i}, \quad i = \overline{1, N},$$

$$\hat{u}_i = H_i^{-1}\int_{z_i}^{z_{i+1}}\overline{u}dz, \quad i = \overline{1, N}.$$

Полученную модель можно классифицировать как 1.5-мерную, так как в ней частично учитываются эффекты горизонтальной неоднородности заданной формы; с математической точки зрения здесь присутствуют элементы уравнений в частных производных, обыкновенных дифференциальных и интегральных уравнений. В дальнейшем изложенное замыкание одномерной системы будет называться также параметризацией сейш, так как оно позволяет явно воспроизводить сейши с горизонтальным волновым номером 1.

ПОСТАНОВКА ЧИСЛЕННЫХ ЭКСПЕРИМЕНТОВ

В численных экспериментах использовалась одномерная модель LAKE (подробное описание – в [9]), дополненная параметризацией сейш. Модель развивается в МГУ им. М.В. Ломоносова и включена в последнюю версию модели деятельного слоя суши, развиваемой Институтом вычислительной математики (ИВМ) им. Г.И. Марчука РАН [2] и МГУ. Для верификации одномерной модели использовалась трехмерная гидростатическая модель, разрабатываемая в НИВЦ МГУ и ИВМ РАН на основе единого гидродинамического кода, объединяющего подходы DNS (Direct Numerical Simulation), LES (Large-Eddy Simulation) и RANS (Reynolds-Averaged Navier-Stokes) для расчета геофизических турбулентных течений [22, 23]. Численный метод решения системы уравнений (1)–(6) основан на консервативных конечно-разностных методах дискретизации на прямоугольных сетках и использовании полунеявного метода для аппроксимации по времени, в котором адвективный перенос и горизонтальная диффузия описываются явными схемами.

Значения эмпирических констант в k–ε замыкании одномерной и трехмерной моделей согласованы с приведенными в статье [27], их выбор обосновывается, например, в работах [14, 15]. Отметим, что турбулентное число Прандтля принято константой $\mathrm{Pr}_t = K_m/K_h = 1.25$, а константа $C_{3\varepsilon}$, определяющая изменение скорости диссипации под действием сил плавучести, полагалась равной 1.14 при $B > 0$ и −0.4 при $B < 0$.

С применением одномерной и трехмерной моделей проведены следующие эксперименты: верификация на основе численной реализации классического лабораторного эксперимента Като–Филлипса [17], результаты которого служат основным материалом для калибровки турбулентных замыканий для сдвиговых течений в стратифицированной жидкости, и расчеты с идеализированными водоемами прямоугольного вертикального сечения при различных горизонтальных размерах (10 и 1000 м).

В эксперименте Като–Филлипса рассматривается однородная по горизонтали стратифицированная жидкость, а вертикальные границы отсутствуют. Начальный профиль температуры линейный, а единственным источником турбулентности считается ветер, обеспечивающий постоянный поток импульса на поверхности. В классической постановке, описанной в [17], рассматривался кольцевой резервуар, на поверхности которого создавалось напряжение трения в направлении по окружности. Внутренний и внешний диаметры составляли 152.4 и 106.7 см соответственно; таким образом, ширина канала была равна 22.8 см. Глубина резервуара составляла 28 см.

Результаты данного эксперимента хорошо описывает теоретическая формула изменения толщины перемешанного слоя во времени [24]:

$$h_{ML}(t) = \frac{C u^* \sqrt{t}}{\sqrt{N(t=0)}} \quad (C \sim 1.05), \tag{19}$$

где h_{ML} – толщина перемешанного слоя, u^* – скорость трения на поверхности ($u^* = \sqrt{\tau/\rho_0}$).

Для численной реализации эксперимента Като–Филлипса приведенные выше уравнения одномерной и трехмерной моделей дополнены следующими граничными условиями на дне:

$$\frac{\partial T}{\partial z} = 0,$$

$$\frac{\partial v}{\partial z} = 0,$$

$$w = 0,$$

на поверхности:

$$\frac{\partial T}{\partial z} = 0,$$

$$\frac{\partial v}{\partial z} = 0,$$

$$-\rho(K_m + \nu)\frac{\partial u}{\partial z} = \tau.$$

В трехмерной модели задавались условия периодичности по горизонтальным координатам.

Для серии экспериментов с наличием вертикальных стенок трехмерная модель была дополнена боковыми граничными условиями:

$$\left.\frac{\partial T}{\partial x}\right|_{x=-L_x/2,L_x/2} = 0, \quad \left.\frac{\partial T}{\partial y}\right|_{y=-L_y/2,L_y/2} = 0,$$

$$u\big|_{x=-L_x/2,L_x/2} = 0, \quad v\big|_{y=-L_y/2,L_y/2} = 0,$$

$$\left.\frac{\partial \eta}{\partial x}\right|_{x=-L_x/2,L_x/2} = 0, \quad \left.\frac{\partial \eta}{\partial y}\right|_{y=-L_y/2,L_y/2} = 0.$$

Примечательно, что в одномерной модели боковые граничные условия не задаются, но первая горизонтальная мода полей скорости и давления, для которой получена параметризация сейш, удовлетворяет условиям выше.

Во всех экспериментах заданы следующие параметры:

глубина водоема – 10 м;

время расчета – 7 либо 30 дней;

начальный градиент температуры – $\partial T/\partial z = 1.5$°C/м, что соответствует частоте Брента–Вяйсяля (частоте плавучести) – $N = 4\times10^{-2}$ с$^{-1}$;

поток импульса на поверхности – $\tau = 10^{-2}$ Н/м^2,

сила Кориолиса не учитывается.

При изложенных выше граничных условиях, параметрах эксперимента и выборе однородных по y начальных условий трехмерная задача становится двухмерной, что соответствует предположениям, используемым выше в одномерной модели.

ДИНАМИКА ТОЛЩИНЫ ПЕРЕМЕШАННОГО СЛОЯ

Обе модели в рамках численной реализации классического эксперимента Като–Филлипса продемонстрировали хорошее согласие с аналитическим решением. Что касается экспериментов с водоемами конечного размера, то продемонстрировано, что с увеличением продольного раз-

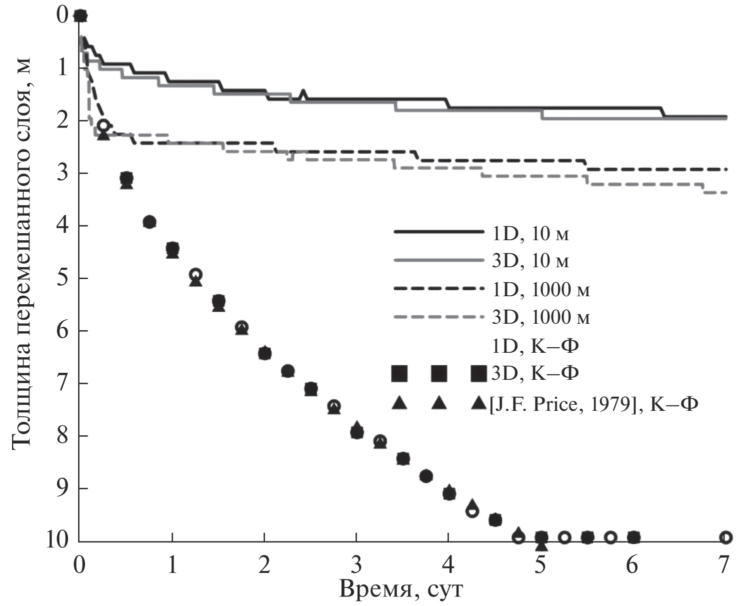

Рис. 2. Изменение толщины перемешанного слоя со временем при расчетах конечных водоемов и в классическом эксперименте Като–Филлипса.

мера водоема толщина перемешанного слоя также возрастает (рис. 2).

Важно отметить, что, насколько известно авторам, лабораторного эксперимента для подобных условий не проводилось, и эмпирическая оценка, аналогичная (19), отсутствует; поэтому в качестве “эталонного” результата в данном случае авторы полагают возможным считать результат, полученный трехмерной гидростатической моделью. Одномерная модель демонстрирует хорошее согласие с трехмерной: параметризация горизонтального градиента давления и вязкости позволяет реалистично воспроизвести толщину перемешанного слоя. Глубина перемешанного слоя h_{ML} существенно зависит от горизонтальных размеров водоема, и чем больше водоем, тем ближе она становится к результату классического эксперимента Като–Филлипса, где вертикальные стенки отсутствуют. Ограничение h_{ML} при наличии вертикальных стенок объясняется тем, что в водоеме в этом случае возникает градиент гидростатического давления, действующий противоположно потоку импульса из атмосферы. Это приводит к установлению квазистационарной циркуляции в перемешанном слое. В бесконечном по горизонтали слое воды (эксперимент Като–Филлипса) горизонтальный градиент давления не возникает, поток импульса из атмосферы приводит к монотонному и неограниченному увеличению максимальной скорости в перемешанном слое, что, в свою очередь, способствует быстрому росту h_{ML}.

ВЕРТИКАЛЬНАЯ СТРУКТУРА ТЕЧЕНИЯ

В численных экспериментах для прямоугольных водоемов с различными горизонтальными размерами проведен также анализ вертикального распределения температуры, скорости течения и коэффициента турбулентной вязкости. Продолжительность численных экспериментов составила 30 дней, остальные параметры расчетов описаны выше. Сравнения между одномерной и трехмерной моделями проводились на 7-й и 30-й дни расчетов.

Сопоставлены профили вертикального распределения температуры (рис. 3).

Продемонстрировано хорошее согласие между моделями на временны́х масштабах в несколько дней. Различия между результатами, полученными с помощью рассмотренных в работе моделей, для больших временны́х интервалов (≥30 дней) для водоема длиной 1000 м могут быть связаны с особенностями моделей: напомним, что одномерная модель построена на осреднении трехмерных уравнений, а параметризация градиента давления учитывает сейши только первой горизонтальной моды. Примечательно при этом, что для водоема длиной 10 м на 30-й день две модели дают практически идентичные профили температуры.

Это позволяет предположить, что в трехмерной модели доля кинетической энергии гармоник с волновым номером >1 в общей кинетической энергии больше для водоема длиной 1000 м, чем для водоема длиной 10 м.

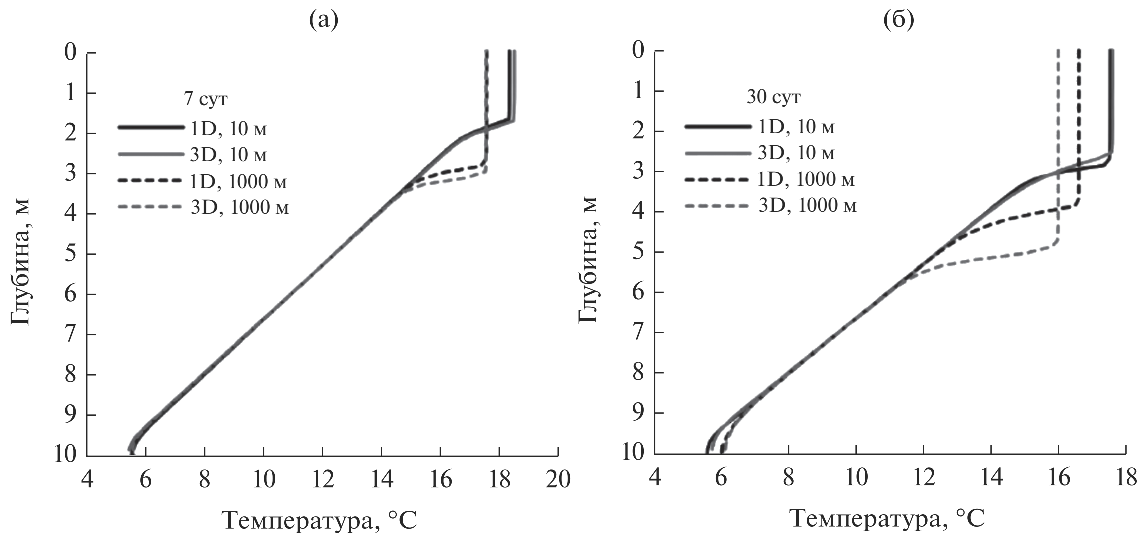

Рис. 3. Вертикальное распределение температуры на 7-й (а), на 30-й (б) дни расчета по одномерной и трехмерной моделям.

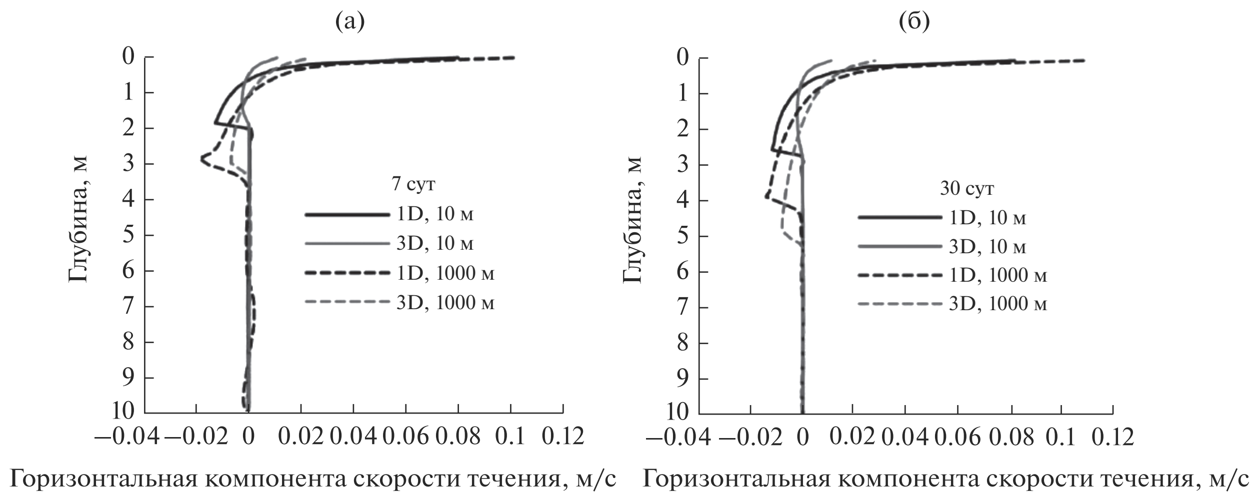

Рис. 4. Вертикальное распределение горизонтальной скорости на 7-й (а), на 30-й (б) дни расчета.

Таким образом, первая горизонтальная мода, параметризованная в одномерной модели, хуже описывает поле скорости для водоема длиной 1000 м, чем для водоема длиной 10 м, что приводит к менее точному воспроизведению вертикального турбулентного обмена и скорости заглубления перемешанного слоя.

Отметим, что результаты обсуждаемых численных экспериментов для временнóго масштаба за пределами 7–10 дней представляют сугубо теоретический интерес. Дело в том, что в постановке эксперимента поток импульса из атмосферы, определяемый ветром, имеет постоянные скорость и направление в течение всего времени расчета. В природе подобной ситуации не бывает. Во-первых, статистически значим суточный ход ветра: как правило, ветер сильнее днем и слабее ночью. Во-вторых, изменения ветра синоптического временнóго масштаба связаны с прохождением циклонов и антициклонов, время жизни которых составляет, как правило, 7–10 дней; так что для небольших временны́х масштабов (не более нескольких дней) в крайне редких случаях возможна ветровая обстановка, подобная заданной в эксперименте.

Помимо распределения температуры воды, проанализировано также вертикальное распределение скорости течения (рис. 4).

В профилях скорости течений в нижней части перемешанного слоя наблюдаются противопо-

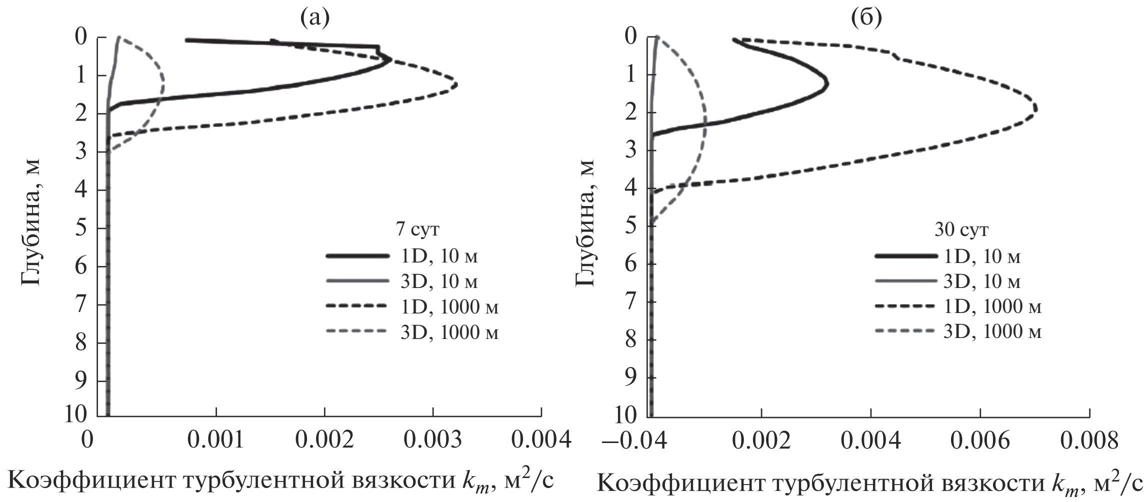

Рис. 5. Вертикальное распределение коэффициента турбулентной вязкости на 7-й (а), на 30-й (б) день расчета.

ложные направления градиента давления и скорости ветра, а сама структура течения квазистационарная. В термоклине наблюдаются гравитационные колебания, амплитуда которых подавляется горизонтальной вязкостью.

Профили коэффициента турбулентной вязкости (рис. 5) показывают, что ее значения в перемешанном слое в одномерной модели намного больше, чем в трехмерной. Это можно объяснить следующим механизмом: в обеих моделях трение между противоположно направленными верхним и нижним течениями существует вследствие вертикальной турбулентной вязкости, но в трехмерной модели воспроизводятся также вертикальные “ветви” циркуляционной ячейки, роль которых заключается в переносе импульса между верхней и нижней границами перемешанного слоя. Это способствует уменьшению разности скорости течений в трехмерной модели, так что в одномерной модели сдвиг скорости оказывается сильнее. В соответствии с формулой (10) в одномерной модели больше оказывается и генерация турбулентной кинетической энергии, что и приводит к завышению коэффициента турбулентной вязкости. В связи с этим при описании, например, турбулентного переноса фитопланктона и парниковых газов по вертикали в перемешанном слое результаты одномерной модели могут содержать заметные ошибки, и этот аспект требует дальнейших исследований.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

По результатам настоящего исследования можно заключить, что горизонтальные размеры водоемов оказывают существенное влияние на глубину верхнего перемешанного слоя и с увеличением размера водоема увеличивается скорость заглубления термоклина. Подтверждена необходимость учета сейшевых колебаний для корректного описания динамики перемешивания в водоемах с горизонтальными размерами намного меньшими, чем радиус деформации Россби. Предложенная В.М. Степаненко параметризация градиента давления и горизонтальной вязкости для одномерной модели LAKE позволяет с достаточной точностью воспроизводить толщину перемешанного слоя. При этом важно отметить, что одномерная модель завышает значения скорости течений, а в связи с этим – и значения коэффициента турбулентной вязкости. Авторы планируют исследовать, насколько данный факт будет влиять на корректность расчетов при моделировании, в частности, процессов переноса фитопланктона и парниковых газов в реальных водных объектах.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Астраханцев Г.П., Меншуткин В.В., Петрова Н.А., Руховец Л.А.* Математическое моделирование крупных стратифицированных озер. СПб.: Наука, 2003. С. 320.

2. *Володин Е.М., Дианский Н.А., Гусев А.В.* Модель земной системы INMCM4: воспроизведение и прогноз климатических изменений в 19–21 веках с помощью модели земной климатической системы ИВМ РАН // Изв. РАН. Физика атмосферы и океана. 2013. Т. 49. № 4. С. 379–390.

3. *Горбунов М.Ю.* Вертикальное распределение бактериохлорофиллов в гумозных озерах Волжско-Камского заповедника (Республика Татарстан) // Поволжский экол. журн. 2011. № 3. С. 280–293.

4. *Дианский Н.А., Фомин В.В., Выручалкина Т.Ю., Гусев А.В.* Воспроизведение циркуляции Каспийского моря с расчетом атмосферного воздействия с

помощью модели WRF // Тр. КарНЦ РАН. Сер. Лимнология. 2016. № 5. С. 21–34.

5. *Иванов П.В.* Классификация озер по величине и по их средней глубине // Бюл. ЛГУ. 1948. № 21. С. 29–36.
6. *Козицкая В.Н.* Влияние экологических факторов (освещение, температура) на рост водорослей // Гидробиол. журн. 1989. № 6. С. 55–70.
7. *Крейман К.Д., Голосов С.Д., Сковородов Е.П.* Влияние турбулентного перемешивания на фитопланктон // Вод. ресурсы. 1992. № 3. С. 92–97.
8. *Лыкосов В.Н.* О проблеме замыкания моделей турбулентного пограничного слоя с помощью уравнений для кинетической энергии турбулентности и скорости ее диссипации // Изв. АН СССР. Физика атмосферы и океана. 1992. № 28. С. 696–704.
9. *Степаненко В.М.* Математическое моделирование теплового режима и динамики парниковых газов в водоемах суши. Дис. ... докт. физ.-мат. наук. М.: МГУ, 2018. 361 с.
10. *Степаненко В.М.* Параметризация сейш для одномерной модели водоема // Тр. МФТИ. 2018. Т. 10. № 1. С. 97–111.
11. *Степаненко В.М.* Численное моделирование взаимодействия атмосферы с водоемами суши. Дис. ... канд. физ.-мат. наук. М.: МГУ, 2007. 159 с.
12. *Эдельштейн К.К.* Структурная гидрология суши. М.: Геос, 2005. 316 с.
13. *Abbasi A., Annor F.O., Giesen N.V.* Investigation of temperature dynamics in small and shallow reservoirs, case study: Lake Binaba, Upper East Region of Ghana // Water. 2016. V. 8. № 3. P. 84.
14. *Burchard H.* Applied turbulence modelling in marine waters. Berlin: Springer-Verlag Berlin Heildelberg, 2002. 218 p.
15. *Burchard H., Bolding K.* Comparative analysis of four second-moment turbulence closure models for the oceanic mixed layer // J. Phys. Oceanogr. 2001. V. 31. P. 1943–1968.
16. *Downing J.A., Prairie Y.T., Cole J., Duarte C.M.* The global abundance and size distribution of lakes, ponds, and impoundments // Limnol. Oceanograph. 2006. V. 51. № 5. P. 2388–2397.
17. *Kato H., Phillips O.M.* On the penetration of a turbulent layer into stratified fluid // J. Fluid Mech. 1969. V. 37. № 4. P. 643.
18. *Kelley J.G.W., Hobgood J.S.K., Bedford W., Schwab D.J.* Generation of three-dimensional lake model forecasts for lake Erie // Wea. Forecast. 1998. № 13. P. 659–687.
19. *Marchenko A.V., Morozov E.G.* Seiche oscillations in Lake Valunden (Spitsbergen) // Russ. J. Earth. Sci. 2016. V. 16. № 2. P. 22.
20. *Mellor C. L., Yamada T.* A hierarchy of turbulence closure models for planetary boundary layers // J. Atmos. Sci. 1974. № 31. P. 1791–1806.
21. *Messager M.L., Lehner B., Grill G., Nedeva I., Schmitt O.* Estimating the volume and age of water stored in global lakes using a geo-statistical approach // Nat. Commun. 2016. № 7. P. 13603.
22. *Mortikov E.V., Glazunov A.V., Lykosov V.N.* Numerical study of plane Couette flow: turbulence statistics and the structure of pressure-strain correlations // Russian J. Numerical Analysis and Math. Modelling. 2019. V. 34. № 2. P. 1–14.
23. *Mortikov E.V.* Numerical simulation of the motion of an ice keel in stratified flow // Izv. Atmos. Ocean. Phys. 2016. V. 52. № 1. P. 108–115.
24. *Price J.F.* On the scaling of stress-driven entrainment experiments // J. Fluid Mechanics. 1979. V. 90. № 4. P. 509.
25. *Roget E., Khimchenko E., Forcat F., Zavialov P.* The internal seiche field in the changing South Aral Sea (2006–2013) // Hydrol. Earth System Sci. 2017. V. 21. № 2. P. 1093–1105.
26. *Stepanenko V., Mammarella I., Ojala A., Miettinen H., Lykosov V., Vesala T.* LAKE 2.0: a model for temperature, methane, carbon dioxide and oxygen dynamics in lakes // Geosci. Model Dev. 2016. V. 9. P. 1977–2006.
27. *Stepanenko V., Klaus D., Jöhnk K.D., Machulskaya E., Perroud M., Subin Z., Nordbo A., Mammarella I., Mironov D.* Simulation of surface energy fluxes and stratification of a small boreal lake by a set of one-dimensional models // Tellus. Ser. A. Dynamic Meteorol. Oceanography. 2014. V. 66. P. 21389.
28. *Tranvik L.J., Downing J.A., Cotner J.B. et al.* Lakes and reservoirs as regulators of carbon cycling and climate // Limnol. Oceanography. 2009. № 54. P. 2298–2314.