## = ЯДРА =

## ИЗМЕНЕНИЕ ФОРМЫ ЯДЕР В ЦЕПОЧКАХ ИЗОТОПОВ Kr, Sr, Zr, Mo И Ru В ПРИБЛИЖЕНИИ РЕЛЯТИВИСТСКОГО СРЕДНЕГО ПОЛЯ

© 2019 г. В. И. Куприков, В. Н. Тарасов<sup>\*</sup>

Национальный научный центр "Харьковский физико-технический институт", Украина Поступила в редакцию 01.08.2018 г.; после доработки 27.09.2018 г.; принята к публикации 27.09.2018 г.

На основе релятивистского метода Хартри–Боголюбова с моделями лагранжианов DD-PC1 и DD-ME2 проведено исследование изменений формы ядер в цепочках четно-четных изотопов Kr, Sr, Zr, Mo и Ru. Спаривание нуклонов описывалось парным взаимодействием сепарабельного типа. Исследована зависимость вычисленных характеристик ядер от выбора силы спаривания. Расчеты показывают, что в окрестности N = 60 для некоторых изотопов Sr, Zr и Mo в зависимости от выбора параметров сил спаривания наблюдаются большие скачки величины средних квадратов зарядовых радиусов и параметров квадрупольной деформации.

#### DOI: 10.1134/S0044002719020107

1. Изучение свойств ядер с избытком нейтронов является одним из наиболее важных направлений исследований современной теоретической и экспериментальной ядерной физики. Экспериментальные исследования с использованием радиоактивных пучков в таких центрах, как ОИЯИ (Россия), GSI (Германия) и RIKEN (Япония), открыли новые возможности для изучения свойств ядер с избытком нейтронов. Этой тематике посвящено большое количество теоретических работ, основанных на микроскопических самосогласованных подходах, таких, как метод Хартри-Фока-Боголюбова (ХФБ) или метод Хартри-Фока (ХФ) [1-3] с эффективными силами, либо на релятивистской теории Хартри–Боголюбова (РХБ) [4–6]. Интерес к теоретическим расчетам, основанным на таких подходах, не убывает. Поэтому в настоящее время актуальны дальнейшие теоретические исследования возможности применения современных самосогласованных моделей релятивистского среднего поля (РСП), основанных на моделях с различными типами лагранжианов для описания свойств ядер с избытком нейтронов в широком диапазоне массовых чисел.

Изучению эволюции формы ядер в длинных цепочках изотопов, включающих в себя  $N \approx 60$ , с привлечением различных теоретических моделей посвящено значительное количество работ [7–15]. Интерес к этой области ядер связан с тем, что в цепочках изотопов Sr и Zr при переходе от N = 58 к N = 60 экспериментально наблюдается [16] большой скачок величины среднеквадратичных зарядовых радиусов. Этот скачок связывают с рез-

Большое количество расчетов, основанных на применении релятивистского метода Хартри– Боголюбова, используют модели лагранжианов DD-PC1 [17], DD-ME2 [18], PC-PK1 [19] и NL3\* [20], которые обеспечили наиболее хорошее описание свойств основного состояния очень больших совокупностей атомных ядер в рамках единого подхода. В работе [21] отмечается, что в настоящий момент функционал DD-PC1 является одним из лучших для описания свойств основного состояния ядер. Однако именно использование функционала DD-PC1 в работе [6] при весьма объемных расчетах свойств длинных цепочек изотопов в диапазоне  $2 \leq Z \leq 118$  для изотопов Sr и

ким изменением формы ядра [8, 14]. В то же время для цепочек изотопов Kr. Мо и Ru. соседних по Zк ядрам Sr и Zr, в окрестности N = 60 изменение среднеквадратичных зарядовых радиусов ядер при переходе от изотопа к изотопу представляет собой гладкую зависимость [16]. Различные теоретические модели [7-15] с разной степенью согласия с экспериментом описывают вышеуказанные особенности в изменениях среднеквадратичных зарядовых радиусов. Расчеты на основе модели РСП и анализ имеющихся экспериментальных данных для изотопов Sr и Zr, представленные в работе [10], показывают, что в окрестности N = 60 имеет место сосуществование формы ядер. В теоретических расчетах это проявляется в том, что в простейшем случае зависимость полной энергии ядра от параметра квадрупольной деформации  $\beta_2$  имеет два или более близких по энергии минимума для разных значений параметра деформации. Это обстоятельство может приводить к чувствительности результатов к деталям вычислений.

<sup>\*</sup>E-mail: Vtarasov@kipt.kharkov.ua

Zr не описывает экспериментально наблюдаемого большого скачка величины среднеквадратичных зарядовых радиусов при переходе от N=58к N = 60. При этом величина параметра  $\beta_2$  в данных расчетах также не претерпевает больших изменений. В то же время известно [22], что для ядер переходной области небольшие изменения констант, определяющих силу парных корреляций, могут приводить к большим изменениям параметра равновесной деформации  $\beta_2$ . В современных самосогласованных расчетах свойств ядер, основанных на модели РСП [23, 24], также показано, что величина силы спаривания может существенно изменить зависимость полной энергии ядра от параметра деформации и положение наиболее глубокого минимума этой зависимости.

Целью настоящей работы является исследование эволюции формы изотопов с Z = 36-44 в приближении релятивистского среднего поля в моделях DD-PC1 и DD-ME2 с различными наборами параметров сил спаривания.

2. В настоящей работе были изучены свойства основного состояния четно-четных изотопов Kr. Sr. Zr. Мо и Ru на основе метода РХБ с использованием моделей лагранжианов DD-PC1 и DD-ME2. Для этого мы применили компьютерный код DIRHBZ из пакета программ DIRHB [25] в предположении аксиальной симметрии формы ядра. Этот код решает систему стационарных уравнений Дирака-Хартри-Боголюбова методом итераций. При решении уравнений Дирака в коде DIRHBZ используется разложение однонуклонных волновых функций по базису волновых функций аксиально-деформированного гармонического осциллятора. В разложении однонуклонных волновых функций нами учитывались все базисные функции, для которых главное осцилляторное квантовое число не превышает  $N_f = 18$ (1330 базисных функций). При решении бозонных уравнений (в расчетах с взаимодействием DD-ME2) также использовался базис волновых функций аксиально-деформированного гармонического осциллятора, но при этом использовалась большая размерность базиса  $N_b = 20$  (1771 базисных функций). Такие размерности базиса для рассматриваемой области массовых чисел ядер достаточно большие, и это минимизирует влияние выбора осцилляторных параметров базиса на результаты расчетов. При вычислении матричных элементов нами и в оригинальном коде использовалось 48 узлов квадратурных формул Гаусса-Лагерра и Гаусса-Эрмита. Данный код позволяет решать систему уравнений Дирака-Хартри-Боголюбова с наложенными условиями на квадрупольную деформацию ядер. В программе реализованы современные релятивистские функционалы плотности энергии DD-PC1 [17] и DD-ME2 [18]. В коде DIRHBZ

ЯДЕРНАЯ ФИЗИКА том 82 № 3 2019

спаривание нуклонов описывается сепарабельным парным взаимодействием конечного радиуса действия. Это взаимодействие, предложенное в работе [26], имеет в координатном представлении следующий вид:

$$V_{n(p)}\left(\mathbf{r}_{1}\boldsymbol{\sigma}_{1},\mathbf{r}_{2}\boldsymbol{\sigma}_{2},\mathbf{r}_{1}^{\prime}\boldsymbol{\sigma}_{1}^{\prime},\mathbf{r}_{2}^{\prime}\boldsymbol{\sigma}_{2}^{\prime}\right) = (1)$$
$$= G_{n(p)}\delta(\mathbf{R}-\mathbf{R}^{\prime})P(r)P(r^{\prime})\frac{1}{2}(1-P_{\sigma}),$$

где  $P_{\sigma}$  — оператор перестановки спинов,  $G_{n(p)}$  — константа сил спаривания для нейтронов (протонов) и  $\mathbf{r} = \mathbf{r}_1 - \mathbf{r}_2$ ,  $\mathbf{R} = (\mathbf{r}_1 + \mathbf{r}_2)/2$  — относительный радиус-вектор и радиус-вектор центра масс взаимодействующих нуклонов, а функция P(r)определяется гауссианом:

$$P(r) = (4\pi a^2)^{-3/2} e^{-r^2/4a^2},$$
 (2)

где *а* определяет эффективную область действия сил спаривания. Авторы кода DIRHBZ используют набор параметров [25, 26] спаривательного взаимодействия (1), которые часто задействованы в работах разных авторов,  $G_n = G_p = -728$  МэВ  $\Phi M^3$ , a = 0.644  $\Phi M$  (обозначим  $V_1$ ). В наших расчетах для взаимодействия (1) также использовались параметры  $G_n = G_p = -826.56$  МэВ  $\Phi M^3$ , a = 0.636  $\Phi M$  (обозначим  $V_2$ ), которые были предложены в [6] и использовались авторами этой работы в последующих расчетах рассматриваемой нами области ядер. Средние квадраты зарядовых радиусов ядер в используемом нами коде вычислялись по простой формуле

$$\langle r^2 \rangle_{\rm ch} = \langle r^2 \rangle_p + 0.64.$$

3. В работах [26, 27] показано, что в области массовых чисел, рассматриваемой в настоящей работе, для модели РСП DD-PC1 октупольные деформации отсутствуют. Поэтому в наших расчетах мы ограничились предположением аксиальной симметрии ядер. Все приведенные в настоящей работе расчеты проводились в приближении РХБ с параметрами модели DD-PC1, а для изотопов Zr были проведены дополнительные расчеты в модели DD-ME2. Для определения наиболее связанного состояния ядра все расчеты свойств рассмотренных нами ядер были выполнены с наложенными условиями на параметр квадрупольной деформации в интервале  $-0.4 \leq \beta_2 \leq 0.7$ . Для более точного определения минимального значения полной энергии ядра Е проводились уточняющие расчеты без наложенных условий в окрестности минимума зависимости  $E(\beta_2)$ .

Результаты расчетов зависимости величины  $\beta_2$  и изменение средних квадратов зарядовых радиусов  $\delta r_{N,50}^2 = \langle r^2 \rangle_N - \langle r^2 \rangle_{50}$  для изотопов <sup>86–98</sup>Kr, вычисленные в модели DD-PC1 с различными



**Рис. 1.** Изменения параметров деформации  $\beta_2$  и средних квадратов зарядовых радиусов  $\delta r_{N,50}^2$  в изотопах <sup>86–98</sup> Кг с наборами параметров спаривательного взаимодействия  $V_1$ ,  $V_2$ . Экспериментальные данные для  $\delta r_{N,50}^2$  из работы [16].



**Рис. 2.** То же, что на рис. 1, но для изотопов <sup>86-102</sup> Sr.

наборами параметров спаривательного взаимодействия  $V_1$  и  $V_2$ , представлены на рис. 1. Как видно из рисунка, величины  $\beta_2$  и  $\delta r^2$  плавно изменяют свои значения с возрастанием N и близки по величине для параметров  $V_1$  и  $V_2$ . В рассматриваемом диапазоне N параметр деформации  $\beta_2$  принимает отрицательные значения и изменяется от нулевого значения до величины  $\beta_2 \sim -0.3$ . Отметим, что расчеты с наложенными условиями на параметр деформации  $\beta_2$  показали, что для изотопов <sup>88,90</sup> Кг зависимость полной энергии от  $\beta_2$  имеет два очень близких по глубине минимума, и поэтому можно говорить о сосуществовании форм для этих изотопов. На рис. 1 для этих изотопов представлены данные для наиболее связанных решений. Начиная с N = = 56, величина  $\delta r^2$  отличается от имеющихся экспериментальных данных, и это различие возрастает с ростом N.

Как отмечалось выше, в цепочке изотопов Sr при переходе от N = 58 к N = 60 экспериментально наблюдается [16] скачок величины среднеквадратичных зарядовых радиусов, который отсутствует в цепочке изотопов Kr. Рисунок 2, аналогичный рис. 1, показывает, что по сравнению с изотопами Kr характер изменения  $\beta_2$  и  $\delta r^2$  в цепочке изотопов Sr существенно меняется и зависит от выбора параметров сил спаривания  $V_1$  или  $V_2$ . Для параметров  $V_2$  обе величины  $\beta_2$  и  $\delta r^2$  плавно изменяются с возрастанием N. Параметр деформации  $\beta_2$  принимает нулевые или отрицательные значения, подоб-

ИЗМЕНЕНИЕ ФОРМЫ ЯДЕР



**Рис. 3.** Зависимости разности полных энергий ядер  $E - E_{\min}$  от параметра квадрупольной деформации  $\beta_2$  для изотопов  $^{92-102}$  Sr, вычисленные в модели DD-PC1 с наборами параметров спаривательного взаимодействия  $V_1$  и  $V_2$ .

но изотопам Kr, а величины  $\delta r^2$  не претерпевают резких изменений. Для параметров V<sub>1</sub> в изотопах Sr резкое изменение  $\beta_2$  и  $\delta r^2$  наступает при переходе от N = 54 к N = 56. В эксперименте такой скачок в  $\delta r^2$  происходит при больших значениях числа нейтронов N. Для изотопов Sr расчеты с параметрами V<sub>1</sub> показывают, что, начиная с N = 56, параметр деформации принимает весьма большие значения  $\beta_2 > 0.4$ , что отражается на характере изменения  $\delta r^2$ .

Результаты расчетов зависимости  $E(\beta_2) - E_{\min}$  для изотопов  $^{92-102}{
m Sr}$ , вычисленные в модели DD-PC1 с наборами параметров спаривательного взаимодействия  $V_1$  и  $V_2$ , представлены на рис. 3. Рассмотрение зависимости  $E(\beta_2) - E_{\min}$  более удобно, чем просто  $E(\beta_2)$ , так как устраняет большое различие в величине полной энергии для разных изотопов в цепочке. Отметим, что изотопы <sup>86–90</sup>Sr обладают сферической или близкой к сферической формами (рис. 2a). Для изотопов Sr расчеты показывают сильную зависимость  $E(\beta_2) - E_{\min}$  от выбора параметров сил спаривания  $V_1$  и  $V_2$ . Начиная с  $^{92}$ Sr, по мере возрастания A все рассмотренные изотопы обладают деформацией. Также хорошо видно, что величина и знак параметра квадрупольной деформации  $\beta_2$ , соответствующие наиболее глубокому минимуму, зависят от выбора параметров спаривательного взаимодействия V<sub>1</sub> и  $V_2$ . Для расчетов с параметрами  $V_2$ , как и в работе [6], все изотопы, начиная с <sup>92</sup>Sr, имеют монотонно

ЯДЕРНАЯ ФИЗИКА том 82 № 3 2019

изменяющийся отрицательный параметр деформации  $\beta_2$ . Отметим, что в расчетах с параметрами  $V_1$  для изотопов  ${}^{92,94}$ Sr в решениях с отрицательной и положительной деформацией наблюдается очень маленькое различие по величине полной энергии. Поэтому в данном случае можно говорить о сосуществовании форм ядра, а выбор решения формально определяется минимальным числовым значением величины полной энергии.

Подобно изотопам Sr, для нейтроноизбыточных изотопов Zr в эксперименте [16] также наблюдаются резкие изменения средних квадратов зарядовых радиусов  $\delta r^2$ . На рис. 4, 5 представлены результаты расчетов для изотопов <sup>88-104</sup> Zr для модели лагранжиана DD-PC1 и параметров спаривательного взаимодействия V<sub>1</sub>, V<sub>2</sub> и V<sub>3</sub>. Взаимодействие  $V_3$ , которое имеет следующие параметры:  $G_n=$ = -738 МэВ  $\Phi$ м<sup>3</sup>,  $G_p$  = -826.56 МэВ  $\Phi$ м<sup>3</sup>, a = = 0.644 Фм, было предложено в работе [27] при изучении изотопов Zr. Как видно из рис. 4, изотопы <sup>88–92</sup>Zr имеют хорошо определенную сферическую форму и зависимость  $E(\beta_2) - E_{\min}$  обладает од-ним минимумом. Начиная с <sup>94</sup>Zr, по мере возрастания А все рассмотренные изотопы обладают деформацией. Также хорошо видно, что величина и знак параметра квадрупольной деформации  $\beta_2$ , соответствующие наиболее глубокому минимуму, зависят от выбора параметров спаривательного взаимодействия V<sub>1</sub>, V<sub>2</sub> и V<sub>3</sub>. Для расчетов с параметрами  $V_2$ , как и в работе [6], все изотопы,



**Рис. 4.** То же, что на рис. 3, но для изотопов <sup>88–104</sup> Zr и с наборами параметров спаривательного взаимодействия V<sub>1</sub>, V<sub>2</sub> и V<sub>3</sub>.

начиная с <sup>94</sup>Zr, имеют монотонно изменяющийся отрицательный параметр деформации β<sub>2</sub>. Отметим, что в расчетах со всеми типами параметров  $V_1, V_2$  и  $V_3$  для изотопов  ${}^{94,96}$  Zr в решениях с отрицательной и положительной деформацией наблюдается очень маленькое различие по величине полной энергии. Поэтому в данном случае также можно говорить о сосуществовании форм ядра, а выбор решения формально определяется минимальным числовым значением величины полной энергии. Соответствующие этим решениям величины  $\beta_2$  и изменение средних квадратов зарядовых радиусов  $\delta r^2$  представлены на рис. 5. Из рис. 4 видно, что для параметров  $V_1$  и  $V_2$  изотопы  $^{94,96}$ Zr имеют приблизительно равную отрицательную деформацию. Для параметров V<sub>3</sub> деформация этих изотопов положительна, но близка по абсолютной величине к расчетам с  $V_1$  и  $V_2$ . Поэтому на рис. 5 это различие для величины  $\delta r^2$  со всеми типами параметров спаривания мало. Для изотопов <sup>98-102</sup> Zr расчеты с наборами параметров  $V_1$ , а для  $V_3$  — для изотопов

<sup>98-100</sup> Zr, дают очень большую величину параметра деформации  $\beta_2 = 0.43-0.53$ . Сильное различие в величинах  $\beta_2$  и  $\delta r^2$  для <sup>102</sup>Zr, вычисленных с па-раметрами  $V_1$  и  $V_3$ , связано с тем, что для этого изотопа для параметров V<sub>3</sub> формально выбрано наиболее связанное решение, соответствующее отрицательной деформации. Из рис. 4 видно, что для <sup>102</sup>Zr решения с положительной и отрицательной деформацией с параметрами V<sub>1</sub> и V<sub>3</sub> имеют близкие по величине полные энергии. Для изотопа <sup>104</sup>Zr расчеты для всех трех наборов параметров спаривания дают близкие результаты. Из рис. 4, 5 видна сильная зависимость результатов расчетов свойств изотопов Zr от выбора параметров сил спаривания. Отмеченное выше монотонное изменение  $\beta_2$  для параметров  $V_2$  (рис. 5*a*) приводит также к моно-тонному изменению  $\delta r^2$  с ростом *A* (рис. 5*б*). Из сравнения рис. 5а и 5б видно, что большим изменениям  $\beta_2$  соответствуют существенные изменения  $\delta r^2$ . Как видно из рис. 5a, 5b, для параметров  $V_1$  и  $V_3$  при переходе от <sup>96</sup>Zr к <sup>98</sup>Zr происходит скачок





**Рис. 5.** Изменения параметров деформации  $\beta_2$  (*a*), средних квадратов зарядовых радиусов  $\delta r_{N,50}^2$  (*б*), энергетических щелей  $\Delta_n$  (*в*) и  $\Delta_p$  (*г*) в изотопах <sup>88–104</sup> Zr. Экспериментальные данные для  $\delta r_{N,50}^2$  из работы [16].

в вычисленных величинах  $\beta_2$  и  $\delta r^2$ , а наблюдаемый в эксперименте скачок в величинах  $\delta r^2$  происходит при переходе от <sup>98</sup>Zr к <sup>100</sup>Zr. Такой же сдвиг в область меньших значений *A* отмечается в других работах (см., например, [8, 11]) в расчетах с лагранжианом NL3 и другим типом учета спаривания.

 $\beta_2$ 

0.4

0.2

0

-0.2

2.0

1.5

1.0

 $\Delta_n$ , МэВ

Из приведенных выше результатов видна сильная зависимость  $E(\beta_2)$ ,  $\beta_2$  и  $\delta r^2$  от силы спаривания. Поэтому нами также были проведены расчеты изотопных изменений значений парных энергетических щелей для протонов  $\Delta_p$  и нейтронов  $\Delta_n$  ( $\Delta = \sum_k u_k \nu_k \Delta_k / \sum_k u_k \nu_k$ , где  $\Delta_k$  — диагональные матричные элементы парного поля в каноническом базисе [6, 25], а  $u_k^2$  и  $\nu_k^2$  — числа заполнения). Эмпирические значения энергетической щели  $\Delta_{n(p)}^{(4)}$ , вычисленные по энергиям связи четырех сосседних изотопов (изотонов), взяты из работы [28]. На рис. 5*в*, 5*г* приведены энергетические щели изотопов Zr, вычисленные в модели DD-PC1 со

спаривательными взаимодействиями V1, V2 и V3, и их эмпирические значения. Явные корреляции между значениями  $\Delta_p$ ,  $\Delta_n$  и  $\beta_2$ ,  $\delta r^2$  при N = 58, 60, 62, которые приводят к большим значениям  $\beta_2$  и  $\delta r^2$  для взаимодействий  $V_1$  и  $V_3$ , трудно определить. При N = 58 энергетические щели  $\Delta_n$  для взаимодействий V<sub>1</sub> и V<sub>3</sub> равны нулю, что может привести к увеличению деформации ядра, но для изотопов с N = 60, 62, для которых также наблюдаются большие деформации, величина  $\Delta_n$  не равна нулю. Отметим, что для взаимодействий  $V_1$  и  $V_3$  энергетические щели  $\Delta_n$  близки к их эмпирическим значениям за исключением их значений для N = 50, 58,а для взаимодействия  $V_2$  значения  $\Delta_n$  значительно больше их эмпирических значений. Для  $\Delta_p$  не наблюдается удовлетворительного согласия с их эмпирическими значениями для всех трех наборов взаимодействия, за исключением области N=58,60, 62 для параметров  $V_3$ .

64



**Рис. 6.** Зависимости разности полных энергий ядер  $E - E_{\min}$  от параметра квадрупольной деформации  $\beta_2$  для изотопов  $^{94-104}$  Zr, вычисленные в модели DD-ME2 с наборами параметров спаривательного взаимодействия  $V_1$  и  $V_2$ .



**Рис. 7.** То же, что на рис. 1, но для изотопов <sup>90-108</sup> Мо.

Для проверки влияния на результаты расчетов выбора различных моделей лагранжианов нами были дополнительно проведены расчеты в модели DD-ME2 с параметрами парного взаимодействия  $V_1$  и  $V_2$ , которые представлены на рис. 6. Напомним, что набор параметров  $V_1$  соответствует более слабому спариванию по сравнению с  $V_2$ . Из рисунка видно, что зависимости  $E(\beta_2) - E_{\min}$ для изотопов <sup>94–104</sup> Zr, вычисленные в модели DD-ME2 с наборами параметров спаривательного взаимодействия  $V_1$  и  $V_2$ , практически повторяют результаты, полученные в модели DD-PC1. Небольшое различие имеет место для изотопов <sup>96</sup>Zr и <sup>102</sup>Zr, заключающееся в выборе положения наиболее глубокого минимума в зависимости  $E(\beta_2) - E_{\min}$  для этих изотопов. Но при этом следует отметить, что различие по величине полной энергии очень мало и в этом случае также можно говорить о сосуществовании форм. Как и для модели DD-PC1 наблюдается сильная зависимость результатов от выбора параметров сил спаривания. Для модели DD-ME2 и набора параметров V<sub>1</sub> величина



**Рис. 8.** Изменения параметров деформации  $\beta_2$  и средних квадратов зарядовых радиусов  $\delta r_{N,60}^2$  в изотопах <sup>94–108</sup>Ru, вычисленные в модели DD-PC1 с наборами параметров спаривательного взаимодействия  $V_1$  и  $V_2$ . Экспериментальные данные для  $\delta r_{N,60}^2$  из работы [16].

параметра деформации  $\beta_2$ , как и для модели DD-PC1, при N = 58, 60 принимает значение  $\beta_2 \sim 0.5$ . Это приводит к резкому возрастанию  $\delta r^2$ . Для параметров  $V_2$  величины  $\beta_2$  и  $\delta r^2$  в модели DD-ME2 изменяются как для модели DD-PC1. Так как результаты расчетов для модели DD-ME2 близки к результатам, полученным в модели DD-PC1, то в дальнейшем мы ограничимся обсуждением только модели DD-PC1.

На рис. 7 представлены результаты расчетов зависимости величины  $\beta_2$  и изменение средних квадратов зарядовых радиусов  $\delta r^2$  для изотопов <sup>90-108</sup>Мо, вычисленные в модели DD-PC1 с параметрами спаривательного взаимодействия V<sub>1</sub> и V<sub>2</sub>. В отличие от изотопов Sr и Zr, экспериментальные данные показывают, что величина  $\delta r^2$  плавно изменяет свои значения с возрастанием N. Такое плавное изменение  $\delta r^2$  в изотопах Мо характерно для расчетов с параметрами V<sub>2</sub>, но показывает более медленный рост, чем в эксперименте, начиная с изотопа  $^{100}$ Мо. Для параметров  $V_1$ , подобно изотопам Sr и Zr, в зависимостях  $eta_2$  и  $\delta r^2$  при N== 58 расчеты показывают резкий скачок величины  $\delta r^2$ , что связано с возрастанием параметра деформации до величины  $\beta_2 \sim 0.57$ . Большие величины  $\beta_2$  и  $\delta r^2$ , полученные в расчетах с параметрами  $V_1$ , имеют место только для изотопов <sup>100,102</sup> Мо. Такое большое изменение  $\delta r^2$  не согласуется с экспериментальными данными. Для всех остальных изотопов Мо результаты расчетов  $\beta_2$  и  $\delta r^2$  для параметров спаривательного взаимодействия  $V_1$  и  $V_2$  близки по величине. Из рис. 7a также видно, что изотопы Мо при возрастании N, также как изотопы Zr, изменяют знак параметра деформации  $\beta_2$ .

Расчеты с наложенными условиями на параметр деформации  $\beta_2$  показали, что зависимости полной энергии от  $\beta_2$  для всех рассмотренных в настоящей работе изотопов Мо имеют только один наиболее выраженный минимум.

Результаты расчетов  $\beta_2$  и  $\delta r^2$  для изотопов Ru представлены на рис. 8. Отметим, что для изотопов Ru изменения  $\delta r^2$  представлены по отношению к величине среднего квадрата радиуса с N = 60:  $\delta r_{N,60}^2 = \left< r^2 \right>_N - \left< r^2 \right>_{60}$ . Как видно из рис. 8a, величины параметров  $\beta_2$  положительны и с возрастанием N до N = 60 плавно изменяют свою величину, а также в основном близки по величине для наборов параметров V1 и V2. Для изотопов Ru при переходе от N = 60 к N = 62 параметр деформации  $\beta_2$ меняет знак и принимает отрицательные значения. Расчеты с наложенными условиями на  $\beta_2$  показали, что зависимости полной энергии от  $\beta_2$  для всех изотопов Ru, также как для изотопов Мо, имеют только один наиболее выраженный минимум. Величины  $\delta r^2$ , представленные на рис. 86, удовлетворительно согласуются с экспериментальными данными и монотонно возрастают с ростом N. Для всех N значения  $\delta r^2$  очень близки по величине для параметров сил спаривания V<sub>1</sub> и V<sub>2</sub>. Небольшое различие в величинах  $\delta r^2$  для результатов расчетов с силами  $V_1$  и  $V_2$  имеет место для N = 52, что связано с различием в величине  $\beta_2$ . Отметим, что все полученные нами результаты в модели DD-PC1 с параметрами сил спаривания V2 очень близки к результатам аналогичных расчетов [6].

4. В настоящей работе проведено исследование изменений формы ядер в цепочках четно-четных

изотопов Kr, Sr, Zr, Mo и Ru в приближении релятивистского метода Хартри-Боголюбова с моделями лагранжианов DD-PC1 и DD-ME2. Спаривание нуклонов описывалось сепарабельным парным взаимодействием конечного радиуса действия. В расчетах использовалось несколько известных из литературы наборов параметров спаривательного взаимодействия. Для всех рассмотренных изотопов были проведены расчеты с наложенными условиями на параметр квадрупольной деформации. Проведенные расчеты показали, что наблюдается сильная зависимость вычисленных величин квадратов зарядовых радиусов и параметров квадрупольной деформации от выбора силы спаривания для некоторых изотопов Sr, Zr и Mo в окрестности N = 60. Для цепочек изотопов Kr и Ru такой сильной зависимости результатов расчетов от силы спаривания не обнаружено. Наблюдаемые в эксперименте большие скачки в величине квадратов среднего радиуса для изотопов Sr и Zr при переходе от N = 58 к N = 60 в расчетах происходят при близких к данным значениям N и определяются выбором силы спаривания. В наших расчетах эти скачки  $\delta r^2$  связаны с очень большими значениями вычисленных величин параметров квадрупольной деформации  $\beta_2 \sim 0.5$ . В изотопах Kr и Ru не происходит таких скачков величин  $\delta r^2$  и  $\beta_2$ . Рассматриваемая в работе область ядер является переходной, и для более точного описания экспериментальных данных  $\delta r^2$ , по-видимому, необходимы, помимо изучения влияния парных корреляций и статической деформации в ядрах, дополнительные исследования вклада динамической деформации ядер, которая не учитывалась в настоящей работе.

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- M. Bender, P.-H. Heenen, and P.-G. Reinhard, Rev. Mod. Phys. 75, 121 (2003).
- M. V. Stoitsov, J. Dobaczewski, W. Nazarewicz, S. Pittel, and D. J. Dean, Phys. Rev. C 68, 054312 (2003); http://www.fuw.edu.pl/~dobaczew/thodri/thodri.html
- 3. N. Tajima, Prog. Theor. Phys. Suppl. 142, 265 (2001).
- J. Meng, H. Toki, S. G. Zhou, S. Q. Zhang, W. H. Long, and L. S. Geng, Prog. Part. Nucl. Phys. 57, 470 (2006).
- 5. T. Nikšić, D. Vretenar, and P. Ring, Prog. Part. Nucl. Phys. **66**, 519 (2011).
- S. E. Agbemava, A. V. Afanasjev, D. Ray, and P. Ring, Phys. Rev. C 89, 054320 (2014).
- L. S. Geng, H. Toki, and J. Meng, Mod. Phys. Lett. A 19, 2171 (2004).
- M. Hemalatha, A. Bhagwat, A. Shrivastava, S. Kailas, and Y. K. Gambhir, Phys. Rev. C 70, 044320 (2004).

- 9. R. Rodríguez-Guzmán, P. Sarriguren, L. M. Robledo, and S. Perez-Martin, Phys. Lett. B 691, 202 (2010).
- J. Xiang, Z. P. Li, Z. X. Li, J. M. Yao, and J. Meng, Nucl. Phys. A 873, 1 (2012).
- 11. B. Kumar, S. K. Singh, and S. K. Patra, Int. J. Mod. Phys. E **24**, 1550017 (2015).
- 12. K. Nomura, R. Rodríguez-Guzmán, and L. M. Robledo, Phys. Rev. C 94, 044314 (2016).
- 13. T. Togashi, Y. Tsunoda, T. Otsuka, and N. Shimizu, Phys. Rev. Lett. **117**, 172502 (2016).
- В. И. Куприков, А. П. Созник, В. Н. Тарасов, ВАНТ. Сер.: Ядерно-физические исследования 1(9), 23 (1990).
- В. Н. Тарасов, Д. В. Тарасов, К. А. Гриднев, Д. К. Гриднев, В. Грайнер, В. Г. Картавенко, В. И. Куприков, Изв. РАН. Сер. физ. 72, 890 (2008) [Bull. Russ. Acad. Sci. Phys. 72, 842 (2008)].
- 16. I. Angeli and K. P. Marinova, At. Data Nucl. Data Tables **99**, 69 (2013).
- 17. T. Nikšić, D. Vretenar, and P. Ring, Phys. Rev. C 78, 034318 (2008).
- G. A. Lalazissis, T. Nikšić, D. Vretenar, and P. Ring, Phys. Rev. C 71, 024312 (2005).
- 19. P. W. Zhao, Z. P. Li, J. M. Yao, and J. Meng, Phys. Rev. C 82, 054319 (2010).
- G. A. Lalazissis, S. Karatzikos, R. Fossion, D. Pena Arteaga, A. V. Afanasjev, and P. Ring, Phys. Lett. B 671, 36 (2009).
- 21. A. V. Afanasjev, S. E. Agbemava, and A. Gyawali, Phys. Lett. B **782**, 533 (2018).
- 22. В. Г. Соловьев, *Теория сложных ядер* (Наука, Москва, 1971) [V. G. Soloviev, *Theory of Complex Nuclei* (Pergamon Press, Oxford, 1976)].
- 23. S. E. Agbemava, A. V. Afanasjev, and P. Ring, Phys. Rev. C **93**, 044304 (2016).
- 24. S. E. Agbemava and A. V. Afanasjev, Phys. Rev. C 96, 024301 (2017).
- 25. T. Nikšić, N. Paar, D. Vretenar, and P. Ring, Comput. Phys. Commun. **185**, 1808 (2014).
- 26. Y. Tian, Z. Y. Ma, and P. Ring, Phys. Lett. B 676, 44 (2009).
- 27. J. Zhao, B.-N. Lu, E.-G. Zhao, and S.-G. Zhou, Phys. Rev. C **95**, 014320 (2017).
- G. Audi, A. H. Wapstra, and C. Thibault, Nucl. Phys A 729, 337 (2003); http:// amdc.in2p3.fr/masstables/Ame2003/rct7.mas03

ЯДЕРНАЯ ФИЗИКА том 82 № 3 2019

# SHAPE CHANGES OF NUCLEI IN ISOTOPE CHAINS OF Kr, Sr, Zr, Mo, AND Ru IN RELATIVISTIC MEAN FIELD APPROXIMATION

### V. I. Kuprikov, V. N. Tarasov

#### National Science Center Kharkov Institute of Physics and Technology, Ukraine

The investigation of shape changes of nuclei in even-even isotope chains of Kr, Sr, Zr, Mo, and Ru has been carried out on the basis of the relativistic Hartree–Bogoliubov method with DD-PC1  $\mu$  DD-ME2 models of lagrangians. The pairing of nucleons has been described by pairing interaction of the separable type. It has been investigated the dependence of the calculated nuclear characteristics on the choice of the pairing force value. The calculations have shown that large jumps of mean square charge radius values and parameters of quadrupole deformation are observed in the neighborhood of N = 60 for some Sr, Zr, and Mo isotopes depending on the pairing force value parameters.