

РАЗВИТИЕ МЕТОДОВ ГЕОФИЗИЧЕСКОЙ ГИДРОДИНАМИКИ

УДК 551.46.08

ИЗЛУЧЕНИЕ БАРОТРОПНЫХ ВОЛН РОССБИ СИНОПТИЧЕСКИМИ ВИХРЯМИ¹

© 2022 г. Г. К. Коротаев*

ФИЦ Морской гидрофизический институт РАН, Севастополь, 299011 Россия

*e-mail: gkorotaev@gmail.com

Поступила в редакцию 18.10.2021 г.

После доработки 22.10.2021 г.

Принята к публикации 22.10.2021 г.

Построена упрощенная модель излучения баротропных волн Россби движущимся бароклиным вихрем. На основе расчетов затрат энергии на излучение баротропных волн и бароклиных волн Россби для вихрей разного размера и интенсивности выведено выражение для оценки времени жизни вихрей. Показано, что при учете излучения баротропных волн Россби теоретические оценки времени жизни вихрей близки к наблюдаемым.

Ключевые слова: синоптические вихри, модель одиночного вихря, волны Россби, черенковское излучение волн Россби, программа ПОЛИМОДЕ, наблюдения уровня океана с ИСЗ.

DOI: 10.31857/S0321059622020109

ВВЕДЕНИЕ

Научные интересы Валерия Николаевича Зырянова в течение длительного времени были связаны с изучением влияния топографии дна на морские течения. В его монографиях [3, 4] обобщены результаты исследований формирования волн Россби при обтекании подводных гор и впадин стационарными течениями, в том числе восточного направления. Настоящая статья посвящена исследованию волн Россби, излучаемых синоптическим вихрем на бета-плоскости. Публикация такой статьи в выпуске журнала, посвященном памяти В.Н. Зырянова, представляется уместной, поскольку существует подобие между волнами Россби, возникающими при обтекании потоком подводных гор и впадин и излучаемыми движущимся синоптическими вихрями. Такое подобие будет отмечено ниже.

Теоретическое описание излучения волн Россби движущимся синоптическим вихрем представлено, например, в [12]. В этой работе на основе более ранних исследований рассматривается, в частности, излучение баротропных волн Россби движущимся баротропным вихрем и излучение бароклиных волн Россби первой моды движу-

щимся бароклиным вихрем в полутораслойной жидкости. В ней отмечено также, что при подключении нижнего слоя движущийся бароклиный вихрь будет излучать также и баротропные волны Россби, однако оценка потока энергии от вихря к баротропным волнам Россби была дана только для случая большой толщины нижнего слоя в сравнении с верхним. В настоящей работе строится упрощенная, но более универсальная модель излучения баротропных волн Россби движущимся бароклиным вихрем.

Актуальность исследования излучения баротропных волн Россби движущимся бароклиным вихрем обусловлена недавними новыми представлениями относительно распространенности синоптических вихрей в океане, следующими из результатов обработки спутниковых альтиметрических наблюдений океана, проводившихся с начала 1990-х гг. За это время развиты методы обработки альтиметрических наблюдений, позволяющие автоматически распознавать синоптические вихри и анализировать их динамику. В результате анализа в работе [10] установлено, что в океане повсеместно наблюдаются долгоживущие вихревые структуры с радиусами от нескольких десятков до первой сотни километров. При этом скорости перемещения вихрей, плотность их распределения по пространству и относительный вклад в энергетику синоптической изменчивости в открытом океане оказались близки к оценкам, выполненным на основе анализа гидрологических съемок полигона ПОЛИМОДЕ [5]. Более того,

¹ Исследования выполнены в рамках Государственного задания (тема 0555-2021-0003 на 2021 год “Развитие методов оперативной океанологии на основе междисциплинарных исследований процессов формирования и эволюции морской среды и математического моделирования с привлечением данных дистанционных и контактных измерений” (шифр “Оперативная океанология”).

радиальная структура усредненного синоптического вихря хорошо воспроизводится построенной ранее теоретической моделью структуры вихря, в наиболее общем виде описанной в [5, 12]. Соответствие общих свойств синоптической изменчивости океана, оцененных по данным гидрологических наблюдений на полигоне ПОЛИМОДЕ, новым данным альтиметрических наблюдений стало основанием для более детального сравнения теоретических выводов, полученных в [12], с обобщениями спутниковых наблюдений в работе [10]. Результаты сопоставлений, представленные в [5], показали удовлетворительное соответствие теоретических расчетов и альтиметрических наблюдений большинства кинематических параметров синоптических вихрей, приведенных в [10]. Однако в работе [5] выявлено несоответствие теоретических и наблюдаемых оценок времени жизни синоптических вихрей. Поскольку, согласно теории, время жизни синоптического вихря определяется затратами энергии вихря на излучение волн Россби, а в работе [5] учитывается только излучение бароклинных волн Россби, то предположительно с учетом излучения баротропных волн Россби можно объяснить завышения времени жизни вихрей в теоретических оценках.

Точное описание процесса излучения баротропных волн Россби движущимся вихрем – сложная задача, поскольку длина излучаемых баротропных волн Россби близка к величине радиуса деформации Россби первой бароклинной моды. В силу этого баротропные волны Россби могут деформировать “зону захвата” вихрем частиц жидкости, вовлекаемых в орбитальное движение вокруг его центра, что не позволяет использовать приближения, принятые в [12]. Поэтому в настоящей работе для оценки относительной величины потока энергии к баротропным волнам Россби строится упрощенная модель, позволяющая получить желаемые оценки в обозримом виде.

ОБЩИЕ СВОЙСТВА СИНОПТИЧЕСКИХ ВИХРЕЙ В ОКЕАНЕ

Чуть более пятидесяти лет назад советскими океанологами в эксперименте “Полигон-70” были обнаружены синоптические вихри открытого океана [1, 8]. Анализ наблюдений, накопленных в эксперименте Полигон-70, показал, что плотность энергии синоптических процессов существенно выше, чем у средних течений. Поэтому моментальное состояние Мирового океана определяется синоптическими процессами и существенно отличается от климатического среднего.

Синоптические вихри в океане затем детально исследовались в США в океаническом эксперименте МОДЕ и в рамках совместной советско-американской программы ПОЛИМОДЕ. По программе ПОЛИМОДЕ, выполнявшейся в 1977–

1978 гг., проводились типовые гидрологические съемки на полигоне размером 500×500 км с шагом 17 миль, что позволяло разрешать синоптические вихри. Регулярно сменявшие друг друга научно-исследовательские суда выполнили в совокупности 17 съемок на полигоне ПОЛИМОДЕ. Дополнительно на полигоне несколько меньшего размера проводились наблюдения течений на сети заякоренных буев.

В течение периода интенсивных наблюдений на полигоне ПОЛИМОДЕ наблюдалось почти два десятка синоптических вихрей. Характерной особенностью синоптических вихрей была высокая орбитальная скорость вращения частиц жидкости, значительно превышавшая скорости перемещения вихря как целого. Из этого следовало, что вихри захватывают и переносят при своем поступательном перемещении вращающуюся вокруг центра массу жидкости. Приведенный в работе [10] анализ спутниковых наблюдений подтверждает, что захват и перенос вовлекаемой в орбитальное движение жидкости – неотъемлемое свойство (по сути, и определение) синоптических вихрей в океане.

Альтиметрические наблюдения показывают, что горизонтальный масштаб большей части синоптических вихрей – в пределах от 50 до 150 км. Это близко к наблюдениям на полигоне ПОЛИМОДЕ, где размер наблюдаемых вихрей менялся от 60 до 160 км. Вместе с тем альтиметрические наблюдения показывают, что в среднем размер вихрей монотонно убывает с ростом географической широты в соответствии с широтным изменением радиуса деформации Россби. Характерный пространственный размер вихрей, по данным альтиметрии, меняется от 250 км в тропиках до 75 км на широте 60° .

Анализ наблюдений на полигоне ПОЛИМОДЕ показал, что интенсивные вихри распределены по поверхности океана относительно редко. Сделана оценка доли поверхности океана, занятой вихрями. Оказалось, что они занимают ~30% всей площади, но содержат 80% потенциальной энергии. Представленный в [10] анализ спутниковых альтиметрических наблюдений дает возможность оценить то, что в среднем по Мировому океану вне экватора и полярных широт вихри занимают ~20% его поверхности [5]. Учитывая, что полигон ПОЛИМОДЕ располагался в западной части Саргассова моря, а по данным альтиметрии, плотность распределения вихрей на поверхности океана повышается от восточного берега к западному, эта оценка хорошо соответствует оценке площади поверхности, занятой вихрями на полигоне ПОЛИМОДЕ. Глобальная оценка доли вихрей в плотности энергии синоптической изменчивости по всей открытой части Мирового океана вне экватора и полярных широт на основе

альтиметрических измерений дает величину 40%. Однако следует учесть повышение интенсивности вихрей при продвижении к западным границам океанов.

Выполненный в [10] анализ альтиметрических наблюдений показал, что вихри, выявленные по данным альтиметрии, в среднем были почти осесимметричными. Более того, установлено, что после нормировки на максимальное отклонение уровня моря в центре вихря и на расстоянии от центра до максимальной скорости орбитального движения построенные по наблюдениям профили уровня моря вдоль радиуса вихря с небольшим разбросом концентрируются вокруг некоторой средней кривой. Наилучшая аппроксимация усредненного вихря, согласно [10], – парабола, окруженный кольцом почти постоянного уровня (рис. 15 из работы [10]). Как отмечено в [5], такая аппроксимация хорошо воспроизводится моделью структуры вихря, описанной в [12]. В этой модели в результате смещения вихря вдоль меридиана и вовлечения вихрем частиц жидкости во вращательное движение в силу сохранения потенциальной завихренности вокруг ядра вихря, где сконцентрирована завихренность одного знака, формируется кольцо завихренности противоположного знака. Такое распределение завихренности, согласно [5], дает распределения уровня моря, близкое к полученному в [10] в результате обработки альтиметрических наблюдений.

При сопоставлении модельной структуры вихря с восстановленной по данным альтиметрических наблюдений в [5] полагалось, что по вертикали вихрь может быть представлен только первой бароклинной модой движения. Обоснование этого приближения – результаты разложений гидрологических наблюдений на полигоне ПОЛИМОДЕ на горизонтальные и вертикальные эмпирические ортогональные функции. В работе [7] показано, что две первые ортогональные функции описывают от 80 до 90% дисперсии температурных флуктуаций, причем эти две функции, рассчитанные для каждой из съемок, были подобны друг другу. В работе [5] показано, что выделенные в [7] эмпирические функции представляются суперпозицией первой бароклинной моды, описывающей синоптическую изменчивость и моды, захваченной у поверхности океана, которую можно интерпретировать как проявление субмезомасштабной изменчивости. Общий вывод об одномодовости бароклинных колебаний синоптического масштаба в пределах главного термоклина нашел в последующем многочисленные подтверждения [11]. Дополнительное косвенное подтверждение одномодовости бароклинных движений синоптического масштаба – эффективность ассимиляции альтиметрических наблюдений в вихреразрешающих моделях океанической циркуляции. Именно преобладание

первой бароклинной моды обеспечивает высокую корреляцию измеряемых альтиметром колебаний уровня моря и флуктуаций плотности морской воды в толще основного термоклина.

Следующее из наблюдений относительно редкое распределение синоптических вихрей по поверхности океана вместе с одномодовостью бароклинных движений синоптического масштаба и подобием теоретических оценок распределения уровня моря вдоль радиуса вихря, полученных в [10] в результате обработки альтиметрических наблюдений, дало основание провести в [5] сопоставление теоретических оценок кинематических характеристик одиночного синоптического вихря по модели [12] с аналогичными характеристиками, рассчитанными в [10] по данным альтиметрических наблюдений.

Уже первые наблюдения, выполненные в эксперименте ПОЛИГОН-70, показали, что синоптические вихри перемещаются преимущественно на запад. Этот вывод подтверждается как наблюдениями на полигоне ПОЛИМОДЕ, так и результатами обработки спутниковых альтиметрических наблюдений топографии морской поверхности [10]. Скорость перемещения интенсивных синоптических вихрей, как свидетельствуют альтиметрические наблюдения, близка к фазовой скорости длинных бароклинных волн Россби первой моды в полном соответствии с выводами теории [12]. Это обстоятельство косвенно свидетельствует о преобладании первой бароклинной моды при формировании синоптической изменчивости Мирового океана. Отметим также, что как в теории, так и в наблюдениях более интенсивные вихри перемещаются быстрее, чем вихри малой амплитуды.

Еще одна характеристика, которая оценивается как теоретически, так и по наблюдениям, – смещение вихрей вдоль меридиана. В соответствии с теорией, циклонические вихри должны смещаться по направлению к полюсу, а антициклонические – к экватору. Обработка альтиметрических наблюдений в целом подтверждает такую закономерность. В работе [5] проведено сопоставление величин смещений вихрей вдоль меридиана вплоть до момента их распада, рассчитанных теоретически и определенных по наблюдениям. К сожалению, в работе [10] наблюдения вихрей в районах с разными величинами радиуса деформации Россби представлены в общей статистике. Поэтому в работе [5] показано, что теоретические оценки величин смещений вихрей вдоль меридиана при наблюдаемых интенсивностях и размерах вихрей попадают в диапазон наблюдаемых.

Небольшая доля синоптических вихрей демонстрирует при наблюдениях аномальное поведение, привязанное в основном к зоне пассатных

течений, — циклоны смещаются к экватору, а антициклоны к полюсу. Представленное в работе [12] обобщение теории, позволяющее учитывать влияние бароклинных течений на траекторию движения вихря, дает качественное объяснение наблюдаемым аномальным смещениям вихрей. Как следует из теории, влияние средних бароклинных течений проявляется как через дополнительный перенос вихря потоком, так и через локальное изменение бета-эффекта за счет меридионального и зонального наклона главного термодинамика. В зоне пассатных течений комбинация этих двух факторов приводит к аномальному смещению вихрей вдоль меридиана.

В работе [5] приведены также оценки угла наклона траектории вихря к широте. Согласно теории, угол наклона траекторий увеличивается с уменьшением радиуса вихрей и уменьшается с возрастанием их интенсивности. Размеры угла наклона траекторий находятся в широком диапазоне — от 0° до $\sim 50^\circ$. Максимальный угол наклона траекторий циклонических вихрей (если брать только вихри, смещающиеся на север), по наблюдениям, оказывается равным 30° . Оцененные теоретически углы наклона траекторий движения вихря превышают это значение только для небольших вихрей малой интенсивности, которые отфильтровывались при обработке альтиметрических наблюдений согласно предложенному в [10] алгоритму. Таким образом, теория в целом верно объясняет направление движения циклонических вихрей.

Один из основных результатов статьи [10] — оценка времени жизни интенсивных синоптических вихрей. Как оказалось, вихри могут быть достаточно долго живущими образованиями. В [10] выделено за 16 лет всего 620 вихрей, наблюдавшихся более двух лет. Однако теоретические оценки максимального времени жизни вихрей, приведенные в [5], завышены по сравнению с наблюдениями в 2–4 раза. В работе [5] на этом основании сделан вывод, что теория, учитывающая только излучение бароклинных волн Россби, занижает потери энергии вихрями и для объяснения наблюдаемых времен жизни вихрей необходимо учитывать излучение бароклинными вихрями баротропных волн Россби.

МОДЕЛЬ ИЗЛУЧЕНИЯ БАРОТРОПНЫХ ВОЛН РОССБИ СИНОПТИЧЕСКИМ ВИХРЕМ

Детальное описание излучения баротропных волн движущимся вихрем в рамках модели, описанной в [12], — весьма сложная задача. Проблема заключается в том, что вихри движутся почти на запад со скоростью, близкой к фазовой скорости длинных бароклинных волн Россби, которая рав-

на βR_d^2 (β — изменение с широтой параметра Кориолиса, R_d — радиус деформации Россби первой моды). При этом длина излучаемых вихрем баротропных волн в соответствии с законом излучения Черенкова определяется уравнением

$$\beta R_d^2 k = \frac{\beta k}{(k^2 + l^2)},$$

где k и l — составляющие волнового вектора излучаемых волн. Таким образом, длина излучаемых вихрем баротропных волн имеет порядок радиуса деформации Россби и сопоставима с радиусом вихря. При таких обстоятельствах используемое в работе [12] приближение относительно возможности замены вихря точечным вихреисточником уже не будет справедливо и необходимо более детальное исследование влияния поля излучаемых баротропных волн Россби на структуру вихря.

В настоящей работе решается более простая задача — дается предварительная оценка затрат энергии движущегося синоптического вихря на излучение баротропных волн Россби. На основе этой оценки возможны корректировка времени жизни вихрей и сравнение его с наблюдаемой продолжительностью их существования.

Для проведения соответствующих оценок рассмотрим двухслойную жидкость, в верхнем слое которой расположен интенсивный синоптический вихрь, описываемый уравнением, выведенным в работе [12]:

$$\nabla^2 \psi - \frac{1}{R_d^2} \psi + \beta \bar{y} = \nabla^2 \psi_0 - \frac{1}{R_d^2} \psi_0, \quad (1)$$

здесь ∇^2 — оператор Лапласа, $\psi_0(r)$ — осесимметричное состояние вихря в точке его формирования, r — расстояние от центра вихря, \bar{y} — смещение по меридиану центра вихря от его исходного положения. Осесимметричное решение уравнения (1) находится при граничных условиях

$$\psi = \frac{\partial \psi}{\partial r} = 0 \quad \text{при } r = R. \quad (2)$$

Вихрь перемещается на запад со скоростью, близкой к скорости длинных бароклинных волн. При этом в верхнем слое жидкости происходит обтекание вихря окружающей средой. В нижнем слое ввиду смещения поверхности раздела в зоне действия вихря происходит обтекание выпуклости или впадины на поверхности раздела по тем же законам, что и обтекание горы или кратера, исследуемое в работах [3, 4]. Как отмечалось выше, трудности возникают при описании обтекания вихря в верхнем слое жидкости. Заметим, однако, что картина изолиний функций тока вблизи вихря, следующая из модели работы [12], аналогична соответствующей картине, возникающей при обтекании цилиндра с циркуляцией. Как хо-

рошо известно, обтекание цилиндра с циркуляцией в точности воспроизводится комбинацией вихреисточника и диполя, соотношение интенсивностей которых определяется радиусом цилиндра [2]. Кроме того, в работе [12] используется условие, согласно которому граница цилиндра является сепаратриссой в поле функции тока. Последнее обстоятельство позволяет установить связь между скоростью движения вихря, его радиусом и циркуляцией на его внешней границе. Таким образом, в линейном приближении поле функции тока вне вихря может быть рассчитано на основе использования следующих уравнений в верхнем и нижнем слоях двухслойной жидкости:

$$-\left(U \frac{\partial}{\partial x} + V \frac{\partial}{\partial y}\right) \left(\nabla^2 \psi_1 - \frac{1}{R_1^2} (\psi_1 - \psi_2) \right) + \beta \frac{\partial \psi_1}{\partial x} = -\left(U \frac{\partial}{\partial x} + V \frac{\partial}{\partial y}\right) (\Gamma \delta(x) \delta(y) + \Delta \delta(x) \delta'(y)), \quad (3)$$

$$-\left(U \frac{\partial}{\partial x} + V \frac{\partial}{\partial y}\right) \times \left(\nabla^2 \psi_2 - \frac{1}{R_2^2} (\psi_2 - \psi_1) + \frac{\beta \bar{y}}{(H - h_0)} \xi \right) + \beta \frac{\partial \psi_2}{\partial x} = 0. \quad (4)$$

Выписанные линеаризованные уравнения представляют сохранение потенциальной завихренности в верхнем и нижнем слоях жидкости, записанные в системе координат, движущейся вместе с вихрем. Здесь ψ_1 и ψ_2 – функции тока верхнего и нижнего слоев жидкости, U и V – зональная и меридиональная компоненты скорости движения вихря, Γ – интенсивность вихреисточника, Δ – интенсивность диполя. $R_1^2 = \frac{g'h_0}{(\beta \bar{y})^2}$, $R_2^2 = \frac{g'(H - h_0)}{(\beta \bar{y})^2}$, так что $\frac{1}{R_1^2} + \frac{1}{R_2^2} = \frac{1}{R^2}$; R – радиус деформации Россби первой моды волны Россби; H – полная глубина океана; h_0 – невозмущенная толщина верхнего слоя; полагаем в дальнейшем, что отношение $\frac{h_0}{H}$ мало, хоть и конечно; ξ – отклонение поверхности раздела от невозмущенного состояния под воздействием вихря.

Вычитая из уравнения (3) уравнение (4), получим уравнение для бароклинной моды движения:

$$-\left(U \frac{\partial}{\partial x} + V \frac{\partial}{\partial y}\right) \times \left(\nabla^2 \delta \psi - \frac{1}{R^2} \delta \psi - \frac{\beta \bar{y}}{(H - h_0)} \xi \right) + \beta \frac{\partial \delta \psi}{\partial x} = -\left(U \frac{\partial}{\partial x} + V \frac{\partial}{\partial y}\right) (\Gamma \delta(x) \delta(y) + \Delta \delta(x) \delta'(y)). \quad (5)$$

Отметим, что ввиду большой длины излучаемых бароклинных волн диполь в правой части уравнения имеет меньший порядок величины в сравнении с вихреисточником. При малой в сравнении с полной глубиной бассейна толщине верхнего слоя в левой части уравнения (5) в первом приближении может быть опущено слагаемое, пропорциональное ξ . После таких упрощений для бароклинной функции тока получаем уравнение, приведенное в [12].

Получим теперь уравнение для баротропной

функции тока: $\bar{\psi} = \frac{h_0}{H} \psi_1 + \frac{(H - h_0)}{H} \psi_2 -$

$$-\left(U \frac{\partial}{\partial x} + V \frac{\partial}{\partial y}\right) \nabla^2 \bar{\psi} + \beta \frac{\partial \bar{\psi}}{\partial x} = -\left(U \frac{\partial}{\partial x} + V \frac{\partial}{\partial y}\right) \times \left[\frac{h_0}{H} (\Gamma \delta(x) \delta(y) + \Delta \delta(x) \delta'(y)) - \frac{\beta \bar{y}}{H} \xi \right]. \quad (6)$$

Учтем теперь, что V много меньше, чем U , а $U \approx -\beta R^2$. В итоге для баротропной функции тока получаем упрощенное уравнение:

$$\nabla^2 \bar{\psi} + \frac{1}{R^2} \bar{\psi} = \frac{h_0}{H} (\Gamma \delta(x) \delta(y) + \Delta \delta(x) \delta'(y)) - \frac{\beta \bar{y}}{H} \xi, \quad (7)$$

позволяющее рассчитать поток энергии, уносимой излучаемыми баротропными волнами Россби. В соответствии с приведенными выше рассуждениями, интенсивность диполя определяется скоростью перемещения вихря и его радиусом R_e , $\Delta = 2\pi R_e^2 \beta R^2$. Интенсивность вихреисточника Γ задается соотношением $\Gamma = 4\pi R_e \beta R^2$. Выписанные соотношения не учитывают влияние баротропных волн Россби на структуру вихря. Это влияние пропорционально $\frac{h_0}{H}$ и не существенно при принятом допущении о соотношении толщины верхнего слоя жидкости и полной глубины океана.

Решение уравнения (7), удовлетворяющее условию излучения, для осесимметричных слагаемых в правой части уравнения (7) выписано, например, в [3]. Для слагаемого, описывающего диполь, аналогичное решение получается дифференцированием приведенного в [3] решения для вихреисточника. Учитывая асимптотику входящих в решения функций Бесселя, на больших расстояниях r от центра вихря в восточной полуплоскости получим для решения уравнения (7) следующее приближенное выражение:

$$\bar{\Psi} \approx \frac{h_0}{2H} \sqrt{\frac{2R}{\pi r}} \left[\left(\Gamma + \frac{H - h_0}{H} I_1 \right) \times \right. \\ \left. \times \sin \left(\frac{r}{R} - \frac{\pi}{4} \right) + \frac{\Delta}{R} \sin \theta \cos \left(\frac{r}{R} - \frac{\pi}{4} \right) \right], \quad (8)$$

здесь θ – радиальный угол, $I_1 = \iint J_0 \left(\frac{r}{R} \right) \Psi dx dy$,

J_0 – символ функции Бесселя нулевого порядка. Интегрирование в двойном интеграле проводится по площади вихря. Функция тока под знаком интеграла появляется после выражения отклонения свободной поверхности ξ через бароклинную функцию тока ψ из геострофических соотношений.

Знание функции тока позволяет вычислить плотность энергии излучаемых волн

$$E = \frac{H}{2} \left\langle \left(\frac{\partial \bar{\Psi}}{\partial x} \right)^2 + \left(\frac{\partial \bar{\Psi}}{\partial y} \right)^2 \right\rangle. \quad (9)$$

Причем в выражении для плотности энергии дифференцирование идет только по фазе волны. Угловые скобки означают усреднение по фазе. Подставляя выражение (8) в формулу (9), найдем

$$E = \frac{h_0^2}{4RH} \frac{1}{2\pi r} \left[\left(\Gamma + \frac{H - h_0}{H} I_1 \right)^2 + \frac{\Delta^2}{R^2} \sin^2 \theta \right].$$

Выражение для плотности энергии позволяет вычислить поток энергии, обусловленный излучением баротропных волн по формуле

$$I_{bt} = -\oint E (c_{gx} dy - c_{gy} dx),$$

где c_{gx} , c_{gy} – составляющие групповой скорости баротропных волн Россби в системе координат, движущейся с вихрем. При интегрировании необходимо иметь в виду, что плотность энергии волн в левой полуплоскости обращается в нуль. Проведя необходимые вычисления, найдем

$$I_{bt} = \beta \frac{R h_0^2}{2\pi H} \times \\ \times \left[\left(4\pi\beta R_e R^2 + \frac{H - h_0}{H} I_1 \right)^2 + \frac{4}{3} \pi^2 \beta^2 R_e^4 R^2 \right]. \quad (10)$$

Знание потока энергии, обусловленного излучением баротропных волн вихрем, в принципе позволяет, как и в [5], выполнить расчеты вектора скорости перемещения вихря, траектории движения вихря и времени его жизни в зависимости от его начального размера. Однако в настоящей работе используется приближенная модель генерации баротропных волн вихрем. Поэтому представляется целесообразным ограничиться качественными оценками степени влияния рассматриваемого механизма на вихревую динамику. Как отмечалось выше, результаты работы [5] показали, что упрощенная модель синоптическо-

го вихря в полутораслойном океане хуже всего воспроизводит время жизни вихря. В силу этого проведем далее оценку влияния излучения баротропных волн Россби именно на этот параметр. С этой целью проведем оценку порядка величин потоков энергии, связанных с излучением баротропных и баротропных волн Россби.

Согласно работе [12], поток энергии, обусловленный бароклинными волнами, задается выражением

$$I_{bc} = \frac{h_0}{2} \frac{\Gamma^{5/2}}{I^{1/2}} \Phi(\alpha), \quad (11)$$

где $I = -\iint \Psi dx dy$ (интегрирование ведется по площади вихря), $\Phi(\alpha)$ – известная функция угла наклона траектории вихря, имеющая порядок единицы. В формуле (11) добавлен множитель h_0 , который существенен при рассмотрении двухслойной жидкости. При проведении оценок в уравнениях (10), (11), как и в [5], будем задавать гауссов начальный профиль функции тока с амплитудой a радиусом R_0 . В дальнейшем будем использовать R_0 как характерный размер вихря. Тогда масштаб циркуляции – $\Gamma = 4\pi R_0 \beta R^2$. Также заменим R_e на R_0 в формуле (10). Оценим теперь интегралы I и I_1 . При проведении оценок заменим в подынтегральных выражениях функцию ψ на ψ_0 , а верхний предел интегрирования вдоль радиуса заменим на бесконечность. Частичное обоснование подобной замены – отмеченное в работе [5] примерное сохранение гауссовой формы вихря в течение всего времени его эволюции.

В таком приближении $I \approx \frac{\pi}{2} V_m R_0^3$, V_m – максимальная скорость орбитального движения в вихре, $I_1 \approx I e^{-\frac{1}{4} \left(\frac{R_0}{R} \right)^2}$. Введем теперь, как и в [5], параметр нелинейности $NL = \frac{V_m}{\beta R^2}$. В итоге находим выражение для потока излучаемой волнами энергии I_w :

$$I_w = I_{bc} \left[1 + \frac{h_0}{\pi H} \left(\frac{1}{12} \left(\frac{R_0}{R} \right)^3 NL^{1/2} + \right. \right. \\ \left. \left. + \left(\frac{R_0}{R} \right)^5 NL^{5/2} e^{-\frac{1}{4} \left(\frac{R_0}{R} \right)^2} \right) \right]. \quad (12)$$

В работе [12] показано, что меридиональная компонента скорости движения вихря имеет следующее выражение:

$$V = \frac{I_w}{\beta I}.$$

Таблица 1. Безразмерное время жизни вихря в зависимости от нормированного размера и параметра нелинейности без учета излучения баротропных волн Россби (цифры в ячейке слева) и с учетом излучения баротропных волн Россби (цифры в ячейке справа)

$\frac{R_0}{R}$	NL				
	1.5	2.25	3.68	6.06	7.81
0.75	23.98/23.53	35.37/33.64	58.73/50.08	102.78/64.40	139.15/65.58
1	17.27/16.12	27.09/22.72	48.84/29.62	93.18/28.69	131.75/25.18
1.25	15.69/13.21	26.10/17.32	50.43/18.56	102.56/14.75	
1.5	16.50/11.86	28.74/13.96	58.39/12.70	123.67/9.18	
1.75	18.87/11.19	33.97/11.85	71.22/9.70		
2	22.55/10.96	41.49/10.70	88.80/8.24		
2.25	27.49/11.16	51.29/10.30			
2.5	33.70/11.84	63.46/10.56			

Поскольку максимальное смещение вихря вдоль меридиана \bar{y}_m , согласно работе [12], следующее:

$$\bar{y}_m \approx R\sqrt{2}NL \left(2 + \frac{1}{2} \left(\frac{R_0}{R} \right)^2 \right),$$

то окончательно время жизни вихря при учете излучения как бароклинических, так и баротропных волн Россби задается формулой

$$T = \frac{T_{bc}}{1 + \frac{h_0}{\pi H} \left(\frac{1}{12} \left(\frac{R_0}{R} \right)^3 NL^{1/2} + \left(\frac{R_0}{R} \right)^5 NL^{5/2} e^{-\frac{1}{4} \left(\frac{R_0}{R} \right)^2} \right)}, \quad (13)$$

где T_{bc} – время жизни вихря, рассчитанное в работе [5]. Таким образом, при заданных отношениях толщины верхнего слоя жидкости к полной глубине океана, изначального размера вихря к радиусу деформации Россби и параметре нелинейности можно внести коррекцию в оценку времени жизни вихря, приведенную в работе [5]. В табл. 1 приведены результаты расчета безразмерного времени жизни вихря βRT_{bc} при разных значениях $\frac{R_0}{R}$ и параметра нелинейности по данным работы [5], т. е. без учета излучения вихрем баротропных волн (левые значения). Представлены времена жизни, которые при радиусе Россби, равном 40 км, оказываются <2 лет (56.8 в безразмерных единицах) – максимального времени жизни вихрей по данным работы [10]; а также те, что отвечают параметрам вихрей, идентифицированным по данным альтиметрических наблюдений с ИСЗ [10]. Таким образом, без учета излучения баротропных волн предложенная в работе [12] модель заметно завышает время жизни крупных или достаточно интенсивных вихрей.

Скорректированные по формуле (13) времена жизни вихрей представлены в табл. 1, из которой видно, что в результате учета потерь энергии вих-

рем на излучение баротропных волн время жизни находится в пределах, соответствующих наблюдениям, представленным в работе [10], с небольшим превышением указанного лимита для вихрей небольшого размера и высокой интенсивности. Таким образом, представленные оценки косвенно подтверждают реальность излучения баротропных волн движущимися синоптическими вихрями. Конечно, приведенные оценки достаточно грубые. Однако они указывают на целесообразность детального исследования излучения баротропных волн вихрями для понимания особенностей синоптической изменчивости Мирового океана.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Результаты настоящего исследования, дополняющего оценки работы [5], показывают качественное соответствие кинематических свойств синоптических вихрей, оцененных по наблюдениям [10] и с использованием модели одиночного вихря, представленной в [12]. Установленное качественное соответствие теоретических оценок наблюдениям позволяет предположить, что синоптические вихри в океане при своем движении действительно излучают бароклинические волны Россби первой моды и баротропные волны Россби. В таком случае пространство между вихрями должно быть заполнено волновым фоном длинных волн Россби первой бароклинической моды и относительно коротких баротропных волн Россби. Такой вывод соответствует предположению в работе [10] о том, что хребты и впадины в поле уровня океана, наблюдаемые по данным альтиметрии в пространстве между вихрями, могут иметь волновую природу.

Теоретический анализ, приведенный в [12], показывает, что синоптические вихри не только излучают энергию, но и могут получать ее от волн Россби в резонансе. Таким образом, можно ожи-

дать, что в открытом океане формируется своеобразный вихре-волновой режим геострофической турбулентности, в некотором смысле подобный свободно затухающей во времени двумерной турбулентности [13], изучавшейся в численных экспериментах в 1980–1990 гг.

В отличие от двумерной турбулентности, поле вихрей и волн в среднем смещается на запад со скоростью, примерно равной фазовой скорости длинных бароклинических волн Россби первой моды. В силу этого вихре-волновой режим свободно затухающей геострофической турбулентности может существовать только при условии непрерывной генерации вихрей у восточной границы бассейна. В работе [10] показано, что формирование значительной доли синоптических вихрей происходит в результате отрыва меандров восточных пограничных течений. Зародившись у восточных границ океана, такие вихри затем перемещаются на запад, заполняя собой открытые области океана. Таким образом, становится возможным поддержание вихре-волнового режима геострофической турбулентности в океане. Численные расчеты в [6] показали, что взаимодействие вихрей с волнами Россби проявляется в осцилляциях траекторий движения вихрей. Кроме того, в расчетах иногда происходило столкновение вихрей, при котором дальнейшая эволюция примерно соответствовала закономерностям, типичным для двумерной турбулентности. Однако такая простая схема локально может иметь место только в районах Мирового океана вблизи центров основных круговоротов, где влияние средних течений пренебрежимо мало. Поскольку скорость средних климатических течений в океане даже вне зон струйных течений в основном сопоставима с фазовой скоростью длинных бароклинических волн Россби первой моды или превышает ее, реальная схема вихре-волнового режима геострофической турбулентности в общем случае должна существенно усложняться. Анализ альтиметрических наблюдений дает этому основания. Как отмечается в [10], согласно наблюдениям, вихри образуются не только у восточных границ, но и посреди океанов. При этом наиболее вероятной причиной их зарождения считается бароклиническая неустойчивость средних течений. Наблюдаемые аномальные смещения циклонических и антициклонических вихрей вдоль меридиана также скорее всего – индикаторы взаимодействия синоптических вихрей со средними течениями. Таким образом, необходимо более детальное исследование распространения синоптических вихрей на фоне средних течений. Поскольку, предположительно, вихри излучают как баротропные, так и бароклинические волны Россби и для воспроизведения бароклинической неустойчивости средних течений также необходимо учитывать взаимодействие бароклинической и баротропной мод движения, то наиболее

подходящее упрощение – модель двухслойной жидкости. Вполне вероятно, что исследования динамики изолированных вихрей в двухслойной жидкости позволят лучше понять закономерности развития геострофической турбулентности на бета-плоскости, включая отмену энергии между бароклинической и баротропной модами движения.

Отметим также, что при интерпретации спутниковых альтиметрических наблюдений следует соблюдать определенную осторожность, поскольку обработанный в [10] массив данных наблюдений имеет ограниченную разрешающую способность и позволяет надежно идентифицировать вихри с радиусом в несколько десятков километров. Вместе с тем современные численные эксперименты с шагом сетки в 1–2 км свидетельствуют о повсеместном распространении в океане субмезомасштабной (т. е. имеющей пространственный масштаб меньше внутреннего радиуса деформации Россби) изменчивости основных полей [9, 15]. Карты распределений различных полей, воспроизведенных в численных расчетах в [15], демонстрируют, что океан должен быть заполнен субмезомасштабными вихревыми структурами. На основе численных экспериментов установлено, что существует каскадный перенос энергии по спектру от субмезомасштабных вихрей к синоптическим. Поэтому вполне возможно образование синоптических вихрей за счет поступления энергии от субмезомасштабного фона.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Бреховских Л.М., Иванов-Францевич Г.Н., Кошляков М.Н., Федоров К.Н., Фомин Л.М., Ямпольский А.Д.* Некоторые результаты гидрофизического эксперимента на полигоне в Тропической Атлантике // Изв. АН СССР. Физика атмосферы и океана. 1971. Т. 7. № 5. С. 511–528.
2. *Бэтчелор Дж.* Введение в динамику жидкости. М.: Мир, 1973. 758 с.
3. *Зырянов В.Н.* Теория установившихся морских течений. Л.: Гидрометеиздат, 1985. 248 с.
4. *Зырянов В.Н.* Топографические вихри в динамике морских течений. М.: ИВП РАН, 1995. 239 с.
5. *Кортаев Г.К.* Структура и кинематика синоптических вихрей в океане: теория и современные наблюдения // Морской гидрофиз. журн. 2020. № 6. С. 757–780.
6. *Кортаев Г.К., Дорофеев В.Л.* Эволюция ансамбля геострофических вихрей на β -плоскости // Изв. РАН. Физика атмосферы и океана. 1999. Т. 35. № 2. С. 200–206.
7. *Кортаев Г.К., Коснырев В.К., Шевченко Э.А.* Структура возмущений поля температуры синоптических вихревых образований // Морские гидрофиз. исслед. Севастополь. 1979. № 2. С. 167–174.

8. *Кошляков М.Н., Белокопытов В.Н.* Синоптические вихри открытого океана: обзор экспериментальных исследований // Морской гидрофиз. журн. 2020. № 6. С. 613–627.
9. *Chassignet E.P., Xu X.* Impact of horizontal resolution ($1/12^\circ$ to $1/50^\circ$) on Gulf Stream separation, penetration, and variability // J. Phys. Oceanogr. 2017. № 47. P. 1999–2021.
<https://doi.org/10.1175/JPO-D-170031.1>
10. *Chelton D.B., Schlax M.G., Samelson R.M.* Global observations of nonlinear mesoscale eddies // Progress Oceanogr. 2011. № 91. P. 167–216.
11. *Ferrari R., Wunsch C.* Ocean Circulation Kinetic Energy: Reservoirs, Sources, and Sinks // Ann. Rev. Fluid Mech. 2009. V. 41. P. 253–282.
12. *Korotaev G.K.* Radiating vortices in geophysical fluid dynamics // Survey Geophys. 1997. V. 18. № 6. P. 567–619.
13. *McWilliams J.C.* The emergence of isolated coherent vortices in turbulent flow // J. Fluid Mech. 1984. V. 146. P. 21–43.
14. *Rhines P.B.* Geostrophic turbulence // Ann. Rev. Fluid Mech. 1979. V. 11. P. 401–441.
15. *Su Z., Wang J., Klein P., Thompson A.F., Menemenlis D.* Ocean submesoscales as a key component of the global heat budget // Nature communications. 2018. V. 9. № 775. P. 1–8.
<https://doi.org/10.1038/s41467-018-02983-w> | www.nature.com/naturecommunications