

ПРЕЦИЗИОННЫЙ РАСЧЕТ МАСС АТОМНЫХ ЯДЕР С ВОССТАНОВЛЕННОЙ СПИН-ИЗОСПИНОВОЙ $SU(4)$ -СИММЕТРИЕЙ И ИЗОСПИНАМИ $T_z = 51/2, 26, 53/2, 55/2, 28, 57/2$

© 2019 г. А. М. Нурмухамедов*

Ташкентский педиатрический медицинский институт, Узбекистан

Поступила в редакцию 16.08.2018 г.; после доработки 18.10.2018 г.; принята к публикации 19.10.2018 г.

Рассчитаны избытки масс группы атомных ядер с восстановленной вигнеровской спин-изоспиновой $SU(4)$ -симметрией, имеющих изоспины $T_z = 51/2, 26, 53/2, 55/2, 28, 57/2$, путем моделирования вклада спин-орбитального взаимодействия в массу ядра ортогональными многочленами Чебышева. Среднеквадратичное отклонение расчета от эксперимента составляет $\sigma = 140$ кэВ. Обсуждаются возможности предложенного метода.

DOI: 10.1134/S0044002719020119

1. ВВЕДЕНИЕ

Среди множества характеристик атомного ядра масса является его основной характеристикой. Существующие в настоящее время теоретические разработки для масс ядер обычно называют эмпирическими или полуэмпирическими, чем подчеркиваются следующие два обстоятельства. Во-первых, эти формулы базируются на упрощенных моделях, применимость которых к реальным ядрам определяется тем, насколько их следствия подтверждаются экспериментом. Во-вторых, модельная зависимость массы от ядерных параметров содержит набор неизвестных параметров, и они определяются так, чтобы наилучшим образом описать всю совокупность ядер, массы которых измерены экспериментально.

Общей для всех массовых формул является проблема экстраполяции полученных результатов в область неизученных ядер, которая может привести к погрешностям, связанным с эмпирическим подходом в определении неизвестных параметров (коэффициентов). Все массовые формулы в той или иной мере хорошо описывают массу ядра в области изученных ядер. Различия в деталях расчета разных подходов приводят к существенным расхождениям только по мере удаления от линии бета-стабильности. Для удаленных от долины бета-стабильности ядер расхождения между разными подходами и экспериментом существенны. В этом немаловажную роль играет некорректный учет влияния на массу нуклида ядерных оболочек, так как изменение числа протонов и нейтронов, по мере удаления от линии бета-стабильности,

приводит к изменению вклада в массу ядра спин-орбитального взаимодействия, учет которого связан со множеством неопределенностей. Несмотря на эти недостатки, полуэмпирические массовые формулы для масс ядер занимают важное место в ядерной физике, поскольку являются ориентиром для новых исследований и необходимы при решении различных практических задач.

В настоящей работе излагается метод расчета масс атомных ядер с учетом вклада в массу ядра спин-орбитального взаимодействия. Наш метод основывается на массовой формуле, опирающейся на спин-изоспиновую $SU(4)$ -симметрию. В формуле для масс вклад спин-орбитального взаимодействия в массу нуклида является некоей поправкой. Задачей настоящей работы является моделирование этой поправки при помощи существующих математических методов с целью наилучшего согласия расчетов с экспериментом. Работа выполнена для ядер с восстановленной спин-изоспиновой $SU(4)$ -симметрией в диапазоне изоспинов $51/2 \leq T_z \leq 57/2$, для которых вклад спин-орбитального взаимодействия в массу нуклида определен на основе экспериментальных данных по массам.

2. ОБЛАСТЬ НУКЛИДОВ С ВОССТАНОВЛЕННОЙ ВИГНЕРОВСКОЙ СПИН-ИЗОСПИНОВОЙ $SU(4)$ -СИММЕТРИЕЙ

Важной величиной, позволяющей проверить реализацию спин-изоспиновой $SU(4)$ -симметрии в ядрах, является фактор Франчини–Радикатти

*E-mail: fattah52@mail.ru

[1]. В обычных ядрах спин-изоспиновая $SU(4)$ -симметрия нарушена. При условии восстановления вигнеровской спин-изоспиновой $SU(4)$ -симметрии фактор Франчини–Радикатти R должен зависеть только от изоспина T_z и от вигнеровского типа ядра (A — нечетное, N, Z — нечетные, N, Z — четные). В работе [2] получено точное теоретическое выражение $R_{\text{теор}}$ и рассчитаны экспериментальные значения фактора Франчини–Радикатти $R_{\text{эксп}}$ в широком диапазоне изменения массового числа A . Корректно вычисленные экспериментальные значения фактора Франчини–Радикатти $R_{\text{эксп}}$ позволили провести анализ данных на предмет проверки гипотезы о восстановлении вигнеровской симметрии в широкой области изменения массового числа A . Ранее такие попытки были предприняты в работах [1, 3–7], где при вычислении $R_{\text{эксп}}$ использовались экспериментальные значения избытка масс нейтральных атомов вместо избытка масс ядер, что привело к нечувствительности $R_{\text{эксп}}$ (см. подробнее [2]).

Для проверки гипотезы о восстановлении вигнеровской симметрии в работе [2] используется статистический метод проверки — t -критерий Стьюдента. Этот метод позволяет проверить соответствие между двумя статистическими распределениями, в том числе между теоретическим и экспериментальным распределениями, на уровне выбранной значимости α . Для установления соответствия теории и результатов эксперимента при применении t -критерия Стьюдента необходимо выполнение двух условий: 1) теоретическое выражение $R_{\text{теор}}$ должно быть точным; 2) генеральная совокупность, из которой производится выборка R , должна иметь гауссово (нормальное) распределение. Как нами было показано (подробнее см. [2, 8]), эти условия выполняются. Основным вывод работы [2] следующий: существующий фактический материал позволяет утверждать, что вигнеровская спин-изоспиновая $SU(4)$ -симметрия восстанавливается только для ядер с нечетным массовым числом и изоспином $T_z \geq 53/2$ на уровне значимости $\alpha \leq 0.01$. Для ядер с четным массовым числом спин-изоспиновая $SU(4)$ -симметрия восстанавливается на уровне значимости $\alpha > 0.01$.

Выбранный нами уровень значимости $\alpha \leq 0.01$ является достаточно высоким для ядерно-физических исследований. Чтобы расширить круг ядер с целью успешного моделирования вклада спин-орбитального взаимодействия в массу атомного ядра, мы расширили диапазон рассматриваемых ядер путем включения в анализ нуклидов с нечетным массовым числом и изоспином $T_z = 51/2$. Кроме этого, также воспользовались экспериментальными данными для ядер с четными массовыми числами с изоспинами $T_z = 26$ и 28 . Поэтому в настоящей работе рассматривается

область нуклидов в диапазоне изоспинов $51/2 \leq T_z \leq 57/2$, что равнозначно снижению уровня значимости α .

3. МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ВКЛАДА В МАССУ ЯДРА СПИН-ОРБИТАЛЬНОГО ВЗАИМОДЕЙСТВИЯ

Выбранный нами подход к проблеме массы атомного ядра основывается на вигнеровской спин-изоспиновой $SU(4)$ -симметрии сильного взаимодействия. В настоящее время в результате исследований [2, 8–11] массовая формула Вигнера имеет следующий вид:

$$M_{\text{nucl}}(A, Z) = a(A) + b(A)C_2 + E_{\text{Coul}}(A, Z) + E_{\text{sl}}(Z, N), \quad (1)$$

где $M_{\text{nucl}}(A, Z)$ — масса ядра (не атома), $a(A)$, $b(A)$ — эмпирические функции Вигнера, $E_{\text{sl}}(Z, N)$ — вклад спин-орбитального взаимодействия в массу основного состояния ядра, C_2 — оператор Казимира $SU(4)$ -алгебры [3]. В выражении (1) $E_{\text{Coul}}(A, Z)$ является кулоновской энергией ядра и $E_{\text{Coul}}(A, Z) = 703.2Z^2A^{-1/3}(1 - 1.28A^{-2/3}) \pm 4.5$ [кэВ]. Эта формула является эмпирической и получена из анализа аналоговых состояний [3].

Согласно [9] эмпирические функции в выражении (1) $a(A)$ и $b(A)$ определяются формулами

$$a(A)/A = a_1 \exp(a_2 A) + a_3 \exp(a_4 A) + a_5 \exp(a_6 A) + a_7 \exp(a_8 A), \quad (2)$$

$$b(A) = b_1 \exp(b_2 A) + b_3 \exp(b_4 A). \quad (3)$$

Численные значения параметров a_1 – a_8 и b_1 – b_4 приведены в работе [9]. Явный вид оператора Казимира следующий:

$$C_2 = \begin{cases} 0.5(T_z^2 + 4T_z + 3), & \text{если } N, Z \text{ — нечетные,} \\ 0.5(T_z^2 + 4T_z + 1.5), & \text{если } A \text{ — нечетное,} \\ 0.5(T_z^2 + 4T_z), & \text{если } N, Z \text{ — четные.} \end{cases} \quad (4)$$

В выражении (4) $T_z = 0.5(N - Z)$ — изоспин ядра с числом нейтронов и протонов N, Z соответственно.

Вклад спин-орбитального взаимодействия в массу основного состояния ядра $E_{\text{sl}}(Z, N)$ является трехмерной величиной, и его график можно построить в зависимости от различных переменных

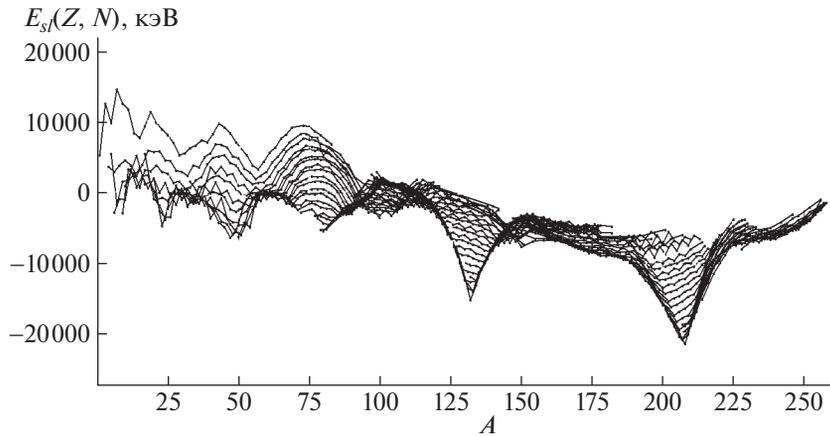


Рис. 1. Зависимость вклада спин-орбитального взаимодействия в массу ядра $E_{sl}(Z, N)$ от массового числа A . Ядра с одинаковыми изоспинами T_z объединены линиями. Погрешности не приведены.

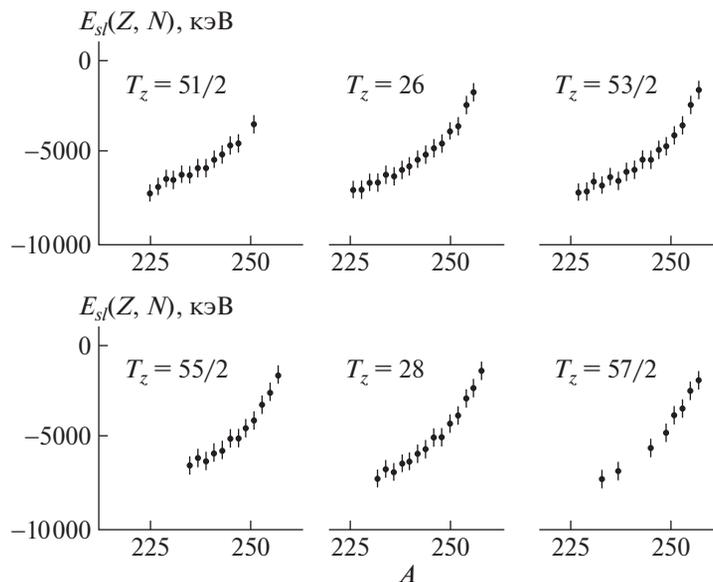


Рис. 2. Зависимость $E_{sl}(Z, N)$ от массового числа A для ядер из рассматриваемой области с изоспинами $T_z = 51/2, 26, 53/2, 55/2, 28$ и $57/2$.

(Z, N, A или T_z). На рис. 1 приведена зависимость $E_{sl}(Z, N)$ от массового числа A . Ядра с одинаковыми изоспинами T_z объединены линиями. Погрешности не приведены. Анализ и моделирование этих данных в целом представляется сложной задачей, и для достижения поставленной цели необходимо задачу упростить. На рис. 2 приведена зависимость $E_{sl}(Z, N)$ от массового числа A для ядер из рассматриваемой области с изоспинами $T_z = 51/2, 26, 53/2, 55/2, 28$ и $57/2$.

Зависимость $E_{sl}(Z, N)$ от массового числа A можно описать многочленом вида

$$E_{sl}(Z, N) = q_0 + q_1 A + q_2 A^2 + \dots + q_n A^n. \quad (5)$$

Коэффициенты $q_0, q_1, q_2, \dots, q_n$ в выражении (5) определяются методом наименьших квадратов

(МНК) из системы линейных уравнений [12, 13], поскольку они входят в (5) линейно. Однако для вычисления коэффициентов многочлена высокой степени ($n > 2$) этот метод малоприменим ввиду потери точности [12]. Кроме этого, при необходимости повысить степень многочлена весь расчет приходится повторять. Поэтому для отыскания параметров многочлена его необходимо записать в виде

$$E_{sl}(Z, N) = q_0 P_0(A) + q_1 P_1(A) + \dots + q_2 P_2(A) + \dots + q_n P_n(A) = \sum_{j=0}^n q_j P_j(A), \quad (6)$$

где $P_0(A), P_1(A), P_2(A), \dots, P_n(A)$ — ортогональные многочлены Чебышева на множестве точек мас-

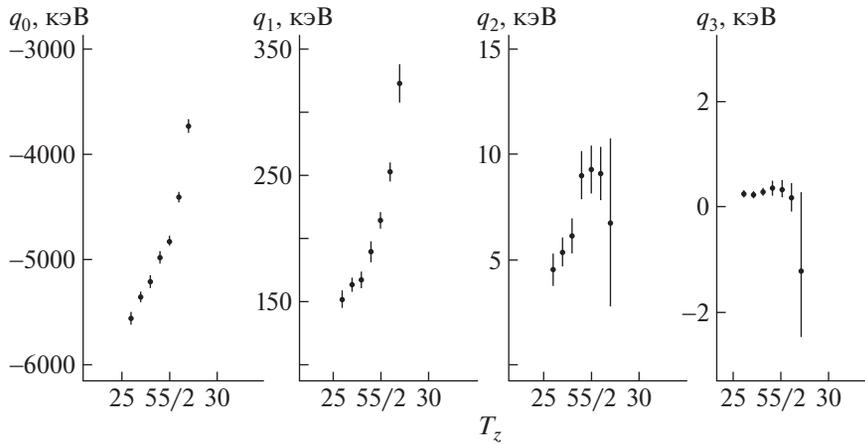


Рис. 3. Зависимости параметров $q_0 - q_3$ от изоспина T_z .

сового числа $A_1, A_2, A_3, \dots, A_N$ со статистическим весом $w(A)(w_k = w(A_k) = 1/dE_{sl,k}^2 > 0)$, где $dE_{sl,k}$ – погрешность $E_{sl,k}$. Параметры выражения (6) вычисляются по формуле

$$q_j = \frac{\sum_{k=1}^N E_{sl,k} P_j(A_k) w_k}{\sum_{k=1}^N P_j^2(A_k) w_k}, \quad j = 0, 1, 2, \dots, n, \quad (7)$$

которая не зависит от степени n многочлена, что позволяет при необходимости повышать степень многочлена без пересчета ранее найденных параметров. Выражение (7) получено с учетом ортогональности многочленов Чебышева.

Ортогональные многочлены Чебышева младших степеней со старшим коэффициентом, равным единице, имеют вид

$$\begin{aligned} P_0(A) &= 1, \\ P_1(A) &= A - A_{cp}, \\ P_2(A) &= A^2 - \frac{A_{cp}^3 - A_{cp}^2 A_{cp}}{A_{cp}^2 - (A_{cp})^2} A + \frac{A_{cp}^3 A_{cp} - (A_{cp}^2)^2}{A_{cp}^2 - (A_{cp})^2}, \end{aligned} \quad (8)$$

где средние значения A_{cp} , A_{cp}^2 и A_{cp}^3 определяются обычным образом:

$$\begin{aligned} A_{cp} &= \frac{\sum_{k=1}^N A_k w_k}{\sum_{k=1}^N w_k}, \quad A_{cp}^2 = \frac{\sum_{k=1}^N A_k^2 w_k}{\sum_{k=1}^N w_k}, \\ A_{cp}^3 &= \frac{\sum_{k=1}^N A_k^3 w_k}{\sum_{k=1}^N w_k}. \end{aligned} \quad (9)$$

Ортогональные многочлены более высоких степеней можно определить по рекуррентным соотно-

шениям

$$\begin{aligned} P_{j+1}(A) &= (A + \beta_{j+1})P_j(A) - \\ &- \frac{H_j}{H_{j-1}}P_{j-1}(A), \quad j = 1, 2, \dots, \end{aligned} \quad (10)$$

где

$$\begin{aligned} H_j &= \sum_{k=1}^N P_j^2(A_k) w_k, \quad \beta_{j+1} = \\ &= -\frac{1}{H_j} \sum_k A_k P_j^2(A_k) w_k, \quad j = 0, 1, 2, \dots \end{aligned} \quad (11)$$

При описании экспериментальных значений $E_{sl}(Z, N)$ выражением (6) необходимо решить вопрос выбора оптимальной степени многочлена. Для этого после каждой очередной оценки параметра q_n подсчитывается сумма квадратов отклонений до тех пор, пока она не перестанет заметно уменьшаться. Поскольку всегда объем выборки N ограничен, максимальная степень многочлена (6) также имеет ограничение: $j = N - 1$.

Экспериментальные значения вклада спин-орбитального взаимодействия $E_{sl}(Z, N)$ в массу ядра нами были обработаны по вышеизложенной методике описания данных многочленами Чебышева. Проведенные исследования указывают на достаточность ограничения многочлена Чебышева членом с $j = 3$.

В табл. 1 приведены вычисленные (экспериментальные) значения параметров $q_0 - q_3$ по изложенной выше методике представления вклада спин-орбитального взаимодействия в массу ядра с изоспинами $T_z = 51/2, 26, 53/2, 55/2, 28$ и $T_z = 57/2$ по ортогональным многочленам Чебышева. В круглых скобках приведены погрешности параметров. Анализ табл. 1 указывает на существующую зависимость параметров $q_0 - q_3$ от изоспина T_z .

Таблица 1. Расчетные и экспериментальные значения параметров $q_0 - q_3$ (в кэВ) выражения (6) для моделирования вклада спин-орбитального взаимодействия в массу ядра в зависимости от изоспина T_z (в круглых скобках приведены погрешности)

T_z	q_0		q_1		q_2		q_3	
	Эксперимент	Расчет	Эксперимент	Расчет	Эксперимент	Расчет	Эксперимент	Расчет
51/2	-5557(56)	-5559(92)	152(6)	153(6)	4.5(0.7)	4.6(0.6)	0.25(0.06)	0.26(0.04)
26	-5352(50)	-5349(58)	164(5)	162(4)	5.4(0.7)	5.1(0.4)	0.23(0.06)	0.23(0.03)
53/2	-5207(61)	-5211(65)	167(7)	171(4)	6.1(0.8)	6.5(0.4)	0.29(0.07)	0.29(0.04)
55/2	-4824(48)	-4824(62)	213(7)	211(4)	9.3(1.1)	9.1(0.5)	0.34(0.17)	0.34(0.07)
28	-4411(46)	-4409(55)	253(7)	255(5)	9.1(1.2)	9.1(0.6)	0.18(0.25)	0.12(0.13)
57/2	-3733(60)	-3734(95)	323(15)	222(10)	6.8(4.0)	7.3(1.4)	-1.21(1.48)	-0.39(0.28)

На рис. 3 приведены зависимости параметров $q_0 - q_3$ от изоспина T_z , которые также можно представить с помощью многочлена Чебышева следующего вида:

$$q_j(T_z) = g_{0,j}P_0(T_z) + g_{1,j}P_1(T_z) + g_{2,j}P_2(T_z), \quad (12)$$

где $g_{0,j} - g_{2,j}$ ($j = 0, 1, 2, 3$) — константы, $P_0(T_z)$, $P_1(T_z)$, $P_2(T_z)$ — ортогональные многочлены Чебышева как функции от изоспина T_z . Численные значения констант $g_{0,j} - g_{2,j}$ приведены в табл. 2. Цифры в круглых скобках являются погрешностями вычисленных параметров. Пользуясь значениями констант $g_{0,j} - g_{2,j}$, численные значения параметров q_j можно восстановить. Восстановленные значения q_j приведены в табл. 1 в столбце "Расчет".

4. РАСЧЕТ МАСС АТОМНЫХ ЯДЕР С ИЗОСПИНАМИ $51/2 \leq T_z \leq 57/2$

По вышеизложенному методу нами рассчитаны массы атомных ядер с изоспинами $51/2 \leq T_z \leq 57/2$, результаты которых приведены в табл. 3. На этих атомных ядрах было произведено моделирование зависимости $E_{sl}(Z, N)$ от массового

Таблица 2. Численные значения параметров выражения $g_{0,j} - g_{2,j}$ для $j = 0 - 3$ (в круглых скобках приведены погрешности)

j	$g_{0,j}$	$g_{1,j}$	$g_{2,j}$
0	-4843(55)	566(50)	186(54)
1	185(2)	42(3)	22(3)
2	6.0(0.4)	2.0(0.5)	-0.1(0.6)
3	0.27(0.03)	0.03(0.05)	-0.03(0.07)

числа A и изоспина T_z . В табл. 3 A_ZX_N является обозначением нейтрального атома с массовым числом A и числом нейтронов и протонов N , Z соответственно, $E_{sl,расч}$ — рассчитанные нами по изложенному выше методу значения вклада спин-орбитального взаимодействия в массу, $\Delta_{эксп}$ — экспериментальные значения избытка массы нейтрального атома из работы [14], $\Delta_{расч}$ — рассчитанные по нашему методу значения избытка массы. Вычисления экспериментальных значений вклада спин-орбитального взаимодействия в массу ядра $E_{sl,эксп}$ подробно изложены в [9] и обновлены с учетом данных по массам из [14]. В последнем столбце таблицы приведена разность избытка массы между экспериментом и расчетом $\Delta_{эксп} - \Delta_{расч}$. Всего экспериментальных значений для масс 74. Среднеквадратичное отклонение расчета от эксперимента составляет $\sigma = 140$ кэВ.

Для расчета $E_{sl,расч}$ можно использовать 12 констант $g_{m,j}$ ($m = 0, 1, 2$; $j = 0, 1, 2, 3$) (см. табл. 2), но девять из этих констант являются значащими. Для трех констант $g_{1,3}$, $g_{2,2}$ и $g_{2,3}$ погрешности параметров превышают их значения, т.е. использование в расчетах только девяти параметров достаточно. Параметры $g_{1,3}$, $g_{2,2}$ и $g_{2,3}$ не влияют на окончательный результат.

Необходимо отметить, что значения избытка масс атома связаны с массой атомного ядра соотношением

$$\Delta(A, Z) = M_A(A, Z) - Au = M_N(A, Z) + Zm_e c^2 - E_{св}(Z) - Au, \quad (13)$$

где $\Delta(A, Z)$ — избыток массы нейтрального атома, $M_A(A, Z)$ — масса атома с массовым числом A и порядковым номером Z , $u = 931\,494.0090$ кэВ — унифицированная единица массы, $M_N(A, Z)$ — масса нуклида, $m_e c^2$ — масса электрона и $E_{св}(Z)$ — суммарная энергия связи электронов атома с зарядом Z .

Таблица 3. Результаты моделирования вклада спин-орбитального взаимодействия в массу ядра $E_{sl}(A, T_z)$, экспериментальные [14] и расчетные значения избытка масс для нуклидов с изоспинами $T_z = 51/2, 26, 53/2, 55/2, 28, 57/2$ (в круглых скобках приведены погрешности)

${}^A_Z X_N$	T_z	$E_{sl, \text{эксп}}$, кэВ	$E_{sl, \text{расч}}$, кэВ	$\Delta_{\text{эксп}}$, кэВ [14]	$\Delta_{\text{расч}}$, кэВ	$\Delta_{\text{эксп}} - \Delta_{\text{расч}}$, кэВ
${}^{225}_{87}\text{Fr}_{138}$	51/2	-7323(91)	-7244	23821	23932	-111
${}^{227}_{88}\text{Ra}_{139}$	51/2	-6946(89)	-6967	27178	27151	27
${}^{229}_{89}\text{Ac}_{140}$	51/2	-6519(75)	-6731	30690	30463	227
${}^{231}_{90}\text{Th}_{141}$	51/2	-6591(86)	-6526	33816	33875	-59
${}^{233}_{91}\text{Pa}_{142}$	51/2	-6257(79)	-6339	37489	37402	87
${}^{235}_{92}\text{U}_{143}$	51/2	-6296(82)	-6157	40919	41053	-134
${}^{237}_{93}\text{Np}_{144}$	51/2	-5940(67)	-5968	44871	44840	31
${}^{239}_{94}\text{Pu}_{145}$	51/2	-5948(73)	-5759	48588	48772	-184
${}^{241}_{95}\text{Am}_{146}$	51/2	-5451(74)	-5519	52934	52863	71
${}^{243}_{96}\text{Cm}_{147}$	51/2	-5197(62)	-5234	57182	57140	42
${}^{245}_{97}\text{Bk}_{148}$	51/2	-4661(68)	-4893	61814	61578	236
${}^{247}_{98}\text{Cf}_{149}$	51/2	-4560(74)	-4483	66104	66205	-101
${}^{251}_{100}\text{Fm}_{151}$	51/2	-3511(73)	-3407	75954	76083	-129
${}^{255}_{102}\text{No}_{153}$	51/2	-1921(69)	-1907	86807	86860	-53
${}^{226}_{87}\text{Fr}_{139}$	26	-7158(75)	-7246	27521	27246	275
${}^{228}_{88}\text{Ra}_{140}$	26	-7195(63)	-7023	28940	29108	-168
${}^{230}_{89}\text{Ac}_{141}$	26	-6759(74)	-6825	33833	33491	342
${}^{232}_{90}\text{Th}_{142}$	26	-6794(69)	-6642	35447	35596	-149
${}^{234}_{91}\text{Pa}_{143}$	26	-6335(75)	-6464	40339	40206	133
${}^{236}_{92}\text{U}_{144}$	26	-6431(77)	-6281	42445	42590	-145
${}^{238}_{93}\text{Np}_{145}$	26	-6097(69)	-6082	47455	47467	-12
${}^{240}_{94}\text{Pu}_{146}$	26	-5898(72)	-5857	50125	50163	-38
${}^{242}_{95}\text{Am}_{147}$	26	-5471(81)	-5595	55468	55340	128
${}^{244}_{96}\text{Cm}_{148}$	26	-5243(87)	-5288	58452	58403	49
${}^{246}_{97}\text{Bk}_{149}$	26	-4875(85)	-4923	63970	63915	55
${}^{248}_{98}\text{Cf}_{150}$	26	-4601(83)	-4492	67238	67343	-105
${}^{250}_{99}\text{Es}_{151}$	26	-3947(81)	-3983	73230	73230	0
${}^{252}_{100}\text{Fm}_{152}$	26	-3657(79)	-3387	76816	77081	-265
${}^{254}_{101}\text{Md}_{153}$	26	-2492(77)	-2693	83450	83378	72
${}^{256}_{102}\text{No}_{154}$	26	-1759(66)	-1891	87822	87686	136
${}^{227}_{87}\text{Fr}_{140}$	53/2	-7072(78)	-7186	29682	29538	144
${}^{229}_{88}\text{Ra}_{141}$	53/2	-7045(75)	-6915	32562	32565	-3
${}^{231}_{89}\text{Ac}_{142}$	53/2	-6460(83)	-6695	35763	35675	88
${}^{233}_{90}\text{Th}_{143}$	53/2	-6664(77)	-6511	38731	38881	150
${}^{235}_{91}\text{Pa}_{144}$	53/2	-6224(78)	-6347	42289	42201	88
${}^{237}_{92}\text{U}_{145}$	53/2	-6448(83)	-6186	45390	45648	-258

Таблица 3. Окончание

$\frac{A}{Z}X_N$	T_z	$E_{sl, \text{эксп}}$, КэВ	$E_{sl, \text{расч}}$, КэВ	$\Delta_{\text{эксп}}$, КэВ [14]	$\Delta_{\text{расч}}$, КэВ	$\Delta_{\text{эксп}} - \Delta_{\text{расч}}$, КэВ
$^{239}_{93}\text{Np}_{146}$	53/2	-5944(88)	-6014	49311	49235	76
$^{241}_{94}\text{Pu}_{147}$	53/2	-5944(78)	-6014	49305	49235	70
$^{243}_{95}\text{Am}_{148}$	53/2	-5294(89)	-5570	57175	56892	283
$^{245}_{96}\text{Cm}_{149}$	53/2	-5276(78)	-5267	61004	61008	-4
$^{247}_{97}\text{Bk}_{150}$	53/2	-4711(91)	-4889	65490	65304	186
$^{249}_{98}\text{Cf}_{151}$	53/2	-4514(82)	-4421	69722	69813	-91
$^{251}_{99}\text{Es}_{152}$	53/2	-3894(76)	-3845	74512	74553	-41
$^{253}_{100}\text{Fm}_{153}$	53/2	-3341(70)	-3147	79346	79535	-189
$^{255}_{101}\text{Md}_{154}$	53/2	-2251(73)	-2311	84843	84776	67
$^{257}_{102}\text{No}_{155}$	53/2	-1392(68)	-1321	90247	90289	-42
$^{235}_{90}\text{Th}_{145}$	55/2	-6641(72)	-6629	44018	44262	-244
$^{237}_{91}\text{Pa}_{146}$	55/2	-6224(81)	-6377	47528	47483	45
$^{239}_{92}\text{U}_{147}$	55/2	-6392(75)	-6146	50572	50815	-243
$^{241}_{93}\text{Np}_{148}$	55/2	-5936(64)	-5916	54260	54276	-16
$^{243}_{94}\text{Pu}_{149}$	55/2	-5801(70)	-5666	57754	57885	-131
$^{245}_{95}\text{Am}_{150}$	55/2	-5145(89)	-5375	61900	61662	238
$^{247}_{96}\text{Cm}_{151}$	55/2	-5142(84)	-5025	65535	65645	-110
$^{249}_{97}\text{Bk}_{152}$	55/2	-4563(79)	-4592	69846	69815	31
$^{251}_{98}\text{Cf}_{153}$	55/2	-4138(86)	-4057	74135	74210	-75
$^{253}_{99}\text{Es}_{154}$	55/2	-3244(82)	-3399	79010	78852	158
$^{255}_{100}\text{Fm}_{155}$	55/2	-2565(89)	-2598	83800	83760	40
$^{257}_{101}\text{Md}_{156}$	55/2	-1595(83)	-1633	88993	88952	41
$^{238}_{91}\text{Pa}_{147}$	28	-6522(78)	-6570	50894	50715	179
$^{240}_{92}\text{U}_{148}$	28	-6420(80)	-6347	52715	52783	-68
$^{244}_{94}\text{Pu}_{150}$	28	-5742(85)	-5739	59806	59802	4
$^{246}_{95}\text{Am}_{151}$	28	-5088(82)	-5346	64994	64731	263
$^{248}_{96}\text{Cm}_{152}$	28	-5097(80)	-4884	67393	67599	-206
$^{250}_{97}\text{Bk}_{153}$	28	-4309(94)	-4351	72950	72904	46
$^{252}_{98}\text{Cf}_{154}$	28	-3877(87)	-3740	76035	76165	-130
$^{254}_{99}\text{Es}_{155}$	28	-2924(78)	-3046	81991	81864	127
$^{256}_{100}\text{Fm}_{156}$	28	-2343(88)	-2265	85487	85558	-71
$^{258}_{101}\text{Md}_{157}$	28	-1374(90)	-1389	91687	91667	20
$^{245}_{94}\text{Pu}_{151}$	57/2	-5698(85)	-5695	63178	63101	77
$^{249}_{96}\text{Cm}_{153}$	57/2	-4800(89)	-4709	70751	70835	-84
$^{251}_{97}\text{Bk}_{154}$	57/2	-3878(92)	-4060	75228	75039	189
$^{253}_{98}\text{Cf}_{155}$	57/2	-3481(87)	-3348	79302	79429	-127
$^{255}_{99}\text{Es}_{156}$	57/2	-2497(85)	-2605	84089	83974	115
$^{257}_{100}\text{Fm}_{157}$	57/2	-1921(93)	-1864	88590	88640	-58

В нашем подходе константы $g_{0,j}-g_{2,j}$ являются своего рода универсальными для ядер с изоспинами $51/2 \leq T_z \leq 57/2$, и для любого нуклида с изоспином T_z можно по выражению (12) вычислить параметры $q_0(T_z)-q_3(T_z)$, предварительно определив ортогональные многочлены Чебышева $P_0(T_z)$, $P_1(T_z)$, $P_2(T_z)$. При вычислении многочленов Чебышева необходимые значения $T_{z,cp}$, $T_{z,cp}^2$, $T_{z,cp}^3$ определяются по обычным формулам для взвешенных средних:

$$T_{z,cp} = \frac{\sum_{k=1}^N T_{z,k} w_k}{\sum_{k=1}^N w_k}, \quad T_{z,cp}^2 = \frac{\sum_{k=1}^N T_{z,cp}^2 w_k}{\sum_{k=1}^N w_k}, \quad (14)$$

$$T_{z,cp}^3 = \frac{\sum_{k=1}^N T_{z,cp}^3 w_k}{\sum_{k=1}^N w_k}.$$

Далее, по аналогичной схеме, вычисляются значения $E_{sl}(A, T_z)$ для конкретных ядер.

В настоящее время нами проводится исследование, целью которого является расширение области применения нашего метода для других групп ядер, как в области нуклидов с изоспином $T_z \geq 57/2$, так и для ядер с изоспином $T_z < 51/2$.

5. ОБСУЖДЕНИЕ ПОЛУЧЕННЫХ РЕЗУЛЬТАТОВ

Полученные расчетные значения масс ядер согласуются с экспериментальными данными с высокой точностью ($\sigma = 140$ кэВ), что указывает на состоятельность предложенного нами метода вычисления избытка масс атомных ядер, основанного на спин-изоспиновой $SU(4)$ -симметрии сильного взаимодействия. Метод моделирования вклада спин-орбитального взаимодействия в массу ядра для нуклидов с восстановленной симметрией позволяет вычислять массу атомных ядер с рекордной точностью.

Состоятельность предложенного нами метода вычисления масс атомных ядер основывается на фактическом материале, который свидетельствует о восстановлении спин-изоспиновой $SU(4)$ -симметрии (см. подробнее [15]) в области сверхтяжелых ядер с изоспинами $T_z > 25$. В этом же регионе нуклидной карты находится так называемый остров стабильности, ядра из которого живут гораздо меньше теоретически предсказанных времен жизни [16, 17]. Наблюдаемые времена жизни отличаются от теоретически предсказанных времен

в 10^6-10^{12} раз. Некоторые авторы с иронией называют “острова стабильности” “мелью стабильности” [18]. Такая оценка связана с экспериментально определенными значениями времен жизни α -распада сверхтяжелых ядер.

Согласие результатов эксперимента с расчетами масс в настоящей работе и энергий α -распада в [19] позволяет выдвинуть гипотезу для объяснения наблюдаемых времен жизни новых сверхтяжелых ядер восстановлением вигнеровской спин-изоспиновой $SU(4)$ -симметрии. Полному восстановлению вигнеровской спин-изоспиновой $SU(4)$ -симметрии в ядрах соответствует преобладание спин-спинового взаимодействия над спин-орбитальным взаимодействием (см. подробнее [3, 6]).

Здесь следует отметить, что одновременно, в одном и в том же регионе нуклидов, реализация (восстановление) вигнеровской спин-изоспиновой $SU(4)$ -симметрии и наличие такого явления, как “остров стабильности”, сосуществовать не могут. Реализация (восстановление) вигнеровской спин-изоспиновой $SU(4)$ -симметрии возможна, если нарушающие его факторы отсутствуют или слабы [20–22]. В атомах и атомных ядрах это достигается, если заряд спин-спинового взаимодействия преобладает над зарядом спин-орбитального взаимодействия. В атомах это требование выполняется полностью. Поэтому энергетические состояния слабо расщеплены и проявляются как “тонкая структура” атомных состояний. В средних и тяжелых атомных ядрах спин-орбитальное взаимодействие преобладает над спин-спиновым взаимодействием, и для этих нуклидов главным и единственным нарушающим вигнеровскую симметрию фактором является спин-орбитальное взаимодействие.

Рекордная точность наших расчетов масс ядер с восстановленной спин-изоспиновой симметрией, расчеты энергии α -распада Q_α для сверхтяжелых ядер [19], а также экспериментальные данные, изложенные в работе [15], указывают на необходимость создания теории сверхтяжелых ядер на основе восстановленной спин-изоспиновой $SU(4)$ -симметрии.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. P. Franzini and L. A. Radicati, Phys. Lett. **6**, 322 (1963).
2. А. М. Нурмухамедов, ЯФ **75**, 29 (2012) [Phys. Atom. Nucl. **75**, 27 (2012)].
3. Yu. V. Gaponov, N. B. Shulgina, and D. M. Vladimirov, Nucl. Phys. A **391**, 93 (1982).
4. Ю. В. Гапонов, Ю. И. Григорьян, Ю. С. Лютостанский, ЯФ **31**, 65 (1980) [Sov. J. Nucl. Phys. **31**, 34 (1980)].
5. Ю. В. Гапонов, Н. Б. Шульгина, Д. М. Владимиров, Письма в ЖЭТФ **34**, 300 (1981).

6. Ю. В. Гапонов, *Физика атомного ядра: Материалы 18-й Зимней школы ЛИЯФ (ЛИЯФ, Ленинград, 1983)*, с. 43.
7. M. Chakraborty, V. K. B. Kota, and J. C. Parikh, *Phys. Rev. Lett.* **45**, 1073 (1980).
8. А. М. Нурмухамедов, *ЯФ* **77**, 1507 (2014) [*Phys. Atom. Nucl.* **77**, 1435 (2014)].
9. А. М. Нурмухамедов, *ЯФ* **72**, 434 (2009) [*Phys. Atom. Nucl.* **72**, 401 (2009)].
10. А. М. Нурмухамедов, *ЯФ* **72**, 1489 (2009) [*Phys. Atom. Nucl.* **72**, 1435 (2009)].
11. А. М. Нурмухамедов, *ЯФ* **78**, 1083 (2015) [*Phys. Atom. Nucl.* **78**, 1020 (2015)].
12. Л. З. Румшицкий, *Математическая обработка результатов эксперимента* (Наука, Москва, 1971).
13. В. И. Калашникова, М. С. Козодаев, *Экспериментальные методы ядерной физики*, ч. 1: *Детекторы элементарных частиц* (Наука, Москва, 1966).
14. M. Wang, G. Audi, F. G. Kondev, W. J. Huang, S. Naimi, and X. Xu, *Chin. Phys. C* **41**, 030003 (2017).
15. А. М. Нурмухамедов, *Mod. Phys. Lett A* **31**, 1650145 (2016), DOI: 10.1142/S0217732316501455
16. W. D. Mayers and W. J. Swiatecki, *Nucl. Phys.* **81**, 1 (1966).
17. В. М. Струтинский, *ЯФ* **3**, 614 (1966) [*Sov. J. Nucl. Phys.* **3**, 449 (1966)].
18. С. В. Толоконников, Ю. С. Лютостанский, Э. Е. Саперштейн, *ЯФ* **76**, 758 (2013) [*Phys. Atom. Nucl.* **76**, 708 (2013)].
19. А. М. Нурмухамедов, *ЯФ* **81**, 160 (2018) [*Phys. Atom. Nucl.* **81**, 162 (2018)].
20. E. Wigner, *Phys. Rev.* **51**, 106 (1937).
21. E. Wigner and E. Feenberg, *Rep. Prog. Phys.* **8**, 274 (1941).
22. E. Wigner, *Phys. Rev.* **51**, 947 (1937).

PRESIZE CALCULATION OF THE MASS OF ATOMIC NUCLEI WITH RESTORED SPIN–ISOSPIN $SU(4)$ SYMMETRY AND WITH NUCLEI ISOSPINS $T_z = 51/2, 26, 53/2, 55/2, 28, 57/2$

A. M. Nurmukhamedov

Tashkent Pediatric Medical Institute, Republic of Uzbekistan

The mass excess of a group of atomic nuclei with restored Wigners spin–isospin $SU(4)$ symmetry, which have isospins $T_z = 51/2, 26, 53/2, 55/2, 28, 57/2$, was calculated using modelling of contribution of the spin–orbit interaction in the mass of nuclei with ortogonal Chebyshev polynomials. The standard square deviation of the calculation from the experimental data is $\sigma = 140$ keV. Provided discussion of opportunities of the proposed methodology is presented.