

УДК 519.63

ВЛИЯНИЕ ИНЕРЦИОННОСТИ ПОДАТЛИВОЙ ПОВЕРХНОСТИ НА ВЯЗКУЮ НЕУСТОЙЧИВОСТЬ НЕСЖИМАЕМОГО ПОГРАНИЧНОГО СЛОЯ¹⁾

© 2019 г. И. В. Савенков

(119991 Москва, ул. Вавилова, 40, ВЦ ФИЦ ИУ РАН, Россия)

e-mail: isavenkov@mail.ru

Поступила в редакцию 20.11.2017 г.
Переработанный вариант 26.07.2018 г.
Принята к публикации 14.11.2018 г.

В пределе высоких чисел Рейнольдса на основе трехпалубной теории свободного взаимодействия изучено влияние инерционности податливой пластины на устойчивость несжимаемого пограничного слоя над ней. Выявлено наличие двух дополнительных мод собственных колебаний течения, одна из которых всегда является неустойчивой, но менее быстро растущей, чем классическая мода, отвечающая волнам Толлмина–Шлихтинга. Показано, что с уменьшением инерционности пластины возмущения сначала раздваиваются, а затем волновой пакет становится единым и все более быстрорастущим. Библ. 13. Фиг. 5.

Ключевые слова: несжимаемый пограничный слой, неустойчивость, волновые пакеты, волны Толлмина–Шлихтинга, податливая поверхность, инерционность обтекаемой пластины, асимптотические разложения, теория свободного взаимодействия.

DOI: 10.1134/S0044466919040148

ВВЕДЕНИЕ

Податливые поверхности стали объектом довольно пристального внимания с ранних экспериментов [1], в которых было показано, что значительное затягивание процесса ламинарно-турбулентного перехода может быть достигнуто путем замены жесткой поверхности на деформируемую. Теоретическое изучение данного вопроса наталкивается на немалые трудности из-за сложности уравнений, описывающих взаимодействие течения с податливой поверхностью. Значительного упрощения можно добиться на базе концепции свободно взаимодействующего пограничного слоя (см. [2]–[4]), справедливой при высоких числах Рейнольдса. Эта концепция успешно применялась в ряде работ (см. [5] – для несжимаемого пограничного слоя, [6] и [7] – для пограничного слоя при трансзвуковых скоростях внешнего потока, [8] – для сверхзвукового пограничного слоя, [9] и [10] – для течения в плоском канале, [11] – для течения в круглой трубе), однако в большинстве из них учитывалась только упругость податливой поверхности и игнорировались ее продольное натяжение, изгибная жесткость и инерционность. В работах [8] и [11] был выявлен дестабилизирующий характер влияния инерционности податливой поверхности на течение в круглой трубе и сверхзвуковом пограничном слое соответственно. В данной работе изучается влияние инерционности податливой поверхности на течение в несжимаемом пограничном слое.

1. ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ

Рассмотрим обтекание податливой пластины равномерным потоком несжимаемой жидкости плотности ρ_∞^* и вязкости μ_∞^* со скоростью U_∞^* . Введем ортогональную систему координат, поместив ее начало на некотором расстоянии L^* от передней кромки и направив ось x^* вниз по потоку. Введем малый параметр $\varepsilon = R^{-1/8}$, считая число Рейнольдса $R = \rho_\infty^* U_\infty^* L^* / \mu_\infty^*$ очень большим.

¹⁾Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ (код проекта 11-01-00842).

Пусть в течение вносится возмущение, вызванное локальной деформацией стенки. Будем считать, что характерные размеры двумерного возмущенного течения таковы, что оно описывается трехпалубной теорией свободного взаимодействия (см. [2]–[4]). Тогда в пределе $R \rightarrow \infty$ вся область течения распадается на три характерные подобласти: основную толщу пограничного слоя (где $y^* \sim L^* R^{-1/2}$), узкий пристеночный слой толщины $\Delta y^* \sim L^* R^{-5/8}$ и область потенциального внешнего потока (где $y^* \sim L^* R^{-3/8}$).

Согласно [2]–[4], течение в пристеночном слое подчиняется системе уравнений Прандтля для пограничного слоя:

$$\begin{aligned} \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} &= 0, & \frac{\partial p}{\partial y} &= 0, \\ \frac{\partial u}{\partial t} + u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} &= -\frac{\partial p}{\partial x} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2}, \end{aligned} \quad (1.1)$$

где используются специальным образом обезразмеренные компоненты скорости (u, v) , давление p , координаты (x, y) и время t . Однако в отличие от классической постановки Прандтля давление является самоиндуцированным и подлежит определению наряду с прочими функциями течения.

Сращивание асимптотических разложений во всех трех областях приводит к так называемому условию свободного взаимодействия, которое для случая несжимаемого пограничного слоя на плоской пластине имеет вид (см. [2]–[4])

$$p(t, x) = \frac{1}{\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{\partial A(t, \xi) / \partial \xi d\xi}{x - \xi}, \quad (1.2)$$

$$u - y \rightarrow A(t, x) + F(t, x) \quad \text{при} \quad y \rightarrow \infty, \quad (1.3)$$

где функция $F(t, x)$, описывающая деформацию податливой стенки, связана следующим соотношением с давлением на стенке (см., например, [8]):

$$p(t, x) - p_0(t, x) = -KF + \alpha \partial^2 F / \partial x^2 - \beta \partial^4 F / \partial x^4 - \gamma \partial^2 F / \partial t^2, \quad (1.4)$$

где $p_0(t, x)$ – внешнее давление под пластиной, и все коэффициенты K, α, β и γ неотрицательны. Здесь K характеризует упругость пластины, α и β – ее продольное натяжение и изгибную жесткость, а γ – инерционность.

Условие прилипания на стенке

$$u = v = 0 \quad \text{при} \quad y = 0 \quad (1.5)$$

завершает постановку граничных условий.

2. ДИСПЕРСИОННОЕ СООТНОШЕНИЕ

Изучим собственные малые колебания течения, линеаризовав систему (1.1)–(1.5) по малому параметру $\delta \rightarrow 0$ и положив внешнее давление $p_0 = 0$:

$$(u - y, v, p, A) = \delta(u', u', v', p', A'). \quad (2.1)$$

Выделив в явном виде гармоническую зависимость

$$(u', v', p', A') = (\bar{u}, \bar{v}, \bar{p}, \bar{A}) \exp(\omega t + ikx),$$

получим систему обыкновенных дифференциальных уравнений, сводящуюся к уравнению Эйри (см., например, [12]). Из ее решения получаем дисперсионное соотношение

$$\begin{aligned} \Phi(\Omega) &= (ik)^{1/3} \frac{|k|}{1 - |k|/\lambda(\omega, k)}, \\ \Phi(\Omega) &= \frac{d\text{Ai}(\Omega)}{d\zeta} \left[\int_{\Omega}^{\infty} \text{Ai}(\zeta) d\zeta \right]^{-1}, \quad \Omega = \omega(ik)^{-2/3}, \quad \lambda = K + \alpha k^2 + \beta k^4 + \gamma \omega^2, \end{aligned} \quad (2.2)$$

связывающее комплексную частоту ω с волновым числом k собственных колебаний течения. Здесь $\text{Ai}(\zeta)$ – функция Эйри, экспоненциально затухающая в секторе $|\arg \zeta| < \pi/3$.

В работе [13] исследовалось влияние только продольного натяжения и изгибной жесткости пластины на характер неустойчивости течения, из-за чего пластина считалась безынерционной ($\gamma = 0$). В настоящей статье мы будем исследовать влияние только инерционности пластины, так что положим $\alpha = \beta = 0$, чтобы избавиться от влияния продольного натяжения и изгибной жесткости пластины и упростить ситуацию. Тогда дисперсионное соотношение (2.2) принимает следующий вид (достаточно ограничиться диапазоном $k > 0$, поскольку легко видеть, что $\omega(-k) = c.c.\omega(k)$, где *c.c.* означает операцию комплексного сопряжения):

$$\begin{aligned} \Phi(\Omega) &= (ik)^{1/3} \frac{k}{1 - k/(\gamma\omega^2 + K)}, \\ \Omega &= \omega(ik)^{-2/3}. \end{aligned} \tag{2.3}$$

Если предположить, что решение $\omega \rightarrow 0$ при $k \rightarrow 0$, то при $k = 0$ из дисперсионного соотношения (2.3) получается уравнение $\Phi(\Omega) = 0$, имеющее счетный набор корней Ω_n , совпадающих с нулями функции $d\text{Ai}(\Omega)/d\zeta$. Именно такая ситуация встречалась ранее при изучении дисперсионного соотношения для случая жесткой пластины [12]. Таким образом, уравнение (2.3) имеет счетный набор корней $\Omega_n(k)$, начинающихся при $k = 0$ из нулей функции $d\text{Ai}(\Omega)/d\zeta$. При этом следует отметить, что первый корень будет неустойчив при всех γ и K , поскольку несложно получить его асимптотическое поведение

$$\omega_1 = -ik^2 + (1 - i)\sqrt{2}/2 + \dots \quad \text{при } k \rightarrow \infty, \tag{2.4}$$

совпадающее в первых двух приближениях с таковым для случая жесткой пластины [12].

Однако это еще не все корни. Если предположить, что $\gamma\omega^2 \rightarrow -K$ при $k \rightarrow 0$, то $\Omega \rightarrow \infty$, так что можно воспользоваться асимптотическим разложением $\Phi(\Omega) = -\Omega + O(\Omega^{-1/2})$ и получить еще два корня со следующими асимптотиками:

$$\omega_{+,-} = \Omega_{+,-}(ik)^{2/3} = \pm i \sqrt{\frac{K}{\gamma}} \mp \frac{i}{2\sqrt{\gamma K}} k + O(k^2) \quad \text{при } k \rightarrow 0. \tag{2.5}$$

Физический смысл этих корней ясен: они связаны с собственными колебаниями податливой пластины при отсутствии пограничного слоя, когда $\omega_{+,-} = \pm i\sqrt{K/\gamma}$.

Теперь рассмотрим другой предельный случай: $k \rightarrow \infty$. Если предположить, что правая часть $Q(k, \omega) \rightarrow \infty$ при $k \rightarrow \infty$, то мы опять же возвращаемся к ситуации, ранее изученной для случая жесткой пластины [12]: тогда все корни $\Omega_n(k)$, начиная со второго, стремятся к нулям функции $\int_{\Omega}^{\infty} \text{Ai}(\zeta)d\zeta$. Первый же корень $\Omega_1(k)$ является особенным: для него справедлива асимптотика $\Omega_1(k) \rightarrow (ik)^{1/3} k$ при $k \rightarrow \infty$. Что касается “новых” корней $\Omega_{+,-}$, связанных с собственными колебаниями податливой пластины, то для нахождения их асимптотики следует опять же предположить, что $\gamma\omega^2 \rightarrow -K$ (но уже при $k \rightarrow \infty$), после чего нетрудно получить

$$\omega_{+,-} = \Omega_{+,-}(ik)^{2/3} = \pm i \sqrt{\frac{K}{\gamma}} \mp \frac{i^{2/3}\Phi_0}{2\sqrt{\gamma K}} k^{-1/3} + \dots \quad \text{при } k \rightarrow \infty, \tag{2.6}$$

где константа $\Phi_0 = -\Phi(0) > 0$. Таким образом, “минусовой” корень при больших k всегда неустойчив: $\text{Re } \omega_- \sim \frac{\Phi_0}{4} \sqrt{\frac{3}{\gamma K}} k^{-1/3}$ при $k \rightarrow \infty$.

Исследуем теперь нейтральные колебания, у которых инкремент нарастания $\sigma = \text{Re } \omega = 0$. Это колебания вида $\omega = (0, -i\omega_*)$, $k = k_*$, удовлетворяющие дисперсионному соотношению (2.3), так что для нахождения пары вещественных чисел (ω_*, k_*) получается следующее уравнение:

$$\Phi(-i^{1/3}\omega_*k_*^{-2/3}) = Q_* = (ik_*)^{1/3} \frac{k_*}{1 - k_*/(K - \gamma\omega_*^2)}. \tag{2.7}$$

Поскольку числа ω_* и k_* вещественные, $\arg Q_*$ может равняться только $\pi/6$ или $-\pi/6$. Можно показать, что при $\arg Q_* = -\pi/6$ уравнение (2.6) решений не имеет, тогда как при $\arg Q_* = \pi/6$ уравнение (2.6) аналогично уравнению, полученному при изучении нейтральных колебаний в пограничном слое на жесткой пластине [12]:

$$\Phi(-i^{1/3}\omega_*k_*^{-2/3}) = Q_* = (ik_*)^{1/3}k_*. \quad (2.8)$$

Известно (см. [12]), что уравнение (2.8) имеет ровно одно решение $k_* = k_\infty = 1.005$, $\omega_* = \omega_\infty = 2.298$, и тогда из сравнения (2.7) с (2.8) немедленно получаем уравнение для нахождения k_* :

$$\frac{k_*^{4/3}}{1 - k_*/(K - \gamma\omega_\infty^2(k_*/k_\infty)^{2/3})} = k_\infty^{4/3}. \quad (2.9)$$

Расчеты показали, что уравнение (2.9) при всех $0 < \gamma < \infty$ имеет ровно 2 решения, причем несложно получить асимптотику этих решений в двух предельных случаях:

$$\text{при } \gamma \rightarrow \infty: \quad (1) \quad k_* \sim k_\infty \quad \text{и} \quad (2) \quad k_* \sim k_\infty (K/\omega_\infty^2)^{3/4} \gamma^{-3/4},$$

$$\text{при } \gamma \rightarrow 0: \quad (1) \quad k_* \sim k_0 \quad \text{и} \quad (2) \quad k_* \sim k_\infty (K/\omega_\infty^2)^{3/4} \gamma^{-3/4},$$

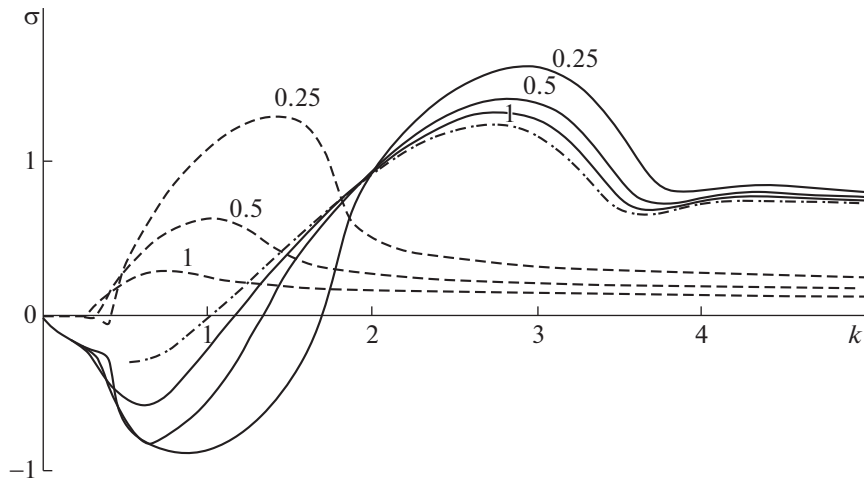
где k_0 является корнем уравнения $\frac{k_*^{4/3}}{1 - k_*/K} = k_\infty^{4/3}$ (оно получается из (2.9), если положить $\gamma = 0$).

Нетрудно видеть, что полученные нейтральные значения должны принадлежать первому ω_1 и “минусовому” ω_- -корням дисперсионного соотношения (2.3), поскольку оба эти корня затухают ($\text{Re } \omega < 0$) при малых k и становятся неустойчивыми ($\text{Re } \omega > 0$) при достаточно больших k согласно асимптотикам (2.4) и (2.6). Как следствие, “плюсовой” корень ω_+ , а также все “классические” корни ω_n , начиная со второго, будут всегда устойчивы.

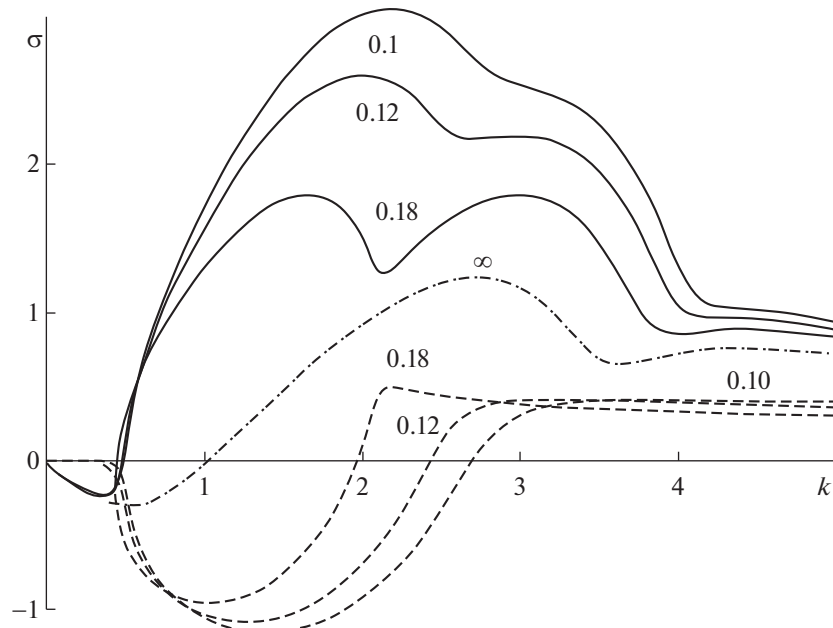
Перейдем теперь непосредственно к численным расчетам дисперсионного соотношения (2.3), представленным на фиг. 1 и фиг. 2 для $K = 1$. На них прослеживается зависимость инкремента нарастания возмущений $\sigma = \text{Re } \omega$ от волнового числа k для ряда характерных значений параметра инерционности γ , указанных около соответствующих кривых. Сплошной линией проведены зависимости инкремента нарастания для “классического” первого корня ω_+ , а штриховой – для “минусового” ω_- . Штрихпунктирной линией отмечена зависимость $\text{Re } \omega_1(k)$ для жесткой пластины, когда $\gamma \rightarrow \infty$ [12].

Прежде всего отметим, что при уменьшении параметра γ от бесконечности (см. штрихпунктирную линию на фиг. 1) до $\gamma = 1$ характеристики первого корня (2.3) меняются весьма слабо: так, например, максимальный инкремент $\sigma_{\max} = \max \text{Re } \omega_1$ ($0 < k < \infty$) увеличивается всего лишь на 6.5% (с $\sigma_{\max} = 1.24$ до 1.32), а характерное поведение кривой не меняется. Зато при этом начинает заявлять о себе “минусовой” корень, дорастая до величины при $\sigma_{\max} = 0.291$ при $\gamma = 1$. При дальнейшем уменьшении γ с 1 до 0.25 этот корень испытывает бурный рост, быстро догоняя слабо растущий первый корень. И вот уже при $\gamma = 0.18$ (фиг. 2) локальные максимумы в распределении σ сравниваются (достигая величины $\sigma_{\max} = 1.79$), но, что интересно, при этом первый локальный максимум, ранее принадлежавший корню ω_- , теперь захватывается корнем ω_1 (такое странное, на первый взгляд, взаимодействие корней объясняется наличием точки ветвления корней уравнения (2.3) в комплексной плоскости k , подходящей близко к вещественной оси k при $\gamma \approx 0.2$; подробное исследование данного поведения выходит за рамки настоящей работы).

Если продолжать уменьшать γ , то при $\gamma = 0.12$ (см. фиг. 2) второй локальный максимум становится значительно меньше первого, и ведущая роль в формировании неустойчивости переходит к первому локальному максимуму (см. кривую для $\gamma = 0.1$ на фиг. 2), причем отвечающий ему инкремент нарастания $\sigma_{\max} = \max \text{Re } \omega_1$ ($0 < k < \infty$) неограниченно возрастает при дальнейшем уменьшении γ . Чтобы понять характер этого неограниченного роста, перейдем к “штрихован-



Фиг. 1.



Фиг. 2.

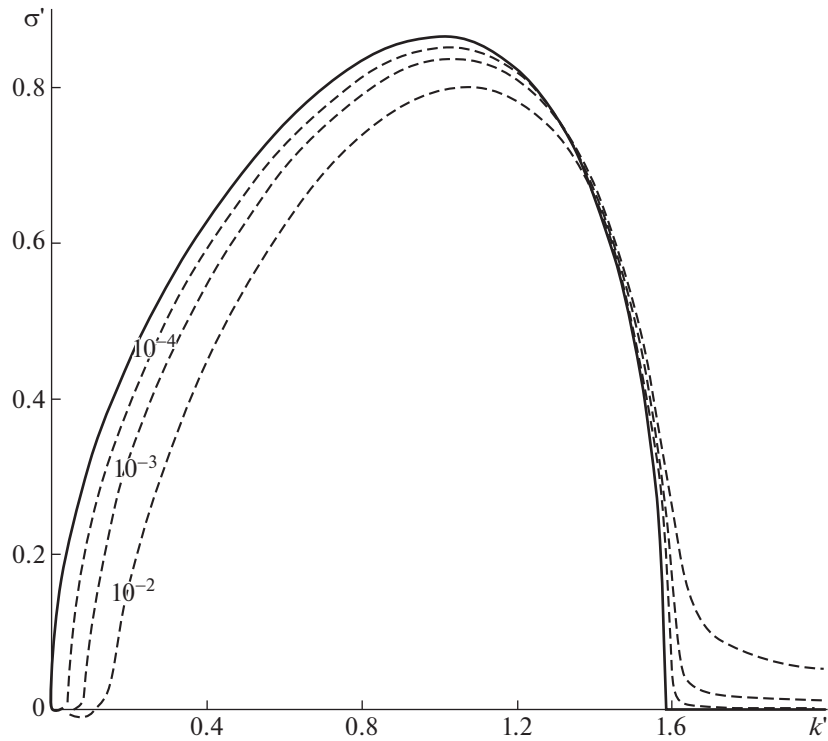
ным” переменным $k' = k\gamma^{1/3}$ и $\omega' = \omega\gamma^{2/3}$, тогда дисперсионное соотношение (2.3) примет следующий вид:

$$\Phi(\gamma^{-4/9}\Omega') = \gamma^{-4/9}(ik')^{1/3} \frac{k'}{1 - \gamma^{-1/3}k' / (\gamma^{-1/3}\omega'^2 + K)}, \tag{2.10}$$

$$\Omega' = \omega'(ik')^{-2/3}.$$

Считая Ω' величиной порядка единицы, устремим $\gamma \rightarrow 0$. Тогда можно воспользоваться асимптотикой $\Phi(\Omega) = -\Omega + O(\Omega^{-1/2})$, благодаря чему дисперсионное соотношение (2.10) упрощается в первом приближении до

$$\omega' = -(ik') \frac{k'}{1 - k' / (\omega'^2 + K\gamma^{1/3})} \tag{2.11}$$



Фиг. 3.

и при дополнительном ограничении $\omega'^2 \gg K\gamma^{1/3}$ сводится к квадратному уравнению

$$\omega'^2 + ik'^2 \omega' - k' = 0$$

с корнями

$$\omega'_{\pm} = -1/2ik'^2 \pm 1/2\sqrt{4k' - k'^4}. \quad (2.12)$$

Нетрудно видеть, что корень ω'_- всегда устойчив, а ω'_+ неустойчив в диапазоне $0 < k' < 2^{2/3}$, причем $\sigma' = \text{Re } \omega'_+$ достигает максимума $\frac{\sqrt{3}}{2}$ при $k' = 1$. Тогда, возвращаясь к исходным переменным, получаем оценку

$$\max \sigma = \max \text{Re } \omega \sim \frac{\sqrt{3}}{2} \gamma^{-2/3} \quad \text{при } \gamma \rightarrow 0.$$

Заметим, что асимптотическое решение (2.12) перестает быть пригодным только при малых k' , точнее, при $k' \sim K\gamma^{1/3}$, когда $\omega'^2 \sim K\gamma^{1/3}$ (то есть, не выполняется дополнительное ограничение, принятое выше). Такой асимптотический характер поведения неустойчивого корня подтверждается прямыми численными расчетами дисперсионного соотношения (2.3), приведенными на фиг. 3, где сплошная линия отвечает асимптотике $\sigma' = \text{Re } \omega'_+$ из (2.10), а штриховые линии соответствуют неустойчивому корню (2.3) при $\gamma = 10^{-2}$, $\gamma = 10^{-3}$ и $\gamma = 10^{-4}$.

Разумеется, принятая модель течения развита в предположении, что все безразмерные величины имеют порядок единицы, в частности, $\gamma \sim 1$. Найденные асимптотические оценки при $\gamma \rightarrow 0$ лишь указывают на тенденции поведения характерных величин в указанном пределе, но могут послужить отправной точкой для построения другой асимптотической модели течения, что, однако, выходит за рамки данной работы.

3. ВОЛНОВОЙ ПАКЕТ

В целях дальнейшего анализа неустойчивости рассмотрим волновые пакеты, порождаемые импульсным воздействием внешнего давления на податливую пластину. Положим в (1.4) $p_0(t, x) = \delta p_{00}(t, x)$, где $p_{00}(t, x)$ – заданная функция (ее вид выберем позже).

Считая возмущения малыми, линеаризуем задачу (1.1)–(1.5) по амплитудному параметру $\delta \rightarrow 0$ с помощью выражения (2.1), а затем разложим искомые функции (со “штрихом”) в интегралы Фурье–Лапласа. Например, разложение для функции p имеет вид

$$p'(t, x) = 2 \operatorname{Re} \left(\frac{1}{2\pi i} \int_0^\infty dk \int_{b-i\infty}^{b+i\infty} \bar{p}(\omega, k) \exp(\omega t + ikx) d\omega \right). \tag{3.1}$$

Тогда для образов искомых функций получается система дифференциальных уравнений (по Y), сводящаяся к решению уравнения Эйри. Окончательно имеем

$$\bar{p} = \frac{|k|}{|k| - \lambda} \frac{\Phi(\Omega)}{\Phi(\Omega) - Q(k, \omega)} \bar{p}_{00}(\omega, k), \tag{3.2}$$

где

$$\Phi(\Omega) = \frac{d\operatorname{Ai}(\zeta)}{d\zeta} \left[\int_\Omega^\infty \operatorname{Ai}(\zeta) d\zeta \right]^{-1}, \quad \Omega = \omega(ik)^{-2/3}, \quad Q = (ik)^{1/3} \frac{|k|}{1 - |k|/\lambda}, \quad \lambda = K + \gamma\omega^2.$$

Считая импульсное воздействие точечным в пространстве и времени, положим $p_{00}(t, x) = \delta(x)\delta(t)$, где $\delta(x)$ – дельта-функция Дирака. Применяя теорему о вычетах к внутреннему интегралу в (3.1), получаем

$$\begin{aligned} p'(t, x) = 2 \operatorname{Re} & \left(\int_0^\infty dk (ik)^{2/3} \sum_{n=1}^\infty \frac{k}{(k - \lambda(\omega_n)) \frac{d}{d\Omega} (\Phi(\Omega_n) - Q(k, \omega_n))} \exp(\omega_n(k)t + ikx) \right) + \\ & + 2 \operatorname{Re} \left(\int_0^\infty dk (ik)^{2/3} \frac{k}{(k - \lambda(\omega_-)) \frac{d}{d\Omega} (\Phi(\Omega_-) - Q(k, \omega_-))} \exp(\omega_-(k)t + ikx) \right) + \\ & + 2 \operatorname{Re} \left(\int_0^\infty dk (ik)^{2/3} \frac{k}{(k - \lambda(\omega_+)) \frac{d}{d\Omega} (\Phi(\Omega_+) - Q(k, \omega_+))} \exp(\omega_+(k)t + ikx) \right), \end{aligned}$$

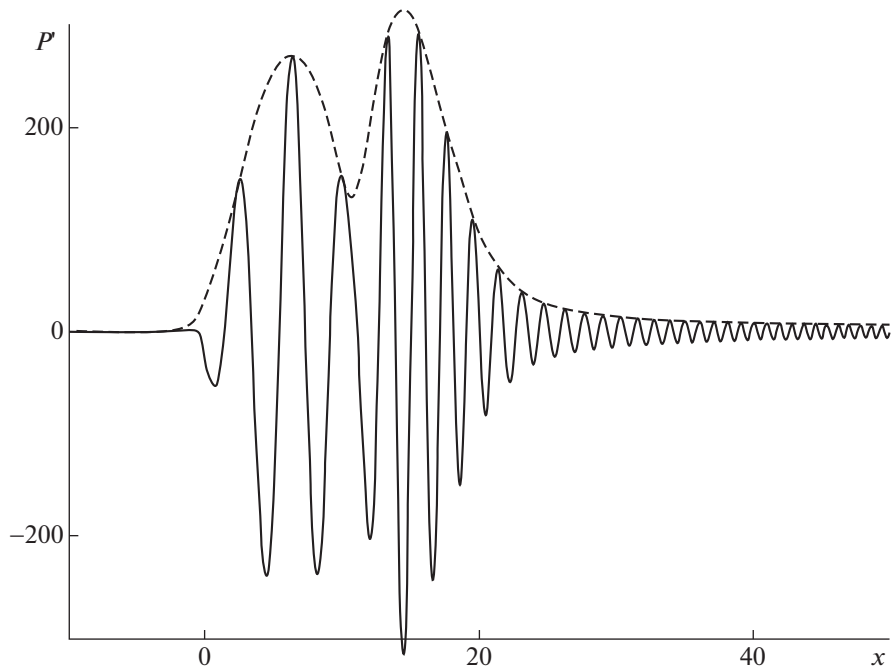
где ω_n , ω_+ и ω_- – упомянутые выше корни дисперсионного соотношения (2.3). Пренебрегая вкладом всех затухающих корней, имеем

$$p'(t, x) = \operatorname{Re}(p'_c(t, x)) = 2 \operatorname{Re} \left(\int_0^\infty dk (ik)^{2/3} k F(k; t) \right), \tag{3.3}$$

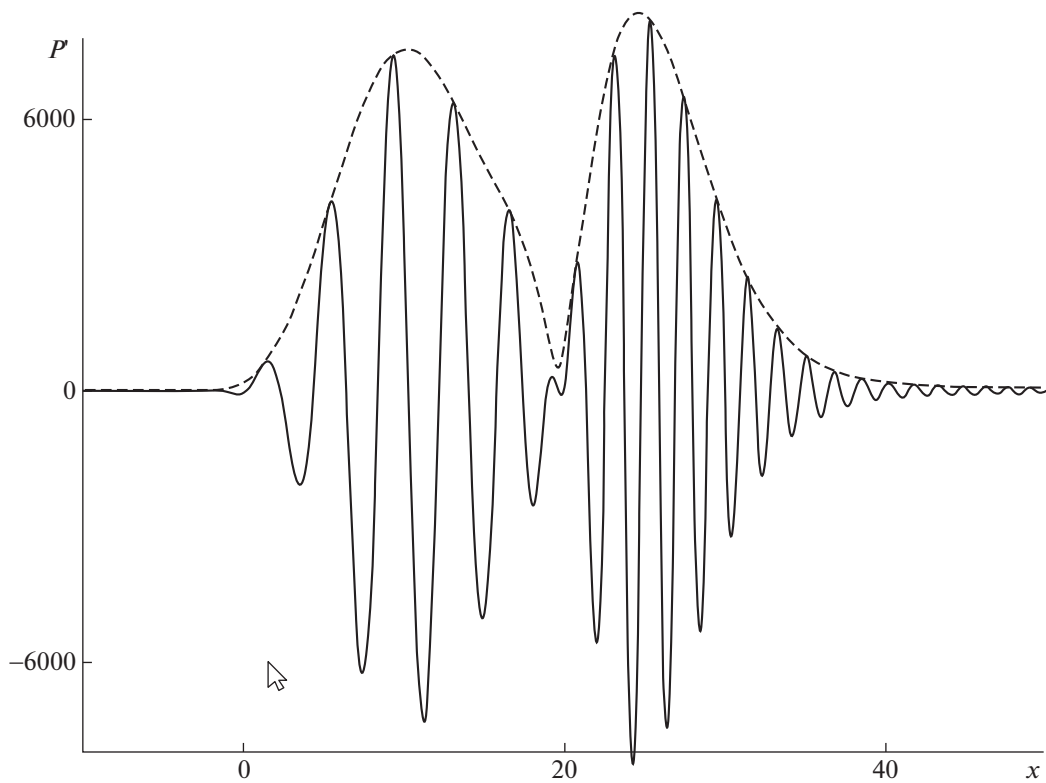
где

$$F(k; t) = \frac{\exp(\omega_1(k)t + ikx)}{(k - \lambda(\omega_1)) \frac{d}{d\Omega} (\Phi(\Omega_1) - Q(k, \omega_1))} + \frac{\exp(\omega_-(k)t + ikx)}{(k - \lambda(\omega_-)) \frac{d}{d\Omega} (\Phi(\Omega_-) - Q(k, \omega_-))}.$$

Был проведен ряд численных расчетов интеграла (3.3) с помощью метода трапеций с шагом $\Delta k = 0.0001$, что, как правило, обеспечивало 1%-ю точность вычислений. Результаты расчетов для $\gamma = 0.18$ представлены на фиг. 4 и фиг. 5 на моменты времени $t = 3$ и $t = 5$ соответственно (сплошной линией проведена функция $p'(t, x)$, а штриховой – ее огибающая $|p'_c(t, x)|$). Значение $\gamma = 0.18$ интересно тем, что в этом случае инкремент нарастания $\sigma = \operatorname{Re} \omega_1(k)$ имеет два практически одинаковых максимума с $\sigma_{\max} \approx 1.79$ при $k_{1,\max} = 1.65$ и $k_{1,\max} = 2.98$, но группы волн из



Фиг. 4.



Фиг. 5.

окрестности этих максимумов движутся с разной групповой скоростью $U = -\partial \text{Im } \omega_1(k) / \partial k$, а именно $U_1 = -\partial \text{Im } \omega_1(k_{1,\text{max}}) / \partial k = 2.04$, тогда как $U_2 = -\partial \text{Im } \omega_1(k_{2,\text{max}}) / \partial k = 5.01$. Из рисунков видно, что на момент $t = 3$ (Фиг. 4) волновые пакеты только начинают отделяться друг от друга, и этот процесс разделения пакетов практически завершается к моменту $t = 5$ (Фиг. 5).

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В рамках асимптотической теории свободного взаимодействия показано, что наличие инерционности пластины приводит к появлению двух дополнительных мод собственных колебаний, одна из которых всегда неустойчива, а вторая — устойчива. С уменьшением инерционности пластины возмущения становятся все более неустойчивыми, причем поначалу возмущения раздваиваются на два волновых пакета, а затем формируют единый пакет. Таким образом, инерционность пластины оказывает дестабилизирующее влияние на несжимаемый пограничный слой.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Kramer M.O.* Boundary-layer stabilization by distributed damping // *J. Aeronaut. Sci.* 1957. V. 24. P. 458–460.
2. *Нейланд В.Я.* К теории отрыва ламинарного пограничного слоя в сверхзвуковом потоке // *Изв. АН СССР. Сер. механ. жидкости и газа.* 1969. № 4. С. 53–58.
3. *Stewartson K., Williams P.G.* Self-induced separation // *Proc. Roy. Soc. A.* 1969. V. 312. № 1509. P. 181–206.
4. *Messiter A.F.* Boundary-layer flow near the trailing edge of a flat plate // *SIAM J. Appl. Math.* 1970. V. 18. № 1. P. 241–257.
5. *Савенков И.В.* Подавление роста нелинейных волновых пакетов упругостью обтекаемой поверхности // *Ж. вычисл. матем. и матем. физ.* 1995. Т. 35. № 1. С. 95–103.
6. *Савенков И.В.* О влиянии упругости обтекаемой поверхности на устойчивость пограничного слоя при трансзвуковых скоростях внешнего потока // *Ж. вычисл. матем. и матем. физ.* 2001. Т. 41. № 1. С. 135–140.
7. *Богданов А.Н., Диеперов В.Н.* К устойчивости трансзвукового пограничного слоя над упругой поверхностью // *Прикл. матем. и механ.* 2011. Т. 75. Вып. 3. С. 505–512.
8. *Walker J.D.A., Fletcher A., Ruban A.I.* Instabilities of a flexible surface in supersonic flow // *Q. Jl Mech. Appl. Math.* 2006. V. 59. № 2. P. 253–276.
9. *Савенков И.В.* О неустойчивости плоского течения Пуазейля между упругими пластинами // *Ж. вычисл. матем. и матем. физ.* 2011. Т. 51. № 12. С. 1288–1295.
10. *Савенков И.В.* Трехмерная неустойчивость течения в плоском канале между упругими пластинами // *Ж. вычисл. матем. и матем. физ.* 2012. Т. 52. № 10. С. 1883–1889.
11. *Савенков И.В.* О нестационарных осесимметричных течениях в трубах с упругими стенками // *Ж. вычисл. матем. и матем. физ.* 1996. Т. 36. № 2. С. 147–163.
12. *Рыжов О.С., Терентьев Е.Д.* О переходном режиме, характеризующем запуск вибратора в дозвуковом пограничном слое на пластинке // *Прикл. матем. и механ.* 1986. Т. 50. Вып. 6. С. 974–986.
13. *Савенков И.В.* Об абсолютной неустойчивости несжимаемого пограничного слоя на податливой поверхности // *Ж. вычисл. матем. и матем. физ.* 2018. Т. 58. № 2. С. 281–290.