

ЭНЕРГЕТИЧЕСКАЯ ЗАВИСИМОСТЬ ОТНОШЕНИЯ УПРУГОГО К ПОЛНОМУ ПОПЕРЕЧНОМУ СЕЧЕНИЮ В pp - И $\bar{p}p$ -СТОЛКНОВЕНИЯХ

© 2019 г. В. А. Окороков*

Национальный исследовательский ядерный университет “МИФИ”, Москва, Россия

Поступила в редакцию 26.07.2018 г.; после доработки 26.07.2018 г.; принята к публикации 26.07.2018 г.

Представлены результаты феноменологического анализа зависимости отношения упругого к полному поперечному сечению от энергии в протон-протонном и антипротон-протонном рассеянии. Аналитические функции, предложенные на основе исследования низко- и высокоэнергетических экспериментальных данных для различных параметров рассеяния, обеспечивают количественное описание зависимости от энергии данного отношения со статистически приемлемыми качествами в широком диапазоне энергий $\sqrt{s} \geq 3$ ГэВ в случае отдельных выборок для pp -, $\bar{p}p$ -столкновений и при $\sqrt{s} \geq 5$ ГэВ для объединенного ансамбля экспериментальных данных. На основании результатов аппроксимаций получены оценки для отношения упругого к полному поперечному сечению в pp при различных \sqrt{s} вплоть до ультравысокой энергии $\sqrt{s} = 10$ ПэВ, которые могут быть полезны для действующих и будущих адронных коллайдеров, также как и для измерений космических лучей ультравысоких энергий. Наблюдается указание на начало асимптотической области при $\sqrt{s} \gtrsim 5-10$ ПэВ для рассматриваемого отношения поперечных сечений.

DOI: 10.1134/S0044002719010112

ВВЕДЕНИЕ

Экспериментальные данные однозначно свидетельствуют, что в pp - и $\bar{p}p$ -взаимодействиях упругое поперечное сечение ($\sigma_{уп}$) растет быстрее с увеличением энергии столкновения (\sqrt{s}), чем полное поперечное сечение ($\sigma_{полн}$). Это означает, что вероятность выживания (анти-)нуклонов пучка увеличивается с ростом s , и данный экспериментальный факт является важным и несколько неожиданным. Необходимо подчеркнуть, что природа этого эффекта еще не до конца понята, более того, опережающий рост $\sigma_{уп}(s)$ относительно $\sigma_{полн}(s)$ изучается существенно менее интенсивно, чем, например, поведение энергетической зависимости полного поперечного сечения в pp - и $\bar{p}p$ -столкновениях. Возможные взаимосвязи поведения $\sigma_{уп}$ в зависимости от энергии и, как следствие, вероятности выживания в (анти-)нуклонных столкновениях с Бозе-эйнштейновской конденсацией и топологией вакуума квантовой хромодинамики (КХД) рассматриваются в [1]. Как обсуждалось в [2], структура вакуума КХД может характеризоваться сильно нерегулярной, фракталоподобной геометрией. Кроме того, можно предположить, что геометрическая форма области взаимодействия может быть

сложной и соответствовать скорее фракталу, чем простейшим случаям евклидовой геометрии. Таким образом, может быть сделано предположение о влиянии как топологических свойств вакуума КХД, так и типа геометрии, используемой для аппроксимации формы сталкивающихся частиц, на зависимость от s глобальных параметров, особенно поперечных сечений адронного рассеяния. В общем случае данная гипотеза означает фундаментальную взаимосвязь между геометрией и динамикой процессов сильного взаимодействия. Однако эти качественные утверждения должны быть проверены количественным анализом экспериментальных данных.

Другая важная задача — это исследование асимптотического поведения глобальных параметров адронного, в частности, pp и $\bar{p}p$, рассеяния и поиск начала асимптотической области по энергии столкновения. Асимптотические соотношения основаны на фундаментальных свойствах квантовой теории поля (КТП), а именно, на аналитичности амплитуды рассеяния и условии унитарности. Кроме того, процессы с малой передачей импульса обеспечивают главный вклад в поперечные сечения адронных взаимодействий при больших s . Вследствие этого феноменологические исследования поведения поперечных сечений и отношений между ними в зависимости от s предоставляют широкие

*E-mail: VAOkorokov@mephi.ru; Okorokov@bnl.gov

возможности анализа основанных на КХД моделей, в частности, приближения глюонного (или глюобольного) облака, на больших расстояниях.

Таким образом, исследование энергетической зависимости соотношения между $\sigma_{\text{полн}}$ и $\sigma_{\text{уп}}$ в адронных взаимодействиях представляется важным как для развития теории сильных взаимодействий, в частности, сектора мягкой физики, так и, в более общем случае, базисных положений КТП.

1. ИЗМЕРЯЕМЫЕ ВЕЛИЧИНЫ И АППРОКСИМИРУЮЩИЕ ФУНКЦИИ

В настоящей работе отношение упругого поперечного сечения к полному поперечному сечению

$$R_{y/\pi} = \sigma_{\text{уп}}/\sigma_{\text{полн}} \quad (1)$$

изучается в зависимости от энергии столкновения в pp - и $\bar{p}p$ -взаимодействиях. В первом случае экспериментальные данные для набора глобальных параметров рассеяния $\mathcal{G}_{pp} \equiv \{\mathcal{G}_{pp}^i\}_{i=1}^2 = \{\sigma_{\text{полн}}^{pp}, \sigma_{\text{уп}}^{pp}\}$ соответствуют базе данных из [3], для $\bar{p}p$ -рассеяния выборка данных для аналогичного набора $\mathcal{G}_{\bar{p}p}$ взята из [4]. Рассматриваются полные погрешности экспериментальных точек, вычисляемые как $\Delta_{\text{полн}}^2 = \Delta_{\text{стат}}^2 + \Delta_{\text{сист}}^2$, где $\Delta_{\text{стат/сист}}$ — статистические/систематические ошибки [5].

Зависимости $\sigma_{\text{полн}}(s)$ и $\sigma_{\text{уп}}(s)$ демонстрируют подобные основные характеристики и функциональное поведение в широком энергетическом диапазоне. В общем случае поведение $\sigma_{\text{полн}}$ в области высоких энергий может быть качественно описано как $\propto \ln^\alpha \varepsilon$ для pp - и $\bar{p}p$ -столкновений, где $0 < \alpha \leq 2$, $\varepsilon \equiv s/s_0$ и $s_0 = 1 \text{ ГэВ}^2$. Такая зависимость появляется в различных подходах [3–5]. С другой стороны, член $\propto \varepsilon^{-\beta}$, предложенный в рамках АКТП — аксиоматической квантовой теории поля [6], позволяет разумно описывать экспериментальные данные при низких энергиях вплоть до $\sqrt{s} = 3 \text{ ГэВ}$ [4, 6]. Кроме того, детальный анализ энергетической зависимости параметра наклона дифракционного конуса (B) в упругом рассеянии показывает, что при аппроксимации области низких и промежуточных s функция $\propto \ln^{-\gamma} \varepsilon$ приводит к значениям $\chi^2/\text{ст.св.}$, близким к тем, которые получаются в случае степенного члена [7]. Поэтому обе обсуждаемые функции можно рассматривать в качестве возможной аппроксимации для низкоэнергетического поведения параметров из набора $\mathcal{G}_{pp/\bar{p}p}$. Учитывая изложенные аргументы, а также вид представленных ниже экспериментальных зависимостей отношения (1) от s в различных столкновениях, в рамках настоящей работы для

аппроксимации $R_{y/\pi}(s)$ предлагаются следующие аналитические функции:

$$R_{y/\pi}(s) = a_1 + a_2 \ln^{a_3} \varepsilon + a_4 \ln^{-a_5} \varepsilon, \quad (2a)$$

$$R_{y/\pi}(s) = a_1 + a_2 \ln^{a_3} \varepsilon + a_4 \varepsilon^{-a_5}, \quad (2б)$$

где значения свободных параметров a_i , $i = 1-5$ зависят от диапазона фитирования, т.е. от нижней границы энергетического интервала $s \geq s_{\text{мин}}$. Предполагается, что вторые слагаемые в функциях (2) описывают высокоэнергетическое поведение $R_{y/\pi}(s)$ и третьи слагаемые — область низких и промежуточных энергий.

В [8] было показано, что верхняя граница неупругого поперечного сечения ($\sigma_{\text{неуп}}$) для адронного взаимодействия при высокой энергии составляет 1/4 соответствующей верхней границы для $\sigma_{\text{полн}}$, т.е. $[\sup_{s \in \mathbf{S}_h \subset \mathbf{S}} \sigma_{\text{неуп}}(s) / \sup_{s \in \mathbf{S}_h \subset \mathbf{S}} \sigma_{\text{полн}}(s)] = 1/4$ в подынтервале высоких энергий $\mathbf{S}_h \subset \mathbf{S}$ с учетом одинаковых областей определения по энергии $\mathbf{S} \equiv [4m_p^2, \infty)$ для всех рассматриваемых поперечных сечений ($\sigma_{\text{полн}}$, $\sigma_{\text{уп}}$ и $\sigma_{\text{неуп}}$), где m_p — масса протона [5] и нижняя граница $\mathbf{S} = s_{\text{н.г.}} \equiv 4m_p^2$ — соответствует обсуждаемым взаимодействиям (pp , $\bar{p}p$). На основании предположений относительно свойств амплитуды рассеяния бинарного процесса $\varkappa_1 + \varkappa_2 \rightarrow \varkappa_3 + \varkappa_4$ можно показать, что в рамках АКТП сечения $\sigma_{\text{полн}}(s)$, $\sigma_{\text{уп}}(s)$ являются локально интегрируемыми функциями для $s \in \mathbf{S}$ [9]. Это означает, что эти функции интегрируемы по Риману $\forall [s_1, s_2] \subset \mathbf{S}$. В силу необходимого условия для интегрируемости по Риману поперечные сечения $\sigma_{\text{полн}}(s)$, $\sigma_{\text{уп}}(s)$ — ограниченные функции $\forall [s_1, s_2] \subset \mathbf{S}$ (см., например, [10]). Вследствие условия унитарности $\sigma_{\text{полн}} = \sigma_{\text{уп}} + \sigma_{\text{неуп}}$ и свойств линейности все указанные свойства справедливы также и для $\sigma_{\text{неуп}}(s)$. В настоящее время считается надежно установленным как теоретически, так и экспериментально, что все рассматриваемые сечения увеличиваются с ростом s , по крайней мере, при высоких энергиях [5]. Поэтому справедливы следующие утверждения: (а) $\forall i$, $i = \text{полн, неуп, уп}$: $\exists \lim_{s \rightarrow \infty} \sigma_i(s) \equiv L_i$ и L_i конечный; (б) $\forall i$, $i = \text{полн, неуп, уп}$: $\sup_{s \in \mathbf{S}_h} \sigma_i(s) = \lim_{s \rightarrow \infty} \sigma_i(s)$. Тогда можно записать

$$\begin{aligned} \frac{\sup_{s \in \mathbf{S}_h \subset \mathbf{S}} \sigma_{\text{неуп}}(s)}{\sup_{s \in \mathbf{S}_h \subset \mathbf{S}} \sigma_{\text{полн}}(s)} &= \frac{\lim_{s \rightarrow \infty} \sigma_{\text{неуп}}(s)}{\lim_{s \rightarrow \infty} \sigma_{\text{полн}}(s)} = \quad (3) \\ &= \lim_{s \rightarrow \infty} \frac{\sigma_{\text{неуп}}(s)}{\sigma_{\text{полн}}(s)} \equiv \lim_{s \rightarrow \infty} R_{\text{н/п}}(s), \end{aligned}$$

где $R_{\text{н/п}} = \sigma_{\text{неуп}}/\sigma_{\text{полн}}$. Это означает, что

$$[R_{y/\pi}(s)]_{s \rightarrow \infty} \rightarrow 3/4, \quad (4)$$

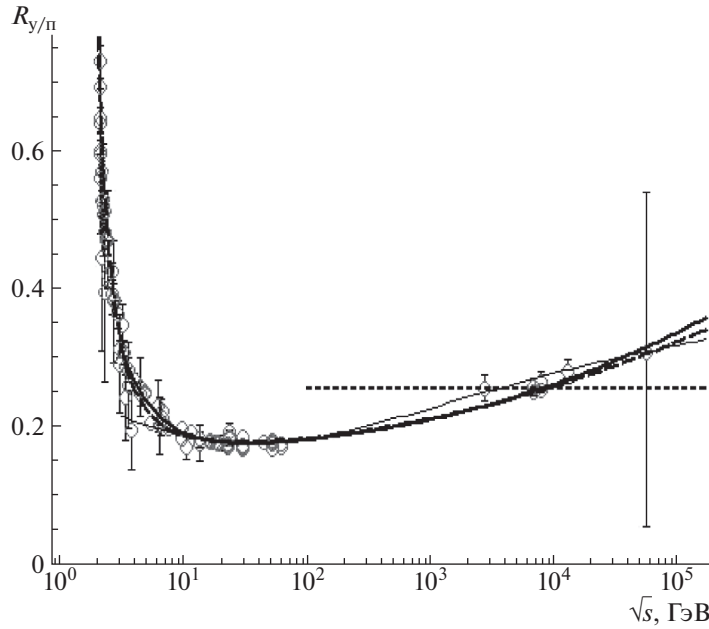


Рис. 1. Энергетическая зависимость отношения σ_{un} к $\sigma_{полн}$ в pp -столкновениях. Кривые: штриховая — фит функцией (2а) при $\sqrt{s_{мин}} = 2$ ГэВ, сплошная — функцией (2б) при $\sqrt{s_{мин}} = 3$ ГэВ, точечная — константой при $\sqrt{s_{мин}} = 100$ ГэВ (см. детальное описание в тексте), тонкая сплошная — отношения аппроксимаций для $\sigma_{un}(s)$ из [12] и для $\sigma_{полн}(s)$ из [5]. Точки — экспериментальные данные из [3].

учитывая условие унитарности. Обе фитирующие функции (2) имеют единую асимптотику:

$$[R_{y/\pi}(s)]_{s \rightarrow \infty} \approx a_1 + a_2 \ln^{a_3} \varepsilon, \quad (5)$$

поскольку при $s \rightarrow \infty$ вклады членов, соответствующих области низких энергий, в (2а) и (2б) становятся пренебрежимо малыми. Как следствие, можно получить следующее соотношение:

$$s_a \sim s_0 \exp \left\{ [(3/4 - a_1)/a_2]^{1/a_3} \right\} \quad (6)$$

для энергии столкновения, при которой должен начать проявляться асимптотический режим в pp - и $\bar{p}p$ -взаимодействиях¹⁾.

Экспериментальная характеристика (1) также может быть связана с параметром $\kappa(s) \equiv \sigma_{полн}(s)/8\pi B(s)$, рассматриваемым в качестве сигнатуры начала асимптотической области для таких глобальных параметров рассеяния, как $\sigma_{полн}(s)$, $B(s)$ и т.д. [3], соотношениями

$$\kappa(s) = 2R_{y/\pi}(s)[1 + \rho^2(s)]^{-1}, \quad (7)$$

¹⁾Очевидно, что величина оценки нижней границы асимптотической области s_a — физически объективная количественная характеристика, которая является постоянной, по крайней мере, для рассматриваемой измеряемой величины, и не зависит от конкретного вида аппроксимирующей функции для данной величины. Вид этой функции определяет только соответствующее соотношение между оценкой асимптотической энергии и свободными параметрами фита.

$$\lim_{\rho \rightarrow 0} \kappa(s) = 2R_{y/\pi}(s),$$

где $\rho(s) \equiv \text{Re}F(s, 0)/\text{Im}F(s, 0)$ — отношение реальной к мнимой части амплитуды рассеяния под малым (нулевым) углом. Можно отметить, что в соответствии с экспериментальными данными $|\rho(s)| \lesssim 0.3(0.2)$ при $\sqrt{s} \gtrsim 5(3)$ ГэВ в $pp(\bar{p}p)$ -столкновениях [4]. Поэтому предельный переход в (7) справедлив в широком диапазоне энергии как в pp -, так и в $\bar{p}p$ -рассеянии на уровне точности лучше чем 0.1.

2. ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНЫЕ ДАННЫЕ И РЕЗУЛЬТАТЫ ФИТОВ

На рис. 1, 2 представлена зависимость отношения (1) от \sqrt{s} для pp - и $\bar{p}p$ -столкновений соответственно [11]. Экспериментальные данные для $R_{y/\pi}$ доступны при $\sqrt{s} \geq 2.03$ (1.89) ГэВ в упругом $pp(\bar{p}p)$ -рассеянии. Наличие резкого пика в $R_{y/\pi}(s)$ вблизи нижней границы по энергии $\sqrt{s_{н.г}}$ для $\bar{p}p$ -рассеяния (рис. 2) *a priori* не позволяет использовать уравнения (2) для аппроксимации всех доступных данных. Поэтому наименьшее значение по \sqrt{s} , при котором зависимость $R_{y/\pi}(s)$ может быть аппроксимирована функциями (2) как в pp , так и в $\bar{p}p$, должно быть не менее 2 ГэВ. Кроме того, на рис. 1 экспериментальные данные для $R_{y/\pi}$ качественно согласуются с константой при $\sqrt{s} \geq 100$ ГэВ и, возможно, с учетом малого количества

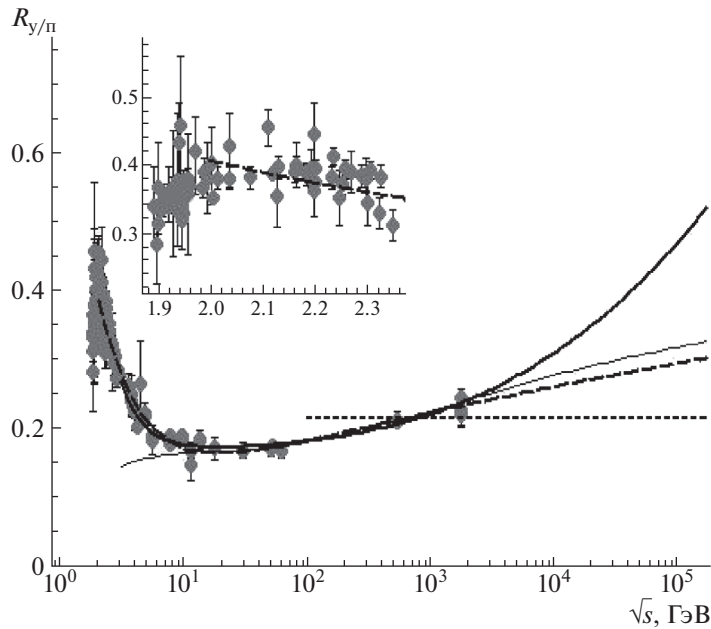


Рис. 2. Зависимость отношения $\sigma_{y/p}$ к $\sigma_{\text{полн}}$ от \sqrt{s} в $\bar{p}p$ -столкновениях. Кривые: штриховая — фит функции (2б) при $\sqrt{s_{\text{мин}}} = 2$ ГэВ, сплошная — функцией (2б) при $\sqrt{s_{\text{мин}}} = 3$ ГэВ, точечная — константой при $\sqrt{s_{\text{мин}}} = 100$ ГэВ (см. детальное описание в тексте), тонкая сплошная кривая — отношение аппроксимации для $\sigma_{y/p}(s)$ из [12] к аналитической функции, описывающей $\sigma_{\text{полн}}(s)$ в [5]. Врезка: экспериментальные данные и аппроксимирующая кривая для узкого интервала $\sqrt{s} = 1.86\text{--}2.36$ ГэВ вблизи нижней границы по энергии. Точки — экспериментальные данные из [4].

точек, это утверждение также справедливо и для $\bar{p}p$ (рис. 2). Поэтому дополнительно выполняется фитирование зависимости $R_{y/p}(s)$ константой, $R_{y/p}(s) = a_0$, при $\sqrt{s_{\text{мин}}} = 100$ ГэВ для реакций упругого pp - и $\bar{p}p$ -рассеяния²⁾. Численные значения параметров фитирования приведены в табл. 1, 2 для аппроксимаций экспериментальных зависимостей $R_{y/p}(s)$ предложенными функциями при различных $s_{\text{мин}}$ для pp и $\bar{p}p$ соответственно.

При $\sqrt{s_{\text{мин}}} = 2$ ГэВ, несмотря на то, что функция (2а) приводит к значительно лучшему $\chi^2/\text{ст.св.}$, чем функция (2б), качество фита оказывается низким для обеих рассматриваемых аппроксимаций (2) в случае упругих pp -взаимодействий; для $\bar{p}p$ наблюдается противоположная ситуация относительно соотношения $\chi^2/\text{ст.св.}$ для (2а) и (2б). Из табл. 1, 2 видно, что обе функции (2) аппроксимируют экспериментальную зависимость $R_{y/p}(s)$ для pp , $\bar{p}p$ со статистически приемлемым качеством для широкого диапазона $\sqrt{s} \geq 3$ ГэВ,

²⁾Из рис. 1, 2 видно, что существует большой разрыв между измерениями при наивысшей энергии ускорителя Intersecting Storage Rings (ISR) $\sqrt{s} \approx 63$ ГэВ и ближайшей правой точкой при $\sqrt{s} = 2760$ (546) ГэВ для pp ($\bar{p}p$). Поэтому выбор $\sqrt{s} = 100$ ГэВ в качестве нижней границы для интервала фитирования константой является условным, и это значение используется ниже без потери общности.

который покрывает область энергий, в которой приближение $1 + \rho^2 \approx 1$ выполняется на уровне точности не хуже 0.09, 0.04 соответственно. Поэтому в оставшейся части абзаца обсуждение сосредоточено на результатах для значений $\sqrt{s_{\text{мин}}} \geq 3$ ГэВ (табл. 1, 2). Для pp -столкновений поведение обобщенной логарифмической функции (2а) близко к $\ln \varepsilon$ при высоких энергиях, особенно для $\sqrt{s_{\text{мин}}} = 3$ ГэВ, в то время как функция (2б) приводит к значительно более быстрому росту в диапазоне высоких энергий при соответствующем $s_{\text{мин}}$, а именно, значение a_3 почти совпадает с 2.0 в пределах двух стандартных отклонений. В случае $\bar{p}p$ параметр фита a_3 характеризуется большим разбросом значений (табл. 2): функция (2а) является близкой к $\ln \varepsilon$ при высоких энергиях для $\sqrt{s_{\text{мин}}} = 3$ ГэВ, тогда как значение a_3 совпадает с 2.0 в пределах двух стандартных отклонений при больших $s_{\text{мин}}$; функция (2б) приводит к большому различию между аппроксимирующими кривыми для разных $s_{\text{мин}}$ при высоких энергиях, в частности, фит (2б) при $\sqrt{s_{\text{мин}}} = 3$ ГэВ характеризуется очень быстрым ростом. Хотя функции (2а) и (2б) демонстрируют близкие значения $\chi^2/\text{ст.св.}$, поведение $R_{y/p}(s)$ для малых и промежуточных s несколько лучше описывается степенной зависимостью от ε , чем степенью $\ln \varepsilon$. При $\sqrt{s_{\text{мин}}} = 100$ ГэВ константа согласуется с экспериментальными точками для

Таблица 1. Результаты фитирования $R_{y/p}(s)$ в упругом pp -рассеянии

$\sqrt{s_{\text{мин}}}$, ГэВ	Параметр					
	a_1	$a_2 \times 10^3$	a_3	a_4	a_5	$\chi^2/\text{ст.св.}$
(2а)						
2	0.1596 ± 0.0015	0.136 ± 0.016	2.26 ± 0.04	1.57 ± 0.04	2.71 ± 0.05	371/87
3	0.016 ± 0.009	15 ± 4	0.94 ± 0.08	0.74 ± 0.06	1.20 ± 0.10	55.5/55
5	0.052 ± 0.025	3.8 ± 1.6	1.33 ± 0.11	0.481 ± 0.019	0.95 ± 0.08	41.9/41
(2б)						
2	0.1794 ± 0.0008	$(7.4 \pm 2.0) \times 10^{-5}$	4.79 ± 0.09	3.91 ± 0.27	1.40 ± 0.04	516/87
3	0.164 ± 0.003	0.06 ± 0.04	2.55 ± 0.25	0.87 ± 0.14	0.76 ± 0.06	54.5/55
5	0.157 ± 0.005	0.16 ± 0.09	2.23 ± 0.19	0.44 ± 0.17	0.58 ± 0.11	41.6/41
константа						
10^2	0.255 ± 0.004	—	—	—	—	3.04/6

Таблица 2. Результаты фитирования $R_{y/p}(s)$ в упругом $\bar{p}p$ -рассеянии

$\sqrt{s_{\text{мин}}}$, ГэВ	Параметр					
	a_1	$a_2 \times 10^3$	a_3	a_4	a_5	$\chi^2/\text{ст.св.}$
(2а)						
2	$(2.50 \pm 0.04) \times 10^{-4}$	3.2 ± 1.2	1.52 ± 0.13	0.542 ± 0.007	0.86 ± 0.03	334/88
3	0.089 ± 0.017	8 ± 4	1.03 ± 0.13	0.69 ± 0.06	1.76 ± 0.09	32.3/28
5	0.137 ± 0.016	0.17 ± 0.09	2.33 ± 0.20	0.24 ± 0.08	1.2 ± 0.4	12.2/16
(2б)						
2	0.025 ± 0.008	41 ± 6	0.60 ± 0.07	0.776 ± 0.024	0.61 ± 0.03	266/88
3	0.170 ± 0.005	0.0066 ± 0.0026	3.4 ± 0.8	1.5 ± 0.8	1.17 ± 0.22	31.6/28
5	0.058 ± 0.027	5 ± 3	1.331 ± 0.024	0.21 ± 0.06	0.19 ± 0.13	11.8/16
константа						
10^2	0.217 ± 0.005	—	—	—	—	7.03/4

обоих типов столкновений (pp и $\bar{p}p$) на количественном уровне.

Сравнение аппроксимирующих кривых, полученных для различных функций (2) и значений $s_{\text{мин}}$, позволяет сделать следующие качественные заключения. В соответствии с численными результатами фитирования (табл. 1, 2) зависимость от типа аппроксимирующей функции при фиксированном значении $\sqrt{s_{\text{мин}}} = 2-5$ ГэВ проявляется наиболее сильно при наименьшем из рассматриваемых значений нижней границы для фитируемого интервала по s и ослабевает с ростом $s_{\text{мин}}$ как в pp -, так и в $\bar{p}p$ -столкновениях. При $\sqrt{s_{\text{мин}}} = 2$ ГэВ видимое различие наблюдается между кривыми,

полученными с помощью (2а) и (2б) для $\sqrt{s} \gtrsim 100$ ГэВ для pp и даже при $\sqrt{s} \gtrsim 20$ ГэВ для $\bar{p}p$. Диапазон близкого поведения для (2а) и (2б) значительно расширяется при больших $s_{\text{мин}}$. Соответствующие кривые расположены близко друг к другу для $\sqrt{s} \gtrsim 10$ (1) ТэВ при $\sqrt{s_{\text{мин}}} = 3$ ГэВ и для $\sqrt{s} \gtrsim 100$ (10) ТэВ при $\sqrt{s_{\text{мин}}} = 5$ ГэВ в $pp(\bar{p}p)$ -рассеянии, т.е. в последнем случае фитирующая кривая для протон-протонных или антипротон-протонных данных очень слабо зависит от типа функций (2) при любых экспериментально достигнутых энергиях. Ситуация с зависимостью аппроксимирующих кривых от $s_{\text{мин}}$ при фиксированном

типе функции в (2) подобна для обоих изучаемых типов упругих столкновений. Кривые, полученные на основе (2а), демонстрируют близкое поведение при всех рассматриваемых $s_{\text{мин}}$, особенно при $\sqrt{s_{\text{мин}}} = 3$ и 5 ГэВ в экспериментально измеренной области энергии с несколько большим различием между аппроксимациями для $\bar{p}p$, чем для pp . Для функции (2б) аппроксимирующая кривая при $\sqrt{s_{\text{мин}}} = 2$ ГэВ заметно отличается от двух других, которые фактически совпадают друг с другом при $5 \leq \sqrt{s} < 10^5$ (2000) ГэВ для pp ($\bar{p}p$). Качественные соотношения, указанные выше для различных аппроксимирующих кривых, объясняются, главным образом, влиянием данных при низких энергиях, которые исключаются из фитируемых выборок при $\sqrt{s_{\text{мин}}} \geq 3$ ГэВ.

Гладкие кривые на рис. 1, 2 соответствуют фитам с лучшим качеством при каждом фиксированном $\sqrt{s_{\text{мин}}} = 2$ и 3 ГэВ, т.е. в соответствии с табл. 1, 2 аппроксимации функцией (2а) при $\sqrt{s_{\text{мин}}} = 2$ ГэВ и (2б) при $\sqrt{s_{\text{мин}}} = 3$ ГэВ показаны для pp -столкновений; кривые, полученные на основе (2б) при обоих указанных $\sqrt{s_{\text{мин}}}$, представлены для упругой $\bar{p}p$ -реакции. Предложенные функции (2а) и (2б) разумно согласуются с экспериментальными данными вплоть до $\sqrt{s_{\text{мин}}} = 2$ ГэВ как для pp - (рис. 1), так и для $\bar{p}p$ -рассеяния (рис. 2). Фитирующие кривые, показанные на рис. 1 для pp , демонстрируют близкое поведение при всех экспериментально доступных энергиях, в то время как для $\bar{p}p$ аппроксимация при $\sqrt{s_{\text{мин}}} = 2$ ГэВ растет значительно медленнее в высокоэнергетическом диапазоне, чем кривая при $\sqrt{s_{\text{мин}}} = 3$ ГэВ (рис. 2). Врезка на рис. 2 показывает в деталях изменение тенденции в $R_{y/p}(s)$ вблизи нижней пороговой энергии $\sqrt{s_{\text{н.г.}}}$ для $\bar{p}p$ -столкновений и подтверждает справедливость аппроксимаций имеющих экспериментальных данных функциями (2) при $\sqrt{s} \geq 2$ ГэВ. Как указано выше, фитирующая кривая (2б) при $\sqrt{s_{\text{мин}}} = 3$ ГэВ для $\bar{p}p$ демонстрирует очень быстрый рост для области мультиТэВных энергий по сравнению как с другими аппроксимациями для $\bar{p}p$, так и с соответствующей кривой для pp . Но это различие может определяться отсутствием экспериментальных точек для первого случая при $\sqrt{s} > 2$ ГэВ. Поэтому для более определенных физических заключений относительно высокоэнергетического поведения $R_{y/p}(s)$ на рис. 2 принципиально важны новые экспериментальные данные для $\bar{p}p$ при мультиТэВных энергиях. Результаты настоящей работы сравниваются с отношением фитирующей функции для $\sigma_{\text{уп}}$ из [12] к “стандартным” гладким аппроксимациям для $\sigma_{\text{полн}}$ в pp - и $\bar{p}p$ -реакциях из [5], показанным тонкой линией на рис. 1, 2 соответственно. Как ожидалось, эти

кривые лежат несколько ниже, чем большинство экспериментальных точек при $\sqrt{s} < 10$ ГэВ, поскольку аппроксимация $\sigma_{\text{уп}}$ была выполнена только при $\sqrt{s} \geq 10$ ГэВ [12]. Для pp -столкновений наблюдается заметное несоответствие между гладкими кривыми (2) и аппроксимацией, основанной на параметризациях из [5, 12], в области энергий $\sqrt{s} \sim 0.3\text{--}30$ ТэВ (рис. 1). Для выбора предпочтительного подхода полезны новые экспериментальные данные, которые могут быть получены на Relativistic Heavy Ion Collider (RHIC) при $\sqrt{s} \sim 0.1\text{--}0.5$ ТэВ и в низкоэнергетической моде на Large Hadron Collider (LHC) при $\sqrt{s} \sim 1.0$ ТэВ. Кривая для pp , основанная на [5, 12], демонстрирует более медленный рост для $R_{y/p}(s)$ при ультравысоких энергиях $\sqrt{s} \gtrsim 100$ ТэВ относительно функций (2) при различных $s_{\text{мин}}$, и эта особенность может оказаться важной для оценки начала асимптотического режима. Аппроксимирующая кривая для $\bar{p}p$, рассчитанная на основе параметризаций из [5, 12], очень близка к кривым с лучшими $\chi^2/\text{ст.св.}$, полученными в рамках настоящей работы при $\sqrt{s_{\text{мин}}} = 2$ и 3 ГэВ в диапазоне энергий $10 \lesssim \sqrt{s} \lesssim 2000$ ГэВ, тогда как для более высоких энергий появляется некоторое различие (рис. 2). Это расхождение между различными аппроксимациями для $R_{y/p}(s)$ в $\bar{p}p$ увеличивается с ростом s .

Из рис. 1, 2 видно, что экспериментальные зависимости $R_{y/p}(s)$ для pp - и $\bar{p}p$ -столкновений демонстрируют подобное, по крайней мере, на качественном уровне, функциональное поведение при $\sqrt{s} > 2$ ГэВ, т.е. во всей доступной для сравнения области \sqrt{s} . Поэтому отношение (1) также было рассмотрено для объединенной выборки, включающей данные для pp - и $\bar{p}p$ -взаимодействий³⁾. Рисунок 3 демонстрирует экспериментальную зависимость $R_{y/p}(s)$ совместно с аппроксимациями, детально описанными ниже, для нуклон-нуклонного рассеяния. Численные значения параметров фита $R_{y/p}(s)$ функциями (2) приведены в табл. 3 для различных $\sqrt{s_{\text{мин}}}$. Функции (2а) и (2б) описывают набор данных для отношения (1) в нуклон-нуклонном рассеянии с близкими значениями $\chi^2/\text{ст.св.}$ при любых $\sqrt{s_{\text{мин}}} = 2\text{--}5$ ГэВ, при этом статистически приемлемое качество достигается только при $\sqrt{s_{\text{мин}}} = 5$ ГэВ. Кроме того, функция (2б) обеспечивает несколько лучшее качество фитирования, особенно при $\sqrt{s_{\text{мин}}} = 2$ ГэВ, чем обобщенная логарифмическая функция (2а). В отличие от аппроксимаций отдельных для pp и $\bar{p}p$ выборок фити-

³⁾Ниже для краткости объединенная выборка также называется набором данных для нуклон-нуклонного рассеяния.

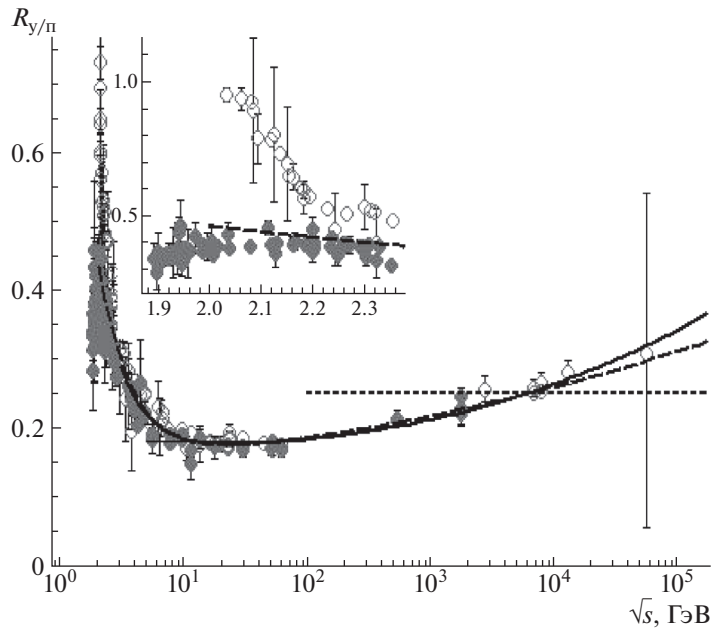


Рис. 3. Зависимость отношения $R_{y/\pi}$ от \sqrt{s} в случае объединенной выборки для pp - (светлые точки) и $\bar{p}p$ - (темные точки) столкновений. Кривые: штриховая — фит функции (2б) при $\sqrt{s_{\min}} = 2$ ГэВ, сплошная — функцией (2б) при $\sqrt{s_{\min}} = 3$ ГэВ, точечная — константой при $\sqrt{s_{\min}} = 1$ ГэВ, тонкая сплошная — аппроксимация константой в диапазоне промежуточных энергий при $\sqrt{s_1} = 10$ ГэВ (см. детальное описание в тексте). Врезка: экспериментальные данные и аппроксимирующая кривая для узкого интервала $\sqrt{s} = 1.86\text{--}2.36$ ГэВ вблизи нижней границы по энергии. Точки — экспериментальные данные из [3, 4].

рование $R_{y/\pi}(s)$ для объединенного набора данных по нуклон-нуклонным столкновениям константой со статистически приемлемым качеством возможно только в диапазоне ТэВных энергий. Поскольку в этой области s доминирующий вклад дают эксперименты по pp -рассеянию, то, как и ожидалось, значение a_0 для объединенной выборки совпадает в пределах погрешностей со значением константы для pp -взаимодействий. Врезка на рис. 3 показывает в деталях $R_{y/\pi}(s)$ вблизи нижней пороговой энергии $\sqrt{s_{\text{н.г.}}}$ для pp и $\bar{p}p$. Данный интервал по s характеризуется существенной дисперсией экспериментальных точек в pp , $\bar{p}p$, которая приводит к неприемлемо большому $\chi^2/\text{ст.св.}$ при $\sqrt{s_{\min}} = 2$ ГэВ. С другой стороны, экспериментальные результаты в столкновениях рассматриваемых типов демонстрируют подобные тенденции — уменьшение отношения (1) с увеличением энергии столкновения — при $\sqrt{s} > 2.1\text{--}2.2$ ГэВ, что приводит к быстрому улучшению согласия между данными для pp и $\bar{p}p$. Таким образом, детальный анализ результатов для $R_{y/\pi}$ в нуклон-нуклонных столкновениях при низких энергиях подтверждает качественный вывод, сделанный выше относительно подобного функционального поведения $R_{y/\pi}(s)$ в упругих pp - и $\bar{p}p$ -реакциях почти во всей области энергии, которая доступна для сравнения экспериментальных

данных для этих двух процессов сильного взаимодействия.

Имеются следующие качественные соотношения между аппроксимирующими кривыми для различных параметризаций в (2) и значений s_{\min} . В случае функции (2а) фиты демонстрируют близкое поведение при всех рассматриваемых s_{\min} при любых s , достигнутых в ускорительных экспериментах. Более того, это утверждение также справедливо и для параметризации (2б) в отличие от случая отдельных для pp и $\bar{p}p$ выборок. Для нуклон-нуклонных столкновений ситуация относительно влияния типа параметризации при фиксированном s_{\min} менее однозначна, чем для pp и $\bar{p}p$. При значениях $\sqrt{s_{\min}} = 3$ и 5 ГэВ заметные различия между двумя кривыми (2а) и (2б) наблюдаются в области энергий $\sqrt{s} \geq 10$ ТэВ, причем в первом случае различие намного больше. Но для наименьшего значения нижней границы фитируемого интервала энергии $\sqrt{s_{\min}} = 2$ ГэВ аппроксимирующие кривые, полученные на основе различных функций в (2), очень близки друг другу вплоть до $\sqrt{s} \approx 100$ ТэВ, и различие между ними становится заметным только при $\sqrt{s} \gtrsim 0.5$ ПэВ.

Важно отметить, что вплоть до получения результатов ЛНС рассматривалась гипотеза о независимости феноменологического параметра, связанного с $R_{y/\pi}(s)$, от s при промежуточных

Таблица 3. Результаты фитирования $R_{y/n}(s)$ в случае объединенной выборки для упругих pp - и $\bar{p}p$ -столкновений

$\sqrt{s_{\text{мин}}}$, ГэВ	Параметр					
	a_1	$a_2 \times 10^3$	a_3	a_4	a_5	$\chi^2/\text{ст.св.}$
(2а)						
2	$(2.0 \pm 0.6) \times 10^{-4}$	7.8 ± 0.4	0.931 ± 0.017	0.638 ± 0.005	1.073 ± 0.013	3279/180
3	0.018 ± 0.006	9.9 ± 1.5	0.83 ± 0.06	0.64 ± 0.05	1.22 ± 0.12	230/88
5	0.153 ± 0.004	0.067 ± 0.028	2.30 ± 0.13	0.55 ± 0.17	1.92 ± 0.24	108/62
(2б)						
2	0.155 ± 0.003	0.28 ± 0.11	1.80 ± 0.12	0.952 ± 0.026	0.822 ± 0.021	3191/180
3	0.169 ± 0.003	0.018 ± 0.003	2.7 ± 0.3	0.97 ± 0.18	0.91 ± 0.08	230/88
5	0.121 ± 0.006	1.0 ± 0.3	1.48 ± 0.11	0.207 ± 0.025	0.32 ± 0.04	105/62
константа						
10^3	0.252 ± 0.003	—	—	—	—	9.72/9

Таблица 4. Оценки $R_{y/n}(s)$ для pp на основе результатов фита при $\sqrt{s_{\text{мин}}} = 5$ ГэВ

Функ- ция	\sqrt{s} , ТэВ							
	RHIC			LHC		HE-LHC, LHC-предел		
	0.20	0.41	0.51	0.90	14	28	33	42
(2а)	0.19 ± 0.05	0.20 ± 0.06	0.20 ± 0.06	0.21 ± 0.07	0.27 ± 0.11	0.29 ± 0.12	0.29 ± 0.12	0.30 ± 0.12
(2б)	0.188 ± 0.023	0.20 ± 0.03	0.20 ± 0.03	0.21 ± 0.04	0.27 ± 0.09	0.29 ± 0.11	0.29 ± 0.11	0.30 ± 0.12
SPPC, FCC-hh, VLHC-I, II								
	40	50	70.6	100	125	150	175	200
(2а)	0.30 ± 0.12	0.30 ± 0.13	0.31 ± 0.13	0.32 ± 0.14	0.33 ± 0.14	0.33 ± 0.15	0.34 ± 0.15	0.34 ± 0.15
(2б)	0.30 ± 0.12	0.31 ± 0.12	0.32 ± 0.14	0.33 ± 0.14	0.34 ± 0.15	0.34 ± 0.16	0.35 ± 0.16	0.35 ± 0.17
Космические лучи ультравысоких энергий						ПЭВные энергии		
	110	170	250	500	750	10^3	5×10^3	10^4
(2а)	0.33 ± 0.14	0.34 ± 0.15	0.35 ± 0.15	0.37 ± 0.17	0.38 ± 0.17	0.39 ± 0.18	0.43 ± 0.21	0.46 ± 0.22
(2б)	0.33 ± 0.15	0.35 ± 0.16	0.36 ± 0.17	0.39 ± 0.20	0.40 ± 0.21	0.41 ± 0.22	0.49 ± 0.29	0.5 ± 0.3

энергиях в упругих pp - и $\bar{p}p$ -столкновениях [13]. Действительно, из рис. 1–3 видно, что экспериментальная зависимость $R_{y/n}(s)$ является почти плоской в достаточно широкой области энергии от $\sqrt{s} \sim 5$ –10 ГэВ до $\sqrt{s} \approx 63$ ГэВ. Для полноты информации отношение (1) было аппроксимировано константой при промежуточных энергиях $s_1 \leq s \leq 10^4$ ГэВ² со следующими результатами: $a_0 = 0.1789 \pm 0.0008$, $\chi^2/\text{ст.св.} = 28.3/28$ при $\sqrt{s_1} = 10$ ГэВ для pp -столкновений; $a_0 = 0.1805 \pm 0.0017$, $\chi^2/\text{ст.св.} = 13.2/15$ при $\sqrt{s_1} = 5$ ГэВ для

$\bar{p}p$; $a_0 = 0.1786 \pm 0.0008$, $\chi^2/\text{ст.св.} = 33.4/37$ при $\sqrt{s_1} = 10$ ГэВ для нуклон-нуклонного рассеяния. В последнем случае аппроксимация показана тонкой линией на рис. 3, и численные результаты фита подтверждают гипотезу о независимом от s поведении $R_{y/n}(s)$ в обоих случаях отдельных выборок для pp , $\bar{p}p$ и объединенного набора данных для нуклон-нуклонного рассеяния в рассматриваемом диапазоне промежуточных энергий. Но измерения при ТэВных энергиях однозначно указывают, что гипотеза о постоянном $R_{y/n}(s)$ справедлива только в некоторой ограниченной области энергии и

этот эффект обусловлен (а) широким и плоским минимумом в $\sigma_{\text{полн}}(s)$ и почти независимым от s поведением $\sigma_{\text{уп}}(s)$ в диапазоне промежуточных энергий $5 \lesssim \sqrt{s} \lesssim 100$ ГэВ и/или (б) относительно небольшим количеством экспериментальных точек при $\sqrt{s} > 0.5$ ТэВ для pp -, $\bar{p}p$ -столкновений. Рисунок 3 однозначно подтверждает этот вывод плавным увеличением $R_{y/p}(s)$ в области энергий $\sqrt{s} \gtrsim 5$ ГэВ. Поэтому явный эффект постоянства $R_{y/p}(s)$ объясняется скорее кинематическими (ограниченный диапазон s и большой промежуток между двумя подмножествами экспериментальных данных) и/или методологическими (малый объем подвыборки данных) причинами, чем особенностями динамики процессов сильного взаимодействия. Как известно, рост $R_{y/p}(s)$ является сильным аргументом против геометрической модели и может быть рассмотрен как признак усиления непрозрачности (анти-)нуклона с увеличением s [13].

3. ПОИСК НАЧАЛА АСИМПТОТИЧЕСКОЙ ОБЛАСТИ

Аналитические функции (2) и численные результаты фитингов (табл. 1, 2) позволяют получить количественные оценки отношения $R_{y/p}$ при различных энергиях столкновения. Нижеследующие оценки получены в рамках стандартной модели (СМ) без учета каких-либо гипотез относительно вкладов физики вне СМ. Известно, что до настоящего времени не получено никаких свидетельств в пользу появления физических процессов и/или частиц вне СМ, которые могли бы оказать влияние на энергетическое поведение параметров из наборов $\mathcal{G}_{pp, \bar{p}p}$. Таким образом, использование подхода, основанного на СМ, представляется обоснованным и разумным. Необходимо отметить, что непрерывный рост функций (2) с увеличением s при $\sqrt{s} \geq 3$ ГэВ обусловлен тенденцией в доступных экспериментальных данных. Но, как можно ожидать на качественном уровне, приближение к началу асимптотической области при дальнейшем увеличении s должно приводить к переходу к насыщению в $R_{y/p}(s)$. Очевидно, этот качественный эффект не может быть учтен в рамках модельно независимой аппроксимации. Как отмечено выше, отсутствие экспериментальных данных для $\bar{p}p$ в области мультиТэВных энергий приводит к существенной неопределенности в поведении $R_{y/p}(s)$ при высоких энергиях. Более того, большинство действующих научно-ускорительных комплексов (RHIC, LHC), так же как и международные проекты для возможного будущего адронного коллайдера на более высокие энергии (Future Circular Collider — FCC-hh, Super Proton-Proton Collider — SPPC, Very Large

Hadron Collider — VLHC) используют протонные пучки [14–16]. Поэтому ниже обсуждение сосредоточено на pp -рассеянии. Оценки для диапазонов энергий проектов Facility for Antiproton and Ion Research (FAIR) и Nuclotron-based Ion Collider fAcility (NICA) не делаются вследствие причин, детально обсужденных в [4].

Сравнение различных фитирующих кривых показывает, что самая слабая зависимость результатов от типа аппроксимирующей функции с сохранением статистически приемлемого $\chi^2/\text{ст.св.}$ наблюдается при $\sqrt{s_{\text{мин}}} = 5$ ГэВ. Поэтому в табл. 4 представлены оценки для $R_{y/p}(s)$, которые вычислены на основе результатов, полученных фитированием экспериментальной выборки для pp -рассеяния функциями (2а) и (2б) при $\sqrt{s_{\text{мин}}} = 5$ ГэВ (табл. 1). Как ожидалось, значения $R_{y/p}(s)$ для двух рассматриваемых функций совпадают в пределах погрешностей при каждом s . Отношение (1) достигает асимптотического уровня при $\sqrt{s} \gtrsim 5\text{--}10$ ПэВ в пределах 1.3–1.5 стандартных отклонений для (2а) и в пределах больших погрешностей для (2б), но медианные значения $R_{y/p}(s)$ все еще значительно меньше 3/4 для обеих функций (2). Таким образом, результаты табл. 4 можно рассматривать только как указание на начало асимптотического режима в упругих pp -соударениях при $\sqrt{s_a} \sim 5\text{--}10$ ПэВ. Необходимо отметить, что доступные экспериментальные данные позволяют получить только достаточно грубую оценку по порядку величины для граничной энергии асимптотической области. С этой точки зрения оценка s_a данной работы количественно согласуется с результатами для нижней границы по s асимптотической области для поперечных сечений ($\sigma_{\text{полн}}$, $\sigma_{\text{уп}}$ и $\sigma_{\text{неуп}}$), полученными в рамках приближения партонных дисков [17]. Кроме того, значение s_a , полученное здесь, разумно согласуется, по крайней мере, на качественном уровне с результатами исследования асимптотического поведения $\sigma_{\text{полн}}$ в подходе АКТП [18], но значительно меньше, чем оценка s_a , которая может быть получена с помощью параметра κ в рамках редже-эйкональной модели [3]. Таким образом, в целом численные результаты настоящей работы однозначно подтверждают важное заключение, сделанное на основе других указанных выше подходов, а именно, что начало асимптотической области для глобальных параметров рассеяния находится при энергиях, больших чем, по крайней мере, $\mathcal{O}(100$ ТэВ), и, что представляется более вероятным, даже в области мультиПэВных энергий. Новые экспериментальные данные с высокой статистической обеспеченностью при энергиях $\sqrt{s} \sim \mathcal{O}(100$ ТэВ), так же как и развитие феноменологических моделей, принципиально важны

для уточнения имеющихся оценок для s_a . Такие данные могут быть получены в будущих коллайдерных экспериментах и при изучении космических лучей ультравысоких энергий. Возможно, выбор подходящих параметров, которые чувствительны к переходу в асимптотический режим, и последующий совместный феноменологический анализ их зависимостей от s позволят повысить точность количественных оценок для нижней границы асимптотической области в адронных столкновениях.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Резюмируя изложенное выше, можно сделать следующие выводы.

Выполнен детальный анализ зависимости отношения упругого к полному поперечному сечению $R_{y/p}$ от энергии для pp - и $\bar{p}p$ -столкновений, а также в случае объединенной выборки для указанных взаимодействий. Для аппроксимации $R_{y/p}(s)$ предложены аналитические параметризации с обобщенным логарифмическим членом, описывающим область высоких энергий, и двумя различными функциональными представлениями низкоэнергетического слагаемого. Указанные функции разумно описывают все доступные экспериментальные данные как для pp , так и для $\bar{p}p$, за исключением узкого интервала $\sqrt{s} < 2$ ГэВ вблизи нижней границы по энергии в последнем случае. Обе параметризации обеспечивают статистически приемлемые и близкие качества фитирования для широкого диапазона энергий $\sqrt{s} \geq 3$ ГэВ в pp - и $\bar{p}p$ -рассеянии. В целом аналогичные утверждения справедливы также и для объединенной выборки нуклон-нуклонных данных, но статистически приемлемое качество наблюдается при несколько большем значении нижней границы диапазона фитирования $\sqrt{s_{\min}} = 5$ ГэВ. Тем не менее предложенные функции демонстрируют разумное согласие с качественными тенденциями, наблюдаемыми в объединенной выборке данных, при почти всех экспериментально доступных энергиях $\sqrt{s} > 2$ ГэВ. Таким образом, по сравнению с другими моделями эти параметризации обеспечивают значительное расширение описываемого диапазона в область низких энергий. Зависимость $R_{y/p}(s)$ допускает аппроксимацию константой в отдельных интервалах при промежуточных и высоких энергиях для всех рассматриваемых выборок, pp , $\bar{p}p$ и нуклон-нуклонного рассеяния, но, вероятно, такое поведение $R_{y/p}(s)$ объясняется скорее ограниченным диапазоном фитирования и/или незначительным количеством экспериментальных точек в данном интервале, чем какими-либо динамическими особенностями процессов взаимодействия. На основании результатов аппроксимаций были

получены оценки для $R_{y/p}$ в упругом pp -рассеянии при различных s вплоть до $\sqrt{s} = 10$ ПэВ. Эти оценки указывают, что рассматриваемый параметр достигает своей асимптотической величины при $\sqrt{s} \gtrsim 5$ —10 ПэВ в пределах 1.0—1.5 стандартного отклонения в зависимости от типа фитирующей функции. Однако значительные погрешности оценок при ультравысоких энергиях допускают обсуждение начала асимптотического режима измеряемого параметра $R_{y/p}$ в упругом pp -рассеянии только на качественном уровне. Поэтому, принимая во внимание последнее утверждение, значение $\sqrt{s_a} \sim 5$ —10 ПэВ можно рассматривать только как грубую оценку для нижней границы асимптотической области энергий. Но в любом случае результаты настоящей работы подтверждают важное заключение, что асимптотическая область для адронных взаимодействий находится далеко от энергий, достигнутых как в экспериментах на коллайдерах, так и в измерениях космических лучей.

Автор благодарен проф. В.А. Петрову за полезные обсуждения. Работа была частично поддержана в рамках Программы повышения конкурентоспособности НИЯУ МИФИ (контракт № 02.a03.21.0005 от 27.08.2013).

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. И. М. Дремин, УФН **188**, 437 (2018) [Phys. Usp. **61**, 381 (2018)]; I. M. Dremin, Universe **04**, 65 (2018).
2. V. A. Okorokov and E. V. Sandrakova, Univ. J. Phys. Appl. **1**, 196 (2013); V. A. Okorokov, Int. J. Mod. Phys. E **22**, 1350041 (2013).
3. V. A. Petrov and V. A. Okorokov, Int. J. Mod. Phys. A **33**, 1850077 (2018).
4. V. A. Okorokov and S. D. Campos, Int. J. Mod. Phys. A **32**, 1750175 (2017).
5. C. Patrignani *et al.* (Particle Data Group), Chin. Phys. C **40**, 100001 (2016).
6. S. D. Campos and V. A. Okorokov, Int. J. Mod. Phys. A **25**, 5333 (2010).
7. V. A. Okorokov, Adv. High Energy Phys. **2015**, 914170 (2015); база данных для параметра наклона дифракционного конуса доступна в arXiv: 1501.01142 [hep-ph].
8. A. Martin, Phys. Rev. D **80**, 065013 (2009).
9. Н. Н. Боголюбов, А. А. Логунов, А. П. Оксак, И. Т. Тодоров, *Общие принципы квантовой теории поля* (Физматлит, Москва, 2005).
10. В. А. Зорич, *Математический анализ* (МЦНМО, Москва, 2002), ч. 1.
11. V. A. Okorokov, arXiv: 1805.10514 [hep-ph].
12. G. Antchev *et al.* (TOTEM Collab.), arXiv: 1712.06153 [hep-ex].
13. V. Barone and E. Predazzi, *High-Energy Particle Diffraction* (Springer-Verlag, Berlin Heidelberg, 2002).

14. M. Schaumann, Phys. Rev. Accel. Beams **18**, 091002 (2015).
15. J. Tang, J. Scott Berg, W. Chai, F. Chen, N. Chen, W. Chou, H. Dong, J. Gao, T. Han, Y. Leng, G. Li, R. Gupta, P. Li, Z. Li, B. Liu, Y. Liu, *et al.*, arXiv: 1507.03224 [hep-ex].
16. G. Ambrosio *et al.* (The VLHC Design Study Group), Preprint Fermilab-TM-2149 (2001).
17. В. В. Анисович, УФН **185**, 1043 (2015) [Phys. Usp. **185**, 963 (2015)].
18. В. А. Окорокков, ЯФ **81**, 481 (2018) [Phys. Atom. Nucl. **81**, 508 (2018)].

THE ENERGY DEPENDENCE OF THE RATIO OF ELASTIC-TO-TOTAL CROSS SECTION IN pp AND $\bar{p}p$ COLLISIONS

V. A. Okorokov

National Research Nuclear University MEPhI, Moscow, Russia

The results are presented for the phenomenological analysis of the energy dependence for the ratio of elastic-to-total cross section in proton–proton and antiproton–proton scattering. The analytic functions based on the study of low- and high-energy experimental data for various scattering parameters provide the quantitative description of the energy dependence of the ratio with statistically acceptable qualities in a wide range of collision energy $\sqrt{s} \geq 3$ GeV in the case of the separate datasets for pp , $\bar{p}p$ collisions and at $\sqrt{s} \geq 5$ GeV for the joined experimental data ensemble. Basing on the fit results the estimations are derived for the ratio of elastic-to-total cross section in pp scattering at various \sqrt{s} up to energy frontier $\sqrt{s} = 10$ PeV which can be useful for present and future hadron colliders as well as for cosmic ray measurements at ultra-high energies. The indication is observed for onset of the asymptotic region at $\sqrt{s} \gtrsim 5$ –10 PeV for the ratio of the cross sections under consideration.