ЖУРНАЛ ВЫЧИСЛИТЕЛЬНОЙ МАТЕМАТИКИ И МАТЕМАТИЧЕСКОЙ ФИЗИКИ, 2020, том 60, № 1, с. 118–119

УДК 519.651

HIGH ACCURACY TRIGONOMETRIC APPROXIMATIONS OF THE REAL BESSEL FUNCTIONS OF THE I KIND[1)]

© 2020 г. A. Cuyt[1,*], Wen-shin Lee[1,2,**], Min Wu[3,***,a]

[1]Universiteit Antwerpen, Dept. of Mathematics and Computer Science, Middelheimlaan 1, B-2020 Antwerpen, Belgium;

[2]University of Stirling, Computing Science and Mathematics, Stirling FK9 4LA, Scotland, UK;

[3]East China Normal University, School of Computer Science and Software Engineering, Shanghai Key Laboratory of Trustworthy Computing, Shanghai 200062, P.R. China

*e-mail: annie.cuyt@uantwerpen.be

**e-mail: wen-shin.lee@stir.ac.uk

***e-mail: mwu@sei.ecnu.edu.cn

Поступила в редакцию 31.07.2019 г.
Переработанный вариант 30.08.2019 г.
Принята к публикации 18.09.2019 г.

Ключевые слова: функция Бесселя I рода, целый порядок, тригонометрическая интерполяция, метод Прони и подобные ему, экспериментальная математика. Библ. 9.

DOI: 10.31857/S0044466920010093

Высокая точность тригонометрических приближений вещественных функций Бесселя I рода. Исследуется тригонометрическая интерполяция функций Бесселя $J_n(x)$ на дискретных множествах точек, расположенных равномерно в интервале $[0, B]$ при заданном $B > 0$.

Функция $J_{2n}(x)$ является четной, а функция $J_{2n+1}(x)$ – нечетной. Соответственно, мы предлагаем аппроксимацию суммами косинусов в первом случае, и суммами синусов – во втором. В обоих случаях входом служат значения

$$f_j := J_n(j\Delta), \quad j = 0, \ldots, 2m-1, \quad \Delta = \frac{B}{2m-1}.$$

Действия в этих двух случаях:

• применение так называемого метода Прони [1], [2], обобщенного на линейные комбинации косинуса и синуса [3], [4]:

$$\text{для четных } n: \sum_{k=1}^{m} \alpha_k \cos(\phi_k j\Delta) = f_j, \quad j = 0, \ldots, 2m-1,$$

$$\text{для нечетных } n: \sum_{k=1}^{m} \alpha_k \sin(\phi_k j\Delta) = f_j, \quad j = 0, \ldots, 2m-1,$$

• использование линейных комбинаций косинусов и синусов с априорным подходящим выбором частот $\tilde{\varphi}_k$:

$$\text{для четного } n: \sum_{k=1}^{m} \beta_k \cos(\tilde{\phi}_k 2j\Delta) = f_{2j}, \quad j = 0, \ldots, m-1,$$

$$\text{для нечетного } n: \sum_{k=1}^{m} \beta_k \sin(\tilde{\phi}_k j\Delta) = f_{2j}, \quad j = 0, \ldots, m-1.$$

Этот подход обобщает результаты из [5].

[1)]Полный текст статьи печатается в английской версии журнала.

[a] This research was carried out while Min Wu was taking up a 1-year research grant supported by the Universiteit Antwerpen (Belgium).

Предложенный метод проиллюстрирован численными расчетами. Он дает весьма точную аппроксимацию функций Бесселя $J_n(x)$, которая, как нам представляется, не достигалась до сих пор.

С учетом многих приложений функций Бесселя I рода целочисленного порядка, – как в физике, так и их инженерных приложениях, результаты проведенного исследования могут открывать интересные возможности.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *de Prony R.* Essai expérimental et analytique sur les lois de la dilatabilité des fluides élastiques et sur celles de la force expansive de la vapeur de l'eau et de la vapeur de l'alkool, à différentes températures. J. Ec. Poly. 1, 24–76 (1795).
2. *Hildebrand F.B.* Introduction to numerical analysis. Dover Publications, Inc., second edn. (1987).
3. *Giesbrecht M., Labahn G., Lee W.S.* Symbolic-numeric sparse polynomial interpolation in Chebyshev basis and trigonometric interpolation. In: Proc. Workshop on Computer Algebra in Scientific Computation (CASC). pp. 195–204 (2004).
4. *Cuyt A., Lee W.S.* Sparse trigonometric and sinc spectral analysis. Tech. rep., Universiteit Antwerpen (2019), in preparation.
5. *Blachman N.M., Mousavinezhad S.H.* Trigonometric approximations for Bessel functions. IEEE Trans. Aerosp. Electron. Syst. AES-22, 2–7 (1986).