

УДК 550.34.01

## О ФУНДАМЕНТАЛЬНЫХ ЗАКОНАХ ФИЗИКИ ЗЕМЛЕТРЯСЕНИЙ

© 2022 г. А. В. Гульельми<sup>а, \*</sup>, О. Д. Зотов<sup>а, b, \*\*</sup>, А. Д. Завьялов<sup>а, \*\*\*</sup>, Б. И. Клайн<sup>б, \*\*\*\*</sup>

<sup>а</sup>Институт физики Земли им. О. Ю. Шмидта РАН, ул. Большая Грузинская, 10, стр. 1, Москва, 123242 Россия

<sup>б</sup>Геофизическая обсерватория “Борок” ИФЗ РАН, поселок Борок, Некоузский район, Ярославская обл., 152742 Россия

\*e-mail: guglielmi@mail.ru

\*\*e-mail: ozotov@inbox.ru

\*\*\*e-mail: zavyalov@ifz.ru

\*\*\*\*e-mail: klb314@mail.ru

Поступила в редакцию 17.09.2021 г.

После доработки 12.11.2021 г.

Принята к публикации 24.12.2021 г.

Статья посвящена законам Омори и Бата, описывающим свойства афтершоков сильных землетрясений. Мы переформулировали закон Омори, представив его в виде дифференциального уравнения эволюции афтершоков. Это дало возможность ввести представление о коэффициенте деактивации очага землетрясения, “остывающего” после главного удара. В ходе работы обнаружена сильная зависимость коэффициента деактивации от магнитуды главного удара. В случае закона Бата мы определили величину разности между магнитудой главного удара и магнитудой сильнейшего афтершока на начальном этапе эволюции афтершоков. Кроме того, мы видоизменили постановку задачи, ввели представление о так называемых “зеркальных” форшоках и установили для них закон, аналогичный закону Бата.

*Ключевые слова:* закон Омори, закон Бата, главный удар, афтершок, форшок, уравнение эволюции

**DOI:** 10.31857/S020303062202002X

### ВВЕДЕНИЕ

В физике землетрясений широко используются три эмпирических закона, а именно, закон Омори [Omori, 1894], закон Гутенберга–Рихтера [Gutenberg, Richter, 1956] и закон Бата [Bath, 1965]. Этим законам посвящена богатейшая энциклопедическая, монографическая и обзорная литература (см. например, [Richter, 1958; Kasahara, 1981; Гульельми, 2015, 2017; Завьялов и др., 2020]). Во многих оригинальных научных статьях эти три закона используются при систематизации наблюдений, при поиске вариантов теоретической интерпретации законов, а также при поиске новых законов, закономерностей и свойств землетрясений – этого исключительно сложного и опасного природного явления.

В данной статье мы сосредоточили внимание на двух законах, а именно, на законе Омори и законе Бата, описывающих свойства афтершоков сильных землетрясений. Мы попытались взглянуть на законы с необычной точки зрения. Вполне понятно, что каждый закон был открыт в процессе работы, в которой ставилась конкретная исследовательская задача, а сам закон был сформулирован в определенных физико-математических терминах [Omori, 1894; Bath, 1965]. Мы попытались, преследуя исключительно методиче-

ские цели, варьировать постановку задачи и/или переформулировать закон. Иногда попытки такого рода дают интересные результаты.

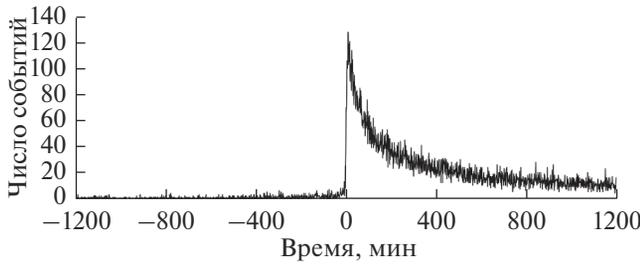
Наш подход оказался особенно успешным в отношении закона Омори. Мы переформулировали закон, записали его в виде дифференциального уравнения, и ввели представление о коэффициенте деактивации очага землетрясения. Модифицированная теория предсказала уменьшение коэффициента деактивации с увеличением магнитуды главного удара землетрясения. Экспериментальное исследование полностью подтвердило теоретическое предсказание.

В случае закона Бата мы определили величину разности между магнитудой главного удара и магнитудой сильнейшего афтершока на начальном этапе эволюции афтершоков. Кроме того, мы видоизменили постановку задачи, ввели представление о так называемых “зеркальных” форшоках и установили, что они подчиняются закону, аналогичному закону Бата.

### ЗАКОН ОМОРИ

#### *Теория*

Перед Омори стояла задача найти математическое выражение, описывающее уменьшение ча-



**Рис. 1.** Распределение событий во времени. График построен методом наложения эпох. Время отсчитывается от момента главного удара.

стоты афтершоков  $n(t)$  с течением времени. Он весьма удачно выбрал алгебраическую формулу  $n = k/t$ , в которой  $k$  — некоторый феноменологический параметр, причем  $t \geq t_0$ , где  $t_0 > 0$  — более или менее произвольный момент начала отсчета частоты афтершоков. Мы переформулировали задачу: найти дифференциальное уравнение, описывающее временную эволюцию афтершоков [Guglielmi, 2016]. Оказалось, что закон Омори получается из решения уравнения

$$\frac{dn}{dt} + \sigma n^2 = 0. \tag{1}$$

Здесь  $\sigma$  — так называемый коэффициент деактивации очага землетрясения, “остывающего” после главного удара. Представление о деактивации очага и запись закона эволюции афтершоков в виде дифференциального уравнения (1) открывают интересные возможности для поиска обобщений теории и для поиска новых способов анализа экспериментального материала (см. например, [Зотов и др., 2018; Zotov et al., 2018; Гульельми и др., 2019; Faraoni, 2020; Guglielmi et al., 2020; Guglielmi, Klain, 2020; Гульельми и др., 2021; Zotov, Zavyalov, 2021]).

Мы используем уравнение эволюции (1) для того, чтобы сделать предсказание о зависимости коэффициента деактивации  $\sigma$  от магнитуды  $M_0$  главного удара, а затем проверим это предсказание на опыте. Сделаем в уравнении (1) замену переменной  $n \rightarrow g = 1/n$  и перепишем закон Омори в наипростейшей форме

$$\frac{dg}{dt} = \sigma. \tag{2}$$

Решение  $g = g_0 + \sigma t$  уравнения (2) используем для вычисления количества афтершоков  $N$  на интервале  $[0, T]$ :

$$N = \int_0^T \frac{dt}{g(t)} = \frac{1}{\sigma} \ln \left[ 1 + \left( \frac{T}{g_0} \right) \sigma \right]. \tag{3}$$

Мы видим, что  $N$  есть монотонно убывающая функция  $\sigma$ . Другими словами,

$$\frac{dN}{d\sigma} < 0. \tag{4}$$

С другой стороны, опыт показывает, что количество афтершоков  $N$  в среднем тем больше, чем выше магнитуда главного удара  $M_0$ :

$$\frac{dN}{dM_0} > 0. \tag{5}$$

Из неравенств (4) и (5) следует неравенство

$$\frac{d\sigma}{dM_0} < 0. \tag{6}$$

Итак, теория предсказывает, что коэффициент деактивации очага  $\sigma$  есть монотонно убывающая функция магнитуды главного удара  $M_0$ .

### Эксперимент

Для экспериментальной проверки неравенства (6) мы использовали данные о землетрясениях, которые произошли на Земле с 1973 по 2019 гг. и были представлены в мировом каталоге землетрясений USGS/NEIC (<https://earthquake.usgs.gov>).

Было найдено 2508 главных ударов с магнитудой  $M_0 \geq 6$  и глубиной гипоцентра, не превышающей 250 км. Для каждого главного удара была определена круговая эпицентральная зона с радиусом  $R$ . Если принять, что характерный размер очаговой зоны  $L = 2R$ , то тогда величина  $L$  определяется по формуле

$$L = 0.43M_0 - 1.27. \tag{7}$$

Здесь  $L$  выражена в километрах [Завьялов, Зотов, 2021]. Событие по определению есть подземный толчок с магнитудой  $M < M_0$ , который произошел в эпицентральной зоне в интервале  $\pm 20$  ч относительно момента главного удара. Всего было накоплено 1618 событий до, и 30837 событий после главного удара. Рис. 1 дает представление о распределении событий во времени.

Мы проверили, выполняется ли неравенство (5). Результат проверки представлен на рис. 2. Формула

$$\lg N = -\alpha + \beta M_0 \tag{8}$$

аппроксимирует найденную зависимость. Здесь  $\alpha = 3.7$ ,  $\beta = 0.7$ . Коэффициент детерминации весьма высокий ( $R^2 = 0.92$ ), так что неравенство (5), которое вытекает из (8), можно считать вполне обоснованным.

Рис. 3 показывает результат измерений  $\sigma$  при различных значениях  $M_0$ . Для измерений  $\sigma$  мы воспользовались методикой, разработанной при

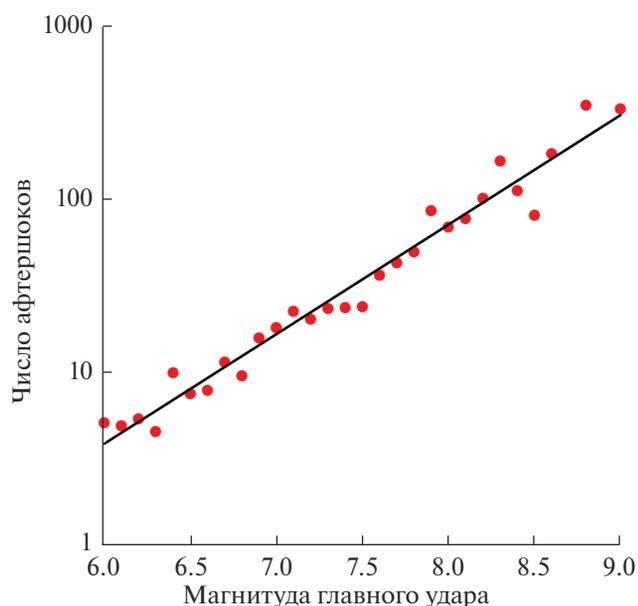


Рис. 2. Зависимость количества афтершоков от магнитуды главного удара на интервале от 0 до 20 ч.

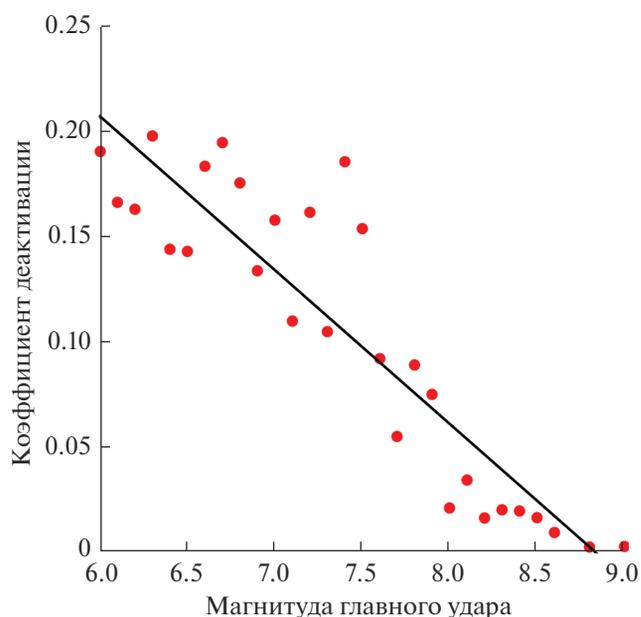


Рис. 3. Зависимость коэффициента деактивации очага землетрясения от магнитуды главного удара.

составлении Атласа Афтершоков [Гульельми и др., 2019; Завьялов и др., 2020; Guglielmi et al., 2020].

Мы видим, что в среднем  $\sigma$  монотонно уменьшается с ростом величины  $M_0$ . Зависимость  $\sigma(M_0)$  аппроксимируется формулой

$$\sigma = A - BM_0, \quad (9)$$

где  $A = 0.64$ ,  $B = 0.07$  при достаточно высоком коэффициенте детерминации ( $R^2 = 0.82$ ). Таким образом, неравенство  $d\sigma/dM_0 < 0$  надежно подтверждается прямыми измерениями.

## ЗАКОН БАТА

### Классическая триада

В систематике землетрясений особый класс образуют последовательности событий, которые образуют своеобразное триединство: форшоки—главный удар—афтершоки. Магнитуда главного удара  $M_0$  всегда превышает магнитуды форшоков  $M_-$  и афтершоков  $M_+$ , причем  $M_+ > M_-$  и  $N_+ > N_-$ , где  $N_-$  и  $N_+$  — количества форшоков и афтершоков на одинаковых интервалах времени до и после главного удара соответственно. Такого рода последовательности предложено называть классической триадой [Гульельми, 2015].

Закон Бата гласит, что разность между магнитудой главного удара и магнитудой сильнейшего афтершока  $\Delta M = M_0 - M_{+\max}$  в классической триаде приблизительно постоянна в том смысле, что почти не зависит от  $M_0$ . В литературе обычно приводится значение  $\Delta M = 1.1-1.2$  (см. например

[Richter, 1958]). Укажем здесь на содержательные работы [Lombardi, 2002; Helmstetter, Sornette, 2003; Apostol, 2020], посвященные экспериментальной проверке и поиску теоретической интерпретации закона.

Мы предприняли пилотный анализ закона Бата, используя материал наблюдений, отобранный для исследования зависимости  $\sigma(M_0)$ . Рис. 4 прекрасно иллюстрирует сущность закона. Синяя линия

$$M_{+\max} = -C + DM_0 \quad (10)$$

аппроксимирует экспериментальные точки. Здесь  $M_{+\max}$  — магнитуда сильнейшего афтершока на интервале от 0 до 20 ч,  $C = 0.53$ ,  $D = 0.85$ ,  $R^2 = 0.84$ . Черная линия  $M_{+\max} = M_0$  проведена для наглядности. Мы видим стабильную величину разности между синей и черной линиями, которая, возможно, немного увеличивается с ростом  $M_0$ . Для проверки указанной возможности мы построили график зависимости  $\Delta M = M_0 - M_{+\max}$  от  $M_0$ . Однако коэффициент детерминации  $R^2 = 0.13$  слишком мал. Таким образом, мы не можем утверждать, что  $\Delta M$  зависит от  $M_0$ .

В среднем по всем нашим измерениям  $\Delta M = 1.6$ . Эта величина примерно в полтора раза выше, чем та, которая обычно указывается в связи с законом Бата. Расхождение между нашими измерениями  $\Delta M$  и литературными данными, вероятно, связано с тем, что наша выборка афтершоков ограничена интервалом времени 0–20 ч после главного удара. В этой связи мы хотим обратить внимание на неполноту стандартной фор-

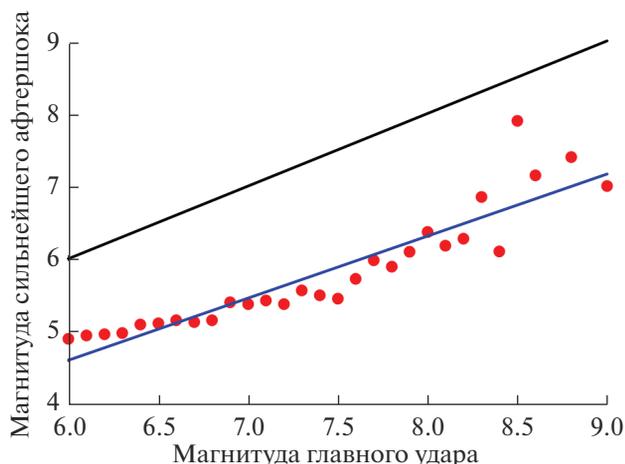


Рис. 4. Сопоставление магнитуд сильнейших афтершоков и магнитуд главных ударов (точки). Синяя линия аппроксимирует экспериментальные точки. Черная линия проведена для наглядности.

мулировки закона Бата. А именно, в дополнение к указанию величины  $\Delta M = 1.1\text{--}1.2$  следовало бы указывать вероятное время ожидания появления сильнейшего афтершока. Недостаточно сказать, что рано или поздно возникнет сильнейший афтершок с магнитудой, не превышающей определенной величины. Необходимо ответить хотя бы ориентировочно на естественный вопрос о том, когда это произойдет. В этом направлении предстоит еще дополнительная работа. Судя по нашей оценке, сильнейший афтершок чаще всего появляется на интервале от недели до месяца после главного удара.

### Зеркальная триада

В соответствии с нашей методологической установкой, указанной во Введении, попытаемся переформулировать постановку задачи, которую в свое время решил Бат. Во-первых, произведем селекцию землетрясений по следующему признаку:  $M_+ < M_-$ ,  $N_+ < N_-$ . Другими словами, пусть форшоки будут более сильными и более многочисленными, чем афтершоки. Во-вторых, найдем зависимость от  $M_0$  разности  $\Delta M = M_0 - M_{\text{max}}$  для такой разновидности редких, но весьма интересных триад. Будем называть их зеркальными триадами.

На рис. 5 представлено распределение событий во времени в зеркальных триадах. На интервале времени с 1973 по 2019 гг. было найдено 2430 реперов (главных толчков) с магнитудами  $5 \leq M \leq 6$ , 4183 форшоков и 201 афтершок. Мы видим, что в качественном отношении распределение является зеркальным по отношению к тому, что показано на рис. 1.

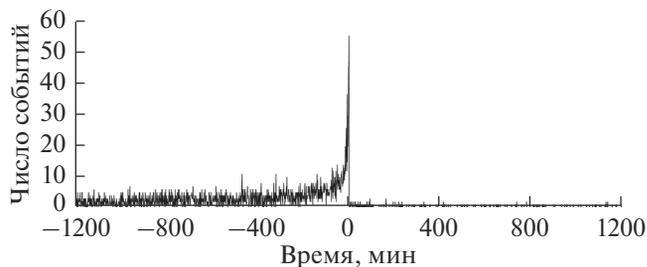


Рис. 5. Распределение событий во времени для зеркальных триад. График построен методом наложения эпох.

Таким образом, мы обнаружили, что для форшоков в зеркальных триадах выполняется закон, аналогичный закону Бата для афтершоков в классических триадах (рис. 6). Зависимость магнитуды сильнейшего форшока от магнитуды репера аппроксимируется формулой

$$M_{\text{max}} = 1.5 + 0.61M_0, \quad (11)$$

причем коэффициент детерминации весьма велик:  $R^2 = 0.97$ . Величина разности  $\Delta M$  в данном случае увеличивается от 0.45 при  $M_0 = 5$  до 0.84 при  $M_0 = 6$ .

При исследовании закона Бата для зеркальных триад мы обнаружили, что заметная часть реперов не имеет афтершоков. Естественно возникает вопрос, не существуют ли достаточно сильные уединенные землетрясения, не имеющие на заданном интервале времени ни афтершоков, ни форшоков. Пилотный анализ показал, что такие уединенные события действительно происходят. Мы назвали их *Grande terremoto solitario* (итальянский яз.) (*Большое уединенное землетрясение*) или сокращенно GTS. В период с 1973 по 2019 гг. обнаружено 2498 GTS (на интервале 20 ч до репера и 20 ч после него землетрясения не наблюдались). На рис. 7 показано распределение числа GTS по магнитудам. Оно хорошо аппроксимируется распределением Гутенберга–Рихтера

$$\lg N = a - bM \quad (12)$$

со следующими параметрами:  $a = 11.3$ ,  $b = 1.4$ .

### ОБСУЖДЕНИЕ

По закону Бата совокупность магнитуд афтершоков конкретного события образует множество чисел  $\{M_+\}$ , не превышающих числа  $M_{\text{max}} = M_0 - \Delta M$ . У нас возник вопрос, что можно сказать о минимальной магнитуде в совокупности  $\{M_+\}$ , и как она соотносится с магнитудой главного удара? Мы не знаем ответа. Да и сам вопрос может показаться надуманным. Но, строго говоря, если конечная минимальная магнитуда существует, то с формальной точки зрения закон Омори [Omori,

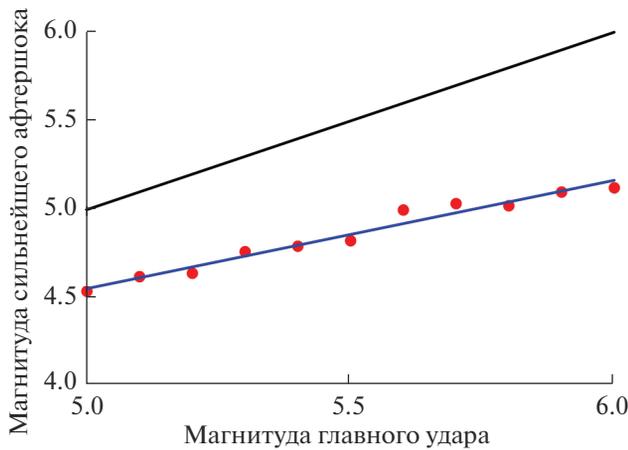


Рис. 6. Закон Бата для форшоков в зеркальных триадах.

1894] противоречит закону сохранения энергии. В самом деле, если  $W$  есть мощность потока афтершоков и выполняется закон Омори  $n = k/t$ , то полная энергия афтершоков

$$E = \lim_{t \rightarrow \infty} \int_{t_0}^t W(t') dt' \propto \lim_{t \rightarrow \infty} \ln t^k, \quad (13)$$

равна бесконечности.

Формулировка закона в виде уравнения эволюции (1) позволяет избежать противоречия. В самом деле, достаточно предположить, что коэффициент деактивации  $\sigma(t)$  зависит от времени. Тогда вместо формулы Омори будем иметь

$$n(t) = \frac{n_0}{1 + n_0 \tau(t)}, \quad (14)$$

где  $n_0 = n(0)$  и

$$\tau = \int_0^t \sigma(t') dt'. \quad (15)$$

В этом случае энергия  $E$  конечна, если в асимптотике  $\sigma$  достаточно быстро увеличивается с течением времени.

Итак, мы предполагаем, что  $\sigma$  зависит от времени. Не противоречит ли это линейной зависимости  $g(t) = g_0 + \sigma t$ , которую мы использовали в двух предыдущих разделах статьи, и которая выполняется лишь в том случае, если  $\sigma = \text{const}$ ? Дело здесь в следующем. Опыт составления Атласа Афтершоков [Гульельми и др., 2019; Завьялов и др., 2020; Guglielmi et al., 2020] показал, что коэффициент деактивации действительно испытывает сложные вариации в процессе релаксации очага после образования магистрального разрыва. Однако на первом этапе эволюции  $\sigma = \text{const}$ . Интервал времени, на котором  $\sigma = \text{const}$ , мы называем эпохой Омори. Продолжительность эпохи Омори изменяется от нескольких дней до многих

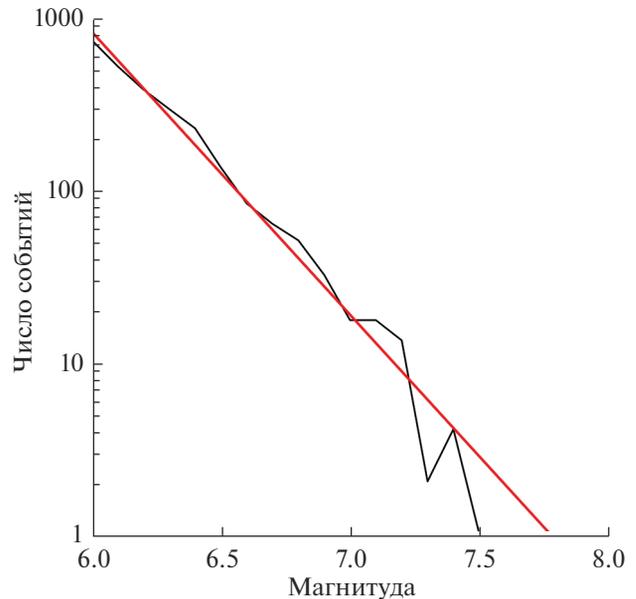


Рис. 7. Распределение по магнитудам сильных единичных землетрясений. Прямая линия соответствует распределению Гутенберга–Рихтера.

десятков дней. Измерения  $\sigma$ , результат которых использован при построении рис. 5, в этом отношении вполне корректны, поскольку производились на интервале от 0 до 15 ч после главного удара, т.е. заведомо в эпоху Омори.

Заметим, что в работе [Завьялов и др., 2020] указана тенденция к увеличению продолжительности эпохи Омори с ростом магнитуды главного удара. По нашему мнению, указанная тенденция заслуживает дальнейшего изучения.

Запись закона Омори в форме уравнения (1) открывает интересные возможности для обобщения теории. Естественным обобщением уравнения (1) является логистическое уравнение:

$$\frac{dn}{dt} = n(\gamma - \sigma n). \quad (16)$$

Вместо (16) можно использовать уравнение

$$\frac{dg}{dt} + \gamma g = \sigma. \quad (17)$$

Здесь  $\gamma$  есть второй феноменологический параметр нашей теории. О моделировании землетрясений на базе логистического уравнения см. в работах [Guglielmi, Klain, 2020; Guglielmi, 2021].

Более широкое обобщение мы находим при поиске моделей пространственно-временного распределения  $n(x, t)$  афтершоков. Интересный результат был получен при добавлении члена  $kn_{xx}''$  в правую часть уравнения (16):

$$\frac{\partial n}{\partial t} = n(\gamma - \sigma n) + k \frac{\partial^2 n}{\partial x^2}. \quad (18)$$

Уравнение (18) имеет решения в виде медленных нелинейных волн [Колмогоров и др., 1937], которые напоминают волнообразную структуру пространственно-временного распределения афтершоков, обнаруженную в работе [Zotov et al., 2018]. Трехпараметрическую модель (18) иногда называют  $\tau$ Ск-моделью.

В связи с законом Омори нелишне также будет упомянуть работу [Flannigan et al., 2020]. В этой работе авторы обратили внимание на аналогию между эффектом Баркгаузена в ферроэлектрике и таким явлением, как релаксация очага землетрясения за счет переупаковки структурных элементов литосферы и потрескивание в виде афтершоков, сопровождающем релаксацию.

Говоря о законе Омори  $n = k/t$ , нельзя не сказать о двухпараметрическом законе  $n = k/t^p$  Хирано–Утсу [Hirano, 1924; Hirano et al., 1995]. Многочисленные измерения свидетельствуют, что параметр  $p$  изменяется от случая к случаю и от места к месту от 0.7 до 1.5, причем в среднем  $p = 1.1$  (см. обзор [Гульельми, 2017] и указанную в нем литературу). Сделаем замену переменной  $n \rightarrow g = 1/n$ .

Закон Хирано–Утсу предстанет в форме  $g = t^p/k$ . Коэффициент деактивации  $\sigma = dg/dt$  в этом случае равен  $\sigma = (p/k)t^{p-1}$ . Следовательно, при  $p \neq 1$  не существует эпохи Омори, что резко противоречит наблюдениям [Гульельми и др., 2019; Завьялов и др., 2020; Guglielmi et al., 2020]. Таким образом, закон Хирано–Утсу неприемлем. В эпоху Омори выполняется закон Омори в оригинальной формулировке [Omori, 1894], или в форме уравнения эволюции (1) при  $\sigma = \text{const}$ .

При исследовании закона Бата мы обнаружили зеркальные триады – особую разновидность последовательности подземных толчков. Предварительный анализ зеркальных триад указывает на возможное существование GTS – изолированных (уединенных) землетрясений достаточной большой магнитуды ( $M > 6$ ). Происхождение GTS пока что не вполне ясно. Возможно, система разломов в окрестности гипоцентра GTS характеризуется необычным распределением порогов разрушения, в котором единичный разлом достаточно большой площади обладает аномально низким порогом. После образования магистрального разрыва, проявившегося в форме GTS, остаточное напряжение в окрестности гипоцентра недостаточно велико для того, чтобы активизировались другие разломы.

В заключении данного раздела статьи мы хотим со всеми необходимыми оговорками высказать осторожное суждение по вопросу о происхождении зеркальных триад. Допустим, что система разломов в некотором объеме горных пород находится под воздействием медленно растущего напряжения сдвига  $\tau$ . Пороговое напряжение  $\tau_*$ , при котором происходит разрыв (разрушение) и

борта разлома испытывают взаимное перемещение друг относительно друга, вообще говоря, тем ниже, чем больше линейные размеры разлома  $l$ :  $\tau_* = C/l^m$ , где  $m > 0$ , а  $C$  – размерный коэффициент пропорциональности, зависящий от свойств горных пород в выделенном объеме. Тогда пороговое значение  $\tau_*$  первым будет достигнуто у самого крупного разлома. Его разрушение проявляется в виде главного удара землетрясения с магнитудой  $M_0$ . Если параметр  $C$  равномерно распределен по объему очага, то форшоков не возникает. Но при этом афтершоки появляются по той причине, что после главного удара общее внешнее напряжение частично снимается. Оставшееся напряжение перераспределяется по очагу, возникают локальные перенапряжения, причем таким образом, что более мелкие разломы, чем тот, который породил главный удар, могут активизироваться и дать вторичные подземные толчки. Так можно представить появление укороченной классической триады, в которой форшоки отсутствуют.

В ряде случаев специфическое распределение разломов по величине  $l$  и распределение локальных напряжений могут оказаться такими, что ни один афтершок не возбудится. Возможно такая ситуация возникает при появлении GTS.

Появление зеркальной триады можно понять, если допустить, что параметр  $C$  распределен неоднородно по объему, а точнее, что существует сильный разброс значений  $C(l)$ . Тогда возможна ситуация, когда перед тем, как будет разрушен самый крупный разлом, могут активизироваться более мелкие разломы и возникнут форшоки. Появится триада тектонических землетрясений. Будет она классической, или зеркальной зависит от распределения разломов по величине  $l$ , от дисперсии коэффициента  $C(l)$ , и от мозаики локальных напряжений, возникших после главного удара.

## ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Богатейший опыт изучения классических законов физики землетрясений можно с успехом использовать для развития теории и для поиска новых подходов к анализу экспериментального материала. Примененный нами методический прием прост и состоит в том, что при исследовании закона Омори мы переформулировали закон, представив его в виде уравнения эволюции афтершоков. Это дало возможность поставить вопрос о зависимости коэффициента деактивации очага от магнитуды главного удара. Результат состоит в том, что теоретически предсказано и экспериментально обнаружено монотонное уменьшение коэффициента деактивации при увеличении магнитуды главного удара. Мы уверены, что обнаружение других зависимостей такого рода приблизит нас к физической интерпретации коэффициента деактивации.

При анализе закона Бата мы переформулировали постановку задачи и в результате обнаружили малочисленную, но исключительно интересную разновидность последовательности подземных толчков, названную нами зеркальной триадой. Для форшоков зеркальной триады установлен закон, аналогичный закону Бата для афтершоков. Обнаружено, что величина разности между магнитудой главного удара и магнитудой сильнейшего форшока увеличивается с ростом магнитуды главного удара.

#### БЛАГОДАРНОСТИ

Авторы признательны А.С. Потапову за интерес к работе и ценные советы и благодарят сотрудников Геологической службы США за предоставление каталогов землетрясений.

#### ИСТОЧНИК ФИНАНСИРОВАНИЯ

Работа выполнена в соответствии с планом государственных заданий ИФЗ РАН.

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- Гульельми А.В. Форшоки и афтершоки сильных землетрясений в свете теории катастроф // УФН. 2015. Т. 185. № 4. С. 415–439.  
<https://doi.org/10.3367/UFNr.0185.201504f.0415>
- Гульельми А.В. Закон Омори (из истории геофизики) // УФН. 2017. Т. 187. № 3. С. 343–348.
- Гульельми А.В., Клайн Б.И., Завьялов А.Д., Зотов О.Д. Феноменологическая теория афтершоков сильных землетрясений // Вулканология и сейсмология. 2021. № 6. С. 14–20.
- Гульельми А.В., Завьялов А.Д., Зотов О.Д. Проект создания атласа афтершоков сильных землетрясений // Вулканология и сейсмология. 2019. № 6. С. 79–84.
- Завьялов А.Д., Гульельми А.В., Зотов О.Д. Три проблемы физики афтершоков // Вулканология и сейсмология. 2020. № 5. С. 67–80.
- Завьялов А.Д., Зотов О.Д. Новый способ определения характерного размера очаговой зоны // Вулканология и сейсмология. 2021. № 1. С. 22–29.  
<https://doi.org/10.31857/S0203030621010065>
- Касахара К. Механика землетрясений. М.: Мир, 1981. 284 с.
- Колмогоров А.Н., Петровский И.Г., Пискунов Н.С. Исследование уравнения диффузии, соединенной с возрастанием количества вещества и его применение к одной биологической проблеме // Бюлл. МГУ. Математика и механика. 1937. Т. 1. № 6. С. 1–26.
- Apostol B.F. Bath's law, correlations and magnitude distributions // arXiv:2006.07591v1 [physics.geo-ph]. 13 Jun 2020. P. 1–23.
- Bath M. Lateral inhomogeneities of the upper mantle // Tectonophysics. 1965. V. 2. P. 483–514.
- Faraoni V. Lagrangian formulation of Omori's law and analogy with the cosmic Big Rip // Eur. Phys. J. C. 2020. V. 80(5). 445.  
<https://doi.org/10.1140/epjc/s10052-020-8019-2>
- Flannigan C., Tan C.D., Scott J.F. Electrical studies of Barkhausen switching noise in ferroelectric lead zirconate titanate (PZT) and BaTiO<sub>3</sub>: critical exponents and temperature-dependence // J. Phys.: Condens. Matter. 2020. V. 32. 055403.
- Guglielmi A.V. Interpretation of the Omori law // arXiv:1604.07017 [physics.geo-ph]. 24 Apr 2016. P. 1–5.
- Guglielmi A.V. Equation of the aftershocks and its phase portrait // arXiv:2106.10864 [physics.geo-ph]. 21 Jun 2021. P. 1–11.
- Guglielmi A.V., Klain B.I. The phenomenology of aftershocks // arXiv:2009.10999 [physics.geo-ph]. 23 Sep 2020. P. 1–12.
- Guglielmi A.V., Zotov O.D., Zavyalov A.D. Atlas of aftershock sequences of strong earthquakes / Eds T. Yanovskaya et al. // Problems of Geocosmos—2018. Springer Proceedings in Earth and Environmental Sciences. Cham: Springer, 2020. P. 193–198.  
[https://doi.org/10.1007/978-3-030-21788-4\\_15](https://doi.org/10.1007/978-3-030-21788-4_15)
- Gutenberg B., Richter C.F. Magnitude and energy of earthquakes // Annali di Geofisica. 1956. V. 9. № 1. P. 1–15.
- Helmstetter A., Sornette D. Bath's law derived from the Gutenberg-Richter law and from aftershock properties // Geoph. Res. Lett. 2003. V. 30. Iss. 20. 2069.  
<https://doi.org/10.1029/2003GL018186>
- Hirano R. Investigation of aftershocks of the great Kanto earthquake at Kumagaya // Kishoshushi. 1924. Ser. 2. № 2. P. 77–83. (in Japanese)
- Lombardi A.M. Probabilistic interpretation of “Bath's Law” // Annals Geophys. 2002. V. 45. № 3/4. P. 455–472.
- Omori F. On the aftershocks of earthquake // J. Coll. Sci. Imp. Univ. Tokyo. 1894. V. 7. P. 111–200.
- Richter C.F. Elementary Seismology. San Francisco: W.H. Freeman, 1958. 768 p.
- Utsu T., Ogata Y., Matsu'ura R.S. The centenary of the Omori formula for a decay law of aftershock activity // J. Phys. Earth. 1995. V. 43. № 1. P. 1–33.
- Zotov O.D., Zavyalov A.D. Determination of the characteristic size of the focal zone of deep-focus earthquakes // Problems of geodynamics and geocology of intracontinental orogens: Book of Abstracts of the VIII Int. Symposium. Bishkek: NS RAS, 2021. P. 282.
- Zotov O.D., Zavyalov A.D., Guglielmi A.V., Lavrov I.P. On the possible effect of round-the-world surface seismic waves in the dynamics of repeated shocks after strong earthquakes // Izv. Phys. Solid Earth. 2018. V. 54. № 1. P. 178–191.
- Zotov O.D., Zavyalov A.D., Klain B.I. On the spatial-temporal structure of aftershock sequences / Eds T. Yanovskaya, A. Kosterov, N. Bobrov, A. Divin, A. Saraev, N. Zolotova // Problems of Geocosmos—2018. Springer Proceedings in Earth and Environmental Sciences. Cham: Springer, 2020. P. 199–206.  
[https://doi.org/10.1007/978-3-030-21788-4\\_16](https://doi.org/10.1007/978-3-030-21788-4_16)

## On The Fundamental Laws of Earthquake Physics

A. V. Guglielmi<sup>1, \*</sup>, O. D. Zotov<sup>1,2, \*\*</sup>, A. D. Zavyalov<sup>1, \*\*\*</sup>, and B. I. Klain<sup>2, \*\*\*\*</sup>

<sup>1</sup> *Institute of Physics of the Earth RAS, Bol'shaya Gruzinskaya str., 10, bld. 1, Moscow, 123242 Russia*

<sup>2</sup> *Borok Geophysical Observatory of Institute of Physics of the Earth, RAS,  
Borok settlement, Nekouz district, Yaroslavl Region, 152742 Russia*

*\*e-mail: guglielmi@mail.ru*

*\*\*e-mail: ozotov@inbox.ru*

*\*\*\*e-mail: zavyalov@ifz.ru*

*\*\*\*\*e-mail: klb314@mail.ru*

This paper deals with the Omori and Bath laws describing the properties of aftershocks of large earthquakes. We reformulated Omori's law by presenting it as a differential equation for the evolution of aftershocks. This allowed us to introduce an idea of the deactivation coefficient for the earthquake source "cooling down" after the main shock. In the course of this work, we found a strong dependence of the deactivation coefficient on the magnitude of the main shock. In the case of Bath's law, we determined the value of the difference between the main shock magnitude and the magnitude of the strongest aftershock at the initial stage of aftershock evolution. In addition, we modified the formulation of the problem by introducing the concept of so-called "mirror" foreshocks and established a law for them similar to Bath's law.

*Keywords:* Omori's law, Bath's law, main shock, aftershock, foreshock, evolution equation