ЖУРНАЛ ВЫЧИСЛИТЕЛЬНОЙ МАТЕМАТИКИ И МАТЕМАТИЧЕСКОЙ ФИЗИКИ, 2020, том 60, № 6, с. 1045–1052

УДК 519.6

ВЫЧИСЛИТЕЛЬНЫЕ ПОДХОДЫ К ИССЛЕДОВАНИЮ ЭФФЕКТА САМОКОМПЕНСАЦИИ ОШИБОК ПРИ НАПЫЛЕНИИ МНОГОСЛОЙНЫХ ОПТИЧЕСКИХ ПОКРЫТИЙ[1)]

© 2020 г. И. В. Кочиков[1,*], А. В. Тихонравов[1,], А. Г. Ягола[2,***]**

[1] 119234 Москва, Ленинские горы, МГУ, НИВЦ, Россия

[2] 119991 Москва, Ленинские горы, МГУ, Физ. ф-т, Россия

**e-mail: igor@kochikov.ru*

***e-mail: tikh@srcc.msu.ru*

****e-mail: yagola@physics.msu.ru*

Поступила в редакцию 24.10.2019 г.
Переработанный вариант 24.10.2019 г.
Принята к публикации 11.02.2020 г.

В работе развивается новый вычислительный подход к оценке силы эффекта самокомпенсации ошибок при широкополосном оптическом контроле процесса напыления многослойных покрытий. Предложена новая форма оценки силы эффекта самокомпенсации ошибок. Показано, что исследование наличия эффекта самокомпенсации с помощью вычислительных экспериментов по моделированию процесса напыления и оценки двух параметров, характеризующих степень коррелированности ошибок и силу эффекта самокомпенсации, наиболее целесообразно с практической точки зрения. Библ. 15. Фиг. 5.

Ключевые слова: обратные задачи, оптические покрытия, широкополосный оптический контроль, корреляция ошибок.

DOI: 10.31857/S0044466920060058

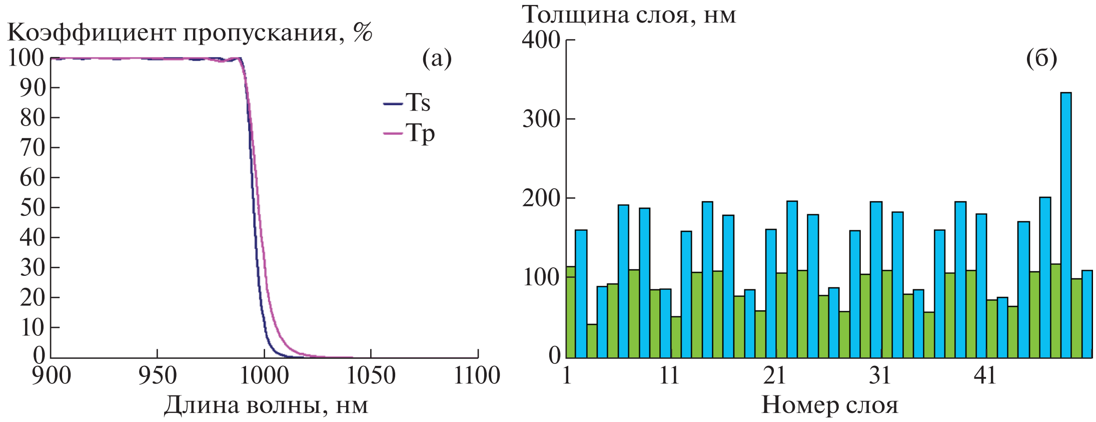
ВВЕДЕНИЕ

Многослойные оптические покрытия относятся к ключевым компонентам современных оптических и оптоэлектронных технологий. Оптические покрытия для лазерной, медицинской, космической и других областей имеют десятки и сотни тонких слоев, наносимых на оптические элементы в вакуумных напылительных установках [1]. Расчет таких покрытий представляет собой сложную многопараметрическую обратную задачу, которая, однако, эффективно решается разработанными к настоящему времени методами [2]. На сегодняшний день основной проблемой в технологическом и математическом планах является повышение надежности контроля процесса напыления покрытий.

Основными параметрами, контролируемыми в процессе напыления, являются толщины слоев покрытия. При этом в процессе напыления приходится решать обратные задачи определения толщин уже напыленных слоев и толщины текущего напыляемого слоя. Алгоритмы решения данных обратных задач зависят от типа измерений, производимых для контроля процесса напыления. Наиболее широко разрабатываемым в настоящее время является так называемый прямой широкополосный контроль, основанный на измерениях спектра коэффициента пропускания покрытия в процессе его напыления [3]. Данный тип контроля был впервые использован еще четыре десятилетия назад [4]–[6], но интерес к нему особенно усилился в последние годы в связи с возросшей точностью измерения спектров сигналов внутри напылительной камеры и с возросшими вычислительными возможностями обработки больших объемов спектральных данных в режиме on-line.

Важнейшим фактором для выбора широкополосного контроля процесса напыления является наличие связанного с этим методом эффекта самокомпенсации ошибок напыления. Возможность проявления данного эффекта была отмечена еще в упомянутых выше первых работах [4]–[6],

[1)]Работа выполнена при финансовой поддержке РНФ (код проекта 16-11-10219).



Фиг. 1. Коэффициенты пропускания 50-слойного неполяризующего фильтра при угле падения света 45° (а) и толщины слоев фильтра (б).

а затем его наличие было статистически подтверждено в работе [7]. Однако детальное математическое исследование эффекта самокомпенсации ошибок при широкополосном оптическом контроле началось только в самые последние годы. Толчком к этому исследованию послужило обнаружение чрезвычайно сильного эффекта самокомпенсации при создании поляризаторов лазерного излучения для сверхмощных лазерных пучков [8]. Первой математической работой по исследованию механизма эффекта самокомпенсации была статья [9], в которой было дано математическое описание процесса корреляции ошибок в толщинах напыляемых слоев при их прямом оптическом контроле. Процесс корреляции был описан с помощью специальной прямоугольной матрицы, элементы которой вычисляются по заданной теоретической конструкции покрытия и основным параметрам широкополосного оптического контроля. Эффект самокомпенсации был объяснен в терминах сингулярных чисел этой матрицы и расширенной матрицы, получаемой из нее добавлением матрицы Гессе функционала, оценивающего качество теоретического покрытия [9].

В дальнейших работах [10], [11] был введен специальный параметр, оценивающий степень корреляции ошибок при широкополосном оптическом контроле, и проведено статистическое исследование распределения значений данного параметра. Целью настоящей работы является обобщение полученных ранее результатов, а также приведение их к виду, позволяющему проводить практические производственные оценки ожидаемого при напылении эффекта самокомпенсации ошибок.

1. ПРОЦЕСС КОРРЕЛЯЦИИ ОШИБОК И ЭФФЕКТ ИХ САМОКОМПЕНСАЦИИ

Для иллюстрации обсуждаемых в данном разделе результатов мы используем так называемый неполяризующий фильтр для угла падения света 45°. При наклонном падении света следует различать спектральные характеристики покрытия для волн двух различных поляризаций: s- и p-поляризованных волн. Методы расчета спектральных характеристик хорошо известны [12]. На фиг. 1а представлены коэффициенты пропускания фильтра T_s и T_p для s- и p-поляризованных волн. На фиг. 1б показаны толщины слоев фильтра, в котором все нечетные слои имеют показатель преломления 2.35, а все четные слои – 1.45. Показатель преломления подложки, на которую нанесен фильтр, равен 1.52. Расчет данного фильтра произведен с помощью программного комплекса OptiLayer [13].

В работе [14] на основе вычислительных экспериментов по симуляции процесса напыления было показано, что в случае широкополосного оптического контроля проявляется чрезвычайно сильный эффект самокомпенсации ошибок в толщинах слоев напыляемого фильтра. Сущность этого эффекта состоит в том, что, несмотря на большой уровень ошибок в каждом из слоев покрытия, его характеристики мало отличаются от изображенных на фиг. 1а. Мы продолжим обсуждение данного эффекта ниже после рассмотрения самого метода оптического контроля и связанного с ним процесса корреляции ошибок в толщинах слоев.

В работе [14] предполагалось, что оптический контроль проводится в диапазоне длин волн от 400 до 900 нм с шагом 1 нм. При этом внутри напылительной камеры через равные промежутки времени (3 с в вычислительных экспериментах данной работы) измеряется коэффициент пропускания $T_{\text{meas}}(\lambda_j)$ на сетке длин волн $\{\lambda_j\}$ (501 точка в обсуждаемых экспериментах). Коэффициент пропускания измеряется при нормальном падении света на напыляемое покрытие. В процессе вычислительных экспериментов симулируются различные ошибки, присущие как самому процессу напыления, так и процессу измерения коэффициента пропускания $T_{\text{meas}}(\lambda)$ [14].

Для описания метода широкополосного оптического контроля рассмотрим процесс напыления j-го слоя покрытия. Пусть d – толщина растущего j-го слоя. Измеряемый в процессе напыления коэффициент пропускания покрытия $T_j(d)$ может быть записан в следующем виде:

$$T_j(d) = T_j(d_1^a, \ldots, d_{j-1}^a, d) + \delta T_{\text{meas}}, \tag{1}$$

где $d_1^a, \ldots, d_{j-1}^a$ – толщины уже напыленных слоев, а δT_{meas} – ошибка измерений.

В (1) и далее для сокращения записи мы будем опускать обозначения очевидной зависимости T от длины волны λ.

Пусть $T_j(d_1^t, \ldots, d_j^t)$ – коэффициент пропускания системы из первых j слоев теоретической конструкции покрытия. Толщины уже напыленных слоев отличаются от значений d_i^t в силу различных ошибок процесса напыления. При широкополосном контроле процесс напыления j-го слоя прерывается в соответствии с условием достижения минимума функционалом невязки

$$\Phi_j(d) = \sum_{\lambda} [T_j(d_1^a, \ldots, d_{j-1}^a, d) + \delta T_{\text{meas}} - T_j(d_1^t, \ldots, d_j^t)]^2 \to \min. \tag{2}$$

Суммирование здесь ведется по всей сетке длин волн, на которой измеряется коэффициент пропускания.

Из условия (2) очевидно, что ошибка в толщине j-го слоя, т.е. отличие фактически напыленной толщины слоя d_j^a, от теоретически планировавшейся толщины слоя d_j^t связана не только с ошибкой измерения, но определяется еще и всеми допущенными ранее ошибками $\delta d_i = d_i^a - d_i^t$, $i = 1, \ldots, j-1$. Таким образом, имеет место корреляция ошибок в толщинах слоев, связанная с самим процессом контроля.

Корреляция ошибок в толщинах слоев может приводить к негативному кумулятивному эффекту роста этих ошибок с увеличением числа слоев [15]. Но наряду с этим может проявляться и положительный эффект самокомпенсации этих ошибок. Пусть $\delta d_1, \ldots, \delta d_m$ – коррелированные ошибки в толщинах всех слоев покрытия (m – общее число этих слоев). Эффект самокомпенсации проявляется в том, что вызванные этими ошибками вариации спектральных характеристик покрытия оказываются существенно меньшими, чем в случае, когда ошибки в толщинах слоев являются независимыми нормально распределенными случайными величинами со среднеквадратичными отклонениями, равными $|\delta d_j|$ (см. [14]).

Математическое описание процесса корреляции ошибок было дано в работе [9]. Для представления основного результата этой работы введем в рассмотрение вектор ошибок в толщинах слоев покрытия $\Delta = \{\delta d_1, \ldots, \delta d_m\}^{\text{т}}$. При рассмотрении условий корреляции ошибок (2) для каждого из слоев покрытия, начиная с $j = 2$, появляются матрицы

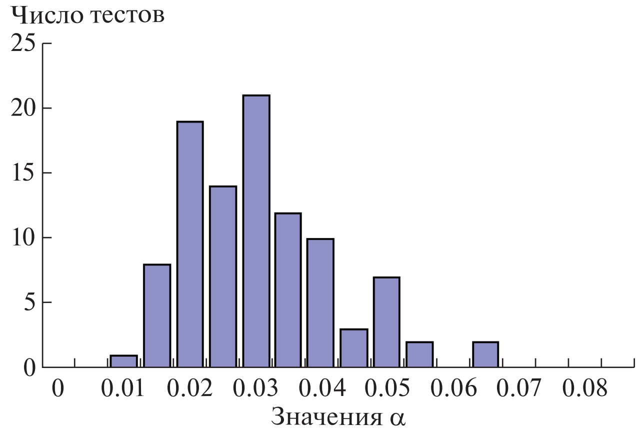
$$C_j = \left\| \sum_{\lambda} \frac{\partial T_j}{\partial d_i} \frac{\partial T_j}{\partial d_k} \right\|, \tag{3}$$

в которых $\partial T_j / \partial d_i$ – частные производные парциальных коэффициентов пропускания для подсистем из первых j слоев по толщинам уже напыленных слоев.

Пусть λ_i^j и P_j^i – собственные значения и собственные векторы матриц C_j, а $p_1^{ij}, \ldots, p_j^{ij}$ – элементы собственных векторов P_j^i. С их помощью для всех i от 1 до j и всех j от 2 до m вводятся векторы-строки

$$W_{ij} = \sqrt{\lambda_i^j}\{p_1^{ij}, \ldots, p_j^{ij}, 0, \ldots, 0\}, \tag{4}$$

которые затем образуют прямоугольную матрицу W размерности $k \times m$, где m – число слоев покрытия, а $k = (m-1)(m+2)/2$. В соответствии с результатами работы [9] (см. также [11]) корре-



Фиг. 2. Гистограмма значений параметра коррелированности ошибок α.

ляция ошибок процесса напыления, описываемая условиями (2), приводит к малости нормы вектора $W\Delta$.

Пусть

$$W = U\Sigma V^{\text{т}} \tag{5}$$

есть сингулярное разложение прямоугольной матрицы W. При этом U и V – ортогональные матрицы размерности $k \times k$ и $m \times m$ соответственно, а Σ – прямоугольная матрица $k \times m$, на диагонали которой стоят сингулярные значения матрицы W.

Используя сингулярное разложение (5), квадрат нормы вектора $W\Delta$ можно представить в виде

$$\|W\Delta\|^2 = \sum_{i=1}^{m} \sigma_i^2 (V_i^{\text{т}}\Delta)^2, \tag{6}$$

где σ_i – сингулярные числа матрицы W, а V_i – столбцы матрицы V.

В соответствии с результатами [9], [11] корреляция ошибок в толщинах слоев покрытия, т.е. корреляция компонент вектора Δ, приводит к тому, что величина нормы вектора $W\Delta$ оказывается малой. Для формализации понятия малости этой нормы в [11] был введен параметр α, вычисляемый в виде

$$\alpha = \|W\Delta^0\|^2 \Big/ \left\langle \|W\Delta^r\|^2 \right\rangle, \tag{7}$$

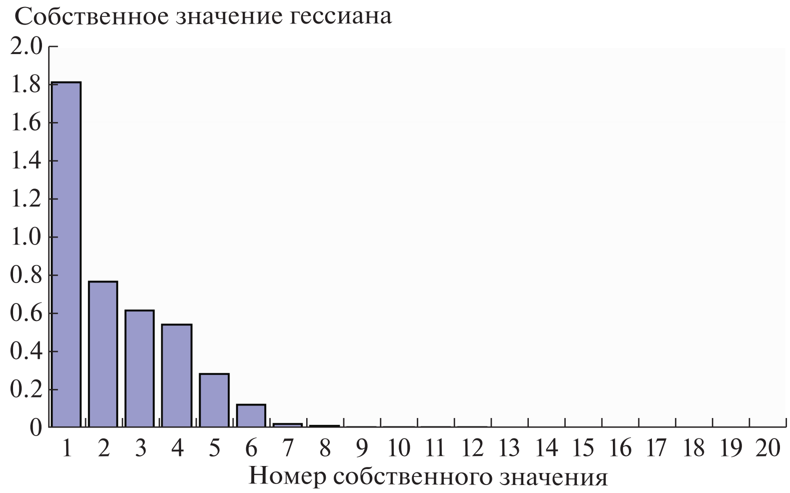
где Δ^0 – нормированный вектор ошибок Δ, а $\left\langle \|W\Delta^r\|^2 \right\rangle$ – среднее значение квадрата нормы $W\Delta^r$ на сфере $\|\Delta^r\| = 1$ для векторов единичной длины и случайного направления. Данное среднее значение явно выражается через сингулярные числа матрицы W [11]:

$$\left\langle \|W\Delta^r\|^2 \right\rangle = \frac{1}{m}\sum_{i=1}^{m} \sigma_i^2. \tag{8}$$

В [11] было предложено считать, что процесс корреляции ошибок тем сильнее, чем меньше α. При этом на примере рассматриваемого нами 50-слойного фильтра было показано, что в случае случайных векторов ошибок вероятность получения значения α, меньшего, чем 0.1, составляет всего 0.000333. В силу этого было предложено говорить о сильной корреляции ошибок в случае, если нормированному вектору ошибок Δ соответствует значение α, меньшее 0.1.

Условия проводимых с помощью программного обеспечения OptiLayer [13] вычислительных экспериментов по напылению 50-слойного фильтра детально описаны в [14]. На фиг. 2 представлена гистограмма значений α, построенная по 100 векторам ошибок, полученным в ходе подобных экспериментов.

При этом полученное в 100 экспериментах минимальное значение α равно 0.0145, среднее – 0.0336, а максимальное – 0.0731. Как мы видим, во всех экспериментах наблюдается сильная корреляция ошибок.



Фиг. 3. Собственные значения матрицы Гессе функционала $F = MF^2$.

Перейдем теперь к рассмотрению собственно эффекта самокомпенсации ошибок. Пусть MF – функционал, оценивающий качество решения обратной задачи проектирования оптического покрытия [2]. В случае рассматриваемого нами неполяризующего фильтра он имеет вид

$$MF = \left\{\frac{1}{2L}\sum_{\lambda}\left[(T_s - \hat{T})^2 + (T_p - \hat{T})^2\right]\right\}^{1/2}, \tag{9}$$

где T_s, T_p – зависящие от длины волны коэффициенты пропускания фильтра для s- и p-поляризованных волн при угле падения света 45°, $\hat{T}$ – одинаковый для обоих коэффициентов целевой коэффициент пропускания, равный 100% в области от 900 до 990 нм и 0 в области от 1010 до 1100 нм, L – число точек сетки длин волн. Шаг сетки по длинам волн в обеих областях – 1 нм.

При проектировании оптических покрытий принято оценивать качество решения задачи проектирования с помощью функционалов типа (9), поскольку подобная оценка имеет очевидный смысл, а именно, представляет собой среднеквадратичное отклонение в процентах фактических характеристик покрытия от целевых характеристик на заданной сетке длин волн. Однако при практическом решении задач удобнее минимизировать функционал $F = MF^2$. Пусть A – матрица Гессе этого функционала:

$$A = \left\|\frac{\partial^2 F}{\partial d_i \partial d_j}\right\|. \tag{10}$$

Пусть λ_j – собственные значения этой матрицы, а Q_j – ее собственные векторы. На решении задачи проектирования функционал F достигает минимума и соответственно его приращение в случае наличия ошибок в толщинах слоев может быть записано в виде

$$\delta F = \sum_{i=1}^{m}\lambda_i (Q_i, \Delta)^2. \tag{11}$$

В работе [9] было показано, что в случае поляризатора лазерного излучения сильный эффект самокомпенсации ошибок достигался благодаря наличию двух факторов. Во-первых, число существенно отличных от нуля собственных значений матрицы Гессе намного меньше, чем размерность m пространства решений задачи проектирования. Во-вторых, процесс корреляции ошибок приводит к тому, что вектор ошибок Δ оказывается "почти ортогональным" собственным векторам Q_i, соответствующим этим собственным значениям. Точно такая же картина наблюдается и в случае рассматриваемого нами неполяризующего фильтра.

На фиг. 3 представлены собственные значения матрицы Гессе для функционала F, равного квадрату функционала MF из оценки (9). Как видно, собственные значения быстро убывают, и в дальнейшем мы будем рассматривать только первые шесть из них.

Таблица 1. Среднеквадратичные значения скалярных произведений (Δ', Q_i)

	Q_1	Q_2	Q_3	Q_4	Q_5	Q_6
r.m.s. (Δ', Q_i)	0.0304	0.0297	0.0348	0.0277	0.0282	0.0229

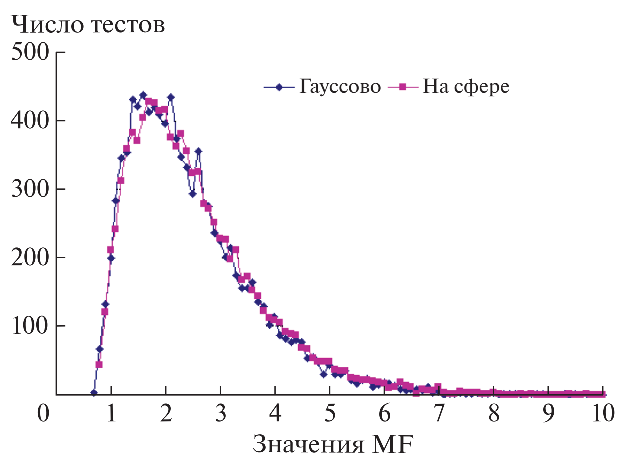
В табл. 1 приведены среднеквадратичные значения скалярных произведений нормированных векторов ошибок $\Delta' = \Delta/\|\Delta\|$ с первыми шестью собственными векторами Q_i. Эти среднеквадратичные значения рассчитаны по всем 100 векторам ошибок, полученным в ходе описанных выше вычислительных экспериментов по симуляции процесса напыления. Как следует из этой таблицы, значения скалярных произведений (Δ', Q_i) действительно малы, т.е. векторы ошибок Δ оказываются почти ортогональными собственным векторам матрицы Гессе, соответствующим ее главным собственным значениям.

2. ОЦЕНКА СИЛЫ ЭФФЕКТА САМОКОМПЕНСАЦИИ ОШИБОК

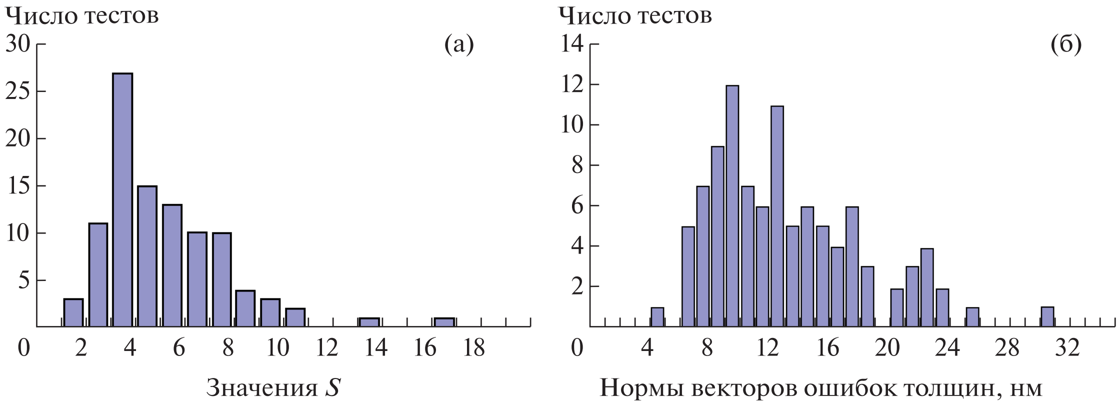
Несмотря на корреляцию ошибок в толщинах слоев, векторы ошибок Δ имеют одновременно и случайный характер, поскольку определяются множеством случайных факторов [14]. Поэтому очевидно, что оценка силы эффекта самокомпенсации ошибок должна иметь статистическую форму. При этом естественно сравнивать влияние коррелированности ошибок на качество решения задачи проектирования с влиянием некоррелированных ошибок.

Для оценки влияния ошибок на решение задачи проектирования будем использовать функционал *MF* типа (9), поскольку, как уже отмечалось выше, такие функционалы имеют ясный физический смысл и широко используются на практике [2]. Пусть Δ – вектор коррелированных ошибок, а $\delta MF(\Delta)$ – приращение функционала *MF*, соответствующее этому вектору ошибок. Некоррелированные ошибки в толщинах слоев покрытий в наибольшей степени соответствуют процессам производства с такими широко используемыми методами контроля, как контроль по времени напыления и контроль по кварцевому датчику [3]. Принято считать, что при использовании этих методов наилучшая точность контроля толщин слоев составляет порядка 1% от планируемых толщин слоев. Мы воспользуемся этой оценкой для задания некоррелированных ошибок в толщинах слоев.

На фиг. 4 представлены гистограммы значений функционала *MF*, рассчитанные по 10 000 случайных векторов ошибок, генерировавшихся двумя способами. В первом случае (синие ромбы) ошибки в толщинах слоев задавались гауссовым распределением с нулевым математическим ожиданием и среднеквадратичными отклонениями, равными 1% от толщин соответствующих слоев (см. фиг. 1б). Вторая гистограмма (розовые квадраты) построена для векторов ошибок со случайными направлениями и нормой 9.717 нм. Эта величина соответствует норме вектора



Фиг. 4. Гистограммы значений функционала *MF*, построенные при двух способах генерации некоррелированных ошибок в толщинах слоев (см. детали в тексте).



Фиг. 5. (а) Гистограммы значений S и (б) нормы векторов ошибок, построенные по 100 коррелированным векторам ошибок.

ошибок, вычисленного для случая, когда ошибки толщин слоев составляют 1% от теоретических толщин.

Как видно, характер обеих гистограмм на фиг. 4 очень близок, среднеквадратичные значения MF составляют примерно 2.686 и 2.751. Поэтому при задании некоррелированных ошибок достаточно рассматривать случайные векторы на сфере с радиусом, равным одной сотой нормы вектора толщины покрытия.

Обозначим через $\langle \delta MF \rangle$ среднеквадратичное отклонение функционала MF в случае некоррелированных ошибок. Оценку силы эффекта самокомпенсации для конкретного вектора коррелированных ошибок Δ будем производить с помощью величины

$$S = \frac{\langle \delta MF \rangle}{\delta MF} = \sqrt{\frac{\langle MF^2 \rangle - MF_0^2}{MF^2 - MF_0^2}}, \tag{12}$$

где величина в числителе рассчитана как среднее по всем векторам ошибок со случайными направлениями и нормой ошибки, соответствующей средней ошибке толщин слоев в 1%. Как указывалось выше, эта величина характерна для современных процессов напыления и алгоритмов широкополосного мониторинга.

На фиг. 5а представлены гистограммы значений S для 100 коррелированных векторов ошибок, полученных в ходе вычислительных экспериментов по симуляции процесса напыления (см. разд. 2). Как видно из этого рисунка, для всех коррелированных векторов ошибок величины S больше 1. При этом среднее значение S составляет 5.75.

Наряду с эффектом самокомпенсации ошибок, корреляция ошибок в толщинах слоев вызывает еще и негативный эффект роста этих ошибок. Несомненно, что с наличием этого эффекта связан значительный разброс норм векторов ошибок на гистограмме, представленной на фиг. 5б. Этот вывод подтверждается исследованием наличия корреляции между значениями параметра корреляции α (фиг. 2) и значениями норм векторов ошибок. Коэффициент корреляции значений $1/\alpha$ и нормы вектора ошибок в наших экспериментах составляет 0.53.

Следует заметить, что в то же время не наблюдается заметной корреляции между значениями $1/\alpha$ и S, в нашем случае коэффициент корреляции для этих величин равен 0.07.

В целом представленные на фиг. 5 результаты свидетельствуют о наличии сильного эффекта самокомпенсации ошибок в рассматриваемом нами случае. Среднее значение S (5.751) намного превышает 1 несмотря на то, что среднеквадратичное значение нормы вектора ошибок составляет 14.1 нм, т.е. заметно превышает значение нормы некоррелированных ошибок, для которых рассчитывалась величина $\langle \delta MF \rangle$ в формуле (12).

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В работе развит подход к исследованию корреляции ошибок в толщинах слоев оптических покрытий и связанному с ней эффекту самокомпенсации этих ошибок при широкополосном оптическом контроле процесса напыления. Введена новая форма оценки силы эффекта самокомпенсации, основанная на наиболее адекватном с точки зрения практики сравнении с влиянием некоррелированных ошибок. Показано, что практическое исследование наличия эффекта самокомпенсации может адекватно проводиться на основе двух параметров, характеризующих степень коррелированности ошибок и силу эффекта самокомпенсации. Эти параметры находятся на основе вычислительных экспериментов по симуляции процесса напыления покрытий. Получаемые при таком подходе результаты в полной мере соответствуют полученным ранее результатам по исследованию эффекта самокомпенсации ошибок на основе сингулярного разложения специальных прямоугольных матриц, описывающих процесс корреляции ошибок при широкополосном оптическом контроле. В то же время исследование эффекта самокомпенсации на основе серии вычислительных экспериментов по симуляции процесса напыления более доступно для практического применения благодаря достаточно широкому наличию соответствующих программных средств.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Optical thin films and coatings: From materials to applications // Ed. A. Piegary, F. Flory. 2nd edition. Cambridge (UK): Woodhead, 2018.
2. *Tikhonravov A.V., Trubetskov M.K.* Modern design tools and a new paradigm in optical coating design // Appl. Opt. 2012. V. 51. № 30. P. 7319–7332.
3. *Tikhonravov A.V., Trubetskov M.K., Amotchkina T.V.* Optical monitoring strategies for optical coating manufacturing // Optical Thin Films and Coatings. Woodhead: Cambridge, 2018. P. 65–111.
4. *Vidal B., Fornier A., Pelletier E.* Optical monitoring of nonquarterwave multilayer filters // Appl. Opt. 1978. V. 17. P. 1038–1047.
5. *Vidal B., Fornier A., Pelletier E.* Wideband optical monitoring of nonquarterwave multilayer filters // Appl. Opt. 1979. V. 18. P. 3851–3856.
6. *Vidal B., Pelletier E.* Nonquarterwave multilayer filters: optical monitoring with a minicomputer allowing correction of thickness errors // Appl. Opt. 1979. V. 18. P. 3857–3862.
7. *Tikhonravov A., Trubetskov M., Amotchkina T.* Investigation of the error selfcompensation effect associated with broadband optical monitoring // Appl. Opt. 2011. V. 50. № 9. P. 111–116.
8. *Zhupanov V., Kozlov I., Fedoseev V., Konotopov P., Trubetskov M., Tikhonravov A.* Production of Brewster-angle thin film polarizers using ZrO_2/SiO_2 pair of materials // Appl. Opt. 2017. V. 56. P. 30–34.
9. *Tikhonravov A., Kochikov I., Yagola A.* Mathematical investigation of the error self-compensation mechanism in optical coating technology // IPSE (Inv. Problems of Sci. and Engineering). 2018. V. 26. № 8. P. 1214–1229.
10. *Тихонравов А.В., Кочиков И.В., Матвиенко И.А., Шарапова С.А., Ягола А.Г.* Оценки, связанные с механизмом самокомпенсации ошибок в процессе напыления оптических покрытий // Вестн. Московского университета. Сер. 3. Физика. Астрономия. 2018. № 6. С. 50–54.
11. *Тихонравов А.В., Кочиков И.В., Матвиенко И.А., Исаев Т.Ф., Лукьяненко Д.В., Шарапова С.А., Ягола А.Г.* Корреляция ошибок при напылении оптических покрытий с широкополосным оптическим контролем // Вычисл. методы и программирование. 2018. Т. 19. С. 439–448.
12. *Борн М., Вольф Э.* Основы оптики. М.: Наука, 1973.
13. www.optilayer.com
14. *Tikhonravov A.V., Kochikov I.V., Yagola A.G.* Investigation of the error self-compensation effect associated with direct broad band monitoring of coating production // Opt. Express. 2018. V. 26. № 19. P. 24964–24972.
15. *Tikhonravov A.V., Trubetskov M.K.* Computational manufacturing as a bridge between design and production // Appl. Opt. 2005. V. 44. P. 6877–6884.