ЖУРНАЛ ВЫЧИСЛИТЕЛЬНОЙ МАТЕМАТИКИ И МАТЕМАТИЧЕСКОЙ ФИЗИКИ, 2023, том 63, № 12, с. 2025–2034

МАТЕМАТИЧЕСКАЯ ФИЗИКА

УДК 519.635

Посвящается профессору Евгению Михайловичу Шахову в связи с его 90-летием

ИССЛЕДОВАНИЕ НЕКЛАССИЧЕСКОГО ПЕРЕНОСА С ПРИМЕНЕНИЕМ ЧИСЛЕННЫХ МЕТОДОВ РЕШЕНИЯ УРАВНЕНИЯ БОЛЬЦМАНА[1)]

© 2023 г. В. В. Аристов[1],*, И. В. Воронич[1], С. А. Забелок[1]

[1] 117333 Москва, ул. Вавилова, 44, ФИЦ ИУ РАН, Россия

**e-mail: aristovvl@yandex.ru*

Поступила в редакцию 11.06.2023 г.
Переработанный вариант 15.07.2023 г.
Принята к публикации 22.08.2023 г.

Рассмотрено современное состояние исследований неравновесных течений газа с неклассическим переносом, в которых принципиально нарушаются законы Стокса и Фурье (и соответственно метод Чепмена–Энскога неприменим). Для надежного подтверждения эффектов используются расчетные методы различной природы: прямое решение уравнения Больцмана и прямое моделирование Монте-Карло. Неклассический аномальный перенос проявляется на масштабах 5–10 длин свободного пробега, что подтверждает тот факт, что необходимым условием эффектов является сильная неравновесность течения. Рассмотрены двумерные задачи о сверхзвуковом течении около плоской пластины в переходном режиме, а также о сверхзвуковом потоке через мембраны (сетки), где за сеткой течение соответствует задаче о пространственно неоднородной релаксации. В этой области формируются неравновесные распределения, демонстрирующие аномальный перенос. Обсуждается связь эффекта со вторым началом термодинамики, рассматриваются возможности для экспериментальной проверки, а также намечаются перспективы создания на этой основе некоторых новых микроприборов.

DOI: 10.31857/S0044466923120050, **EDN:** JBEPWO

ВВЕДЕНИЕ

Неклассические эффекты различного свойства, обнаруживаемые в разреженных газах, являются одним из важных направлений современных исследований, см. обзор [1]. Изучаемое нами нарушение известных закономерностей при переносе вязких напряжений и тепла существенно как в теоретическом плане, так и с точки зрения возможных приложений. Как правило, наибольшее внимание уделяется отклонению от закона Фурье, поскольку это связано с вопросами теплообмена в технических системах. В научном отношении внимание к потоку тепла связано и с трактовкой второго начала термодинамики. Наверное, первое упоминание о возможной аномальности приведено в работе [2], где на основе обобщенного метода Мотта–Смита предсказывалась локальная немонотонность (“перехлест”) в профиле температуры в структуре ударной волны. Изменение знака градиента температуры при сохранении знака теплового потока свидетельствует о качественно ином характере теплопереноса. В монографии М.Н. Когана [3] также упоминается аналогичный факт с акцентом на важность рассмотрения вопроса “из первых принципов”, имея в виду решение кинетического уравнения Больцмана. В 1980-е годы расчеты с использованием различных методов решения уравнения Больцмана показали, что в этой задаче эффект наблюдается в гиперзвуковом течении при достаточно большом числе Маха $M = 8$. В [4] было показано наличие продольного теплового потока при нулевом градиенте температуры в течении Куэтта (хотя, конечно, более важным было бы обнаружение возможности течения тепла в направлении градиента температуры). В 1990-е годы была сформулирована задача о неоднородной пространственной релаксации, в которой на входной границе функция распределения

[1)]Работа выполнена при финансовой поддержке Минобрнауки РФ (код проекта 075-15-2020-799).

частиц неравновесная и соответствует сверхзвуковому потоку, и далее наблюдается релаксация вниз по потоку [5]. В таком течении тепловой поток направлен из холодной области в горячую, причем аномальность выявлена во всей изучаемой области. Продольная компонента напряжения также демонстрирует неклассическое поведение: величина ее имеет тот же знак, что и градиент продольной компоненты скорости. В дальнейшем данная задача была исследована для разных сред с изучением поведения различных моментов, включая энтропию [6–9]. Нарушения классического теплопереноса фиксировались и в других классах течений [10–15]. Подчеркнем, что в изучавшихся нами случаях в отличие от, допустим, течения Пуазейля (см., например, [11]) аномальность фиксируется не в некоторой локальной небольшой зоне, а во всей области вниз по потоку. При этом можно регулировать характер аномальности по пространству, меняя вид неравновесной функции распределения на границах изучаемых областей.

В настоящей работе обсуждаются принципиальные теоретические положения подхода. Рассматриваются несколько задач, связанных с условиями формирования и реализации неклассического переноса. Изучаемые течения характеризуются неравновесностью, сформированной в процессе сверхзвукового обтекания. Внимание сосредоточено на пространственно-двумерных задачах с использованием различных вариантов граничных условий. В частности, результаты, полученные для двумерной задачи о мембране, подтверждают основные положения одномерной мембранной модели с дополнительным пояснением и уточнением. Установлено соответствие аномальных эффектов вниз по потоку с аналогичными в одномерной неоднородной пространственной релаксации. Рассмотрены возможности экспериментальной проверки, которая могла бы дать измеримые количественные показатели, полезные и для технических применений.

1. ТЕОРЕТИЧЕСКИЕ ОСНОВЫ НЕКЛАССИЧЕСКОГО АНОМАЛЬНОГО ПЕРЕНОСА

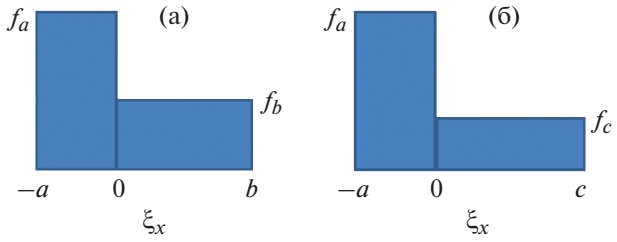
В настоящей работе исследуется так называемый аномальный (отличающийся качественно и количественно от классического) перенос вязких напряжений и тепла в неравновесных течениях. Описание ведется с помощью кинетической теории, важнейшим объектом математического и физического интереса является функция распределения (ФР). Все значимые величины: плотность, средняя скорость, тензор вязких напряжений, температура, давление, потоки тепла и энергии выражаются через ФР как соответствующие моменты и называются *макроскопическими параметрами*. Теоретическим базисом теории газов является кинетическое уравнение Больцмана и различные модельные его версии. Но прежде чем выписывать это уравнение, поясним суть рассматриваемого аномального эффекта переноса на простом примере.

Для одноатомного газа указанные моменты (макропараметры) от ФР $f(\xi)$ имеют следующий вид:

$$n = \int f d\xi, \quad \mathbf{u} = \frac{1}{n}\int \xi f d\xi, \quad T = \frac{m}{3k_B n}\int c^2 f d\xi, \quad \mathbf{q} = \frac{m}{2}\int c^2 \mathbf{c} f d\xi.$$

Здесь представлены, соответственно, числовая плотность n, вектор средней скорости $\mathbf{u}$, температура T и вектор теплового потока $\mathbf{q}$, $\xi = (\xi_x, \xi_y, \xi_z)$ – вектор молекулярной скорости, $\mathbf{c} = \xi - \mathbf{u}$, m – масса частицы, k_B – постоянная Больцмана.

Покажем на примере двух близких в пространстве неравновесных распределений (см. фиг. 1), как реализуется аномальный перенос тепла, а именно, что он направлен из холодной области в горячую. Это принципиально отличает такой процесс от традиционного переноса. Здесь в близких пространственных точках по x "приготовлены" две неравновесные функции распределения, для упрощения полагаем, что ФР $f(\xi_x)$ зависит от одной компоненты молекулярной скорости ξ_x. Вычислим соответствующие моменты. Полагаем, что $f(\xi_x) = f_a$ при $-a \geq \xi_x \leq 0$ для обоих распределений. Пусть $f(\xi_x) = f_b$ при $0 < \xi_x \leq b$ для первого (фиг. 1а) распределения, и $f(\xi_x) = f_c$ при $0 < \xi_x \leq c$ для второго (фиг. 1б) распределения. Пусть газ покоится, т.е. средняя скорость $u = 0$ для обоих распределений. Заметим, что такое предположение проясняет возможную интерпретацию теплового переноса, поскольку часто возникает вопрос: что является физически измеримой величиной, поток тепла или поток энергии? В данном примере вопрос снимается, поскольку для нулевой средней скорости данные величины совпадают. Пусть также $b > a$, $c > b$.



Фиг. 1. Две ФР, зависящие от молекулярной скорости ξ_x (одномерный случай), (а) – неравновесное распределение в точке x, (б) – в точке x_1, $x_1 > x$.

Для ФР (фиг. 1а) при условии $u = 0$ вычисляем числовую плотность n, температуру (здесь одна степень свободы) T и тепловой поток q:

$$u = \frac{1}{n}\int \xi_x f d\xi_x = \frac{1}{2n}\left(f_b b^2 - f_a a^2\right) = 0, \quad f_b = f_a \frac{a^2}{b^2},$$

$$n = \int f d\xi_x = f_b b + f_a a = f_a a\left(\frac{a}{b} + 1\right),$$

$$T = \frac{1}{n}\int \xi_x^2 f d\xi_x = \frac{1}{3n}\left(f_b b^3 + f_a a^3\right) = \frac{a^2}{3n} f_a (b + a),$$

$$q = \frac{1}{2}\int \xi_x^3 f d\xi_x = \frac{1}{8}\left(f_b b^4 - f_a a^4\right) = \frac{a^2}{8} f_a (b + a)(b - a) > 0.$$

Для ФР (фиг. 1б) соответственно получаем

$$u_1 = \frac{1}{2n_1}\left(f_c c^2 - f_a a^2\right) = 0, \quad f_c = f_a \frac{a^2}{c^2},$$

из чего следует, что

$$n_1 = f_c c + f_a a = f_a a\left(\frac{a}{c} + 1\right) < n,$$

$$T_1 = \frac{1}{3n_1}\left(f_c c^3 + f_a a^3\right) > \frac{1}{3n}\left(f_c c^3 + f_a a^3\right) > \frac{1}{3n}\left(f_b b^3 + f_a a^3\right) = T,$$

$$q_1 = \frac{1}{8}\left(f_c c^4 - f_a a^4\right) = \frac{a^2}{8} f_a (c + a)(c - a) > \frac{a^2}{8} f_a (b + a)(b - a) = q > 0.$$

Значит, grad $T > 0$ (так как $T_1 > T$), и тепловой поток также положителен, так как в близко расположенных точках $q > 0$ и $q_1 > 0$. Для других соотношений величин a, b, c путем аналогичных соображений можно получить, что grad $T < 0$ при $q > 0$, в частности, перестановкой по x расположения указанных неравновесных распределений. Приведенный выше пример двух ФР показывает, что в общем случае связь между величиной теплового потока и градиентом температуры не обязательно соответствует закону Фурье. Здесь неравновесные функции не получены как результат решения некоторого уравнения, поэтому важно будет показать, что такая ситуация возможна при решении задач для кинетического уравнения.

2. УРАВНЕНИЕ БОЛЬЦМАНА И МЕТОДЫ ДЛЯ ЕГО РЕШЕНИЯ

Математической основой для исследований является кинетическое уравнение Больцмана, в стационарном случае записываемое в следующем виде:

$$\boldsymbol{\xi}\frac{\partial f(\mathbf{x}, \boldsymbol{\xi})}{\partial \mathbf{x}} = \frac{1}{\mathrm{Kn}} I(f, f). \tag{1}$$

Здесь $\mathbf{x} = (x, y, z)$ – пространственный вектор в декартовой системе координат, $\boldsymbol{\xi} = (\xi_x, \xi_y, \xi_z)$, – вектор молекулярной скорости, $I(f, f)$ – интеграл столкновений, Kn – число Кнудсена. Урав-

нение (1) записано в безразмерном виде. При обезразмеривании используются следующие характерные значения: для длины, числовой плотности, температуры (распределения для входящих частиц) и скорости они равны, соответственно, L, n_{ref}, T_{ref}, $u_{\text{ref}} = \sqrt{2k_{\text{B}}T_{\text{ref}}/m}$. Принимается модель твердых сфер межмолекулярного взаимодействия. Число Кнудсена $\text{Kn} = \lambda/L$, где $\lambda = 1/\left(\sqrt{2}\pi\sigma^2 n_{\text{ref}}\right)$ – длина свободного пробега (σ – диаметр молекулы). Величины в дальнейшем показаны в безразмерном виде.

В расчетах для надежности результатов применялись два взаимодополняющих подхода решения уравнения Больцмана. А именно метод прямого численного решения уравнения Больцмана (ПЧРУБ) с полным интегралом столкновений на основе программного комплекса UFS (Unified Flow Solver) [16] и вариант метода прямого статистического моделирования (ПСМ) в форме DSMC2D [17].

Сравнение решений по методам ПЧРУБ и ПСМ показывает хорошее соответствие результатов. В силу близости результатов на графиках профилей величин линии по каждому методу специально не отмечаются, приводятся только результаты, полученные методом ПЧРУБ. Для всех случаев фиксируется хорошее качественное и количественное совпадение. В двумерных случаях области неклассического теплопереноса по двум методам немного отличаются, но основные части этих зон совпадают.

3. ДВУМЕРНЫЕ НЕРАВНОВЕСНЫЕ ТЕЧЕНИЯ С АНОМАЛЬНЫМ ПЕРЕНОСОМ И АНАЛИЗ ЭФФЕКТОВ

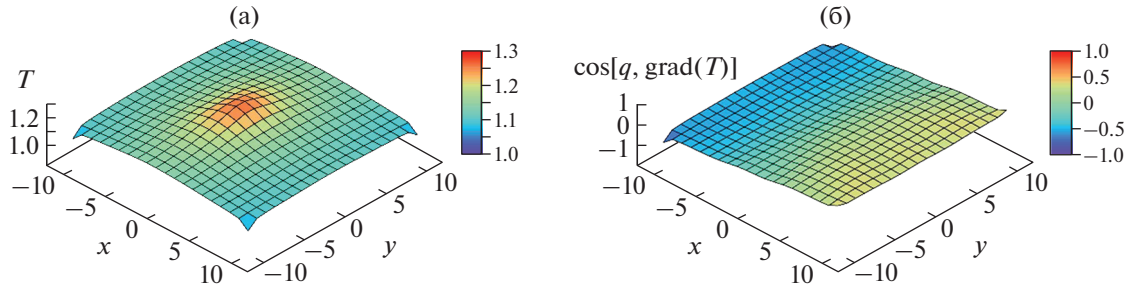
Проблема формирования неравновесной ФР на границе может быть решена двумя способами. Первый связан с заданием специальных граничных условий на поверхностях твердых тел, эти условия применяются в задаче о теплопередаче между двумя пластинами. Но реализуемость таких граничных условий вызывает вопросы. Более очевидный способ связан с взаимодействием сверхзвуковых потоков с некоторой структурой, состоящей из твердых тел, в частности, один из таких случаев соответствует потоку через мембрану. В [14, 15] были рассмотрены одномерные задачи. В настоящей работе мы исследуем двумерные задачи обтекания тел сверхзвуковым потоком разреженного газа, основное внимание уделяется зоне за телом, где формируется неравновесное распределение, которое далее вниз по потоку приближается к равновесному, что в определенном смысле соответствует реализации условий задачи о неоднородной релаксации.

Первая задача – обтекание бесконечной пластины нулевой толщины сверхзвуковым потоком разреженного газа. Рассматривается двумерная плоская постановка. Поток предполагается направленным слева направо, пластина располагается параллельно скорости потока, в расчетах используется симметрия относительно линии расположения пластины. За характерный масштаб L принимается длина пластины. Отметим, что данная классическая задача хорошо изучена методами прямого численного решения уравнения Больцмана с полным или модельным интегралом столкновений, а также методом прямого статистического моделирования [18–21], однако, тепловые потоки вблизи тела и за телом не изучались. Постановка следующая (она хорошо известна и поэтому описывается кратко). Для входящих в область молекул задается максвелловская ФР, для которой плотность и температура полагаются равными 1, скорость определяется с учетом числа Маха для набегающего сверхзвукового потока:

$$f_{\text{inf}} = \frac{n}{(\pi T)^{3/2}}\exp\left(-\frac{(\boldsymbol{\xi}-\mathbf{u})^2}{T}\right), \quad n = T = 1, \quad u = \left(M\sqrt{\gamma T/2}, 0, 0\right). \tag{2}$$

Взаимодействие с твердой поверхностью пластины предполагается диффузным, температура пластины T_{wall} считается равной 1, ФР, отраженных от пластины молекул задается следующим образом:

$$f_{\text{refl}} = \frac{n_i}{(\pi T_{\text{wall}})^{3/2}}\exp\left(-\frac{\boldsymbol{\xi}^2}{T_{\text{wall}}}\right), \quad n_i = -\frac{1}{(\pi T_{\text{wall}})^{-3/2}}\frac{\int\limits_{(\boldsymbol{\xi},\mathbf{s})<0} f(\boldsymbol{\xi})(\boldsymbol{\xi},\mathbf{s})\,d\boldsymbol{\xi}}{\int\limits_{(\boldsymbol{\xi},\mathbf{s})>0}\exp\left(-\frac{\boldsymbol{\xi}^2}{T_{\text{wall}}}\right)(\boldsymbol{\xi},\mathbf{s})\,d\boldsymbol{\xi}},$$



Фиг. 2. Обтекание пластины при Kn = 10 и M = 3. Поля температуры (а) и косинуса угла между векторами теплового потока и градиента температуры (б). Положение центра пластины $x = 0$, $y = 0$.

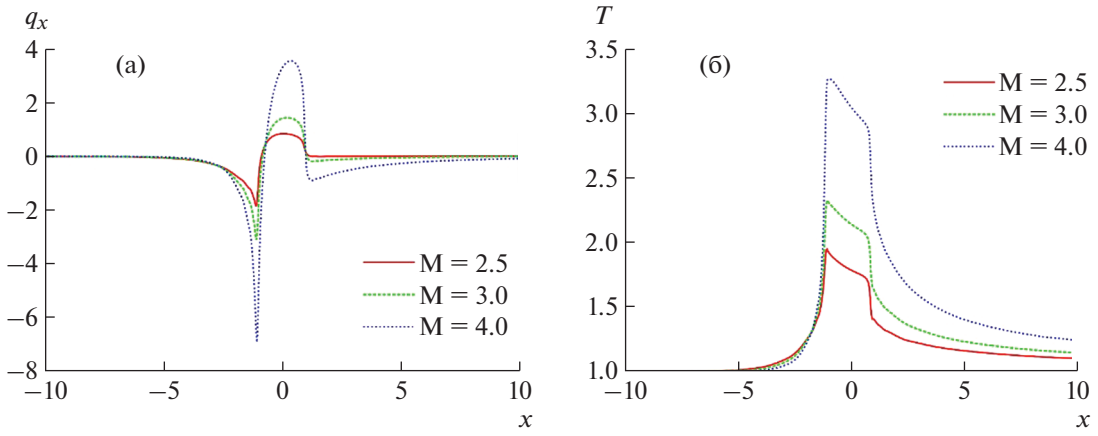
здесь **s** – вектор нормали к поверхности. При численных расчетах интегрирование заменяется суммированием по всем скоростям:

$$f_{\text{refl}} = \frac{n_i}{(\pi T_{\text{wall}})^{3/2}} \exp\left(-\frac{\xi^2}{T_{\text{wall}}}\right), \quad n_i = -\frac{1}{(\pi T_{\text{wall}})^{-3/2}} \frac{\sum\limits_{(\xi,\mathbf{s})<0} f(\xi)(\xi,\mathbf{s})\,\Delta\xi}{\sum\limits_{(\xi,\mathbf{s})>0} \exp\left(-\frac{\xi^2}{T_{\text{wall}}}\right)(\xi,\mathbf{s})\,\Delta\xi}. \tag{3}$$

Вторая задача описывает сверхзвуковой поток через решетку, образуемую бесконечными цилиндрическими прутками с квадратным сечением, центральные линии прутков полагаем эквидистантными и копланарными. Рассматривается двумерная плоская постановка задачи. Скорость потока, направленного слева направо, считаем перпендикулярной решетке, квадрат полагаем развернутым одной из сторон перпендикулярно потоку. Предполагается, что решение периодическое на периоде решетки. Для экономии ресурсов мы ищем решение на полупериоде задачи, задав 2 условия симметрии на верхней и нижней границах. Также, как и при обтекании пластины, ФР молекул, входящих в область, задается максвелловской (2) с плотностью и температурой, равными 1, и скоростью, определяемой по числу Маха. На твердой поверхности решетки задается диффузное граничное условие (3), температура поверхности полагается равной 1. В качестве характерного масштаба задачи выбрана сторона квадрата d, в задаче есть еще один параметр – период решетки $2H$, который связан с d через геометрическую проницаемость решетки $P_0 = 1 - d/2H$. Заметим, что для того, чтобы гарантировать прохождение потока сквозь решетку без формирования ударной волны за счет отражения от решетки навстречу потоку, величина P_0 должна быть близкой к 1, оптимальные значения $P_0 = 0.9$–0.95. Такую решетку можно рассматривать как высокопроницаемую мембрану, обладающую достаточно высокой прочностью для использования в экспериментах. Основное внимание сосредоточено на изучении неравновесного течения, возникающего в результате взаимодействия сверхзвукового потока с решеткой.

Для получения надежных результатов решения строятся с помощью двух указанных численных подходов, как это делалось ранее в [14, 15] при моделировании сложных течений с “мембраноподобными” граничными условиями.

Задача об обтекании пластины сверхзвуковым потоком разреженного газа рассматривается в переходных режимах: M = 2–4, Kn = 1–10. На фиг. 2 представлены поля температуры T (а) и косинуса угла между векторами градиента температуры и теплового потока (б) при Kn = 10, M = 3. Классический теплоперенос согласно закону Фурье соответствует значениям косинуса, равным −1. Если косинус положителен, то угол между двумя векторами меньше 90°, и ,значит, существует направление, в котором компоненты векторов градиента температуры и теплового потока имеют одинаковый знак, что мы называем *неклассическим переносом*. На фиг. 2б можно видеть большую область с неклассическим переносом за пластиной (желтый цвет на рисунке).



Фиг. 3. Обтекание пластины при Kn = 1 при различных числах Маха вблизи линии симметрии. Профили компоненты теплового потока q_x (а) и температуры (б). Центр пластины расположен при $x = 0$.

В одномерном случае пространственно-неоднородной релаксации аномальные соотношения переноса записываются в виде (см. [5, 22])

$$p_{xx} = \mu_U \frac{du_x}{dx},$$

$$q_x = \lambda_U \frac{dT}{dx}.$$

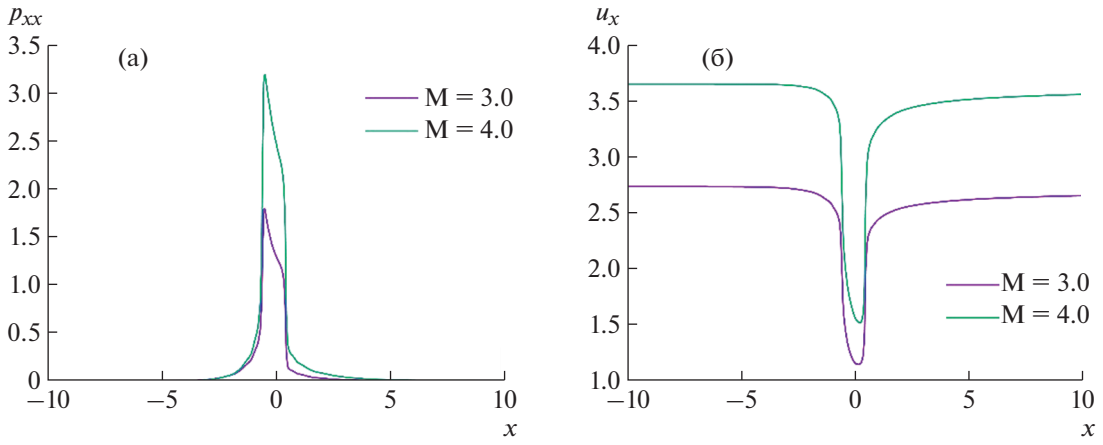
Здесь коэффициенты пропорциональности между диссипативными величинами и соответствующими градиентами μ_U и λ_U, конечно, отличаются от обычных коэффициентов вязкости и теплопроводности. Для приведенных выше результатов в двумерном случае аналогичные соотношения с аномальным соответствием знаков в левых и правых частях уравнений можно записать (в качестве эмпирических соотношений), если косинус угла между векторами теплового потока и градиента температуры положителен. Соотношения будут иметь более сложный вид и должны содержать, например, проекцию градиента температуры на ось, соответствующей вектору теплового потока (в многомерном случае аномальность вязких напряжений должна изучаться особо).

В этом смысле интерес представляют детали переноса тепла и неравновесных напряжений в направлении x на линии симметрии потока. На фиг. 3а,б представлены профили вблизи линии симметрии компоненты q_x теплового потока (компонента $q_y = 0$ в силу симметрии) и температуры для Kn = 1 и различных чисел Маха. Как видно, за пластиной компоненты теплового потока и градиента температуры отрицательны для изучаемых чисел Маха. На фиг. 4а,б представлены профили компонент тензора вязких напряжений p_{xx} и макроскопической скорости u_x при Kn = 2 для двух чисел Маха. Здесь также наблюдается аномальность, за пластиной градиент скорости и тензор вязких напряжений положительны (вблизи линии симметрии y-компоненту градиента скорости можно считать равной 0).

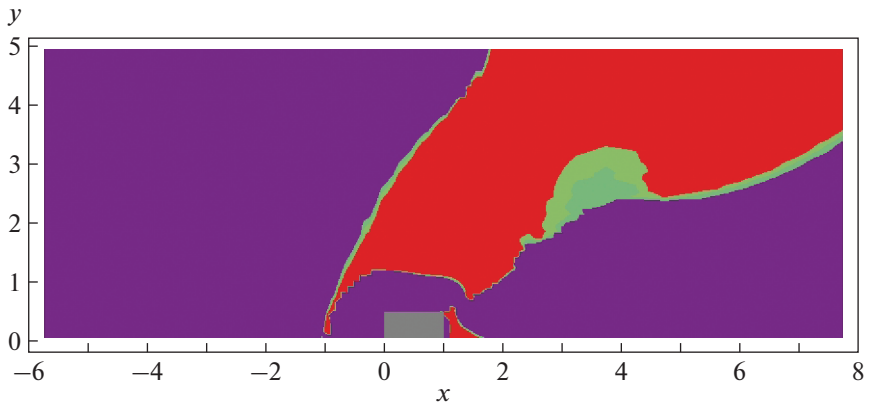
Заметим, что приведенные выше соотношения между диссипативными величинами и соответствующими градиентами могут служить основой для замыкания моментных уравнений. В этом случае система качественно отличается от системы Навье–Стокса. Такие уравнения в одномерном случае записывались в [23].

Для задачи о прохождении сверхзвукового потока через решетку рассмотрим следующие параметры: M = 4, Kn = 1–5. Верхний предел для числа Кнудсена по порядку величины совпадает с H/d, что следует из оценок физической проницаемости решетки. На фиг. 5 представлено поле величины $\cos(\mathbf{q}, \mathrm{grad}(T))$ для Kn = 2. Области положительных значений $\cos(\mathbf{q}, \mathrm{grad}(T))$ показаны красным цветом, т.е. в этих зонах наблюдается теплоперенос “анти-Фурье”.

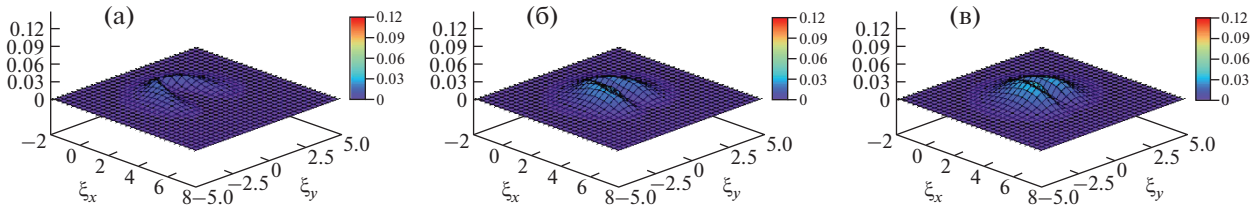
Таким образом, мы обнаруживаем, что в результате взаимодействия сверхзвукового потока с пластиной или решеткой возникает неравновесное течение, стремящееся к равновесному вниз по потоку, и при этом наблюдается аномальный перенос тепла. На фиг. 6, 7 показано, как происходит релаксация ФР вниз по потоку. Можно отметить, что несмотря на двугорбый вид функ-



Фиг. 4. Обтекание пластины при Kn = 2 при различных числах Маха вблизи линии симметрии. Профили компонент тензора вязких напряжений p_{xx} (а) и макроскопической скорости u_x (б). Центр пластины расположен при $x = 0$.



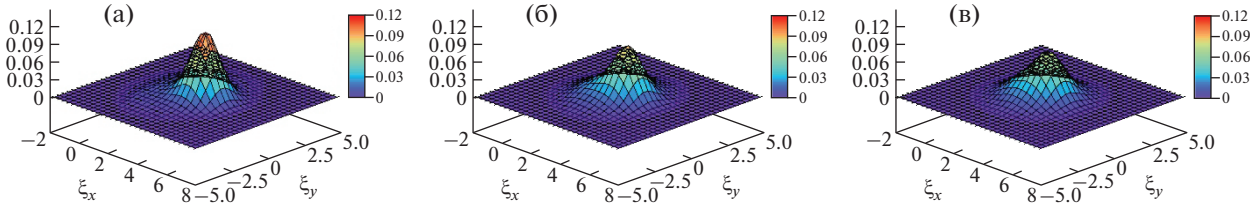
Фиг. 5. Поток через решетку, поле cos(**q**, grad(T)) при Kn = 2. Фиолетовый цвет соответствует диапазону величины [–1, –0.1], красный цвет – [0.1, 1], зеленый и голубой цвета – [–0.1, 0.1].



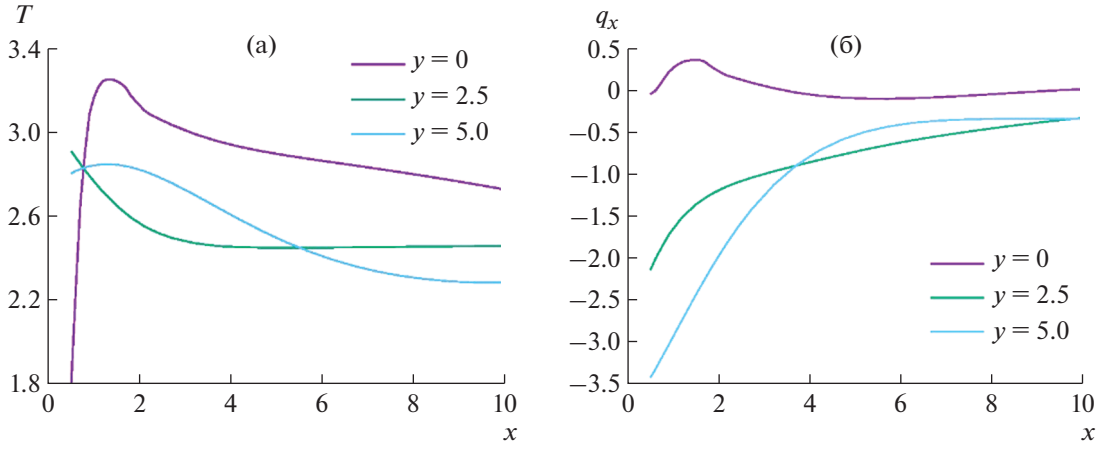
Фиг. 6. ФР в задаче течения через решетку на оси симметрии за элементами решетки: $y = 0$: $x = 1.5$ (а), $x = 3.5$ (б), $x = 5.5$ (в).

ции распределения на фиг. 6 неклассический перенос в этой области практически отсутствует (этот вопрос требует особого рассмотрения, но ясно, что не всегда даже сильно неравновесное распределение приводит к аномальному переносу).

На фиг. 8 представлены продольные профили температуры и компоненты q_x теплового потока в области за решеткой для различных y. Видно, что величина изменения температуры и компоненты теплового потока отличается для различных y. Но для каждого случая имеются зоны



Фиг. 7. ФР в задаче течения через решетку на оси симметрии между элементами решетки: $y = 5.0$: $x = 1.5$ (а), $x = 3.5$ (б), $x = 5.5$ (в).



Фиг. 8. Течение через решетку. Продольные профили температуры (а) и компоненты q_x теплового потока (б) в различных сечениях по y.

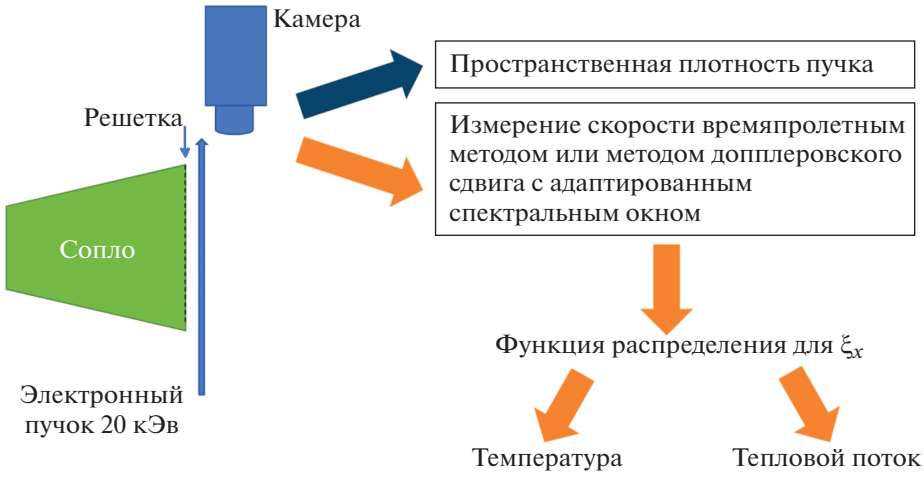
аномального теплопереноса. Это отчетливо заметно при $y = 5.0$ (что соответствует и фиг. 5). Здесь в области между элементами решетки при $2 < x < 9$ соответствующие компоненты градиента температуры и теплового потока отрицательны.

4. ОБЩЕТЕОРЕТИЧЕСКИЕ ВОПРОСЫ, ВОЗМОЖНЫЕ ЭКСПЕРИМЕНТЫ И ПРИЛОЖЕНИЯ

Нарушение классических микроскопических соотношений неизбежно требует обсуждения с точки зрения отношения данных эффектов ко второму началу термодинамики. Известна формулировка Клаузиуса, см. [24]: теплота не может спонтанно перейти от более холодного тела к более горячему. В нашем случае для соответствия формулировке можно сказать, что прохождение потока через мембрану (решетку) и создает “неспонтанность”, обеспечивающую аномальный перенос тепла в потоке. Исходя из приведенных результатов, ожидается, что подобные явления могут быть обнаружены при обтекании космических аппаратов и астрофизических объектов. Помимо таких возможных макроскопических проявлений данные эффекты допустимо реализуемы и на микромасштабах.

В недавнее время возник интерес к экспериментальной проверке изучаемых эффектов. Этот интерес важен и с точки зрения развития методик эксперимента в разреженных газах. На фиг. 9 показана схема эксперимента, похожего на эксперименты в [25], хотя для измерения неравновесной ФР используется метод электронно-лучевой флуоресценции. Экспериментальная установка реализована в Марсельском университете под руководством доктора П. Перрье.

Адекватные условия на выходе из сопла могут быть реализованы соответствующей аэродинамической трубой, см. технический отчет [26]. Для этой цели группой П. Перрье создано специальное микросопло. Параметры установки следующие: входной диаметр аэродинамической трубы 23 мм, выходной 1 мм, давление на входе 1 атм (~100 000 Па), на выходе менее 100 Па. Это обеспечивает число Маха $M = 4$ для выходного сверхзвукового потока. Средняя длина свободного пробега равна примерно 0.1 мм. Решетка (гребенка) состоит из нитей диаметром 0.1 мм, рас-



Фиг. 9. Схема экспериментальной установки. Слева показано сверхзвуковое сопло, сразу за ним – решетка, электронный пучок и камера, позволяющая регистрировать частицы.

стояние между которыми составляет 1 мм, ее геометрическая проницаемость равна 0.9. Число Кнудсена в окрестности решетки в расчете на диаметр нити составляет Kn ~ 1.

Неклассический теплоперенос, наблюдаемый в сверхзвуковых течениях, может быть представлен не только в описанной схеме прохождения потока через решетки. В работе [10] ранее обсуждались возможности создания зон аномальной теплопередачи в покоящемся газе, при условии реализации специальных неравновесных граничных условий на стенках. Этот принцип может использоваться для охлаждения на микромасштабах.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Теоретически и с помощью численных методов различной природы показаны возможности реализации неклассического переноса в сверхзвуковых потоках разреженного газа на масштабах 5–10 длин свободного пробега. Это подтверждает факт, что необходимым условием для таких явлений является сильная неравновесность течения. Течение за решеткой соответствует задаче о пространственно неоднородной релаксации. Обсуждается связь эффекта со вторым началом термодинамики, описаны возможности экспериментальной проверки.

Численные расчеты проводились на вычислительных ресурсах Межведомственного суперкомпьютерного центра РАН.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Akhlaghi H., Roohi E., Stefanov S.* A comprehensive review on micro- and nano-scale gas flow effects: slip-jump phenomena, Knudsen paradox, thermally-driven flows, and Knudsen pumps // Phys. Reports. 2023. 997. P. 1–60.
2. *Holway L.* Existence of kinetic theory solutions to the shock structure problem // Phys. Fluids. 1964. 7. P. 911–913.
3. *Коган М.Н.* Динамика разреженного газа. Кинетическая теория. М.: Наука, 1967.
4. *Бишаев А.М., Рыков В.А.* О продольном потоке тепла в течении Куэтта // Изв. АН СССР. МЖГ. 1980. № 3. С. 162–166.
5. *Aristov V.V.* A steady state, supersonic flow solution of the Boltzmann equation // Phys. Letters A. 1998. 250. P. 354–359.
6. *Aristov V.V., Frolova A.A., Zabelok S.A.* A new effect of the nongradient transport in relaxation zones // Europhys. Letters. 2009. V. 88. 30012.
7. *Aristov V.V., Frolova A.A., Zabelok S.A.* Supersonic flows with nontraditional transport described by kinetic methods // Commun. Comput. Phys. 2012. V. 11. P. 1334–1346.
8. *Aristov V.V., Frolova A.A., Zabelok S.A.* Nonequilibrium kinetic processes with chemical reactions and complex structures in open systems // Europhys. Letters. 2014. 106. 20002.

9. *Ilyin O.V.* Anomalous heat transfer for an open non-equilibrium gaseous system // J. Stat. Mech. Theory Exp. 2017. 053201.
10. *Аристов В.В., Фролова А.А., Забелок С.А.* Возможность аномального теплопереноса в течениях с неравновесными граничными условиями // Докл. АН. 2017. V. 473. № 3. С. 286–290.
11. *Myong R.S.* A full analytical solution for the force-driven compressible Poiseuille gas flow based on a non-linear coupled constitutive relation // Phys. Fluids. 2011. V. 23. 012002.
12. *Venugopal V., Praturi D.S., Girimaji S.S.* Non-equilibrium thermal transport and entropy analyses in rarefied cavity flows // J. Fluid Mech. 2019. V. 864. P. 995–1025.
13. *Todd B.D., Evans D.J.* The heat flux vector for highly inhomogeneous nonequilibrium fluids in very narrow pores // J. Chem. Phys. 1995.V. 103. 9804.
14. *Aristov V.V., Voronich I.V., Zabelok S.A.* Direct methods for solving the Boltzmann equations: Comparisons with direct simulation Monte Carlo and possibilities // Phys. Fluids. 2019. V. 31. 097106.
15. *Aristov V.V., Voronich I.V., Zabelok S.A.* Nonequilibrium nonclassical phenomena in regions with membrane boundaries // Phys. Fluids. 2021. V. 33. 012009.
16. *Kolobov V.I., Arslanbekov R.R., Aristov V.V., Frolova A.A., Zabelok S.A.* Unified solver for rarefied and continuum flows with adaptive mesh and algorithm refinement // J. Comp. Phys. 1997. V. 223. P. 589–608.
17. *Voronich I., Vershkov V.* Development of VRDSMC method for wide range of weakly disturbed rarefied gas flows // Proc. of 2nd European Conference on Non-equilibrium Gas Flows. 2015. P. 15–44.
18. *Bird G.A.* Aerodynamic properties of some simple bodies in the hypersonic transition regime // AIAA J. 1966. V. 4. № 1. P. 55–60.
19. *Черемисин Ф.Г.* Решение плоской задачи аэродинамики разреженного газа на основе кинетического уравнения Больцмана // Докл. АН СССР. 1973. Т. 209(4). С. 811–814.
20. *Aoki K., Kanba K., Takata S.* Numerical analysis of a supersonic rarefied gas flow past a flat plate // Phys. Fluids. 1997. V. 9. P. 1144.
21. *Abramov A.A., Butkovskii A.V., Buzykin O.G.* Rarefied gas flow past a flat plate at zero angle of attack // Phys. Fluids. 2020. V. 32. 087108.
22. *Аристов В.В., Забелок С.А., Фролова А.А.* Моделирование неравновесных структур кинетическими методами. М.: Физматкнига, 2017.
23. *Aristov V.V.* Direct methods for solving the Boltzmann equation and study of nonequilibrium flows. Dordrecht: Kluwer Academic Publishers, 2001 (2nd ed. Springer, 2012).
24. *Кубо Р.* Термодинамика. М.: Мир, 1970.
25. *Nguyen N.N., Graur I., Perrier P., Lorenzani L.* Variational derivation of thermal slip coefficients on the basis of the Boltzmann equation for hard-sphere molecules and Cercignani-Lampis boundary conditions: Comparison with experimental results // Phys. Fluids. 2020. V. 32. 102011.
26. *Torrese M.* Rapport de stage de M1 Mécanique: Conception d'une tuyère pour des écoulements raréfiés. Dissertation. Marseille: Aix-Marseille Université Château-Gombert, 2022.