

ВЗАИМОДЕЙСТВИЕ ВОД СУШИ С ОКРУЖАЮЩЕЙ СРЕДОЙ

УДК 504;556

ИЗМЕНЕНИЯ ГЛОБАЛЬНОГО ВОДООБМЕНА ПО РЕЗУЛЬТАТАМ ИСТОРИЧЕСКИХ ЭКСПЕРИМЕНТОВ НА КЛИМАТИЧЕСКИХ МОДЕЛЯХ ПРОЕКТА CMIP-6¹

© 2023 г. С. Г. Добровольский^{а, *}, В. П. Юшков^б, И. В. Соломонова^а

^аИнститут водных проблем РАН, Москва, 119333 Россия

^бМосковский государственный университет им. М.В. Ломоносова, физический факультет, Москва, 119991 Россия

*e-mail: sgdo@bk.ru

Поступила в редакцию 24.02.2023 г.

После доработки 27.02.2023 г.

Принята к публикации 01.06.2023 г.

Проанализированы полученные в результате “исторических” экспериментов на нескольких десятилетиях (от 34 до 41) климатических моделей проекта CMIP-6 многолетние, длиной до 165 лет, ряды глобально осредненных величин основных составляющих водообмена. Исследуются вариации испарения с поверхности океана, осадков над океаном, эффективного испарения с океана (суммарного горизонтального влагопереноса в атмосфере с океана на сушу), суммарного модельного речного стока с материков. Показано, что модельные осадки над океаном эффективно отфильтровывают монотонный положительный тренд в испарении с океана и, следовательно, оказывают стационаризирующее воздействие на всю цепь глобального водообмена, в том числе на многолетние изменения глобального речного стока.

Ключевые слова: проект CMIP-6, исторические эксперименты, климатические изменения составляющих глобального водообмена, речной сток.

DOI: 10.31857/S0321059623700037, **EDN:** NQQSTL

ВВЕДЕНИЕ

Несмотря на то, что вопросам изменений в климатической системе в последнее время уделяется повышенное внимание (что отражено, например, в обширной библиографии в последнем отчете Международной группы экспертов по изменениям климата IPCC (Intergovernmental Panel on Climate Change)) [13] – колебания составляющих водообмена в глобальном пространственном масштабе и в климатических временных масштабах изучены совершенно недостаточно. Так, остается неисследованной следующая важнейшая проблема. Почему при несомненном росте глобальной температуры воздуха за последние 100–150 лет и кажущемся неизбежным соответствующем росте испарения с океана и интенсификации всего глобального водообмена – значительного увеличения стока большинства рек мира не наблюдается [2]. Последний вывод сформулирован в работах [2, 3] на основе анализа многолетних изменений годового речного стока в отдельных створах и суммарного стока в океан. Так, исследование всех доступных длинных (более 40 лет) около 1000 рядов

стока рек основного типа (не озерных и не зарегулированных) показало, что только в 4% створов наблюдаются статистически значимые монотонные многолетние тренды [3]. Изучение ряда величин глобально суммированного стока рек в океан длительностью 87 лет [2] приводит к выводу о стационарности и этих изменений. Аналогичные выводы делаются во многих посвященных этому вопросу работах, их анализ приведен в книге [2]; например, авторы фундаментальной монографии [1] (с. 131) делают вывод о том, что “значимых трендов водных ресурсов рассматриваемых речных бассейнов и бассейнов морей не существует”.

Причиной недостаточного развития исследований глобального водообмена являются трудности инструментальных наблюдений за испарением с поверхности океана и горизонтального влагопереноса в атмосфере, а также недостаточная продолжительность наблюдений для оценки изменений этих климатических характеристик. Еще сложнее оценивать осредненные по большим регионам осадки – как над океаном, так и над сушей, а также испарение/эвапотранспирацию с поверхности суши ввиду чрезвычайной пространственной мозаичности этих характеристик. Большие сложно-

¹ Работа выполнена в рамках проекта 23-27-00114 Российского научного фонда.

сти возникают и при попытках разделить естественные и антропогенные причины этих изменений.

Определенные общие закономерности изменений компонентов глобального водообмена могут быть получены при помощи трактовки результатов расчетов на детальных гидродинамических моделях климатической системы — “климатических моделях” (КМ), описывающих большое количество процессов в океане, атмосфере и на поверхности суши. Сравнительные результаты расчетов по более чем 50 КМ представлены в рамках проектов CMIP-5 и CMIP-6 и имеются в открытом доступе. Особенный интерес представляют так называемые “исторические” эксперименты на указанных моделях, воспроизводящие изменения различных модельных гидрометеорологических характеристик на протяжении периода времени с середины XIX в. вплоть до второго десятилетия XXI в. В качестве “внешних” сигналов (форсинга) в таких моделях учитываются два основных типа процессов: медленное накопление парниковых газов в атмосфере и быстрые (“взрывные”) вулканические извержения. Процессы других временных масштабов, как правило, рассчитываются внутри моделей, причем все модели приблизительно сходно реагируют на внешние воздействия указанных двух типов, демонстрируя сходные хронологические ответы на эти сигналы. В свою очередь, основным “внутренним” процессом, влияющим на поведение климатических характеристик моделей, является так называемое “погодное возбуждение” климатической системы (по К. Хассельманну [12]) — результат воздействия сравнительно быстрых атмосферных процессов синоптического масштаба на более инерционные компоненты системы: океан, поверхность суши и покрывное оледенение. В работах [12, 14] и в ряде других работ сотрудников и соавторов К. Хассельманна на основе данных наблюдений, палеореконструкций, численных расчетов с помощью стохастических моделей, а также в результате теоретического анализа было убедительно показано, что в глобальном пространственном масштабе и в широком диапазоне климатических масштабов времени “погодное возбуждение” приводит к вариациям средней глобальной температуры по типу случайных блужданий (или винеровских процессов). С учетом этой концепции различные модели экспериментов CMIP-6 должны давать различные хронологические отклики на “погодное возбуждение”— в отличие от указанных выше двух типов “внешних” сигналов. Причиной этого является то, что модели в “исторических экспериментах” не воспроизводят реальную хронологию синоптических изменений.

Этот дуализм в поведении моделей позволяет расчленить внутренние и внешние причины изменений, в том числе составляющих водообмена,

причем основную роль во “внешних” причинах играют поступления парниковых газов в атмосферу, так как эти эффекты имеют долговременный характер, в то время как эффекты взрывных вулканических извержений “рассасываются” не более чем за несколько лет.

Важным преимуществом детерминистических гидродинамических климатических моделей экспериментов CMIP-5 и CMIP-6 является то, что ансамбль моделей — в отличие от инструментальных наблюдений и данных реанализа — позволяет воспроизводить большое количество различных “реализаций” эволюции климатической системы, т. е. большее количество теоретически возможных вариантов поведения системы в предположении о том, что внешние сигналы для прогона каждой модели остаются одними и теми же, а эффекты “погодного возбуждения” различны. Таким образом, всю совокупность прогонов разных детерминистических моделей из общего ансамбля моделей на протяжении исторических экспериментов можно рассматривать как совокупность выборочных траекторий случайного процесса. Как следует из теории стохастических моделей климата К. Хассельманна, осреднение бесконечного числа реализаций тех изменений (винеровского характера) глобально осредненных параметров климатической системы, причина которых — погодное возбуждение, в масштабах времени порядка десятков и сотен лет должно дать отсутствие изменений за счет этого фактора. Так как число используемых авторами статьи моделей ограничено, трудно ожидать полного подавления глобальных изменений вследствие “погодного возбуждения” при осреднении по всем моделям, однако такое осреднение способно сильно ослабить указанные эффекты — и таким образом более четко выявить роль парникового эффекта.

В связи с тем, что индивидуальные взрывные вулканические извержения оказывают влияние на состояние климатической системы на протяжении не более чем несколько лет каждое, а их совокупность производит впечатление реализации некоррелированного по времени случайного процесса, результирующий эффект, по-видимому, имеет такую же структуру, что и эффект климатического погодного возбуждения. Различие заключается в том, что теоретически исторические эксперименты на моделях CMIP-6 воспроизводят только одну реализацию, порожденную взрывными извержениями, в то время как число реализаций, порожденных погодным возбуждением, велико. Однако в настоящей работе анализ ансамблевых оценок, в особенности анализ рядов эффективного испарения с океана, показывает, что это различие не оказывает существенного влияния на общие выводы работы.

Цели настоящей работы можно сформулировать следующим образом:

1) изучение при помощи ансамблевых оценок на моделях климатической системы особенностей стационарного/нестационарного поведения различных составляющих глобального водообмена в климатических масштабах времени — от межгодовых колебаний до изменений на протяжении полутора столетий;

2) выявление причины на этой основе отмеченного выше парадокса — отсутствия значимого монотонного тренда в глобальном речном стоке при несомненном росте средней глобальной температуры и тренда в среднем испарении с поверхности океана;

3) выявление также механизма, за счет которого спектральные плотности изменений глобального речного стока имеют в основном “белозумный” характер — неизменны по частоте;

4) в целом — предложение непротиворечивой гипотезы относительно основных особенностей и закономерностей многолетних изменений компонентов глобального водообмена на основе “исторических” модельных экспериментов.

ДАННЫЕ МОДЕЛЬНЫХ РАСЧЕТОВ

Детали использования результатов моделей проекта CMIP-6 заключаются в следующем. Проект CMIP-6 [19] объединяет множество как глобальных, так и региональных (LAM) гидродинамических моделей. Из этого ансамбля моделей рассмотрены лишь те глобальные модели, результаты (поля) которых представлены для общего пользования, т. е. имеющиеся на сайтах (нодах) проекта ESGF (Earth System Grid Federation) [11] данные о глобальном поле испарения/эвапотранспирации, осадках (общего типа) и общем стоке.

Так как сам проект CMIP-6 не задает жестких рамок и правил, лишь 48 глобальных моделей предоставили эти поля на сегодняшний день. В дальнейшем возможно расширение этих данных и поступление сведений от других моделей. Также в настоящее время еще продолжается работа в рамках предыдущего проекта, CMIP-5, и эти данные (поля) также могут быть использованы. Результаты обоих проектов в целом аналогичны, но точки доступа к информации находятся в разных базах данных.

В рамках представляемой работы для сопоставления используемых моделей между собой была осуществлена интерполяция различных модельных глобальных полей на единую гауссову сетку T62 с треугольным усечением. Ее характерное разрешение — 2×1.7 градуса. Более плотные сетки для интерполяции были использованы авторами статьи ранее в других работах, например [5].

“Маска” суши и океана, использованная в проекте, показана на рис. 1. Результаты тестовых экспериментов с интерполяцией данных на маску T255 или T254 (с разрешением ~ 0.5 градуса) не изменяют существенно полученные результаты (средние глобальные значения), но намного увеличивают время множественных расчетов. Для интерполяции, выборки, интегрирования по поверхностям суши и океана использовался пакет программ CDO Немецкого метеорологического института им. Макса Планка [15], весьма удобный для быстрой пакетной обработки результатов численного моделирования и рекомендованный американской университетской корпорацией атмосферных исследований [17].

В конечном итоге для анализа использовались данные всех доступных моделей климата проекта CMIP-6, для которых удалось обобщить информацию, полученную в результате “исторических экспериментов” по составляющим водообмена. Наборы параметров, для которых были доступны данные исторических экспериментов, несколько различались. Кроме того, несколько моделей были исключены из рассмотрения после анализа результатов, так как они давали кардинально отличающиеся от остальных моделей оценки. Наконец, при сопоставлении ансамблевых оценок по различным параметрам, а также для оценки расчетных параметров необходимы были наборы моделей, по которым имелись результаты в отношении всех требуемых комбинаций параметров. Например, для оценки изменений годовых величин испарения с поверхности океана использовались результаты 41 модели, для оценки изменений осадков над океаном и “эффективного” испарения с океана (разности “испарение минус осадки”) — 40 моделей, годового слоя стока с суши — 34 модели.

В итоге, в работе использовались результаты экспериментов на 41 модели проекта CMIP-6. Информация о моделях приведена в табл. 1.

Почти во всех случаях (за исключением 1–3 моделей) использовались данные “исторических экспериментов” за одинаковый промежуток времени: с 1850 по 2014 г., всего 165 лет. Для всех моделей скачивались также месячные данные по каждому из параметров, однако в связи с ограниченностью объема статьи в нее не включены результаты их анализа.

По унифицированной сетке, соответствующей “маске” на рис. 1, результаты численного моделирования приходилось интерполировать, поскольку разные модели используют разные расчетные сетки: “гауссову”, “географическую” (“lonlat”) или “криволинейную” (“curvilinear”). Интерполяция и выборка данных, суммирование стока по площади проводились с помощью пакета программ CDO [9].

Таблица 1. Информация об использованных в работе моделях климатической системы

Название модели	Институт	Ссылка (DOI)	Номинальное разрешение, (км): а – атмосфера, l – суша, о – океан, i – морской лед
ACCESS-CM2	CSIRO, Australia	10.22033/ESGF/CMIP6.4271	a: 250, l: 250, o: 100, i: 100
AWI-CM-1-1-MR	AWI, Germany	10.22033/ESGF/CMIP6.2686	a: 100, l: 100, o: 25, i: 25
AWI-ESM-1-1-LR	AWI, Germany	10.22033/ESGF/CMIP6.9328	a: 250, l: 250, o: 50, i: 50
BCC-CSM2-MR	BCC, China	10.22033/ESGF/CMIP6.2948	a: 100, l: 100, o: 50, i: 50
BCC-ESM1	BCC, China	10.22033/ESGF/CMIP6.2949	a: 250, l: 250, o: 50, i: 50
CAMS-CSM1-0	CAMS, China	10.22033/ESGF/CMIP6.9754	a: 100, l: 100, o: 100, i: 100
CESM2-FV2	NCAR), USA	10.22033/ESGF/CMIP6.11297	a: 250, l: 250, o: 100, i: 100
CESM2	NCAR, USA	10.22033/ESGF/CMIP6.7627	a: 100, l: 100, o: 100, i: 100
CESM2-WACCM-FV2	NCAR, USA	10.22033/ESGF/CMIP6.11298	a: 250, l: 250, o: 100, i: 100
CESM2-WACCM	NCAR, USA	10.22033/ESGF/CMIP6.10071	a: 100, l: 100, o: 100, i: 100.
CMCC-CM2-HR4	CMCC, Italy	10.22033/ESGF/CMIP6.1359	a: 100, l: 100, o: 25, i: 25
CMCC-CM2-SR5	CMCC, Italy	10.22033/ESGF/CMIP6.3825	a: 100, l: 100, o: 100, i: 100
CMCC-ESM2	CMCC, Italy	10.22033/ESGF/CMIP6.13195	a: 100, l: 100, o: 100, i: 100
E3SM-1-0	E3SM-Project, USA	10.22033/ESGF/CMIP6.4497	a: 100, l: 100, o: 50, i: 50
E3SM-1-1	E3SM-Project, USA	10.22033/ESGF/CMIP6.11485	a: 100, l: 100, o: 50, i: 50
EC-Earth3-AerChem	EC-Earth-Consortium	10.22033/ESGF/CMIP6.4701	a: 100, l: 100, o: 100, i: 100
EC-Earth3-CC	EC-Earth-Consortium	10.22033/ESGF/CMIP6.4702	a: 100, l: 100, o: 100, i: 100
EC-Earth3	EC-Earth-Consortium	10.22033/ESGF/CMIP6.4700	a: 100, l: 100, o: 100, i: 100
EC-Earth3-Veg-LR	EC-Earth-Consortium	10.22033/ESGF/CMIP6.4707	a: 250, l: 250, o: 100, i: 100
EC-Earth3-Veg	EC-Earth-Consortium	10.22033/ESGF/CMIP6.4706	a: 100, l: 100, o: 100, i: 100
FGOALS-f3-L	CAS, China	10.22033/ESGF/CMIP6.3355	a: 100, l: 100, o: 100, i: 100
FGOALS-g3	CAS, China	10.22033/ESGF/CMIP6.3356	a: 250, l: 250, o: 100, i: 100
FIO-ESM-2-0	FIO, China	10.22033/ESGF/CMIP6.9199	a: 100, l: 100, o: 100, i: 100
GISS-E2-1-G	NASA-GISS, USA	10.22033/ESGF/CMIP6.7127	a: 250, l: 250, o: 100, i: 250
GISS-E2-1-H	NASA-GISS, USA	10.22033/ESGF/CMIP6.7128	a: 250, l: 250, o: 100, i: 250
GISS-E2-2-H	NASA-GISS, USA	10.22033/ESGF/CMIP6.2081	a: 250, l: 250, o: 100, i: 100
INM-CM4-8	INM, Russia	10.22033/ESGF/CMIP6.12321	a: 100, l: 100, o: 100, i: 100
INM-CM5-0	INM, Russia	10.22033/ESGF/CMIP6.5070	100, a: 100, l: 100, o: 50, i: 50
IPSL-CM5A2-INCA	IPSL, France	10.22033/ESGF/CMIP6.13661	a: 500, l: 500, o: 250, i: 250
IPSL-CM6A-LR-INCA	IPSL, France	10.22033/ESGF/CMIP6.13601	a: 250, l: 250, o: 100, i: 100
KACE-1-0-G	NIMS-KMA, Korea	10.22033/ESGF/CMIP6.8378	a: 250, l: 250, o: 100, i: 100
MIROC6	MIROC, Japan	10.22033/ESGF/CMIP6.5603	a: 250, l: 250, o: 100, i: 100
MPI-ESM-1-2-HAM	HAMMOZ-Consortium	10.22033/ESGF/CMIP6.5016	a: 250, l: 250, o: 250, i: 250
MPI-ESM1-2-HR	MPI-M, Germany	10.22033/ESGF/CMIP6.6594	a: 100, l: 100, o: 50, i: 50
MPI-ESM1-2-LR	MPI-M, Germany	10.22033/ESGF/CMIP6.6595	a: 250, l: 250, , o: 250, i: 250
MRI-ESM2-0	MRI, Japan	10.22033/ESGF/CMIP6.6842	a: 100, l: 100, o: 100, i: 100
NESM3	NUIST, China	10.22033/ESGF/CMIP6.8769	a: 250, l: 2.5, o: 100, i: 100
NorCPM1	NCC, Norway	10.22033/ESGF/CMIP6.10894	a: 250, l: 250, o: 100, i: 100
NorESM2-LM	NCC, Norway	10.22033/ESGF/CMIP6.8036	a: 250, l: 250, o: 100, i: 100
NorESM2-MM	NCC, Norway	10.22033/ESGF/CMIP6.8040	a: 100, l: 100, o: 100, i: 100

что по модулю на порядок меньше, чем при использовании алгоритма ВЦ РАН. Стандарт оказался равен единице с точностью до шестого знака после запятой (ошибка по крайней мере на 4.5 порядка меньше), асимметрия -0.029977 (в 5 с лишним раз лучше по модулю, чем с применением алгоритма ВЦ РАН).

Другой важной предпосылкой для создания новых формул послужил предложенный авторами новый экономичный метод генерирования последовательностей независимых псевдослучайных гауссовских чисел, обладающий лучшими свойствами по сравнению с имеющимися аналогичными методами. В его основу заложена идея зеркально-симметричного удвоения (ЗСУ) генерирующего алгоритма, автоматически устраняющая асимметрию получаемых чисел, приводящая к нулю математическое ожидание (т. е. приводящая к нулю смещенность) и позволяющая с любой точностью получать единичную дисперсию.

Предложенный метод ЗСУ опробовался авторами с использованием упоминавшегося выше алгоритма Вычислительного центра РАН и числовой встроенной функции генерирования псевдослучайных равномерно распределенных чисел. Результаты тестирования предлагаемого метода (в сравнении с алгоритмом ВЦ РАН), полученные при генерировании 1 млн псевдослучайных величин, заключаются в следующем:

смещенность среднего можно устранить практически полностью — в указанном эксперименте ее величина <0.000001 ;

стандарт величин можно привести к единичному — его отличие от единицы в эксперименте также <0.000001 ;

коэффициент асимметрии уменьшается по модулю в 390 раз по сравнению с алгоритмом ВЦ РАН и составляет в данном случае -0.000391 ;

эксцесс относительно нормального уменьшается в >2 раза по сравнению с алгоритмом ВЦ РАН и составляет по модулю $<1/30$ от эксцесса гауссовского распределения (-0.098242).

В связи с тем, что сегменты изучаемых рядов рассматриваются как сегменты реализаций стационарных случайных процессов, для их анализа в работе использован метод наибольшей энтропии (МНЭ). В классической работе [18] показано, что максимизация энтропии, порождаемой отсутствующей информацией (отсутствующими частями анализируемых реализаций, предполагаемых бесконечными в теории случайных функций), и минимизация энтропии, порождаемой имеющейся информацией, приводят к оптимальному представлению рядов в виде отрезков реализаций процессов авторегрессии конечного порядка (АР):

$$X(t) = K_1 X(t-1) + K_2 X(t-2) + \dots + K_M X(t-M) + a(t), \quad (1)$$

где X — моделирующая изучаемый процесс случайная последовательность; t — целочисленное безразмерное время (в данном случае — безразмерные годы); $a(t)$ — некоррелированная по времени одинаково распределенная случайная величина. Ключевым моментом является выбор порядка авторегрессии M и оценка коэффициентов авторегрессии K_i — прежде всего первого — близкого по смыслу к коэффициенту автокорреляции для единичного сдвига по времени. Решение этих вопросов заключалось в следующем.

На основе предложенного авторами нового алгоритма генерирования гауссовских псевдослучайных величин и нового алгоритма пересчета исходных рядов в ряды выборочных значений нормально распределенных величин [2, 3] методом Монте-Карло получены новые формулы для оценок статистических и стохастических параметров рядов. Пробные параметры процессов АР оценивались авторами при помощи алгоритма Юла—Уокера с использованием рекурсивных формул Дарбина—Левинсона. Кроме того, рассмотрение изменений многочисленных гидрометеорологических параметров в климатических масштабах времени показало, что преобладающую роль играют стохастические модели нулевого (“белый шум”) или первого (“простая марковская цепь”) порядка. И в том, и в другом случае решающей является оценка первого пробного коэффициента авторегрессии, на практике вычисляемого как коррелированность смежных величин ряда. Авторами предложена новая формула для расчета этого ключевого при идентификации модели параметра — выборочной оценки ($r_{\text{выб}}$) величины коррелированности между смежными значениями ряда (N — длина ряда в безразмерных единицах времени). Соответствующее выражение имеет вид поправки к обычной, “несмещенной” оценке:

$$\Delta r_{\text{выб}} = \frac{0.945 + 3.05r_{\text{выб}}}{N} + \frac{4.73 + 18.6r_{\text{выб}} + 25.4r_{\text{выб}}^2}{N^2}. \quad (2)$$

Сравнение оценок (2) с широко используемыми в гидрологии оценками Резниковского—Костиной показывает, что первые обладают существенно меньшей смещенностью. Оценки Резниковского—Костиной предпочтительнее только для значений коэффициента автокорреляции ~ 0.9 , которые почти не встречаются на практике изучения предполагаемых стационарными сегментами рядов. Во всех остальных случаях — при значениях коэффициента от -0.9 до 0.8 — предлагаемые в настоящей работе оценки обладают преимуще-

ством: для рядов длиной 20 ординат средняя смещенность оценок авторов статьи по всем коэффициентам меньше в 27 раз, а для рядов длиной 40 ординат – в 55 раз.

Кроме того, предложены новые формулы для оценки стандартов случайных последовательностей, описывающих изучаемые ряды, для расчетов стандартов ошибок оценок изучаемых параметров и ряд других формул.

Также предложена новая модификация метода Акаике оценки порядков стохастических (авторегрессионных) моделей для описания изучаемых рядов. Эта модификация устраняет основной недостаток существующих методов: сильную зависимость оценок от длины рядов наблюдений. В предлагаемом подходе все длины рядов условно приравниваются к единой (стандартной), технически такое “уравнивание” достигается умножением критерия Акаике при нулевом порядке на специально подобранный корректирующий множитель (r_1 – аналог $r_{1\text{выб}}$):

$$K_{AC} = a_1 + \frac{a_2 + a_3 r_1}{N} + \frac{a_4}{N^2} + r_1(a_5 + a_6 r_1). \quad (3)$$

Примеры значений коэффициентов a для различных областей значений N и r_1 приведены в монографии [3] (с. 25).

В качестве примера эффективности предложенного метода оценки порядков процесса авторегрессии в упомянутой выше монографии [3] приведено сравнение порядков, рассчитанных при помощи критерия Акаике и при помощи предлагаемого варианта критерия. Для сравнения использованы все (764) имевшиеся в распоряжении длинные (не менее 20 лет) ряды годового стока на территории Российской Федерации. Сравнение показало, что использование традиционного критерия Акаике давало искусственное увеличение порядка модели авторегрессии на очень большую, критичную величину (0.7) при переходе от наименьших длин к наибольшим рядов, в то время как применение предложенного авторами статьи критерия демонстрировало неизменность его оценок.

Для изучения вопроса о стационарности изменений стока были предложены новые двусторонние критерии – раздельно для стационарности/нестационарности по среднему значению (математическому ожиданию $M_{\text{выб}}$), стандарту (среднеквадратичному отклонению $\sigma_{\text{выб}}$), автокоррелированности $r_{\text{выб}}$. Указанные критерии основывались на оценке стандартов разностей между выборочными средними значениями указанных параметров для первой и второй половин рядов (длиной не менее 40 лет) соответственно, каждая из которых предполагается отрезком реализации стационарного процесса. Формулы для них были получены путем построения несколькими методами

трехмерных поверхностей зависимостей искомых величин от специально подобранных функционалов ключевых параметров и последующей аппроксимации этих поверхностей многочленами второго порядка. Так, формула для $M_{\text{выб}}$ выглядит следующим образом:

$$\begin{aligned} \sigma(M_{\text{выб}}^{2\text{МК}} - M_{\text{выб}}^{1\text{МК}}) = \\ = 0.07 + \frac{15.3279 - 12.1355 \lg(1 - r_1)}{N} - \\ - \frac{239.147}{N^2} - \lg(1 - r_1)[0.3702 + 0.0011 \lg(1 - r_1)]. \end{aligned} \quad (4)$$

На основе формулы (4) и аналогичных ей рассчитывались значения соответствующих критериев стационарности/нестационарности рядов, пересчитанных в выборочные значения гауссовских случайных величин: по математическому ожиданию I_{SM} , по стандартам (дисперсиям) I_{SS} , по автокоррелированности I_{sr} . Так, формула для I_{SM} выглядит следующим образом:

$$I_{SM} = \frac{M_{\text{выб}}^2 - M_{\text{выб}}^1}{\sigma(M_{\text{выб}}^{2\text{МК}} - M_{\text{выб}}^{1\text{МК}})}, \quad (5)$$

где $M_{\text{выб}}^2 - M_{\text{выб}}^1$ – разность между выборочными средними значениями второй и первой половин ряда стока, вычисляемыми по обычным формулам; $\sigma(M_{\text{выб}}^{2\text{МК}} - M_{\text{выб}}^{1\text{МК}})$ – стандарт аналогичной разности, оцененный методом Монте-Карло для стационарной последовательности соответствующей длины и временной коррелированности – и аппроксимированный аналитическим выражением (4).

Можно показать, что для стационарных процессов критерий I_{SM} распределен нормально, с единичным стандартом. Таким образом, если расчет критерия по реальным рядам дает его значения, существенно превышающие по модулю единичные, это может служить основанием для предположения о нестационарности процессов по среднему.

ОСНОВНЫЕ РЕЗУЛЬТАТЫ

Испарение с поверхности океана

Смещенность оценок, полученных на разных моделях, велика. При этом величины, оцененные при помощи всех моделей, меньше, чем оцененные по данным наблюдений в работе [6] и по данным реанализа проекта “20th Century” (~3.84 мм/сут). Ближе всех к последним оценкам – модель MIROC-6, дающая среднее (совпадающее с медианным) значение 3.79 мм/сут при стандартном отклонении 0.0167 мм/сут и асимметрии 0.277.

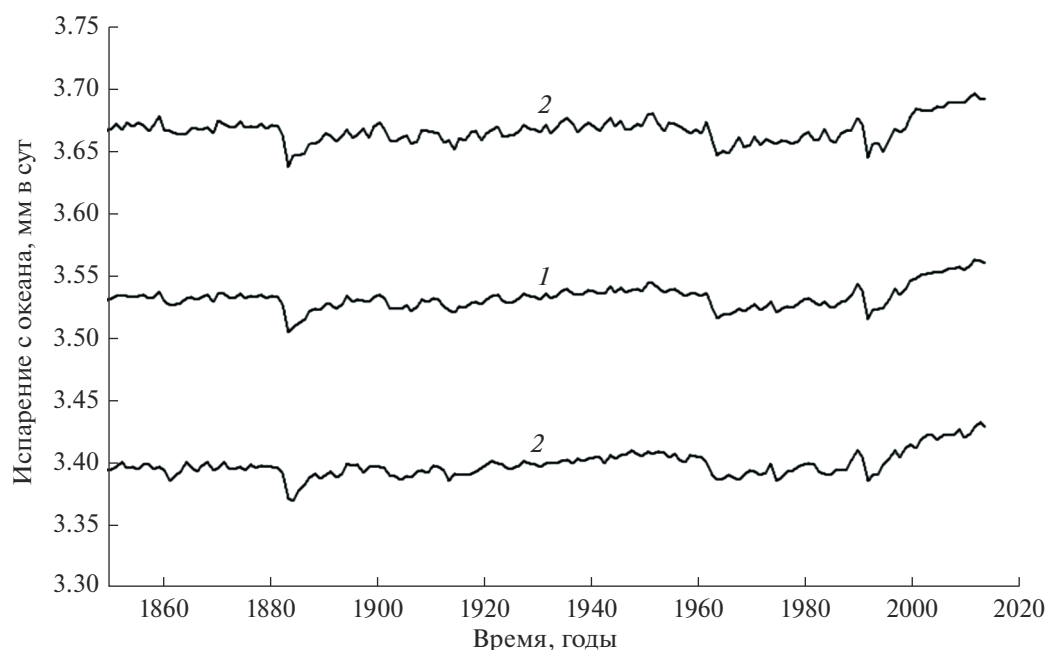


Рис. 2. Средние по 41 модели проекта CMIP-6 изменения испарения E_{OC} с поверхности океана (1), средние изменения E_{OC} плюс-минус стандарты (2).

Формально рассчитанный средний по всем моделям ряд испарения — вместе с величинами стандартов этих оценок — помещен на рис. 2.

Очевидно, что график на рис. 2, свидетельствующий об общей массе реализаций испарения с поверхности океана, мало что говорит о закономерностях реальных изменений. Анализ же отдельных реализаций показывает, что для многих реализаций адекватно предположение о наличии в рядах нестационарности монотонного типа (при наличии так называемых трендов). Так, $\sim 1/3$ всех рядов продемонстрировала общий отрицательный тренд испарения за рассматриваемые 165 лет, и $2/3$ рядов демонстрируют положительный тренд. Среднее ансамблевое годовое значение тренда такого рода по 41 модели составило 0.00008878 мм/сут в год — или 0.0147 мм/сут за весь период. Ниже показано, что, несмотря на кажущееся малое значение, рассматриваемый средний тренд статистически значим (2.5% за весь период).

Так, на рис. 3 показаны изменения осредненных по ансамблю 41 модели значений испарения с поверхности океана. На рис. 3а приведены график и формула экспоненциальной аппроксимации, на рис. 3б — линейной аппроксимации, теоретически более естественной при изучении воздействия экспоненциального роста концентрации парниковых газов в атмосфере на испарение с поверхности океана, однако на практике абсолютно тождественной линейному графику.

Уже визуально график показывает на заметное в среднем увеличение испарения с океана за рассматриваемый период.

Используя подходы, описанные в методической части настоящей статьи, ансамблевые оценки среднего значения “индекса стационарности” по математическому ожиданию I_{SM} для 41 модели составляют величину 1.9 (при единичном значении коэффициента для абсолютно стационарного ряда). Таким образом, вероятность наличия монотонного положительного тренда близка к 95% (что соответствует $I_{SM} = 1.96$). Что касается индексов стационарности по стандартам (дисперсиям) и по автокоррелированности, то они, как и в случаях других составляющих глобального водообмена, в целом находятся в диапазонах, соответствующих стационарной гипотезе.

На рис. 4 показаны теоретическая плотность вероятности индекса I_{SM} для стационарной последовательности и график плотности вероятности индекса I_{SM} , подогнанный для 41 реализации изменений испарения, полученных на климатических моделях. Очевидно существенное смещение второго графика относительно теоретически стационарного.

Подытоживая настоящий раздел, можно отметить, что сгенерированные моделями изменения испарения с поверхности океана в большинстве случаев обнаруживают наличие монотонных трендов — в двух третях случаев положительных и в од-

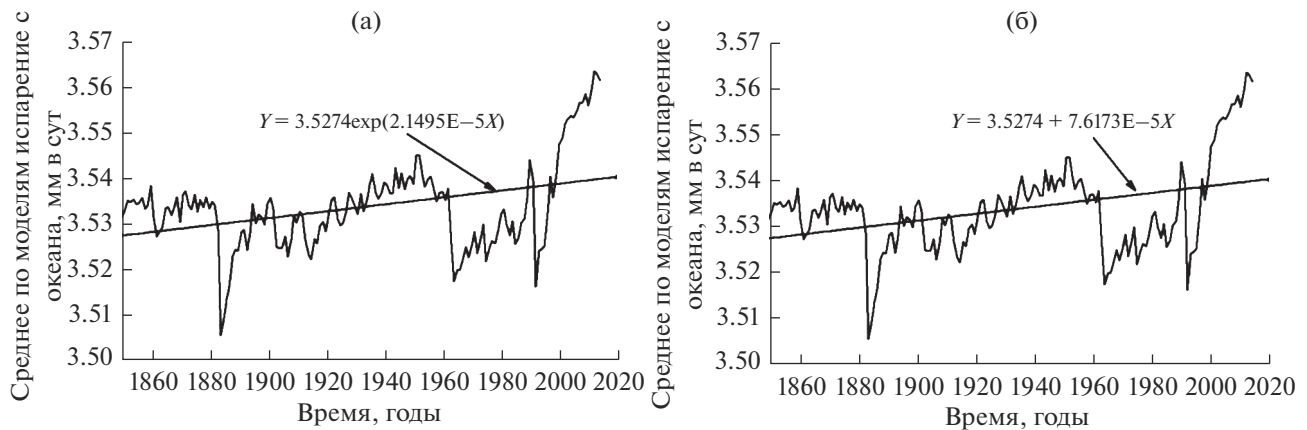


Рис. 3. Изменения осредненных по 41 модели величин среднего годового испарения E_{OC} с поверхности океана. Линией на рис. а — обозначена экспоненциальная аппроксимация, б — линейная аппроксимация.

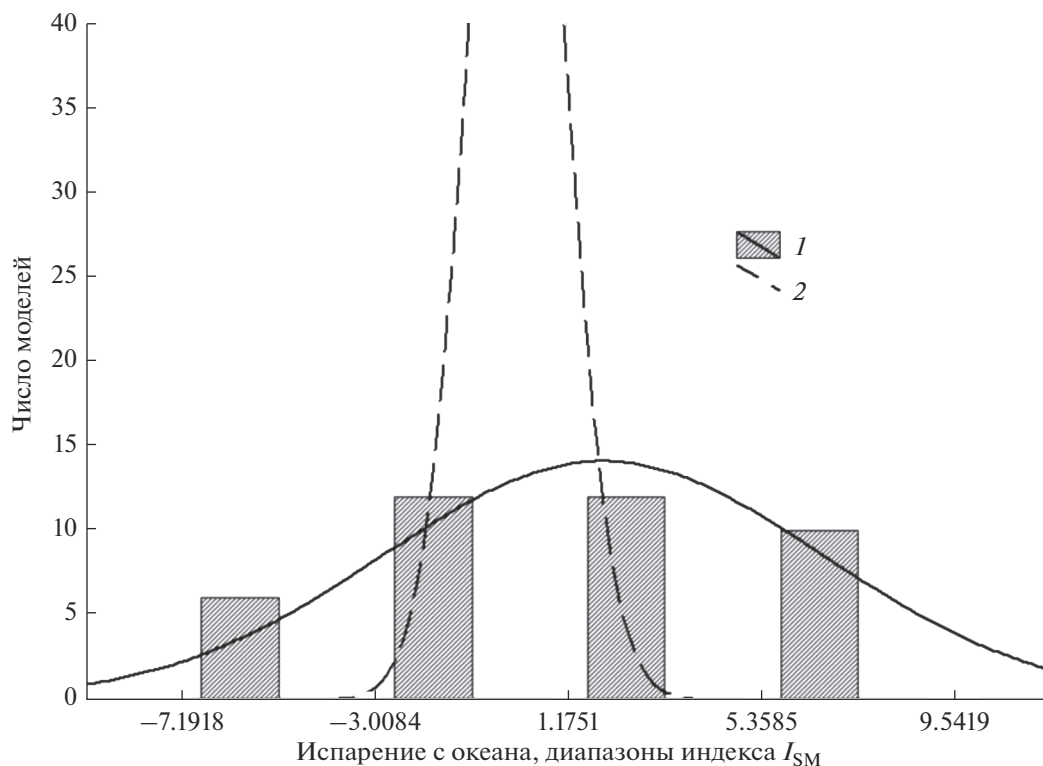


Рис. 4. Гистограмма и теоретическая (гауссовская) плотность вероятности индексов стационарности I_{SM} для 41 реализации изменений испарения E_{OC} с поверхности океана (1) и для стационарного процесса (2).

ной трети случаев отрицательных. Как отмечено выше, модели климатической системы воспроизводят три основные группы процессов: 1 — внутренние процессы в системе, обусловленные прежде всего процессами синоптического масштаба; 2 — обусловленные “взрывными” вулканическими извержениями; 3 — вызванные антропогенно-обусловленным ростом концентрации парнико-

вых газов в атмосфере. Если эффекты процессов групп 2 и 3 воспроизводятся всеми моделями примерно сходно (синхронно), так как эти возбуждающие силы задаются извне, то процессы группы 1 воспроизводятся в различных моделях асинхронно, так как модели не могут воспроизводить (и не предназначены для этого) реальные фазы каждого процесса синоптического масшта-

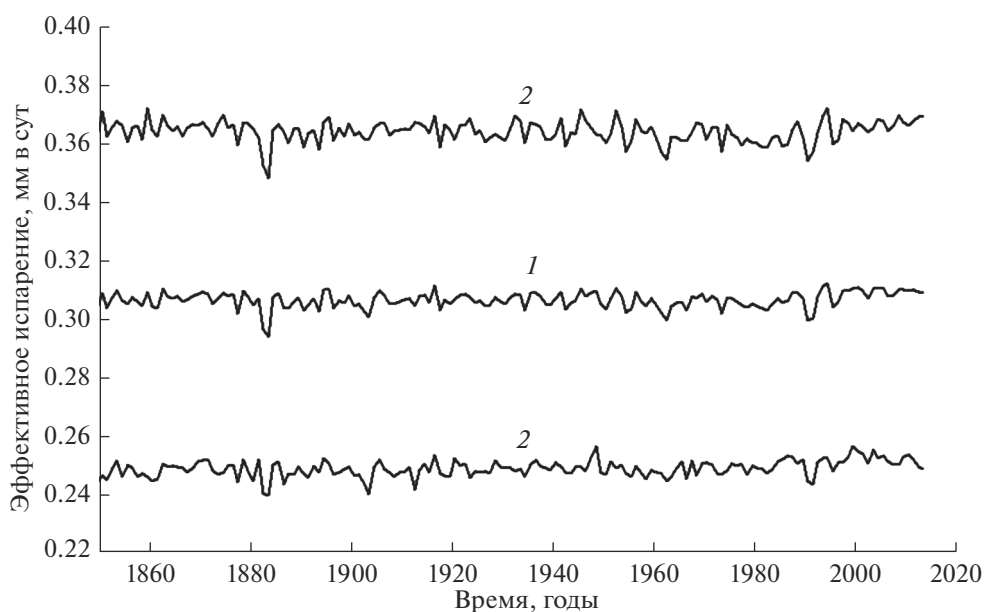


Рис. 5. Средние по 40 моделям проекта CMIP-6 изменения эффективного (видимого) испарения E_E с поверхности океана (1), средние изменения E_E плюс-минус стандарты (2).

ба. Таким образом, та треть трендов в изменениях испарения, которая воспроизводится моделями и имеет отрицательный знак, очевидно, связана с естественными процессами группы 2 и, в большей степени, группы 1. По-видимому, примерно такова и доля “причин”, воспроизводящих положительные тренды естественного происхождения. Следовательно, можно предположить, что вероятность осуществления положительного монотонного тренда антропогенного происхождения в реальной атмосфере, оценивается $\sim 1/3$.

Эффективное испарение с поверхности океана и результирующий перенос влаги с океана на сушу

Не будем останавливаться на анализе результатов, связанных непосредственно с изменениями осадков над океанами P_{OC} (качественно эти изменения и параметры изменений примерно повторяют картину для испарения с океанов), и перейдем к последствиям преобразования испарения с поверхности океана (E_{OC}) через посредство осадков к “эффективному” или “видимому” испарению (E_E) — разности между испарением и осадками: $E_E = E_{OC} - P_{OC}$. Оценка этого параметра играет важную роль и при изучении водного баланса суши, так как величина E_E (в данном случае средняя годовая) — количество влаги, остающееся на суше, т. е. теоретически так называемый “климатический” сток, разность между осадками и испарением/эвапотранспирацией на суше. Таким образом, вычисляя E_E в глобальном масштабе применяем метод, который можно назвать “об-

ратным аэрологическим методом в гидрологии”. Иначе говоря, если при использовании прямого аэрологического метода баланс влаги в пределах определенного бассейна на суше оценивался путем вычисления баланса горизонтального потока влаги в атмосфере через контур бассейна, то в данном случае по балансу влаги на поверхности бассейна (всего Мирового океана) оцениваем конечный влагоперенос через его контур — т. е. через береговую линию на сушу.

Для расчетов и анализа величин E_E взяты ансамблевые результаты тех же моделей, что и при анализе E_{OC} , за исключением одной модели, для которой не было информации о результатах исторических экспериментов в отношении осадков над океаном, т. е. число моделей равнялось 40.

Среднее ансамблевое значение E_E по 40 моделям составляет 0.307 мм/сут, что близко к медианному значению (0.306) и к моде (0.304). Среднеквадратичное отклонение равно 0.0102 мм/сут, коэффициент вариации 0.04. Плотность вероятности значений близка к нормальной: коэффициент асимметрии составляет всего 0.06, что не превышает ошибку его оценки.

На рис. 5 представлены осредненные по данным 40 моделей изменения E_E за 165 лет — вместе со стандартами этих оценок. Так же, как и в случае с испарением с океана, график на рис. 5 дает представление об общей картине воспроизведения процессов климатическими моделями и о большой смещенности оценок в каждой индивидуальной модели, но не позволяет судить о наличии или отсутствии статистически значимых неста-

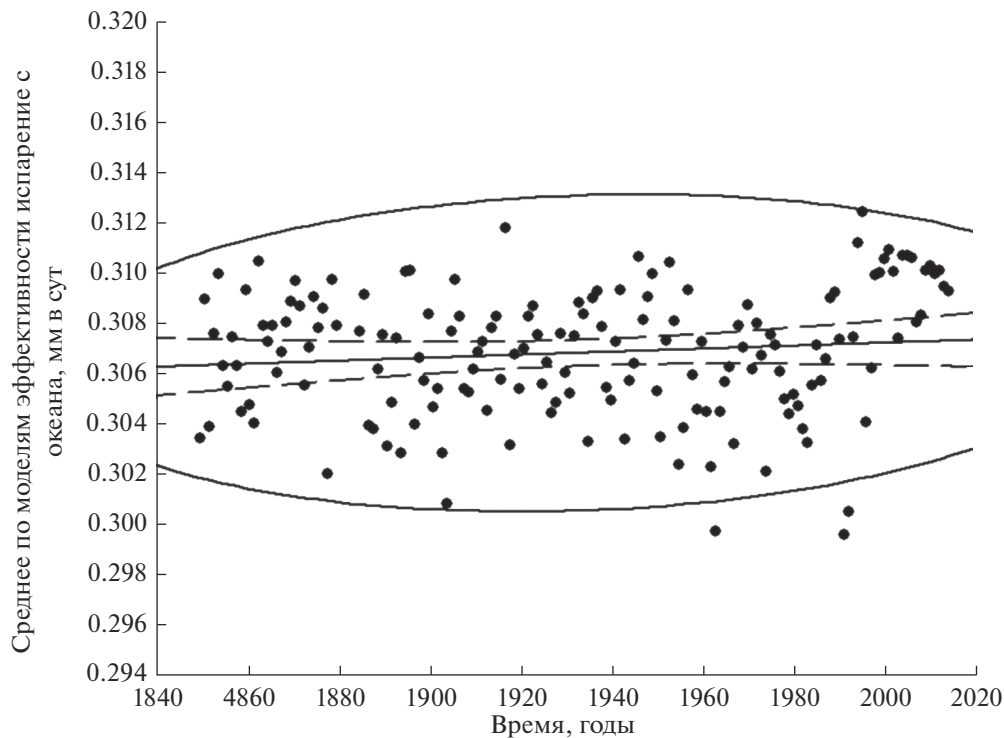


Рис. 6. Среднее по 40 моделям проекта CMIP-6 изменения эффективного (видимого) испарения E_E с поверхности океана (точки), линейная интерполяция (прямая), 95%-ные доверительные интервалы для линии регрессии (пунктирные линии), 95%-й эллипс рассеяния.

ционарностей в рядах. Для этой цели необходимо изучение каждой индивидуальной реализации и их статистик, а также осредненных по всем реализациям изменений процессов, например E_E на рис. 6.

Грубая оценка степени нестационарности осредненного ряда здесь осуществлена путем построения линии регрессии (по существу — оптимальной линейной интерполяции) в сопоставлении с доверительными интервалами разумного уровня значимости. В данном случае угол наклона линии регрессии крайне невелик, что согласуется с соотношением индивидуально рассчитанных для каждой из 40 моделей линий регрессии: ровно половина из них (20 моделей) демонстрирует общее увеличение эффективного испарения, в то время как другая половина показывает уменьшение E_E .

Более строгое изучение степени нестационарности ряда осредненных значений E_E заключается в расчете индекса I_{SM} при помощи методов, описанных выше. Так, среднее значение этого индекса по всем моделям составило всего 0.343, что существенно меньше среднеквадратичного (единичного) значения этой величины для абсолютно стационарного, по математическим ожиданиям, процесса. Стандарт оценок величины I_{SM} по всем моделям составляет 3.064, что почти на порядок больше среднего значения — при максимальном и

минимальном значениях соответственно 8.272 и -7.445 . Таким образом, проведенный анализ не указывает на наличие в эффективном испарении с океана стабильного монотонного тренда, который мог бы быть вызван, предположительно, парниковым эффектом. Присутствующие в рядах разнонаправленные и равновероятные монотонные тренды, скорее всего, связаны с естественной изменчивостью внутри климатической системы или с меняющейся по времени комбинацией взрывных вулканических извержений. Представляется, что указанный эффект и является одной из основных причин парадокса — незначительности наблюдаемых изменений годового стока в конкретных створах большинства рек мира и глобально суммированного речного стока [2] при явной интенсификации испарения с океана.

Сказанное иллюстрируется на рис. 7 графиком плотности вероятности (в виде гистограммы и аналитической кривой) индекса стационарности I_{SM} для оценок эффективного испарения с океана, а также теоретической кривой плотности вероятности I_{SM} для стационарного процесса. Графики показывают, что тренды эффективного испарения, в среднем близкие к нулю, имеют намного больший размах (положительный и отрицательный) по сравнению с ограниченной по времени реализацией стационарного процесса —

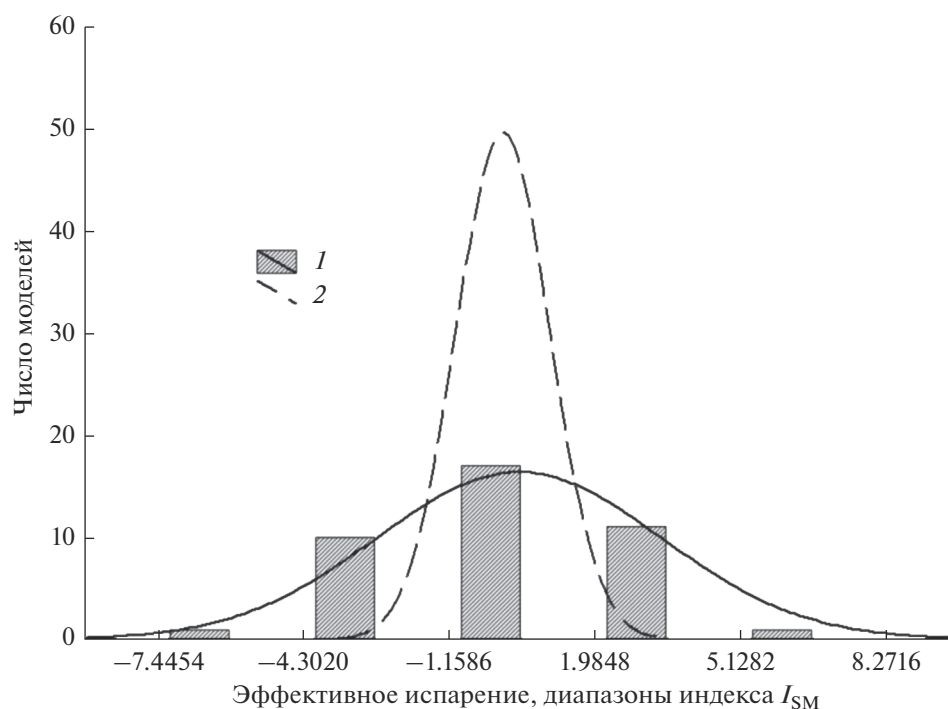


Рис. 7. Гистограмма и теоретическая (гауссовская) плотность вероятности индексов стационарности I_{SM} для 40 реализаций изменений эффективного (видимого) испарения с поверхности океана (1) и для стационарного процесса (2).

хотя этот диапазон существенно меньше, чем для рядов собственно испарения.

В связи с тем, что ряды эффективного испарения в среднем ближе к стационарным, чем ряды собственно испарения, расчет автокорреляционной функции и параметров авторегрессионных моделей по всей длине рядов (около 165 лет) в данном случае дает более информативные результаты. Для тех рядов, которые отвечают критериям стационарности, такой расчет полностью оправдан, для нестационарных рядов он осуществлен формально, однако результаты показывают, что и в такого рода рядах роль бел шума составляющей велика.

Так, на рис. 8 показан график распределения порядков стохастических (авторегрессионных) моделей рядов E_E . Очевидно, что преобладающую роль играют модели нулевого порядка, т. е. «белого шума» (в отличие от рядов E_{OC}).

В целом, полученные результаты показывают, что осадки над океаном в процессе преобразования испарения с поверхности океана в «видимое» или «эффективное» могут быть стационаризирующими или могут формировать процессы с близкой к бел шумной (неизменной по частотам) спектральной плотностью.

Как отмечено выше, одной из основных целей настоящей работы в первую очередь была диагностика того звена в цепи глобального водообмена, которое приводит к маскировке эффекта общего

роста испарения с поверхности океана в отношении последующих стадий влагооборота. Более детальное исследование механизмов, за счет которых такого рода маскировка происходит уже на стадии формирования «эффективного испарения», потребовало бы многочисленных дополнительных расчетов и написания нескольких статей. Ниже выскажем лишь предварительные предположения относительно причин указанного эффекта.

Испарение с поверхности океана представляет собой исходный процесс формирования глобального водообмена. Факторы испарения сосредоточены исключительно в пределах океана. В то же время «эффективное испарение» — намного более сложный процесс, включающий в себя следующие многочисленные составляющие, не ограниченные акваторией океана: (а) собственно испарение с океана, (б) образование осадков из испарившейся с океана влаги, (в) влагоперенос с океана на сушу, (г) образование осадков над суши из поступившей с океана влаги, (д) формирование стока с суши, (е) процесс испарения (эвапотранспирации) с поверхности суши, (ж) вынос части испарившейся с поверхности суши влаги с суши на океан и т. д. (включая детали водообмена ледникового покрова и формирования подземного стока). Каждый из указанных процессов содержит в себе «климатический шум» — сравнительно высокочастотные (прежде всего межгодовые)

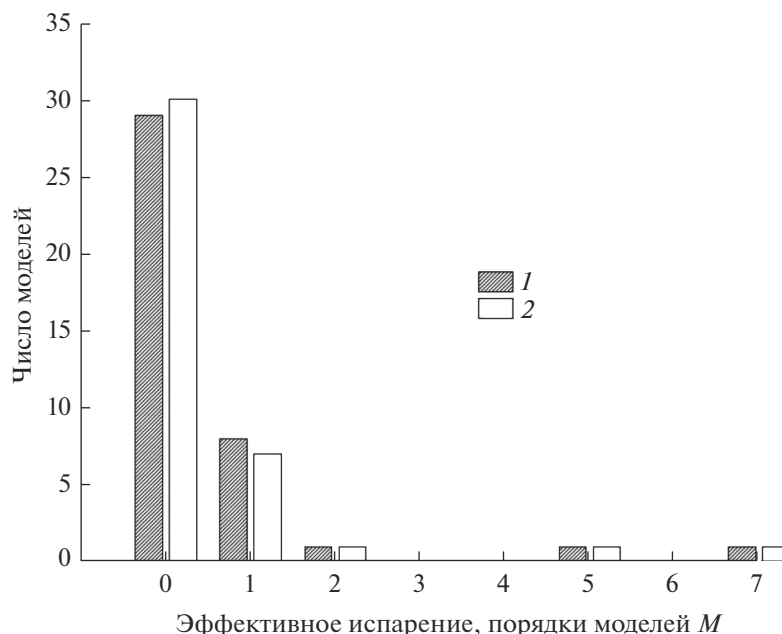


Рис. 8. Гистограмма порядков авторегрессионных моделей, идентифицированных для рядов эффективного испарения E_E с поверхности океана, полученных на 40 моделях проекта CMIP-6. 1 — исходные ряды, 2 — ряды, пересчитанные в выборочные значения гауссовских случайных величин.

случайные колебания, обусловленные как “погодным возбуждением” атмосферы, так и специфическими, в том числе региональными и локальными, процессами на суше. В итоге суммарные шумы, воздействующие на эффективное испарение с океана посредством осадков над океаном, в относительном выражении превышают уровень шумов, содержащихся в исходном процессе испарения с океана, и могут эффективно маскировать содержащийся в нем тренд.

Эффективное испарение с поверхности океана как индикатор суммарного стока с суши

Анализ модельных и наблюдаемых (реанализ) рядов “климатического” стока (который теоретически, в глобальном масштабе, равен эффективному испарению с поверхности океана) проведен авторами в [10]. Сопоставление модельных рядов этого параметра, полученных ранее с использованием результатов “исторических” экспериментов проекта CMIP-5, с рядами, полученными на моделях CMIP-6, показало, что результаты качественно сходны.

Не исследованным ранее остался вопрос о соотношении модельных рядов “климатического стока” E_E и модельных рядов актуального стока R . Соответствующие модельные ряды глобально осредненных указанных годовых величин теоретически должны быть сильно коррелированы друг с другом. Вместе с тем желательно убедиться в этом при помощи детального анализа ря-

дов: уменьшение коррелированности может достигать неопределенных величин вследствие следующих причин: 1 — захоронение части осадков в ледниковых щитах Антарктиды и Гренландии; 2 — аккумуляция осадков в переходящем на следующий год снежном покрове; 3 — аккумуляция осадков в подземных горизонтах; 4 — несовершенство моделей. С другой стороны, сильная коррелированность рядов E_E и R могла бы служить подтверждением продемонстрированной выше действенности механизма стационаризации парниковых изменений испарения с океана осадками над океаном — как объяснения того, что интенсификация испарения с океана не приводит к статистически значимым многолетним изменениям глобального стока.

Для этих экспериментов из 40 моделей, использованных авторами для анализа эффективного испарения с океана, были выбраны 34 модели, для которых имелись результаты генерирования годового слоя речного стока.

На рис. 9 показан осредненный по всем 34 использованным моделям ряд среднегодовых значений слоя стока с поверхности суши Земли. Средние изменения за 165-летний период не обнаруживают общего повышения стока: средняя ежегодная скорость изменений составляет незначительную отрицательную величину -0.0000047 мм/сут — заведомо меньшую, чем ошибка в оценке этой величины. Напомним, что отсутствие статистически значимого тренда характерно также для сред-

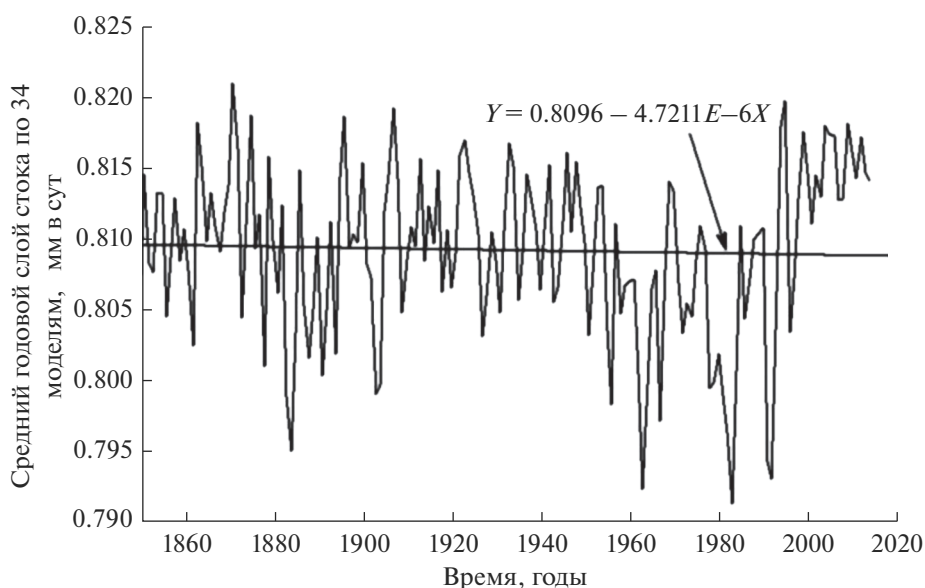


Рис. 9. Осредненный по 34 моделям проекта CMIP-6 ряд среднегодовых величин глобального слоя стока с поверхности суши.

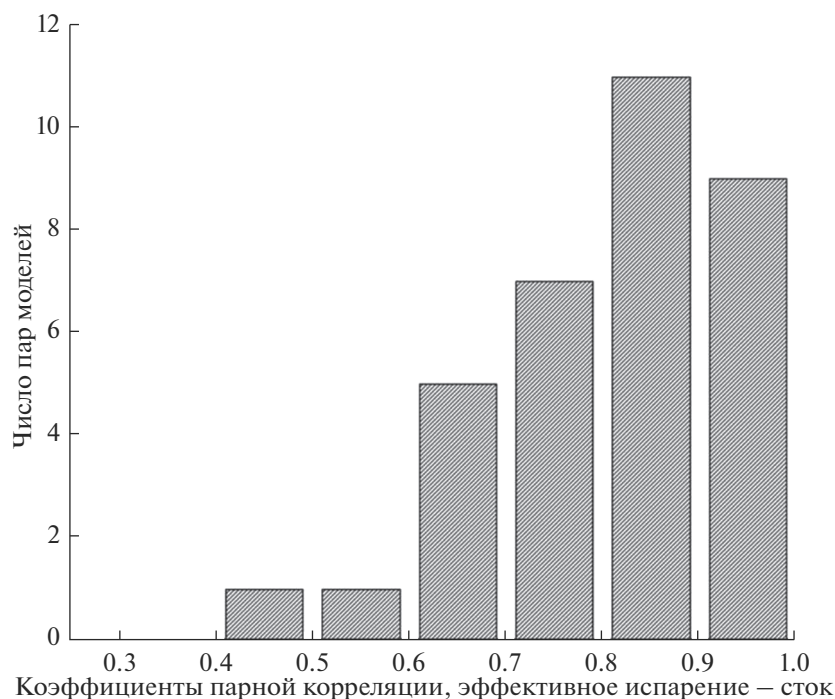


Рис. 10. Гистограмма коррелированности модельных рядов среднегодовых величин слоя стока и климатического стока (эффективного испарения с океана), полученных в результате исторических экспериментов на моделях проекта CMIP-6.

него ряда эффективного испарения с поверхности океана.

Наконец, на рис. 10 показана гистограмма коэффициентов парной корреляции рядов E_E и R . Средняя величина парной корреляции составля-

ет 0.85. Таким образом, величины эффективного испарения с поверхности океана, фактически являющиеся в глобальном масштабе величинами климатического стока, действительно тесно связаны с величинами актуального стока в конкрет-

ные годы, полученными на тех же моделях. В дополнение к этим расчетам были посчитаны парные корреляции между годовыми величинами эффективного испарения с поверхности океана и годовыми величинами модельного речного стока со сдвигом плюс один год. Как и следовало ожидать, коэффициенты в этом случае оказались существенно меньше — в среднем по всем моделям составили всего 0.30. Для сдвигов >1 года соответствующие парные корреляции были статистически незначимы.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Постулируется следующий подход к рассмотренной проблеме. Если данные наблюдений или реанализа дают всего одну реализацию эволюции климатической системы, включающей и гидрологическую компоненту, то данные моделирования на различных гидродинамических моделях климата позволяют получить большое количество отличающихся друг от друга теоретически возможных (при заданных внешних воздействиях в виде эмиссии парниковых газов и вулканических извержений) вариантов изменений системы. Причиной такого разнообразия модельных реализаций могут служить внутренние по отношению к климатической системе процессы типа “погодного возбуждения на климатических масштабах”, по К. Хассельманну. За счет этого появляется возможность оценить вероятностные параметры поведения гидрологической компоненты климата и выявить причины особенностей (прежде всего стационарного или нестационарного поведения) эволюции глобального водообмена.

Анализ 41 модельного ряда годовых величин суммарного испарения с поверхности океана в общем подтверждает предположения о росте испарения за последние полтора века вследствие роста глобальной температуры: осредненное по всем моделям испарение обнаруживает детерминированный монотонный положительный тренд. Если рассматривать индивидуальные модельные реализации, то априорная вероятность повышения испарения составляет $\sim 2/3$, вероятность уменьшения испарения составила $1/3$ — очевидно, в основном вследствие внутренних процессов типа “погодного возбуждения”. Указанную выше вероятность повышения можно объяснить в равных пропорциях воздействием глобального потепления, с одной стороны, и “повышательным” воздействием внутренних климатических процессов винеровского типа — с другой.

Привлеченные к анализу результаты исторических экспериментов позволили авторам ответить на важный вопрос: почему вопреки современному росту испарения с поверхности океана не наблюдается значительного увеличения стока

большинства рек мира? Причиной, по-видимому, является механизм преобразования испарения в “эффективное испарение” — разность между испарением с океана и осадками над океаном.

Разность “осадки минус испарение” над океаном неизбежно попадает на сушу. Метод оценки суммарного стока с суши при помощи расчета эффективного испарения с океана, таким образом, можно рассматривать как обратный так называемому “аэрологическому методу в гидрологии” (АМГ). Если АМГ заключается в расчете баланса влаги в пределах определенного бассейна на суше при помощи расчета результирующего горизонтального потока влаги в атмосфере через контур этого бассейна, то в исследуемом случае баланс влаги на поверхности океана используется для расчета результирующего потока через береговую линию материков. Сравнение модельных рядов эффективного испарения с океана и рядов модельного суммарного стока с суши показывает, что коэффициенты парной корреляции чрезвычайно велики — в среднем 0.85 для 34 моделей с сопоставимыми данными. Выводы, сделанные выше об эволюции эффективного испарения с океана, следовательно, применимы и к суммарному стоку с суши. По-видимому, именно осадки над океаном оказывают стационаризирующую роль в отношении испарения с океана и в очень значительной степени отфильтровывают монотонный тренд вследствие глобального потепления в том, что касается глобальных изменений речного стока. Осадки над океанами могут также играть существенную роль в белом шумном (не меняющемся вдоль оси частот) характере спектральной плотности изменений годовых величин глобально суммированного стока [2].

Выводы относятся к глобально и ежегодно осредненным величинам. Можно сформулировать следующую гипотезу: региональные и внутрисезонные особенности изменений водообмена имеют более сложную и более мозаичную структуру, которая впоследствии также может быть детально исследована при помощи “исторических” экспериментов на глобальных гидродинамических климатических моделях.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Водные ресурсы России и их использование / Под ред. И.А. Шикломанова. СПб.: ГГИ, 2008. 600 с.
2. Добровольский С.Г. Глобальная гидрология. Процессы и прогнозы. М.: Геос, 2017. 526 с.
3. Добровольский С.Г. Глобальные изменения речного стока. М.: Геос, 2011. 660 с.
4. Добровольский С.Г. Межгодовые и многолетние изменения стока рек мира // Вод. ресурсы. 2011. Т. 38. № 6. С. 643–660.
5. Добровольский С.Г., Татаринович Е.В., Юшков В.П. Сток важнейших рек России и его изменчивость

- в климатических моделях проекта CMIP-5 // Метеорология и гидрология. 2016. № 12. С. 44–62.
6. Мировой водный баланс и водные ресурсы Земли. Л.: Гидрометеиздат, 1974. 640 с.
 7. Яглом А.М. Введение в теорию стационарных случайных функций // Успехи математических наук. 1952. Т. 7. Вып. 5 (51). С. 3–168.
 8. Яглом А.М. Корреляционная теория стационарных случайных функций. С примерами из метеорологии. Л.: Гидрометеиздат, 1981. 280 с.
 9. Climate Data Operators. User's Guide. Ver. 1.6.1 [Электронный ресурс]. <http://code.zmaw.de/projects/cdo/> (дата обращения: 03.02.2021)
 10. Dobrovolski S.G., Yushkov V.P., Istomina M.N. Statistical Modeling of the Global River Runoff Using GCMs: Comparison with the Observational Data and Reanalysis Results // Water Resour. 2019. V. 46. Suppl. 2. P. S17–S24.
 11. Earth System Grid Federation (ESGF) [Электронный ресурс]. <https://esgf-data.dkrz.de/> (дата обращения: 03.02.2021)
 12. Hasselmann K. Stochastic climate models. Pt I. Theory // Tellus. 1976. V. 28. P. 473–485.
 13. IPCC, 2022: Climate Change 2022: Impacts, Adaptation, and Vulnerability. Contribution of Working Group II to the Sixth Assessment Report of the Intergovernmental Panel on Climate Change / Eds H.O. Pörtner, D.C. Roberts, M. Tignor, E.S. Poloczanska, K. Mintenbeck, A. Alegría, M. Craig, S. Langsdorf, S. Löschke, V. Möller, A. Okem, B. Rama. Cambridge; N. Y.: Cambridge Univ. Press, 2022. 63 p.
 14. Lemke P. Stochastic climate models. Part III. Application to zonally averaged energy models // Tellus. 1977. V. 29. № 5. P. 385–392.
 15. Max Planck Institute fur Meteorology (MPI-M). Climate Data Operators [Электронный ресурс]. <https://code.mpimet.mpg.de/projects/cdo> (дата обращения: 03.02.2021)
 16. PCMDI: Program for Climate Model. Diagnosis and Interpretation. [Электронный ресурс]. <http://pcmdi9.llnl.gov/> (дата обращения: 03.02.2021)
 17. UCAR Community Programs. [Электронный ресурс]. <https://www.unidata.ucar.edu/software/netcdf/software.html> (дата обращения: 03.02.2021)
 18. Ulrych T.J., Bishop T. Maximum entropy spectral analysis and autoregressive decomposition. // Rev. Geophys. Space Phys. 1975. V. 13. P. 183–200.
 19. World Climate Research Programme (WCRP). [Электронный ресурс]. <https://www.wcrp-climate.org/wgcm-cmip/wgcm-cmip6> (дата обращения: 03.02.2021)
 20. Yaglom A.M. An introduction to the theory of stationary random functions. N.Y.: Prentice-Hall, Englewood Cliffs, 1962. 235 p.
 21. Yaglom A.M. Correlation theory of stationary and related random functions. Berlin: Springer, 1987. V. 1. Basic results. 526 p.