

УДК 556.048

ДИНАМИКО-СТОХАСТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ МНОГОЛЕТНИХ КОЛЕБАНИЙ УРОВНЯ КАСПИЯ В ПАЛЕОВРЕМЕНИ (14–4 тыс. лет до н. э.)¹

© 2021 г. А. В. Фролов*

Институт водных проблем РАН, Москва, 119333 Россия

**e-mail: anatolyfrolov@yandex.ru*

Поступила в редакцию 01.04.2021 г.

После доработки 28.05.2021 г.

Принята к публикации 31.05.2021 г.

Рассмотрена оценка влияния положительной обратной связи в механизме колебаний уровня Каспийского моря на многолетний уровеньный режим. Исследование проводилось на основе усовершенствованной динамико-стохастической модели колебаний уровня, учитывающей пространственную неоднородность испарения с акватории моря. Испарение с мелководий Каспия рассматривается как сумма детерминистической и стохастической компонент. Для предположительных условий палеовремени получена плотность распределения вероятности уровня Каспия как решение стационарного уравнения Фоккера–Планка–Колмогорова. Дополнительно проведено имитационное моделирование колебаний уровня Каспия методом Монте-Карло, подтвердившее аналитические результаты. При некоторых реальных предположениях, принятых при моделировании, многолетние колебания уровня Каспия могут иметь нестационарный характер при стационарном климате. Основным результатом исследования — вывод о необходимости учета нелинейной зависимости испарения от уровня Каспия не только при палеоклиматических реконструкциях, но и при перспективных оценках будущего режима уровня моря.

Ключевые слова: колебания уровня Каспийского моря, уравнение Фоккера–Планка–Колмогорова.

DOI: 10.31857/S0321059621060055

ВВЕДЕНИЕ

Данные по уровенному режиму озер, прямые и косвенные, представляют собой ценный источник информации при исследовании проблемы изменения климата на масштабах от десятков до тысяч лет. Климатические условия, формирующие водный баланс озер на достаточно длительных масштабах времени от десятков до тысяч лет, отражаются на колебаниях уровней, идентифицируемых по составу донных и береговых отложений (наличие пылцы растений, ракушек), геоморфологическим характеристикам чаши водоемов, археологическим памятникам на побережье и другим параметрам. Физически очевидная (но не всегда однозначная) связь климатических условий на территории бассейна озера, водного

баланса и изменения уровня воды в озерах дает возможность для реконструкции климатических характеристик в палеовремени.

Зависимость водного баланса озера от климата дает возможность оценить климатические условия в бассейне водоема по уровню и площади поверхности озер. На основе анализа возможных вариантов водного баланса оз. Чад и зависимости площади зеркала озера от уровня получены оценки среднемноголетних осадков, выпавших на озерный бассейн в палеовремени [32]. Исследования изменений уровней озер дают возможность оценить также характер межгодовой “внутриклиматической” и многолетней климатической изменчивости, что способствует выявлению причины прошлых колебаний уровней озер [31]. Изучение закономерностей колебаний уровней озер применяется для реконструкции глобальной атмосферной циркуляции в палеовремени и для сценарно-прогностических оценок уровенного режима озер будущем [4, 6, 29, 31, 37–39].

В многочисленных исследованиях палеоклимата на основе данных о колебаниях уровней озер

¹ Работа выполнена в рамках Государственного задания ИВП РАН в части имитационного моделирования уровенного режима Каспия (тема 0147-2019-0001, государственная регистрация АААА-А18-118022090056-0) и при финансовой поддержке РНФ в части построения усовершенствованной нелинейной динамико-стохастической модели колебаний уровня Каспия в палеовремени (проект 19-17-00215).

неявно принималось, что причиной природных изменений уровней естественных водоемов всегда являются изменения климата. На этом основании при наличии соответствующих признаков, свидетельствующих об изменении уровней озер, делались выводы о климатических изменениях. Нестационарность уровня режима озер ставилась в однозначное соответствие нестационарности климата, что было вполне обоснованно во многих случаях. Однако возникает вопрос: возможна ли ситуация, в которой при стационарном климате колебания уровня представляют собой нестационарный процесс вследствие особенности механизма формирования уровня водоема? В более общей формулировке представляется полезным оценить участие в значительных изменениях уровня озера не только климатического воздействия, но и особенностей механизма формирования уровня режима водоема.

ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ

Целью данного исследования была оценка возможного вклада механизма колебаний уровня Каспия в значительные, измеряемые десятками метров, изменения уровня моря, происходившие в палеовремени. Автор попытался ответить на вопрос: большие колебания уровня Каспия в палеовремени вызывались только климатическими изменениями водного баланса моря, или существовала дополнительная возможность воздействия внутреннего механизма формирования уровня режима моря? В данной работе исследовался режим колебаний уровня Каспия в интервале 14–4 тыс. лет до н. э.

Для реализации поставленной цели была разработана усовершенствованная динамико-стохастическая модель многолетних колебаний уровня Каспия. В этой модели испарение рассматривалось отдельно для двух частей моря – мелководной (в основном Северный Каспий) и глубоководной (Средний и Южный Каспий). Для использования этой модели необходимая информация о водном балансе, уровне режиме и морфометрии моря взята из [1, 2, 7, 11, 15–20, 36].

ОСОБЕННОСТИ МОРФОМЕТРИИ КАСПИЯ, УЧИТЫВАЕМЫЕ ДЛЯ МОДЕЛИРОВАНИЯ ЕГО УРОВЕННОГО РЕЖИМА

Морфометрические характеристики Каспийского моря, в том числе картосхемы акватории Каспия в палеовремени, представлены в работах [8, 11, 17]. Каспийское море имеет уникальную морфометрическую особенность – значительную площадь мелководий по отношению ко всей площади акватории. В рамках данного исследования под мелководьями на Каспии будем понимать участки акватории с глубиной до 40–50 м, что для

глубоководной части моря составляет примерно половину донного слоя, равного 100 м [18]. По данным [8], при отметке –28.0 м в Балтийской системе (БС) площадь Северного Каспия, имеющего среднюю глубину 4.4 м, ~90 тыс. км², что составляет 24.3% площади всего моря. Ветровое перемешивание при скорости ветра >7 м/с достигает глубины 10 м, т. е. охватывает практически весь Северный Каспий. Глубоководная часть моря также имеет прибрежные мелководья, площадь которых оценивается в ~30 тыс. км². К мелководьям моря следует отнести зал. Кара-Богаз-Гол, имеющий при уровне –28.0 м БС среднюю глубину 5–7 м и площадь ~20 тыс. км².

При некоторых условиях, например в отсутствие положительной обратной связи в механизме колебаний уровня и монотонно возрастающей площади акватории, равновесная площадь находится единственным образом.

Если зависимость площади акватории моря аппроксимируется линейной функцией

$$F(h) = a + bh, \quad (1)$$

средний объем (математическое ожидание) притока и слоя испарения равны $\bar{v}^+$ и $\bar{e}$ соответственно, то равновесная площадь F^* водоема такова:

$$F^* = \frac{\bar{v}^+}{\bar{e}} = F(h^*), \quad (2)$$

где h^* – равновесная отметка уровня. Для относительно небольших диапазонов колебаний уровня $F(h^*)$ аппроксимируется степенной функцией 2–3-го порядка. Зависимость (2) часто используется для сценарных оценок средних величин основных компонент водного баланса Палеокаспия – суммарного речного притока и эффективного испарения – в виде равенства $\bar{v}^+ = F(h^*)\bar{e} = F^*\bar{e}$, в случаях, когда испарение не зависит от уровня (например, в [1, 17, 20]).

На рис. 1 приведены картосхема положения береговых линий во время позднехвалынской трансгрессии и космический снимок Каспия и части его бассейна.

Сопоставление возможных границ береговой линии при позднехвалынской трансгрессии Каспия на картосхеме и рельефа морского побережья на космическом снимке моря и его бассейна (рис. 1а, 1б) наглядно иллюстрирует возможность увеличения площади мелководного Северного Каспия при повышении уровня от –30 м до 0...+10 м БС. Залитые водой плоские равнины Прикаспийской низменности значительно увеличивают площадь мелководий – Северный Каспий увеличивается в ~3 раза, до 270 тыс. км² (с использованием данных из [8, 11]).

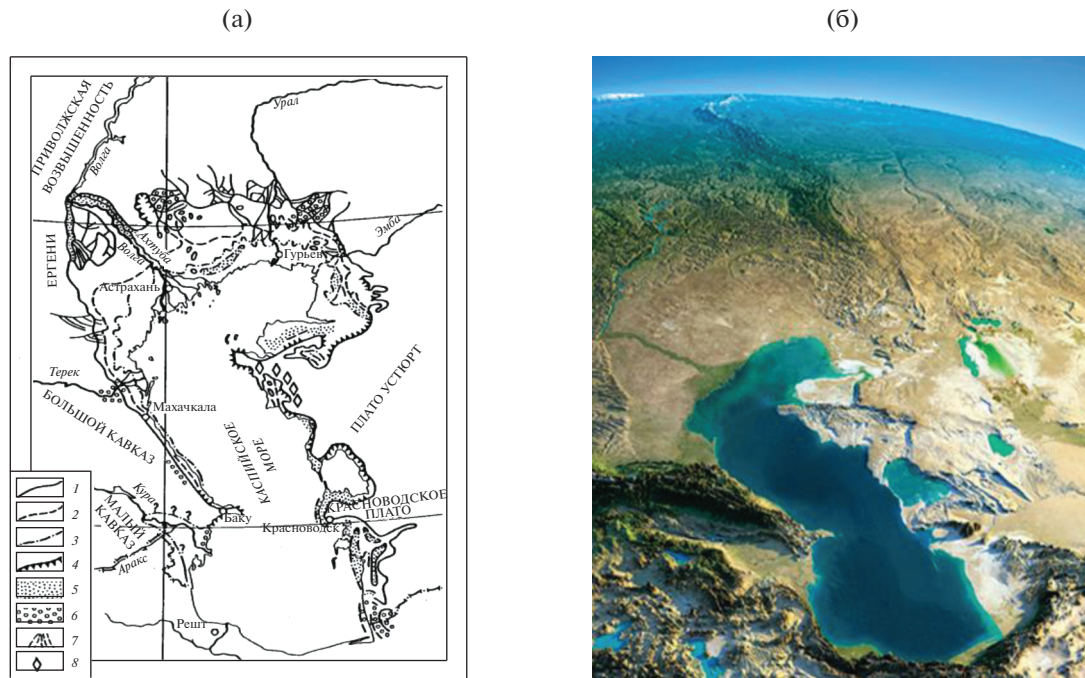


Рис. 1. а – картосхема распространения позднехвалынской трансгрессии – по [11], б – космический снимок Каспия. Береговые линии на (а): 1 – максимальной стадии 0–2 м БС, 2 – сартасской стадии 10–12 м, 3 – на высотах –16...–17 м, 4 – абразионные берега, 5 – береговые аккумулятивные формы, 6 – позднехвалынские дельты и прибрежно-аллювиальные равнины, 7 – врезанные дельты, 8 – риссовые берега. Фото с сайта Instagram:com/p/CAZ5SGtAn56.

Суммарная площадь глубоководных частей Каспия – Среднего и Южного – в диапазоне уровней воды в море –28.0...–24.0 м БС при изменении уровня на 1 м меняется в среднем на 1.5 тыс. км² [8], что почти в 10 раз меньше соответствующей характеристики для Северного Каспия: $b_{NC} = 12.5$ тыс. км²/м. Другими словами, демпфирование колебаний уровня бессточного моря почти полностью обусловлено влиянием переменности площади Северного Каспия. Поэтому в первом приближении можно допустить, что площадь глубоководного Каспия при колебаниях уровня выше –30.0 м остается постоянной, величину b_{MSC} будем включать в b_{NC} , тем самым учитывая, хотя и незначительное, но реальное демпфирующее влияние переменности суммарной площади Среднего и Южного Каспия на колебания уровня моря. Для оценки b_{NC} в интересующем диапазоне (–30.0 ... +10.0 м БС) использована гипсографическая зависимость, приведенная в работе [17]. В соответствии с этими данными, $b_{NC} = 9.6 \approx 10$ тыс. км²/м. Заметим, что включение Кара-Богаз-Гола в мелководья моря увеличивает их площадь, но при уровне выше ~ -26 м БС практически не влияет на приращение площади мелководий всего Каспия с подъемом уровня, поскольку у залива обрывистые, приближенно “вертикальные” берега.

В системе координат с нулевой отметкой при –30.0 м БС линейная аппроксимация зависимости площади всей акватории Каспия от уровня имеет следующий вид:

$$F(h) = F_d + F_s(h) = (410 + 10h) \text{ тыс. км}^2, \quad (3)$$

площадь мелководий $F_s(h) = (120 + 10h)$ тыс. км², площадь глубоководной части акватории $F_d = \text{const} = 290$ тыс. км².

На рис. 2 изображены графики зависимости площади Каспия от его уровня, построенного по современным данным [17], и линейной аппроксимации этой зависимости для диапазона 0–40 м (или –30...+10 м БС). Заметим, что небольшое расхождение между площадью Каспия для уровня –30.0 м БС по данным [17] и площадью моря по формуле (30) для данного исследования не имеет значения, поскольку рассматриваются колебания уровня моря существенно выше указанной отметки уровня.

Из (1) следует, что в рамках этой аппроксимации зависимости площади всего Каспия от уровня при отметках 10 и 20 м в принятой автором статьи новой системе координат (–20.0 и –10 м БС соответственно) следующие: $F(h) = (120 + 10 \times 10) + 290 = 510$ тыс. км² и $F(h) = (120 + 10 \times 20) + 290 = 610$ тыс. км², что близко

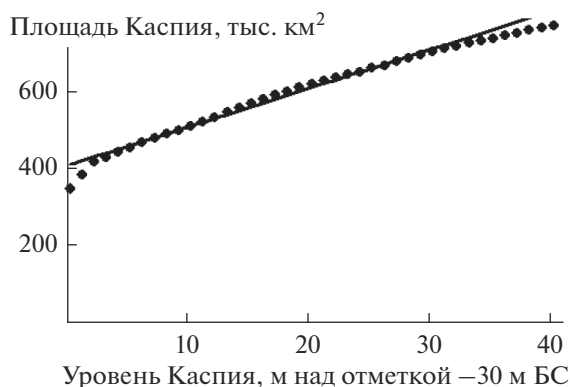


Рис. 2. Зависимость площади Каспия от уровня: точки — по данным [17], линия — аппроксимация $F = 410 + 10h$ (тыс. км²).

к площадям 511.7 и 621.0 тыс. км² соответственно по [17].

С увеличением общей площади Каспия роль мелководий Северного Каспия (в совокупности с другими мелководьями) в механизме колебаний уровня возрастает за счет увеличения объемов испарения. При уровне -10.0 м БС площадь мелководий Каспия составляет 320 тыс. км², т. е. $\sim 52\%$ всей площади моря. Такое соотношение между общей площадью Каспия и площадью его мелководий — исключение по отношению к другим крупным естественным водоемам и существенно влияет на формирование уровенного режима моря.

ПРИХОДНАЯ ЧАСТЬ ВОДНОГО БАЛАНСА КАСПИЯ

Для исследования закономерностей многолетних колебаний уровня бессточного Палеокаспия необходимо использование адекватных моделей суммарного речного притока в море, испарения и осадков по акватории. Принятые в данном исследовании предположения о водном балансе Каспия в палеовремени опираются на современные представления об относительной роли каждой компоненты баланса в формировании колебаний уровня моря. Подземный приток в Каспий можно принять нулевым, принимая во внимание незначительность современной оценки его величины — $1\text{--}1.5\%$ суммарного речного притока. Современный суммарный речной приток в море на $80\text{--}85\%$ образует сток р. Волги; предполагается, что примерно такая пропорция была и в прошлом [17, 20, 36]. Автор настоящей статьи использует представление водного баланса Каспия с приходной частью в виде суммы v^+ объемов речного притока q и осадков p на акваторию, $v^+ = q + p$.

Расходная часть в этом случае представляет собой “чистое” физическое испарение. Такой подход позволяет более корректно использовать зависимость испарения от уровня воды в море.

Колебания уровня Каспия в настоящем исследовании моделируются для интервала $14\text{--}4$ тыс. лет до н. э. Причина такого выбора — значительное изменение равновесных отметок уровня, относительно которых происходили колебания уровня в течение (примерно) первой и второй половины указанного интервала. Относительно устойчивый режим колебаний уровня Каспия в окрестности отметки -10 м БС в первой части интервала ($14\text{--}9$ тыс. лет до н. э.) перешел в примерно в такой же режим, но уже относительно -20 м БС ($9\text{--}4$ тыс. лет до н. э.).

Таким образом, в соответствии с [1], произошло значительное и почти “ступенеобразное” (на ~ 10 м) снижение среднего уровня, причиной которого предполагаются климатические изменения. В рамках данной статьи исследуется вопрос: возможны ли такого рода изменения уровня при неизменном климате вследствие особенностей механизма формирования уровенных колебаний?

Статистические параметры осадков, выпадающих на акваторию Каспия в палеовремени, в силу отсутствия иной возможности принимаем аналогичными современным оценкам. Современный средний слой осадков оценивается величиной 0.2 м/год [2], коэффициент вариации ~ 0.2 , площадь морской акватории для палеовремени примем ~ 510 тыс. км² [17]. Следовательно, средний объем осадков ~ 100 км³/год, дисперсия объема осадков оценивается величиной ~ 400 (км³/год)². Среднюю величину и коэффициент вариации C_v речного притока принимаем равными 410 км³/год и 0.2 соответственно, что близко к характеристикам [2, 20]. Отсюда дисперсия речного притока $q \sim 6700$ (км³/год)². Среднее суммарное поступление воды $\bar{v}^+ = \bar{q} + \bar{p}$ в Каспий с речным притоком q и осадками p на морскую акваторию оценивается величиной ~ 510 км³/год. В предположении, что речной приток и осадки на акваторию взаимно независимы, дисперсия $\sigma_{v^+}^2$ процесса $v^+ \sim 7100$ (км³/год)². Допустимость принятого предположения основана на удаленности районов формирования речного стока на водосборе Каспия от акватории, на которую выпадают осадки; к тому же отсутствуют сколь-либо обоснованные предположения о физическом механизме возможной зависимости этих процессов.

Принятым средним величинам суммарного поступления воды в Каспий и площади его акватории соответствует слой испарения ~ 1.0 м, что

Таблица 1. Испарение с акватории Каспийского моря [16] и морфометрические характеристики моря [7] (при отметке уровня –28.0 м БС)

Характеристика	Северный Каспий	Средний Каспий	Южный Каспий	Все море
Испарение, см/год	101	81	103	101
Средняя глубина, м	4.4	192	345	208
Площадь, тыс. км ²	90.1	137.8	148.5	376.3

следует из несколько расширенной трактовки результатов, приведенных в [17].

ИСПАРЕНИЕ С АКВАТОРИИ КАСПИЙСКОГО МОРЯ

На возможность зависимости испарения от уровня моря обращено внимание в [9]. Исчерпывающим доказательством влияния уровня моря (глубины моря) на испарение с акватории Каспия служат результаты исследований [16], приведенные в табл. 1.

Слой испарения с Северного Каспия превышает на 20% слой испарения с расположенного южнее Среднего Каспия и почти равен слою испарения с Южного Каспия.

Согласно современным данным, практически совпадающими с данными [16], многолетняя норма годового испарения со всего моря равна 0.97 м, коэффициент вариации можно принять 0.2, отсюда дисперсия ~ 0.038 (м/год)² [2]. Заметим, что эта оценка дисперсии испарения по всей акватории учитывает действие обеих компонент испарения – стохастической и детерминистической; при этом стохастическая компонента относится ко всей акватории Каспия – мелководной и глубоководной ее частям.

Для построения модели испарения с акватории Каспия в палеовремени примем следующие предположения. Во-первых, испарение с глубоководной части будем считать состоящим из двух компонент – основной, постоянной величины и некоторой стохастической компоненты, отражающей случайный характер изменения условий испарения – изменения температуры воздуха и воды, скорости ветра и т.п. Предполагается также, что и в испарении с мелководной части Каспия присутствует стохастическая компонента, при этом обе стохастические компоненты допускают объединение в одну, действующую по всей акватории. В этом случае слой испарения со всей акватории можно записать в следующем виде:

$$e(h, t) = \frac{e_{\text{det}}(h)F_s(h) + F_d\bar{e}}{F(h)} + e_{\text{stoch}}(t), \quad (4)$$

где $e_{\text{stoch}}(t)$ – стохастическая компонента; $e_{\text{det}}(h)$ – испарение, зависящее от уровня (глубины) мелководья Каспия, детерминистическая компонента;

$\bar{e}$ – слой испарения с глубоководной части моря; $F(h)$ и $F_s(h)$ – зависимости всей площади акватории и площади мелководий от уровня воды в море соответственно; $F_d = \text{const}$ – площадь поверхности глубоководного моря, принимаемая постоянной; t – время, годы.

За величину $\bar{e}$ испарения с глубоководной части Каспия берем современную оценку среднего испарения со всей морской акватории [16] с округлением: $\bar{e} \sim 1.0$ м/год. Среднее стохастической компоненты естественно считать равным нулю, ее дисперсия принималась равной $\sim 5.6 \times 10^{-3}$ (м/год)² с учетом того, что дисперсия испарения со всей акватории моря, полученная по модели автора, должна быть близкой к соответствующей современной оценке. Отметим, что $e_{\text{det}}(h)$ представляет собой функцию случайной величины – уровня h ; следовательно, она также является случайной величиной.

Зависимость $e_{\text{det}}(h)$ испарения от уровня (глубины) моря принималась с учетом следующих соображений.

Во-первых, эта функция – положительная, монотонно убывающая, максимальная при малых глубинах моря и минимальная – при больших глубинах.

Во-вторых, желательно, чтобы функция $e_{\text{det}}(h)$ имела вид, позволяющий получить аналитическое решение уравнения Фоккера–Планка–Колмогорова. Для этого использована нелинейная зависимость

$$e_{\text{det}}(h) = -m \arctg[n(h - C)] + D, \quad (5)$$

где $m = 0.147$ м/год, $n = 0.4$ м⁻¹, $C = 14.65$ м и $D = 0.84$ м/год – числовые коэффициенты (рис. 3).

При низком уровне воды северная граница акватории Северного Каспия сдвигается на Ю, слой испарения с мелководий глубиной до ~ 10 м достигает значительной величины – 1.04 м/год, что близко к среднему испарению – 1.03 м/год с Южного Каспия в (табл. 1). Испарение с мелководий глубиной > 20 м уменьшается до 0.63 м/год. При принятой зависимости (5) максимальные градиенты уменьшения слоя испарения с увеличением глубины Северного Каспия приходятся на интервал отметок 10–20 м (–20...–10 м БС).

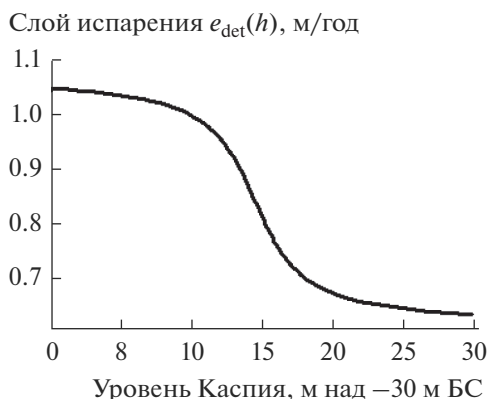


Рис.3. Зависимость слоя испарения $e_{\text{det}}(h)$ с мелководной части Каспия от глубины (уровня) моря.

МОДЕЛИРОВАНИЕ МНОГОЛЕТНИХ КОЛЕБАНИЙ УРОВНЯ КАСПИЯ КАК ДИНАМИКО-СТОХАСТИЧЕСКОЙ СИСТЕМЫ

Впервые такой подход к моделированию колебаний уровня бессточного Каспия был предложен С.Н. Крицким и М.Ф. Менкелем [9] и далее разрабатывался ими в ряде работ. Дальнейшее развитие представлений о колебаниях уровня Каспия как о выходном процессе динамико-стохастической системы получило в исследованиях С.В. Музылева [14, 15], В.Е. Привальского [25], М.Г. Хубляряна и В.И. Найденова [26], В.Н. Малинина [12, 13], А.В. Фролова [22–24, 27]. За рубежом уровенный режим бессточных озер исследовался на основе принципов динамико-стохастического моделирования в работах [28, 33, 35] и др. В исследованиях уровенного режима озер в палеовремени обычно применяются детерминированные модели в виде уравнений водного баланса, не имеющих стохастической компоненты ([31, 34] и др.).

Современные представления о механизме колебаний уровня Каспийского моря изложены в работах [23, 24]. Для моделирования колебаний уровня Каспия применяются методы неравновесной статистической механики ([3, 5, 7, 14, 21, 25] и др.).

В зависимости от диапазона колебаний уровня Каспия возможны два основных вида динамико-стохастических моделей, различающихся по составу обратных связей в механизме колебаний уровня моря. При колебаниях уровня ниже ~ -30 м БС (что означает отсутствие оттока морской воды в зал. Кара-Богаз-Гол и практически исчезновение мелководного Северного Каспия) действует только одна, отрицательная обратная связь, образуемая зависимостью $F(h)$ площади поверхности моря от уровня. В диапазоне колебаний уровня $-31 \dots -26$ м БС число обратных связей макси-

мально: две — отрицательные, вызванные морфометрической зависимостью $F(h)$ и гидравлической зависимостью $v^-(h)$ оттока v^- из моря в зал. Кара-Богаз-Гол от уровня моря; одна — положительная, образованная зависимостью слоя испарения $e(h)$ от уровня (глубины моря на мелководье). Отрицательные обратные связи демпфируют колебания уровня, уменьшают амплитуду этих колебаний, положительная обратная связь действует противоположным образом, дестабилизируя уровенный режим. Заметим, что при уровне Каспия > -26.0 м БС, когда зависимость оттока морской воды в Кара-Богаз-Гол перестает демпфировать колебания уровня, залив превращается в мелководную часть моря, вносящую свой вклад в механизм колебаний уровня посредством зависимости испарения от глубины залива. В настоящем исследовании рассмотрены колебания уровня Каспия выше этой отметки, поэтому море рассматривается как бессточный водоем. Кроме общепринятой системы отметок БС, используем систему отсчета, в которой нулевая отметка соответствует -30.0 м БС.

ОСНОВНЫЕ УРАВНЕНИЯ И СООТНОШЕНИЯ

Многолетние колебания уровня бессточного Каспия описываются уравнением водного баланса моря:

$$\frac{dh(t)}{dt} = \frac{\bar{v}^+(t)}{F(h)} - \frac{e_{\text{det}}(h)F_s(h) + F_d\bar{e}}{F(h)} + \frac{\tilde{v}^+(t)}{F(h)} - e_{\text{stoch}}, \quad (6)$$

где h — уровень воды в Каспии, $v^+(t) = \bar{v}^+ + \tilde{v}^+(t)$ — приходная часть водного баланса, образованная суммой речного притока и осадков на акваторию моря; $\bar{v}^+$ — среднее притока, $\tilde{v}^+(t)$ — флуктуации притока относительно среднего $\bar{v}^+$; $e_{\text{det}}(h)$ и e_{stoch} — испарение, зависящее от уровня, и стохастическая компонента в испарении со всей акватории соответственно; $\bar{e}$ — средняя величина испарения с глубоководной части моря; $F(h)$, $F_s(h)$, $F_d = \text{const}$ и t определены ранее при (3).

В качестве моделей $\tilde{v}^+(t)$ и $e_s(t)$ используем авторегрессионные процессы (например, [6, 14]):

$$\frac{d\tilde{v}^+(t)}{dt} = -\gamma_v \tilde{v}^+(t) + w_1(t), \quad (7)$$

$$\frac{de_s(t)}{dt} = -\gamma_e e_s(t) + w_2(t), \quad (8)$$

где $\gamma_v = -\ln r_v$, $\gamma_e = -\ln r_e$, r_v и r_e — коэффициенты автокорреляции процессов $\tilde{v}^+(t)$ и $e_s(t)$ соответственно; $w_{(i)}$ ($i = 1, 2$) — белые шумы с известными математическими ожиданиями $\langle w_{(i)} \rangle$ и ковариационными функциями $\langle w_{(i)} w_{(j)} \rangle$.

ционными функциями $R_{(i)}(\tau) = D_2^{(i)}\delta(\tau)$, $i = 1, 2$; $D_2^{(i)}$ — коэффициенты интенсивности соответствующих белых шумов $w_{(i)}$, $\delta(\tau)$ — дельта-функция Дирака.

Система стохастических дифференциальных уравнений (6)–(8) образует математическую модель многолетних колебаний уровня Каспия, позволяющую получить важнейшую характеристику уровневого режима — плотность распределения вероятности (ПРВ) уровня моря как решение уравнения Фоккера–Планка–Колмогорова (ФПК).

Уравнение (6) перепишем в виде

$$\frac{dh(t)}{dt} = f(h) + g(t), \quad (9)$$

$$\text{где } f(t) = \frac{\bar{v}^+(t)}{F(h)} - \frac{e_{\text{det}}(h)F_s(h) + F_d\bar{e}}{F(h)}, \quad g(t) = \frac{\tilde{v}^+(t)}{F(h)} -$$

$$- e_{\text{stoch}} \cong \frac{\tilde{v}^+(t)}{F^*} - e_{\text{stoch}}(t), \quad F^* - \text{площадь, в модели}$$

с бимодальной ПРВ уровня близкая по величине к некоторой площади A , равной, например, половине суммы равновесных площадей моря.

Предполагается, что процессы $\tilde{v}^+(t)$ и $e_{\text{stoch}}(t)$ независимы и имеют одинаковые коэффициенты автокорреляции, так, что $g(t)$ рассматривается как белый шум. Стационарная плотность распределения уровня $p(h)$, отвечающая динамическому уравнению (9), находится как решение уравнения ФПК при граничных условиях нулевого потока вероятности [5, 21, 25] в следующем виде:

$$p(h) = \frac{C}{g(h)} \exp \left[\frac{2}{N_0} \int_h^{\infty} \frac{f(x)}{g^2(x)} dx \right],$$

где N_0 — коэффициент интенсивности белого шума $g(t)$; $N_0 = 4 \int_0^{\infty} k(\tau) d\tau$, где $k(\tau)$ — ковариационная функция процесса $g(t)$; C — нормировочный коэффициент, определяемый из условия $\int_0^{+\infty} p(h) dh = 1$.

РЕЗУЛЬТАТЫ МОДЕЛИРОВАНИЯ КОЛЕБАНИЙ УРОВНЯ КАСПИЯ

Зависимость суммарного объема испарения $E(h) = e_{\text{det}}F_s(h) + \bar{e}F_d$ с мелководной и глубоководной частей акватории Каспия от уровня моря h приведена на рис. 4.

Абсциссы точек пересечения линии зависимости $E(h)$ и прямой 2 — среднего объема притока в море — представляют собой отметки равновесных уровней: $S1$ и $S2$ — устойчивых, близких к 10 и 20 м

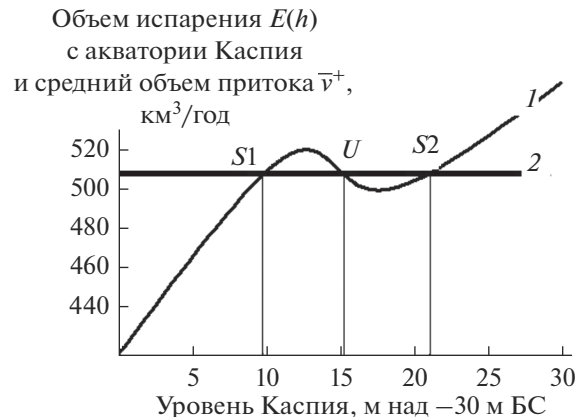


Рис. 4. 1 — зависимость суммарного объема испаряемой воды $E(h) = e_{\text{det}}(h)F_s(h) + F_d\bar{e}$ с акватории всего Каспия от уровня моря; 2 — средний объем притока в море; $S1$ и $S2$ устойчивые равновесные уровни; U — неустойчивый равновесный уровень Каспия.

(–20 и –10 м БС), и U — неустойчивого, ~15 м (–15 м БС). Рис. 4 дает основания предположить возможную бимодальность ПРВ уровня. Однако наличие двух устойчивых уровней есть условие необходимое, но не достаточное для бимодальности ПРВ уровня Каспия [23]. Существование бимодальности ПРВ уровня моря зависит, в частности, от средней величины притока, дисперсий притока и стохастической компоненты испарения, градиента уменьшения слоя испарения с увеличением глубины. В предложенной модели колебаний уровня Каспия все перечисленные параметры, имеющие вполне правдоподобные величины, допускают существование бимодальной ПРВ уровня моря.

Стационарная ПРВ уровня моря, полученная на основе уравнения ФПК, приведена на рис. 5а. ПРВ имеет выраженный бимодальный характер, указывающий на тяготение колебаний уровня к окрестностям устойчивых уровней ~10 и ~22 м (~–20 и ~–8 м БС).

Дополнительно к получению ПРВ уровня Каспия на основе уравнения ФПК проведены расчеты на основе метода имитационного моделирования. Для этого использован дискретный (разностный) аналог стохастического дифференциального уравнения (6). Приток в море и испарение с глубоководной части Каспия моделировались процессами авторегрессии 1-го порядка с параметром 0.3, длина реализаций составляла 10^5 , что обеспечивало достаточную точность оценки параметров уровня.

Гистограмма, полученная по смоделированному имитационным методом ряду отметок уровня Каспия (рис. 5б), показывает удовлетворительное совпадение с ПРВ уровня моря, полученной как решение ФПК (рис. 5а). Это совпадение повышает надежность результатов моделирования.

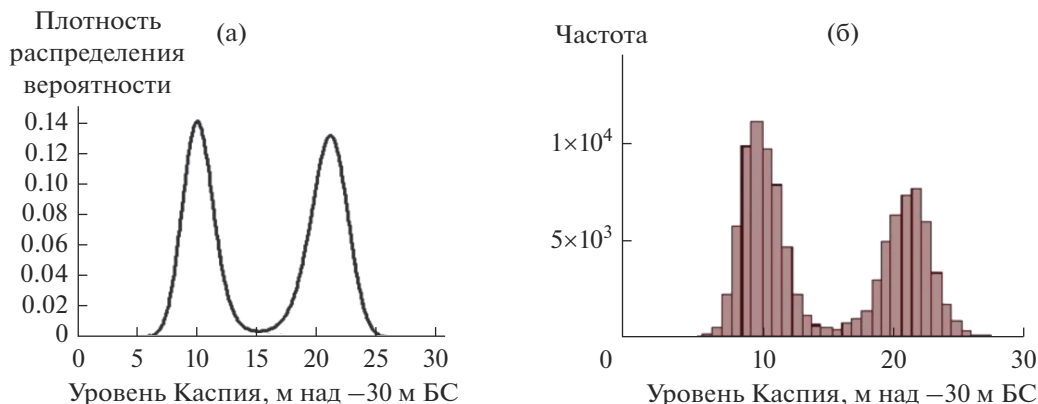


Рис. 5. а — плотность распределения вероятности уровня Каспия в соответствии с уравнением Фоккера—Планка—Колмогорова; б — гистограмма уровня Каспия, полученная методом имитационного моделирования на основе дискретного аналога дифференциального уравнения (6).

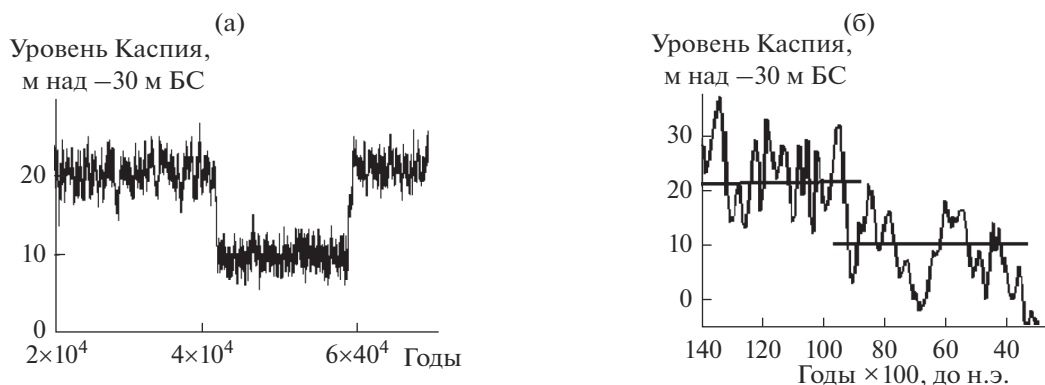


Рис. 6. а — фрагмент реализации смоделированного ряда уровней Каспия; б — изменения уровня Каспия в палеовремени (по данным из [1]).

На рис. 6а приведены фрагмент реализации уровня Каспия, полученной имитационным методом, и график хода уровня моря в палеовремени по [1]. Графики уровня Каспия на рис. 6а, 6б качественно похожи друг на друга, оба графика представляют фрагменты реализаций нестационарных процессов. Однако причины нестационарности уровня Каспия на рис. 6а, 6б различны. Нестационарность колебаний уровня, приведенного на рис. 6а, вызвана особенностью механизма формирования уровня в виде положительной обратной связи, образуемой нелинейной зависимостью испарения от уровня моря как “внутренней” причины. Климатические условия в данном случае предполагались стационарными в течение всего временного интервала моделирования, что реализуется в моделировании притока, осадков и стохастической компоненты испарения в виде стационарных авторегрессионных процессов. Нестационарность хода уровня на рис. 6б обусловлена нестационарностью климата, изменяющего водный баланс моря. Механизм колебаний

уровня в этом случае содержит только одну, отрицательную обратную связь, образованную переменностью площади акватории как функции уровня. В отсутствие положительной обратной связи возможен только один устойчивый равновесный уровень, отметка которого меняется в зависимости от климатически измененного водного баланса моря — внешней причины. Итак, причины нестационарности хода уровня на рис. 6 принципиально различны — на рис. 6а причина имеет внутренний характер, на рис. 6б — внешний, климатический.

ВЫВОДЫ

Предложена динамико-стохастическая модель многолетних колебаний уровня Каспия, впервые учитывающая пространственную неоднородность испарения с акватории моря.

В этой модели испарение с акватории Каспия моделируется суммой двух компонент — детерминированной функцией от уровня (глубины мел-

ководий) и стохастической компонентой, сформированной испарением с мелководной и глубоководной частей акватории. Эти особенности испарения представляются существенными. С физической точки зрения, введение стохастической компоненты означает, что на функциональную зависимость испарения от уровня накладывается случайное возмущение вследствие межгодового изменения температуры воздуха, ветровых полей и других процессов над морской акваторией. Поэтому детерминированная составляющая испарения с акватории может маскироваться действием случайной компоненты. Игнорирование особенности испарения с акватории Каспия может привести к ошибкам при расчетах уровня режима моря.

На основе разработанной модели получены доказательства возможного воздействия положительной обратной связи, образованной нелинейной зависимостью испарения от глубины моря, на колебания уровня Каспия. Показано, что изменение среднего уровня на ~ 10 м (от -20.0 до -10.0 м БС) 14–4 тыс. лет до н. э. для двух смежных интервалов времени теоретически может быть вызвано особенностью механизма колебаний уровня Каспия — нелинейной зависимостью $e_{\text{det}}(h)$ при неизменных статистических характеристиках притока. При некоторых вполне реальных предположениях, принятых автором при моделировании, многолетние колебания уровня Каспия могут иметь нестационарный характер при стационарном климате.

Нелинейность функции $e_{\text{det}}(h)$ имеет следствием бимодальность ПРВ уровня Каспия. Однако и в этом случае нелинейная зависимость испарения от глубины Каспия может влиять на колебания уровня моря, увеличивая его дисперсию.

Результат настоящего исследования указывает на возможность совместного влияния на уровень режим нелинейной зависимости испарения от уровня Каспия и климатических изменений водного баланса моря. Однако было бы некорректно трактовать полученный результат о возможности значительных изменений уровня Каспия только под влиянием нелинейности механизма уровня режима моря как альтернативу “климатического” объяснения таких изменений. Безусловно, природные изменения уровня Каспия на масштабах времени десятков, сотен и тысяч лет зависят от климата на водосборе моря.

Основной результат настоящего исследования — вывод о необходимости учета роли нелинейной зависимости испарения от глубины моря в формировании колебаний уровня Каспия не только при палеоклиматических реконструкциях, но и при перспективных оценках будущего режима уровня моря.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Варущенко С.И., Варущенко А.Н., Клиге Р.К. Изменение режима Каспийского моря и бессточных водоемов в палеовремени. М.: Наука, 1987. 240 с.
2. Водный баланс и колебания уровня Каспийского моря. Моделирование и прогноз / Под ред. Е.С. Нестерова. М.: Триада лтд, 2016. 378 с.
3. Голицын Г.С. Статистика и динамика природных процессов и явлений // Сер. Синергетика. № 68. М.: КРАСАНД, 2013. 398 с.
4. Голицын Г.С., Раткович Д.Я., Фортус М.И., Фролов А.В. О современном подъеме уровня Каспийского моря // Вод. ресурсы. 1998. Т. 25. С. 133–139.
5. Демченко П.Ф., Кислов А.В. Стохастическая динамика природных объектов. М.: ГЕОС, 2010. 189 с.
6. Добровольский С.Г. Климатические изменения в системе гидросфера—атмосфера М.: ГЕОС, 2002. 230 с.
7. Долгонос Б.М. Нелинейная динамика экологических и гидрологических процессов. М.: ЛИБРОКОМ, 2009. 440 с.
8. Каспийское море: Гидрология и гидрохимия / Отв. ред. С.С. Байдин, А.Н. Косарев. М.: Наука, 1986. 261 с.
9. Крицкий С.Н., Коренистов Д.В., Раткович Д.Я. Колебания уровня Каспийского моря. М.: Наука, 1975. 157 с.
10. Крицкий С.Н., Менкель М.Ф. Некоторые положения статистической теории колебаний уровней естественных водоемов и их применение к исследованию режима Каспийского моря // Тр. Первого совещания по регулированию стока. М.; Л.: Изд-во АН СССР, 1946. С. 76–93.
11. Леонтьев О.К., Маев Е.Г., Рычагов Г.И. Геоморфология берегов и дна Каспийского моря. М.: Изд-во МГУ, 1977. 208 с.
12. Малинин В.Н. Проблема прогноза уровня Каспийского моря. СПб.: Изд-во РГГМИ, 1994. 160 с.
13. Малинин В.Н., Гордеева С.М., Гурьянов Д.В. Мало-параметрическая модель увлажнения Северо-Западного региона России для условий современных изменений климата // Уч. зап. РГГМУ. 2014. № 36. С. 35–49.
14. Музылев С.В. Теоретико-вероятностный анализ колебаний уровней бессточных водоемов // Вод. ресурсы. 1980. № 5. С. 21–40.
15. Музылев С.В., Привальский В.Е., Раткович Д.Я. Стохастические модели в инженерной гидрологии. М.: Наука, 1982. 184 с.
16. Панин Г.Н. Испарение и теплообмен Каспийского моря. М.: Наука, 1987. 88 с.
17. Панин А.В., Селезнева Е.В. Воднобалансовые характеристики Палеокаспия на основе новой гипсографической кривой // Теоретические проблемы современной геоморфологии, теория и практика изучения геоморфологических систем. Материалы XXXI Пленума Геоморфологической комиссии РАН. Ч. I. Астрахань: Техноград, 2011. С. 77–82.
18. Проект “Моря”. Гидрометеорология и гидрохимия морей. Т. VI. Каспийское море. Вып. 1. Гидрометеорологические условия / Под ред. Ф.С. Терзи-

- ева, А.Н. Косарева, А.А. Керимова. СПб.: Гидрометеоиздат, 1992. 358 с.
19. Рычагов Г.И. К методике геоморфологических исследований (геоморфологические уроки Каспия) // Вест. МГУ. Геоморфология. 2019. № 4. С. 27–39.
 20. Сидорчук А.Ю., Панин А.В., Борисова О.Л. Речной сток на восточно-европейской равнине за последние 20 тысяч лет и проблема изменения уровней южных морей // Вопр. географии. Сб. 145. М.: Изд. дом “Кодекс”, 2018. С. 144–167.
 21. Тихонов В.И., Миронов М.А. Марковские процессы. М.: Сов. радио, 1977. 488 с.
 22. Фролов А.В. Динамико-стохастические модели многолетних колебаний уровня проточных озер. М.: Наука, 1985. 103 с.
 23. Фролов А.В. Моделирование многолетних колебаний уровня Каспийского моря: теория и приложения. М.: ГЕОС, 2003. 174 с.
 24. Фролов А.В. Сценарные прогнозы колебаний уровня Каспия с учетом климатических и техногенных воздействий на водный баланс моря // Океанологические исследования. 2019. Т. 47. № 5. С. 130–148.
 25. Хорстемке В., Лефевр Р. Индуцированные шумом переходы. М.: Мир, 1987. 397 с. (Пер. с англ.)
 26. Хублярян М.Г., Найденов В.И. О тепловом механизме колебаний уровня водоемов // ДАН СССР. 1991. Т. 319. № 6. С. 1438–1444.
 27. Frolov A.V. The Caspian Sea as Stochastic Reservoir // Hydrological Models for Environmental Management / Eds M. Bolgov, L. Gottschalk, I. Krasovskaya, R. Moore. Dordrecht; Boston; London: Kluwer Acad. Publishers, 2002. P. 91–108.
 28. Gates D.G., Diesendorf M. On the fluctuations in levels of closed lakes // J. Hydrol. V. 33. № 3/4. 1977. P. 267–285.
 29. Harrison S.P., Metcalfe S.E. Variations in Lake Levels during the Holocene in North America: An Indicator of Changes in Atmospheric Circulation Patterns // Géographie physique et Quaternaire. 1985. V. 39(2). P. 141–150.
<https://doi.org/10.7202/032598ar>
 30. Harrison S.P., Saarse L., Digerfeldt G. Holocene changes in lake levels as climate proxydata in Europe // Paleoklimaforsch. 1991. V. 6. P. 159–170.
 31. Huybers K., Rupper S., Roe G.H. Response of closed basin lakes to interannual climate variability // Climate Dynamics. 2016. V. 46. P. 3709–3723.
 32. Kutzbach J.E. Estimates of past Climate at Paleolake Chad, North Africa, Based on a Hydrological and Energy-Balance Model // Quaternary Res. 1980. V. 14. P. 210–223.
 33. Langbein W.B. Salinity and Hydrology of Closed Lakes // U.S. Govt. Print. Off. 1961. P. 1–25.
 34. Mason I.M., Guzkowska M.A.J., Rapley C.G., Street-Perrott F.A. The response of lake levels and areas to climatic change // Climatic Change. 1994. V. 27. P. 161–197.
 35. Mohammed I.N., Tarboton D.G. On the interaction between bathymetry and climate in the system dynamics and preferred levels of the Great Salt Lake // Water Resour. Res. 2011. V. 47. W02525.
<https://doi.org/10.1029/2010WR009561>
 36. Semenov V.A., Nikitina N.G., Mokhov I.I. Atlantic Multidecadal Variability and hydrological cycle in the Caspian Sea watershed // Res. Activities Atmos. Ocean. Modelling. Rep. № 43. WCRP Rep. № 10. 2013. P. 7.15–7.16.
 37. Street-Perrott F.A., Marchand D.S., Roberts N., Harrison S.P. Global lake-level variations from 18000 to 0 Years Ago: a palaeoclimatic analysis. US Dept. Energy. Under contract № DE-FG02-85ER60304. 1989. Sept. P. 213.
 38. Vuglinsky V., Kuznetsova M. The World’s Largest Lakes Water Level Changes in the Context of Global Warming // Natural Resour. 2019. V. 10. P. 29–46.
<https://doi.org/10.4236/nr.2019.102003>
 39. Woolway R.I., Kraemer B.M., Lenters J.D., Merchant C.J., O’Reilly C.M., Sharma S. Global lake responses to climate change // Nature Rev. Earth Environ. 2020. V. 1. P. 388–403.