ЯДЕРНАЯ ФИЗИКА, 2019, том 82, № 2, с. 132–140

ЯДРА

# ВЛИЯНИЕ ДИНАМИЧЕСКОГО СПАРИВАНИЯ НА БЕТА-РАСПАДНЫЕ ХАРАКТЕРИСТИКИ НЕЙТРОННО-ИЗБЫТОЧНЫХ ЯДЕР

© 2019 г. Е. О. Сушенок[1)*], А. П. Северюхин[1),2)**], Н. Н. Арсеньев[1)***], И. Н. Борзов[1),3)****]

Поступила в редакцию 18.07.2018 г.; после доработки 25.07.2018 г.; принята к публикации 25.07.2018 г.

Изучено влияние эффективного спин-изоспинового взаимодействия в канале частица–частица на периоды бета-распада и вероятности мультинейтронной эмиссии. В рамках самосогласованного подхода, основанного на квазичастичном приближении случайных фаз со взаимодействием Скирма, учтены вклады тензорных корреляций и связи одно- и двухфононных конфигураций. Приведены расчеты бета-распадных характеристик нейтронно-избыточных изотопов Cd.

**DOI:** 10.1134/S0044002719010185

## 1. ВВЕДЕНИЕ

Исследования бета-распадных свойств сильно нейтронно-избыточных ядер представляют интерес для теории структуры ядра и моделирования астрофизического r-процесса. Теоретическое изучение короткоживущих ядер с аномально высоким числом нейтронов или протонов требует экстраполяции в новую область параметров нуклон-нуклонных сил, которые были определены на основе имеющихся данных о стабильных магических ядрах. Новые данные о свойствах основных состояний и бета-распада, получаемые на действующих ускорителях радиоактивных ионов, дают ограничения на ядерный функционал плотности энергии и имеют большое значение для лучшего понимания структуры ядер, далеких от стабильности. Это стимулирует развитие самосогласованных микроскопических моделей с высокой предсказательной силой.

Одним из основных подходов при описании зарядово-обменных мод ядерных возбуждений является квазичастичное приближение случайных фаз (ПСФ) с эффективными силами Скирма [1–6]. В этом подходе не требуется введения новых параметров, так как остаточное взаимодействие получено самосогласованным образом с тем же самым функционалом плотности энергии, как и среднее поле. Более детальное изучение бета-распадных процессов и, в частности, мультинейтронной эмиссии, требует учета связи простых частично-дырочных конфигураций с более сложными (двухфононными) конфигурациями [7]. Это делает необходимым расчет в большом конфигурационном пространстве. Сепарабельная аппроксимация остаточного взаимодействия Скирма [8–10] позволяет обойти эту трудность и проводить вычисления независимо от конфигурационного пространства. В работе [11] была развита модель с учетом сложных конфигураций для описания зарядово-обменных возбуждений и бета-распадных характеристик ядер с неразвитым спариванием — нейтронно-избыточных изотопов Ni и изотонов $N = 50$. При этом учитывалось как центральное [9], так и тензорное [10] остаточные взаимодействия в канале частица–дырка. В настоящей работе обсуждается влияние спин-изоспинового взаимодействия в канале частица–частица на бета-распадные характеристики $^{126-132}$Cd.

## 2. МЕТОД

Среднее поле определяется путем решения уравнений Хартри–Фока (ХФ) с силами Скирма, учитывающими тензорное взаимодействие [12–14]. Спаривание учитывается в приближении Бардина–Купера–Шриффера (БКШ). Одночастичный континуум дискретизируется посредством диагонализации гамильтониана ХФ на базисе гармонического осциллятора [15]. Гамильтониан включает взаимодействие Скирма в канале частица–дырка ($ph$) и зависящие от плотности

1) Лаборатория теоретической физики им. Н.Н. Боголюбова, Объединенный институт ядерных исследований, Дубна, Россия.
2) Государственный университет "Дубна", Дубна, Россия.
3) Национальный исследовательский центр "Курчатовский институт", Москва, Россия.
* E-mail: sushenok@theor.jinr.ru
** E-mail: sever@theor.jinr.ru
*** E-mail: arsenev@theor.jinr.ru
**** E-mail: ibor48@mail.ru

контактные силы в канале частица—частица ($pp$):

$$V^{(pp)}_{T=1}(\mathbf{r}_1,\mathbf{r}_2) = V_0\left(\frac{1-P_\sigma}{2}\right)\times \quad (1)$$
$$\times\left(1-\eta\frac{\rho(r_1)}{\rho_0}\right)\delta(\mathbf{r}_1-\mathbf{r}_2),$$
$$V^{(pp)}_{T=0}(\mathbf{r}_1,\mathbf{r}_2) = fV_0\left(\frac{1+P_\sigma}{2}\right)\times$$
$$\times\left(1-\eta\frac{\rho(r_1)}{\rho_0}\right)\delta(\mathbf{r}_1-\mathbf{r}_2),$$

где $P_\sigma$ — спиново-обменный оператор; $\rho(r_1)$ — плотность ядерной материи; $\rho_0$ — плотность ядерной материи в случае сил Скирма. Параметр $\eta$ варьируется от 0 для объемного спаривания до 1 в случае поверхностного типа спаривания. Величина $f$ определяет отношение силовых параметров $T=1$ и $T=0$ взаимодействий в канале частица—частица. В настоящей работе $f=1$, что соответствует приближению $SU(4)$-симметрии [16].

Остаточные взаимодействия в канале частица—дырка $V^{(ph)}_{\rm res}$ и канале частица—частица $V^{(pp)}_{\rm res}$ могут быть получены как вторые производные функционала плотности энергии по нормальной $\rho$ и аномальной плотности $\tilde{\rho}$ нуклонов соответственно. Мы представляем центральное остаточное взаимодействие в форме, аналогичной силам Ландау—Мигдала и сохраняем только члены с $l=0$ [8] в канале частица—дырка. Тогда спин-изоспиновое взаимодействие $V^{(a)}_C$ можно записать в следующем виде:

$$V^{(a)}_C = \tau^{(1)}\tau^{(2)}N_0^{-1}\times \quad (2)$$
$$\times G'^{(a)}_0(r_1)\sigma^{(1)}\cdot\sigma^{(2)}\delta(\mathbf{r}_1-\mathbf{r}_2) =$$
$$=\tau^{(1)}\tau^{(2)}N_0^{-1}\frac{G'^{(a)}_0(r_1)}{r_1^2}\delta(r_1-r_2)\times$$
$$\times\sum_{\lambda\mu}\sum_{L=\lambda;\lambda\pm1}T_{L\lambda\mu}(\hat{r}_1,\sigma_1)T^*_{L\lambda\mu}(\hat{r}_2,\sigma_2),$$

здесь $\sigma_i$ и $\tau_i$ — оператор спина и изоспина; $T_{L\lambda\mu}(\hat{r},\sigma)=[Y_L\times\sigma]^\mu_\lambda$ — спин-угловые тензоры, $(a)$ обозначает индекс канала $\{ph,pp\}$. В каналах частица—дырка и частица—частица выражение для $G'^{(a)}_0$ имеет следующий вид [17]:

$$G'^{(ph)}_0 = \quad (3)$$
$$= -N_0\left[\frac{1}{4}t_0+\frac{1}{24}t_3\rho^\alpha+\frac{1}{8}k_F^2(t_1-t_2)\right],$$
$$G'^{(pp)}_0 = \frac{1}{4}N_0V_0f\left(1-\eta\frac{\rho(r)}{\rho_0}\right), \quad (4)$$

где $t_{0,1,2,3}$ и $\alpha$ — параметры сил Скирма, а $N_0 = 2k_Fm^*/\pi^2\hbar^2$ с $k_F$ и $m^*$, соответствующими импульсу Ферми и эффективной нуклонной массе. Используя квадратурную формулу Гауссова типа для $N$ точек в случае радиального интеграла, матричные элементы $V^{(a)}_C$ можно представить в виде суммы $N$ сепарабельных членов [8, 9].

Следуя работе [6], мы упрощаем частично-дырочное тензорное взаимодействие $V^{(ph)}_T$, приводя его к сепарабельной форме [10, 18]:

$$V^{(ph)}_T(\mathbf{r}_1,\mathbf{r}_2) = V_{T1}(\mathbf{r}_1,\mathbf{r}_2)+ \quad (5)$$
$$+V_{T1}(\mathbf{r}_2,\mathbf{r}_1)+V_{T2}(\mathbf{r}_1,\mathbf{r}_2),$$
$$V_{T1} = \tau^{(1)}\tau^{(2)}\xi_1\sum_M T_{01M}(\hat{r}_1,\sigma_1)r_2^2T^*_{21M}(\hat{r}_2,\sigma_2),$$
$$V_{T2} = \tau^{(1)}\tau^{(2)}\xi_2\sum_M r_1^2T_{21M}(\hat{r}_1,\sigma_1)r_2^2T^*_{21M}(\hat{r}_2,\sigma_2).$$

Параметры $\xi_1$ и $\xi_2$ приведены в статье [18].

Зарядово-обменные фононные операторы вводятся стандартным образом:

$$Q^+{}_{\lambda\mu i} = \sum_{a\alpha}\Big(X^i_{a\alpha}A^+(a\alpha;\lambda\mu) - \quad (6)$$
$$-(-1)^{\lambda-\mu}Y^i_{a\alpha}A(a\alpha;\lambda-\mu)\Big),$$

$$A^+(a\alpha;\lambda\mu) = \quad (7)$$
$$=\sum_{m_am_\alpha}\langle am_a\alpha m_\alpha|\lambda\mu\rangle\beta^+{}_{am_a}\beta^+{}_{\alpha m_\alpha},$$

где индекс $\lambda$ обозначает угловой момент, а $\mu$ — его проекция на ось $z$ в лабораторной системе координат. Для краткости через $a(\alpha)$ обозначена совокупность квантовых чисел $nlj$ для нейтронов (протонов). Предполагается, что основное состояние является фононным вакуумом. Однофононные состояния $1^+$ генерируются действием операторов рождения фононов на вакуум $Q^+_{\lambda\mu i}\mid 0\rangle$ и для них справедливо условие нормировки:

$$\sum_{a\alpha}\left(X^{\lambda i}_{a\alpha}X^{\lambda i'}_{a\alpha}-Y^{\lambda i}_{a\alpha}Y^{\lambda i'}_{a\alpha}\right)=\delta_{ii'}. \quad (8)$$

Используя метод уравнений движения, получаем уравнения нейтрон-протонного ПСФ:

$$\begin{pmatrix}\mathcal{A} & \mathcal{B}\\ -\mathcal{B} & -\mathcal{A}\end{pmatrix}\begin{pmatrix}X\\ Y\end{pmatrix}=\omega\begin{pmatrix}X\\ Y\end{pmatrix}. \quad (9)$$

В силу того что остаточное взаимодействие представлено в сеперабельной форме, уравнения (9) могут быть сведены к секулярному уравнению (смотри приложение). При этом вычисляется детерминант матрицы, размерность которой не

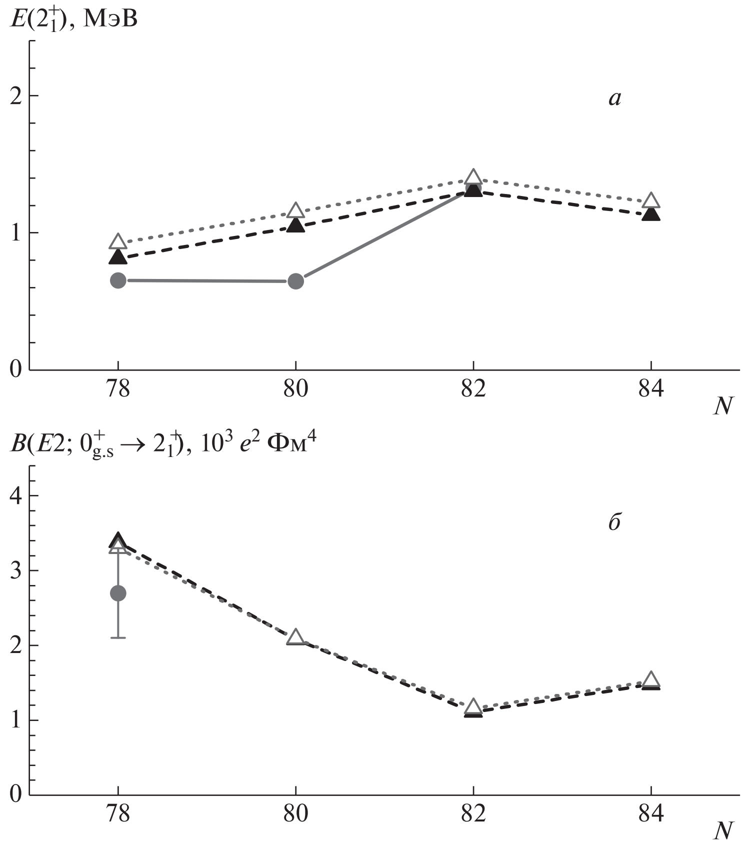


**Рис. 1.** Энергии $E_{2_1^+}$ ($a$) и приведенные вероятности $B(E2; 0^+_{g.s} \to 2^+_1)$ ($б$) для $^{126-132}$Cd, рассчитанные в однофононном случае без ($\triangle$) остаточного взаимодействия и с ($\blacktriangle$) остаточным взаимодействием в канале частица–частица; $\bullet$ — экспериментальные значения [24–26].

будет зависеть от размера конфигурационного пространства.

При изучении влияния фрагментации состояний $1^+$ дочернего ядра $(N-1, Z+1)$ важно учесть двухфононные конфигурации $[1_i^+ \otimes 2_{i'}^+]$, т.е. построенные с квадрупольными возбуждениями родительского ядра [7, 11],

$$\Psi_\nu(\lambda\mu) = \left( \sum_i R_i(\lambda\nu) Q^+_{\lambda\mu i} + \right. \tag{10}$$

$$\left. + \sum_{\lambda_1 i_1 \lambda_2 i_2} P^{\lambda_1 i_1}_{\lambda_2 i_2}(\lambda\nu) \left[ Q^+_{\lambda_1\mu_1 i_1} \bar{Q}^+_{\lambda_2\mu_2 i_2} \right]_{\lambda\mu} \right) |0\rangle.$$

Возбуждения $1^+$ генерируются оператором $Q^+_{\lambda\mu i}|0\rangle$, тогда как $\bar{Q}^+_{\lambda\mu i}|0\rangle$ отвечают однофононным квадрупольным возбуждениям родительского ядра, полученным с учетом остаточного взаимодействия в канале частица–частица [19].

В приближении разрешенных переходов период бета-распада вычисляется как сумма вероятностей (в единицах $G_A^2/4\pi$) энергетически разрешенных переходов ($E_k^{\mathrm{GT}} \le Q_\beta$) с весом в виде функции Ферми

$$T_{1/2}^{-1} = \sum_k \lambda_{if}^k = \tag{11}$$

$$= D^{-1} \left( \frac{G_A}{G_V} \right)^2 \sum_k f_0(Z+1, A, E_k^{\mathrm{GT}}) B(\mathrm{GT})_k,$$

где $\lambda_{if}^k$ — парциальная скорость бета-распада, $G_A/G_V = 1.25$ — отношение констант аксиально-векторного и векторного взаимодействий, константа $D = 6147$ с [20]. Здесь, следуя [21], энергию ГТ-перехода можно записать как

$$E_k^{\mathrm{GT}} = Q_\beta - E_{1_k^+}. \tag{12}$$

Энергию возбуждения $E_{1_k^+}$ можно представить в виде

$$E_{1_k^+} \approx E_k - E_{2qp,\mathrm{lowest}}, \tag{13}$$

где $E_k$ — энергии возбуждений, описываемых волновыми функциями (10); $E_{2qp,\mathrm{lowest}}$ — нижайшая двухквазичастичная энергия. Стоит отметить, что

**Таблица 1.** Влияние канала частица—частица на периоды бета-распада ($T_{1/2}$) и вероятности эмиссии запаздывающих нейтронов ($P_{1n}$, $P_{2n}$) в изотопах кадмия. (Расчеты выполнены без остаточного взаимодействия (I) и с учетом остаточного взаимодействия (II) в канале частица—частица соответственно. Экспериментальные значения полной вероятности эмиссии в $^{130}$Cd — $P_{n,\mathrm{tot}} = 3.5 \pm 1.0\%$ [29] и $^{132}$Cd — $P_{n,\mathrm{tot}} = 60 \pm 15\%$ [30].)

| | I | | | II | | | Эксперимент [28] |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | $T_{1/2}$, мс | $P_{1n}$, % | $P_{2n}$, % | $T_{1/2}$, мс | $P_{1n}$, % | $P_{2n}$, % | $T_{1/2}$, мс |
| $^{126}$Cd | 265 | <0.1 | – | 166 | <0.1 | – | $513 \pm 6$ |
| $^{128}$Cd | 181 | 7.1 | – | 123 | 3.7 | – | $245 \pm 5$ |
| $^{130}$Cd | 121 | 13.5 | – | 88 | 10.5 | – | $127 \pm 2$ |
| $^{132}$Cd | 38 | 74.8 | 25.2 | 29 | 82.0 | 18.0 | $82 \pm 4$ |

угловой момент и четность нижайшей двухквазичастичной конфигурации в общем случае отличается от $1^+$. Волновые функции позволяют определить вероятности ГТ-переходов в случае оператора $\hat{O}_- = \sum_{i,m} t_-(i)\sigma_m(i)$,

$$B(\mathrm{GT})_k = \left|\langle N-1, Z+1; 1_k^+|\hat{O}^-|N, Z; 0_{g.s}^+\rangle\right|^2. \quad (14)$$

Одновременный учет тензорных корреляций и эффектов связи $1p$—$1h$- и $2p$—$2h$-конфигураций позволяет нам не использовать эффективный фактор подавления силы ГТ-переходов [22].

В силу различных характерных временных масштабов бета-распада и последующей эмиссии нейтронов мы пользуемся предположением о статистической независимости этих двух процессов. Вероятность эмиссии запаздывающих нейтронов $P_{xn}$, сопутствующей бета-распаду на возбужденные состояния в дочернем ядре, может быть рассчитана следующим образом [23]:

$$P_{xn} = T_{1/2} D^{-1} \left(\frac{G_A}{G_V}\right)^2 \times \sum_{k'} f_0(Z+1, A, E_{k'}^{\mathrm{GT}}) B(\mathrm{GT})_{k'}, \quad (15)$$

где энергия перехода относительно основного состояния в родительском ядре находится в интервале значений $Q_{\beta xn} \equiv Q_\beta - S_{xn}$, в частности, в случае $P_{1n}$: $Q_{\beta 2n} \leq E_{k'}^{\mathrm{GT}} \leq Q_{\beta n}$. Изучим свойства бета-распада нейтронно-избыточных изотопов $^{126-132}$Cd. Расчеты выполнены с взаимодействием Скирма T43, наиболее хорошо описывающем свойства основного состояния [18]. Также было выбрано поверхностное спаривание, т.е. $\eta = 1$, и параметр $V_0 = -870$ МэВ фм$^3$, чтобы воспроизвести разницу масс соседних нечетных и четно-четных ядер в области около $^{132}$Sn [7, 19].

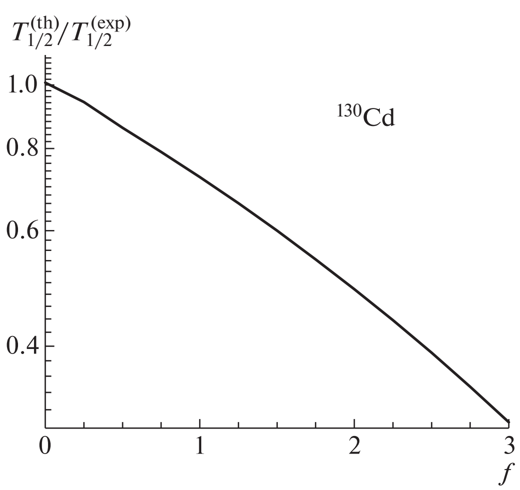


**Рис. 2.** Зависимость периода бета-распада $^{130}$Cd, рассчитанного с взаимодействием Скирма T43, от силового параметра спин-изоспинового взаимодействия. Период полураспада нормирован на экспериментальное значение $T_{1/2} = 127 \pm 2$ мс [28].

## 3. СВОЙСТВА БЕТА-РАСПАДА НЕЙТРОННО-ИЗБЫТОЧНЫХ ИЗОТОПОВ Cd

Состояния $2_1^+$ родительского четно-четного ядра являются нижайшим коллективным возбуждением, которое приводит к наибольшим матричным элементам связи одно- и двухфононных компонент волновой функции [7, 11]. Обсудим результаты расчетов энергии и вероятности $E2$-переходов на состояния $2_1^+$, которые представлены на рис. 1. В случае $^{130}$Cd энергия достигает максимального значения, что соответствует изменению

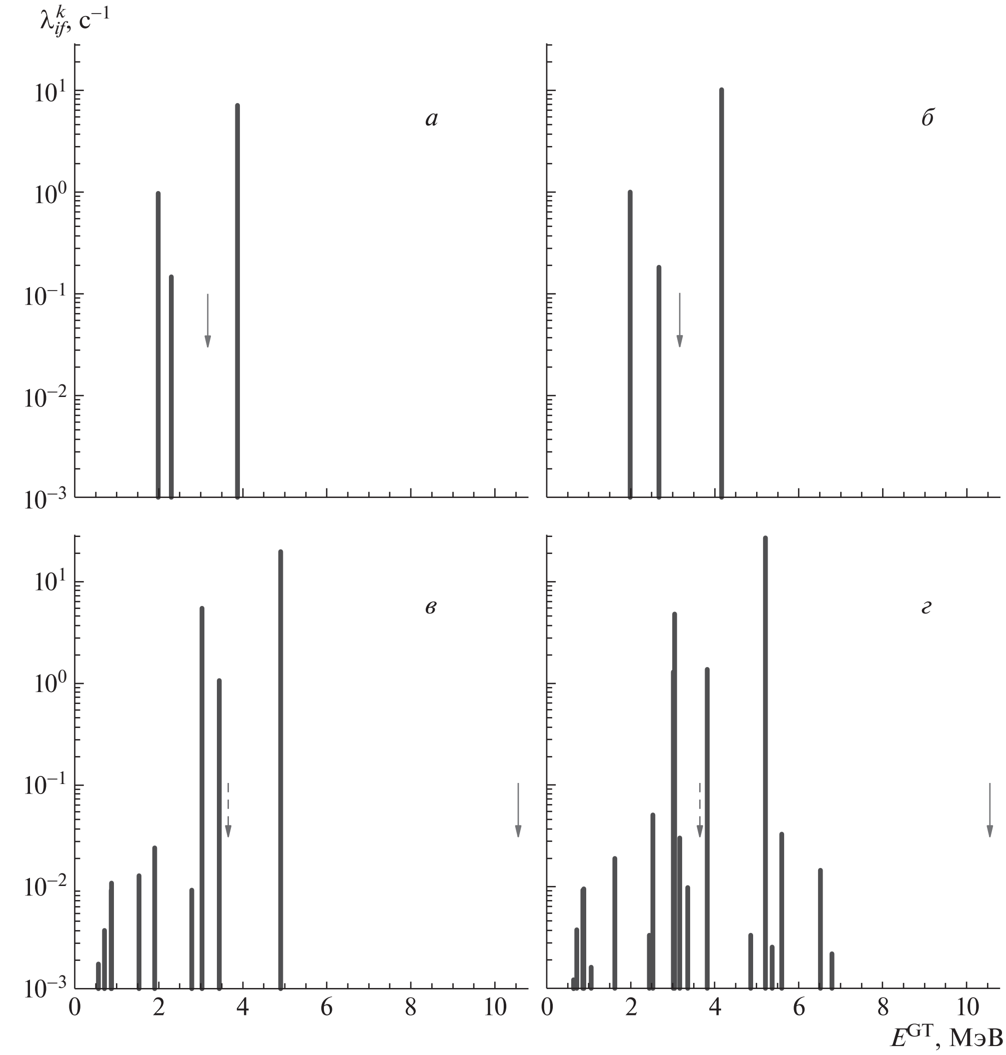


**Рис. 3.** Влияние канала частица—частица на скорости бета-распада в $^{130}$Cd (*а*) и (*б*) и $^{132}$Cd (*в*) и (*г*). Левые (правые) рисунки соответствуют расчетам без (с) остаточным взаимодействием в канале частица—частица. Рассчитанные значения $Q_{\beta 1n}$ и $Q_{\beta 2n}$ — сплошная и штриховая стрелки соответственно.

энергии вблизи замкнутых оболочек. Поведение $B(E2; 0^+_{g.s} \to 2^+_1)$ связано с соотношением между нейтронными и протонными фононными амплитудами. Вклады протонных фононных амплитуд доминируют во всех рассмотренных изотопах кадмия, при этом основной вклад дает конфигурация $\{1g\frac{9}{2}1g\frac{9}{2}\}_\pi$ (>73%). Заполнение нейтронной подоболочки $\nu 1h\frac{11}{2}$ ведет к исчезновению нейтронных парных корреляций и приводит к уменьшению приведенной вероятности $E2$-перехода в $^{130}$Cd. Включение остаточного взаимодействия в канале частица—частица приводит к уменьшению энергии $E_{2^+_1}$, в то время как величина $B(E2; 0^+_{g.s} \to 2^+_1)$ практически остается неизменной. Это означает, что коллективность состояний $2^+_1$ уменьшается. Как видно из рис. 1, результаты вычислений согласуются с имеющимися экспериментальными данными [24—26] и качественно описывают зависимость от массового числа. Стоит отметить, что впервые влияние канала частица—частица на структуру состояния $2^+$ изотопов $^{124-132}$Cd обсуждалось в работах [19, 27].

Влияние остаточного взаимодействия в канале частица—частица на период бета-распада проиллюстрируем на примере $^{130}$Cd. На рис. 2 показана зависимость периода полураспада от силового параметра нейтрон-протонного спаривания. Его увеличение приводит к перераспределению силы высокоэнергетических ГТ-переходов, вследствие чего получаем ускорение бета-распада. В табл. 1 приведены периоды бета-распада $^{126-132}$Cd, рассчитанные без учета и с учетом канала частица—частица. Показано, что на качественном уровне, представленные исследования описывают экспериментальную эволюцию периодов бета-распада. Предельное усиление эффективного спин-изоспинового взаимодействия в канале частица—частица $f = 1.5$ [31] приводит к уменьшению периода бета-распада $^{130}$Cd до $T_{1/2} = 74$ мс. Заметим, что высокие значения параметра $f$ могут способствовать неустойчивости решений системы уравнений ПСФ. Расчеты выполнены с силами Скирма T43. Ослабление нейтрон-протонного тензорного взаимодействия (в случае сил Скирма T45) не влияет на характер данной зависимости, а лишь сдвигает силу ГТ в область высокоэнергетических переходов, что приводит к увеличению периода полураспада, не улучшая описания экспериментальных данных.

Обсудим роль канала частица—частица на распределение скоростей бета-распада на примере $^{130}$Cd и $^{132}$Cd. Из рис. 3 видно, что данный канал оказывает важное влияние на распределение в случае $^{132}$Cd по сравнению с $^{130}$Cd, изотопом с заполненной нейтронной оболочкой. Различие в роли канала частица—частица при описании скоростей бета-распада $^{130,132}$Cd отражается на вероятностях эмиссии запаздывающих нейтронов. В табл. 1 представлены вероятности эмиссии одного ($P_{1n}$) и двух ($P_{2n}$) запаздывающих нейтронов. Включение канала частица—частица незначительно сокращает $P_{1n}$ в случае $^{130,132}$Cd. Наши расчеты предсказывают $P_{n,\mathrm{tot}} = 100\%$ вероятность эмиссии запаздывающих нейтронов, сопутствующей бета-распаду изотопа $^{132}$Cd, при этом отметим уменьшение вероятности двухнейтронной эмиссии. Как можно видеть из рис. 3, такие изменения связаны с перераспределением силы ГТ-переходов около энергий эмиссии одного и двух нейтронов.

## 4. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В данной работе приведено обобщение сепарабельного приближения остаточного нуклон-нуклонного взаимодействия на случай учета спин-изоспинового взаимодействия в канале частица—частица. В рамках самосогласованного подхода с взаимодействием Скирма выполнен расчет вероятности мультинейтронной эмиссии запаздывающих нейтронов, сопровождающих бета-распад нейтронно-избыточных ядер. В работе развита схема одновременного учета связи со сложными конфигурациями, центрального и тензорного остаточных взаимодействий в канале частица—дырка, а также остаточного спин-изоспинового взаимодействия в канале частица—частица. В качестве примера исследованы свойства нейтронно-избыточных изотопов Cd. Показано, что включение канала частица—частица приводит к заметному перераспределению силы гамов-теллеровских переходов и сокращает период бета-распада.

Работа поддержана грантом РНФ № 16-12-10161.

*Приложение*

Матрицы $\mathcal{A}_{a\alpha,b\beta}$ и $\mathcal{B}_{a\alpha,b\beta}$ системы линейных уравнений (9), имеющие размерность пространства двухквазичастичных конфигураций, можно записать в виде

$$\mathcal{A}_{a\alpha,b\beta} = -(u_a v_\alpha u_b v_\beta + v_a u_\alpha v_b u_\beta) \times \sum_{n,n'=1}^{2N+2} \kappa^{(nn')} d_{a\alpha}^{(n)} d_{b\beta}^{(n')} - (u_a u_\alpha u_b u_\beta + v_a v_\alpha v_b v_\beta) \times \sum_{n,n'=2N+3}^{4N+2} \kappa^{(nn')} d_{a\alpha}^{(n)} d_{b\beta}^{(n')} + \epsilon_{a\alpha}\delta_{a\alpha}\delta_{b\beta}, \tag{П.1}$$

$$\mathcal{B}_{a\alpha,b\beta} = -(u_a v_\alpha v_b u_\beta + v_a u_\alpha u_b v_\beta) \times \sum_{n,n'=1}^{2N+2} \kappa^{(nn')} d_{a\alpha}^{(n)} d_{b\beta}^{(n')} + (u_a u_\alpha v_b v_\beta + v_a v_\alpha u_b u_\beta) \times \sum_{n,n'=2N+3}^{4N+2} \kappa^{(nn')} d_{a\alpha}^{(n)} d_{b\beta}^{(n')}. \tag{П.2}$$

Приведенные одночастичные матричные элементы $d_{a\alpha}^{(n)}$ задаются следующим образом:

| $n$ | $d_{a\alpha}^{(n)}$ |
|---|---|
| $1 \leqslant n \leqslant N$ | $\langle a\|\|T_{01}\|\|\alpha\rangle w_a(r_n) w_\alpha(r_n)$ |
| $N+1 \leqslant n \leqslant 2N$ | $-\langle a\|\|T_{21}\|\|\alpha\rangle w_a(r_n) w_\alpha(r_n)$ |
| $2N+1$ | $-\langle a\|\|T_{21}\|\|\alpha\rangle \int_0^\infty dr\, w_a(r) w_\alpha(r) r^2$ |
| $2N+2$ | $\langle a\|\|T_{01}\|\|\alpha\rangle \int_0^\infty dr\, w_a(r) w_\alpha(r)$ |
| $2N+3 \leqslant n \leqslant 3N+2$ | $\langle a\|\|T_{01}\|\|\alpha\rangle w_a(r_n) w_\alpha(r_n)$ |
| $3N+3 \leqslant n \leqslant 4N+2$ | $-\langle a\|\|T_{21}\|\|\alpha\rangle w_a(r_n) w_\alpha(r_n)$ |

Для краткости через $a$ ($\alpha$) обозначена совокупность квантовых чисел $nlj$ для нейтронов (протонов).

Рассмотрим блочную матрицу $\kappa^{(nn')}$

$$\begin{pmatrix} \mathcal{K}_{11} & 0 & 0 \\ 0 & \mathcal{K}_{22} & 0 \\ 0 & 0 & \mathcal{K}_{33} \end{pmatrix}, \qquad (\text{П.3})$$

где $\mathcal{K}_{11}$ и $\mathcal{K}_{33}$ — диагональные матрицы размерами $2N\times 2N$:

$$(\mathcal{K}_{11})_{rr'} = \frac{2}{3}G_0'^{(ph)}\delta_{rr'}, \qquad (\text{П.4})$$

$$(\mathcal{K}_{33})_{rr'} = \frac{2}{3}G_0'^{(pp)}\delta_{rr'}, \qquad (\text{П.5})$$

здесь индексы $r, r'$ пробегают значения от 1 до $2N$. Матрица $\mathcal{K}_{22}$ имеет вид

$$\mathcal{K}_{22} = \begin{pmatrix} -\frac{2\xi_2}{3} & \frac{2\xi_1}{3} \\ \frac{2\xi_1}{3} & 0 \end{pmatrix}, \qquad (\text{П.6})$$

где элементами матрицы определяется сила остаточного тензорного взаимодействия.

Используя сепарабелизованный вид остаточного взаимодействия, сведем систему уравнений (9) к секулярному уравнению:

$$\begin{pmatrix} \mathcal{M}_1 - I & \mathcal{M}_2 \\ \mathcal{M}_2^{\mathrm{T}} & \mathcal{M}_3 - I \end{pmatrix} \begin{pmatrix} D^{(ph)} \\ D^{(pp)} \end{pmatrix} = 0, \qquad (\text{П.7})$$

где

$$I = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}. \qquad (\text{П.8})$$

Используются следующие обозначения:

$$D^{(r)} = \begin{pmatrix} D_+^{(r,n)i} \\ D_-^{(r,n)i} \end{pmatrix}, \qquad (\text{П.9})$$

$$D_\pm^{(ph,n)i} = \sum_{a\alpha} d_{a\alpha}^{(n)} u_{a\alpha}^{(\pm)} (X_{a\alpha}^i \pm Y_{a\alpha}^i), \qquad (\text{П.10})$$

$$D_\pm^{(pp,n)i} = \sum_{a\alpha} d_{a\alpha}^{(n)} v_{a\alpha}^{(\pm)} (X_{a\alpha}^i \mp Y_{a\alpha}^i), \qquad (\text{П.11})$$

где $r = \{ph, pp\}$ — индекс канала; $v_{a\alpha}^{(\pm)} = u_a u_\alpha \pm \pm v_a v_\alpha$, $u_{a\alpha}^{(\pm)} = u_a v_\alpha \pm v_a u_\alpha$. Для фононных амплитуд $X_{a\alpha}^i$ и $Y_{a\alpha}^i$ получаем:

$$X_{a\alpha}^i = \frac{1}{2}\frac{1}{\epsilon_{a\alpha} - \omega_i} \times \qquad (\text{П.12})$$
$$\times \left[ \sum_{n,n'=1}^{2N+2} \kappa^{(nn')} d_{a\alpha}^{(n')} \left( u_{a\alpha}^{(+)} D_+^{(ph,n)i} + \right.\right.$$
$$\left. + u_{a\alpha}^{(-)} D_-^{(ph,n)i} \right) + \sum_{n,n'=3N+2}^{4N+2} \kappa^{(nn')} d_{a\alpha}^{(n')} \times$$
$$\left. \times \left( v_{a\alpha}^{(+)} D_+^{(pp,n)i} + v_{a\alpha}^{(-)} D_-^{(pp,n)i} \right) \right],$$

$$Y_{a\alpha}^i = \frac{1}{2}\frac{1}{\epsilon_{a\alpha} + \omega_i} \times \qquad (\text{П.13})$$
$$\times \left[ \sum_{n,n'=1}^{2N+2} \kappa^{(nn')} d_{a\alpha}^{(n')} \left( u_{a\alpha}^{(+)} D_+^{(ph,n)i} - \right.\right.$$
$$\left. - u_{a\alpha}^{(-)} D_-^{(ph,n)i} \right) - \sum_{n,n'=3N+2}^{4N+2} \kappa^{(nn')} d_{a\alpha}^{(n')} \times$$
$$\left. \times \left( v_{a\alpha}^{(+)} D_+^{(pp,n)i} - v_{a\alpha}^{(-)} D_-^{(pp,n)i} \right) \right].$$

Матрицы $\mathcal{M}_k$ имеют вид

$$\mathcal{M}_1 = \begin{pmatrix} \mathcal{M}_{1+}^{nn'} & \mathcal{M}_{10}^{nn'} \\ \mathcal{M}_{10}^{nn'} & \mathcal{M}_{1-}^{nn'} \end{pmatrix}, \qquad (\text{П.14})$$

$$\mathcal{M}_{1\pm}^{nn'} = \sum_{a\alpha} \chi_{a\alpha}^{nn'} (u_{a\alpha}^{(\pm)})^2 \epsilon_{a\alpha},$$

$$\mathcal{M}_{10}^{nn'} = \sum_{a\alpha} \chi_{a\alpha}^{nn'} u_{a\alpha}^{(+)} u_{a\alpha}^{(-)} \omega_i,$$

$$\mathcal{M}_2 = \begin{pmatrix} \mathcal{M}_{2+}^{nn'} & \mathcal{M}_{2(+-)}^{nn'} \\ \mathcal{M}_{2(-+)}^{nn'} & \mathcal{M}_{2-}^{nn'} \end{pmatrix}, \qquad (\text{П.15})$$

$$\mathcal{M}_{2\pm}^{nn'} = \sum_{a\alpha} \chi_{a\alpha}^{nn'} u_{a\alpha}^{(\pm)} v_{a\alpha}^{(\pm)} \omega_i,$$

$$\mathcal{M}_{2(\pm\mp)}^{nn'} = \sum_{a\alpha} \chi_{a\alpha}^{nn'} u_{a\alpha}^{(\pm)} v_{a\alpha}^{(\mp)} \epsilon_{a\alpha},$$

$$\mathcal{M}_3 = \begin{pmatrix} \mathcal{M}_{3+}^{nn'} & \mathcal{M}_{30}^{nn'} \\ \mathcal{M}_{30}^{nn'} & \mathcal{M}_{3-}^{nn'} \end{pmatrix}, \qquad (\text{П.16})$$

$$\mathcal{M}_{3\pm}^{nn'} = \sum_{a\alpha} \chi_{a\alpha}^{nn'} (v_{a\alpha}^{(\pm)})^2 \epsilon_{a\alpha},$$

$$\mathcal{M}_{30}^{nn'} = \sum_{a\alpha} \chi_{a\alpha}^{nn'} v_{a\alpha}^{(+)} v_{a\alpha}^{(-)} \omega_i,$$

где

$$\chi_{a\alpha}^{nn'} = \sum_{n''} \frac{\kappa^{(n'n'')}}{\epsilon_{a\alpha}^2 - \omega_i^2} d_{a\alpha}^{(n'')} d_{a\alpha}^{(n)}. \qquad (\text{П.17})$$

Размерность матрицы в уравнении (П.7) не превосходит $(8N+4)\times(8N+4)$. Если не учитывать канал частица—частица, то система уравнений (П.7) заметно упрощается до размерности матрицы $(4N+4)\times(4N+4)$. Отключение тензорного взаимодействия позволяет свести размерность матрицы до $4N\times4N$. Сепарабельная аппроксимация с $N=45$ применима как для описания свойств низкоэнергетической части спектра дочернего ядра, так и коллективных квадрупольных возбуждений родительского ядра [19].

## СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ


1. I. N. Borzov and S. Goriely, Phys. Rev. C **62**, 035501 (2000).
2. И. Н. Борзов, С. Гориели, ЭЧАЯ **34**, 1375 (2003).
3. M. Bender, J. Dobaczewski, J. Engel, and W. Nazarewicz, Phys. Rev. C **65**, 054322 (2002).
4. S. Fracasso and G. Colò, Phys. Rev. C **76**, 044307 (2007).
5. C. L. Bai, H. Sagawa, H. Q. Zhang, X. Z. Zhang, G. Colò, and F. R. Xu, Phys. Lett. B **675**, 28 (2009).
6. C. L. Bai, H. Q. Zhang, H. Sagawa, X. Z. Zhang, G. Colò, and F. R. Xu, Phys. Rev. C **83**, 054316 (2011).
7. A. P. Severyukhin, N. N. Arsenyev, I. N. Borzov, and E. O. Sushenok, Phys. Rev. C **95**, 034314 (2017).
8. Nguyen Van Giai, Ch. Stoyanov, and V. V. Voronov, Phys. Rev. C **57**, 1204 (1998).
9. A. P. Severyukhin, V. V. Voronov, and Nguyen Van Giai, Prog. Theor. Phys. **128**, 489 (2012).
10. A. P. Severyukhin and H. Sagawa, Prog. Theor. Exp. Phys. **2013**, 103D03 (2013).
11. A. P. Severyukhin, V. V. Voronov, I. N. Borzov, N. N. Arsenyev, and Nguyen Van Giai, Phys. Rev. C **90**, 044320 (2014).
12. F. Stancu, D. M. Brink, and H. Flocard, Phys. Lett. B **68**, 108 (1977).
13. G. Colò, H. Sagawa, S. Fracasso, and P. F. Bortignon, Phys. Lett. B **646**, 227 (2007); **668**, 457 (Erratum) (2008).
14. T. Lesinski, M. Bender, K. Bennaceur, T. Duguet, and J. Meyer, Phys. Rev. C **76**, 014312 (2007).
15. J. P. Blaizot and D. Gogny, Nucl. Phys. A **284**, 429 (1977).
16. Ю. В. Гапонов, Ю. С. Лютостанский, ЭЧАЯ **12**, 1324 (1981) [Sov. J. Part. Nucl. **12**, 528 (1981)].
17. Nguyen Van Giai and H. Sagawa, Phys. Lett. B **106**, 379 (1981).
18. А. П. Северюхин, Е. О. Сушенок, ЯФ **78**, 725 (2015) [Phys. At. Nucl. **78**, 680 (2015)].
19. A. P. Severyukhin, V. V. Voronov, and Nguyen Van Giai, Phys. Rev. C **77**, 024322 (2008).
20. J. Suhonen, *From Nucleons to Nucleus* (Springer-Verlag, Berlin, 2007).
21. J. Engel, M. Bender, J. Dobaczewski, W. Nazarewicz, and R. Surman, Phys. Rev. C **60**, 014302 (1999).
22. G. F. Bertsch and I. Hamamoto, Phys. Rev. C **26**, 1323 (1982).
23. A. C. Pappas and T. Sverdrup, Nucl. Phys. A **188**, 48 (1972).
24. A. Jungclaus, L. Cáceres, M. Górska, M. Pfützner, S. Pietri, E. Werner-Malento, H. Grawe, K. Langanke, G. Martínez-Pinedo, F. Nowacki, A. Poves, J. J. Cuenca-García, D. Rudolph, Z. Podolyak, P. H. Regan, P. Detistov, *et al.*, Phys. Rev. Lett. **99**, 132501 (2007).
25. S. Ilieva, M. Thürauf, Th. Kröll, R. Krücken, T. Behrens, V. Bildstein, A. Blazhev, S. Bönig, P. A. Butler, J. Cederkäll, T. Davinson, P. Delahaye, J. Diriken, A. Ekström, F. Finke, L. M. Fraile, *et al.*, Phys. Rev. C **89**, 014313 (2014).
26. T. Kautzsch, W. B. Walters, M. Hannawald, K.-L. Kratz, V. I. Mishin, V. N. Fedoseyev, W. Böhmer, Y. Jading, P. Van Duppen, B. Pfeiffer, A. Wöhr, P. Möller, I. Klöckl, V. Sebastian, U. Köster, M. Koizumi, J. Lettry, H. L. Ravn, and the ISOLDE Collab., Eur. Phys. J. A **9**, 201 (2000).
27. A. P. Severyukhin, V. V. Voronov, and Nguyen Van Giai, Phys. At. Nucl. **72**, 1733 (2009).
28. G. Lorusso, S. Nishimura, Z. Y. Xu, A. Jungclaus, Y. Shimizu, G. S. Simpson, P.-A. Söderström, H. Watanabe, F. Browne, P. Doornenbal, G. Gey, H. S. Jung, B. Meyer, T. Sumikama, J. Taprogge, Zs. Vajta, *et al.*, Phys. Rev. Lett. **114**, 192501 (2015).
29. M. Hannawald, V. N. Fedoseyev, U. Köster, K.-L. Kratz, V. I. Mishin, W. F. Mueller, H. L. Ravn, J. Van Roosbroeck, H. Schatz, V. Sebastian, W. B. Walters, and the ISOLDE Collab., Nucl. Phys. A **688**, 578c (2001).
30. I. Dillmann, K.-L. Kratz, A. Wöhr, O. Arndt, B. A. Brown, P. Hoff, M. Hjorth-Jensen, U. Köster, A. N. Ostrowski, B. Pfeiffer, D. Seweryniak, J. Shergur, W. B. Walters, and the ISOLDE Collab., Phys. Rev. Lett. **91**, 162503 (2003).
31. H. Sagawa, Y. Tanimura, and K. Hagino, Phys. Rev. C **87**, 034310 (2013).

# THE PAIRING-INTERACTION IMPACT ON THE BETA-DECAY CHARACTERISTICS OF THE NEUTRON-RICH NUCLEI

**E. O. Sushenok[1), A. P. Severyukhin[1),2), N. N. Arsenyev[1), I. N. Borzov[1),3)**

*[1)] Bogoliubov Laboratory of Theoretical Physics, Joint Institute for Nuclear Research, Dubna, Russia*
*[2)] Dubna State University, Dubna, Russia*
*[3)] National Research Center Kurchatov Institute, Moscow, Russia*

The effects of the residual spin-isospin interaction in the particle-particle channel on the $\beta$-decay characteristics and the multi-neutron emission probabilities are studied within the quasiparticle random phase approximation with the Skyrme interaction includes the tensor terms. The coupling between one- and two-phonon terms in the wave functions of the low-energy $1^+$ states of the daughter nuclei is taken into account. The $\beta$-decay characteristics of the neutron-rich Cd isotopes are discussed in detail.