ВОДНЫЕ РЕСУРСЫ, 2021, том 48, № 2, с. 233–235

КРАТКИЕ СООБЩЕНИЯ

УДК 551.465.7;551.515.2;551.57;556.1

К НЕЛИНЕЙНОЙ ДИНАМИКЕ БЫСТРОДВИЖУЩИХСЯ БРЫЗГ

© 2021 г. Л. Х. Ингель[a, b, *]

[a]НПО "Тайфун", Обнинск, 249038 Россия

[b]Институт физики атмосферы им. А.М. Обухова РАН, Москва, 119017 Россия

*e-mail: lev.ingel@gmail.com

Поступила в редакцию 07.10.2019 г.
После доработки 25.05.2020 г.
Принята к публикации 25.09.2020 г.

Брызги, возникающие у поверхности водоемов при сильных ветрах, существенно влияют на испарение, обмен теплом и количеством движения, на перенос примесей, например солевого аэрозоля, воздействующего на облака и осадки. При этом важную роль играют высота подъема брызг и время их пребывания в воздухе. В случае быстродвижущихся брызг расчет этих параметров затруднен из-за нелинейного закона сопротивления при больших скоростях. Предложен эффективный метод расчета, позволяющий получить приближенные явные зависимости упомянутых параметров от начальной скорости и размеров брызг.

Ключевые слова: брызги, испарение, закон движения, нелинейное сопротивление, аналитические зависимости.

DOI: 10.31857/S0321059621020073

Хорошо известна важная роль брызгообмена во взаимодействии атмосферы и больших водоемов [4, 5]. Известны различные механизмы генерации брызг у поверхности воды, которыми обусловлены широкий спектр размеров брызг, скорость и направление их движения. Один из важных механизмов образования брызг при сильных ветрах связан с разрывом пленки жидкости при всплывании пузырей воздуха. При этом могут образовываться мелкие брызги, взлетающие с очень высокой скоростью. Например, в [4] (с. 59) упоминаются начальные скорости подъема брызг – 50 и даже 100 м/с. Значения числа Рейнольдса Re в таких случаях могут достигать нескольких сотен. Этому соответствует нелинейный закон сопротивления, что затрудняет описание движения таких брызг.

Это движение в поле силы тяжести описывается уравнением

$$\frac{dw}{dt} = -\mathrm{g} - cw, \tag{1}$$

здесь t – время; w – вертикальная скорость (вертикальная ось z направлена вверх); g – ускорение свободного падения; c – коэффициент сопротивления, вообще говоря, существенно зависящий от Re. Например, формула Клячко–Мазина:

$$c = c_S\left(1 + \frac{1}{6}\mathrm{Re}^{2/3}\right) \tag{2}$$

в интервале $3 < \mathrm{Re} < 400$ приводит к силе сопротивления, отличающейся от экспериментальных данных на ≤2% [1, 3]. Здесь

$$\mathrm{Re} = \frac{2R\rho|\mathbf{v}|}{\eta} = \frac{2R|\mathbf{v}|}{\nu}, \quad \nu = \frac{\eta}{\rho}, \tag{3}$$

ρ – плотность среды; η, ν – коэффициенты ее динамической и кинематической вязкости; $\mathbf{v}$ – вектор скорости частицы относительно среды; R – радиус движущейся частицы (рассматриваются капли сферической формы); ρ_p – плотность вещества частицы; индекс S относится к "стоксовым" частицам (малых размеров, для которых число Re мало и справедлив линейный закон сопротивления: $c_S = 9\eta/2R^2\rho_p$). Отметим, что вместо диаметра частицы $2R$ в выражении для числа Re можно, разумеется, использовать радиус. Поэтому, например, в [1] и [3] числа Re при прочих равных условиях различаются в два раза.

В случае вертикального движения брызг уравнение (1) решается в квадратурах:

$$t = -\int_{w_0}^{w} \frac{dw'}{\mathrm{g} + c\left(|w'|\right)w'}, \tag{4}$$

где w_0 – начальная скорость частицы (капли). Но такой неявный вид решения не позволяет выразить явные зависимости таких важных параметров, как высота подъема брызг h и время их пре-

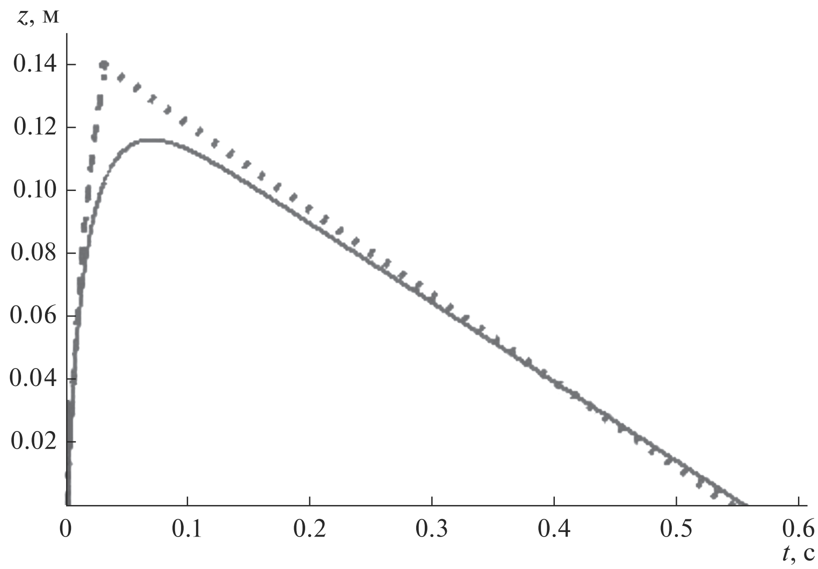

Рис. 1. Зависимость высоты капли воды от времени для рассмотренного численного примера (сплошная линия). Штриховая и пунктирная линии соответствуют двум рассмотренным асимптотикам.

бывания в воздухе τ, от начальной скорости и размеров брызг, а также от вязкости и плотности среды. Предлагается эффективный метод приближенного решения.

Идея используемого приближения заключается в следующем. На начальной стадии подъема частиц скорость и сопротивление очень велики, и это позволяет сделать два упрощения. В уравнении (1) можно пренебречь силой тяжести, которая на этой стадии мала по сравнению с силой сопротивления. В выражении (2) при больших значениях Re, очевидно, можно пренебречь единицей в скобках. В этом случае интеграл в (4) легко вычисляется аналитически; решение имеет следующий вид:

$$w(t) \approx \frac{w_0}{(1+t/\tau_1)^{3/2}},$$
$$z(t) \approx 2w_0\tau_1\left(1-\frac{1}{(1+t/\tau_1)^{1/2}}\right),\quad \tau_1 \equiv \frac{\rho_p}{\rho}\left(\frac{2R^4}{\nu w_0^2}\right)^{1/3}, \tag{5}$$

где $z(t)$ – вертикальная координата частицы. На этой стадии скорость подъема быстро убывает со временем (при $t = 1.5\tau_1$ уже почти в 4 раза). Далее следует переходный период, в течение которого подъем окончательно прекращается и начинается оседание; скорость установившегося оседания $w_\downarrow$ хорошо изучена и для брызг малых размеров мала по сравнению с рассмотренной выше скоростью подъема. Таким образом, можно предположить, что высота подъема брызг приближенно определяется решением (5) при упоминавшемся выше ориентировочном времени подъема порядка $1.5\tau_1$:

$$h \approx 0.75w_0\tau_1 = 0.75\frac{\rho_p}{\rho}\left(\frac{2w_0R^4}{\nu}\right)^{1/3}. \tag{6}$$

Затем следует вышеупомянутый переходный период, когда медленный уже подъем сменяется медленным оседанием. За этот период высота положения брызг не успевает существенно измениться. По сравнению со временем дальнейшего оседания он в случае капель малых размеров длится недолго. Поэтому, хотя указанный переходный период трудно поддается аналитическому исследованию, он не вносит существенного вклада ни в высоту подъема брызг, ни в искомую продолжительность их пребывания в воздухе.

Согласно приведенным соображениям, порядок высоты подъема быстродвижущихся брызг определяется выражением (6), а время пребывания в воздухе – того же порядка, что и время оседания:

$$\tau \sim \frac{h}{w_\downarrow} \approx 0.75\frac{w_0}{w_\downarrow}\tau_1 = 0.75\frac{1}{w_\downarrow}\frac{\rho_p}{\rho}\left(\frac{2w_0R^4}{\nu}\right)^{1/3}. \tag{7}$$

Если $\rho_p/\rho = 10^3, \nu = 1.5\times10^{-5}$ м²/с, то при $w_0 = 10$ м/с [6], $R = 0.5\times10^{-4}$ м получаем $\mathrm{Re}|_{t=0} \approx 70$, $\tau_1 \approx 0.02$ с, $h \approx 0.15$ м. Скорость установившегося оседания брызг таких размеров – порядка 0.27 м/с [2]. Таким образом, согласно (7), время пребывания таких брызг в воздухе ~0.6 с.

Выше использовано предположение о том, что переходный период между быстрым подъемом и установившимся оседанием не вносит большого вклада как в высоту перемещения брызг, так и в продолжительность их пребывания в воздухе. Поскольку этот период плохо поддается аналитическому исследованию, справедливость указанного предположения проверена численным решением системы (1)–(2). На рис. 1 представлена вычисленные таким образом величины $z(t)$ для рассмотренных выше значений параметров. Видно, что порядок численных значений h и τ и приведенных выше аналитических оценок хорошо согласуется. Как и предполагалось, бóльшую часть времени пребывания капли в воздухе происходит ее оседание с постоянной скоростью; начальная стадия подъема хорошо описывается приближенным решением (5). Для смыкания двух рассмотренных асимптотик выбран вышеупомянутый момент времени $t = 1.5\tau_1$. Высота h, вообще говоря, существенно зависит от этого выбора, так что полученное приближенное решение претендует лишь на правильные порядки величин.

ВЫВОДЫ

Установлены приближенные аналитические закономерности, относящиеся к высоте подъема и времени пребывания в воздухе мелких брызг при достаточно больших начальных значениях числа Re (до нескольких сот). Отметим, что в русском переводе первого издания книги [4], видимо, содержится существенная ошибка (с. 71). Утверждается, что “капли с диаметром 0.01 см не могут подняться выше, чем на 1 см от поверхности, в спокойном воздухе”. В действительности в этом месте речь идет о каплях от пузырьков, размеры которых – 0.01 см (следовательно, размер капель гораздо меньше).

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Волощук В.М.* Введение в гидродинамику грубодисперсных аэрозолей. Л.: Гидрометеоиздат, 1971. 208 с.
2. *Мазин И.П., Шметер С.М.* Облака, строение и физика образования. Л.: Гидрометеоиздат, 1983. 279 с.
3. *Матвеев Л.Т.* Курс общей метеорологии. Физика атмосферы. Л.: Гидрометеоиздат, 1984. 751 с.
4. *Kraus E.B., Businger J.A.* Atmosphere-Ocean Interaction. 2-nd edition. Oxford: Oxford Univ. Press, 1995. 362 p.
5. *Soloviev A., Lukas R.* The Near-Surface Layer of the Ocean: Structure, Dynamics and Applications. Dordrecht: Springer, 2014. 552 p.
6. *Spiel D.E.* On the birth of jet drops from bubbles bursting on water surfaces // J. Geophys. Res. 1995. V. 100. № C3. P. 4995–5006.