

ОПИСАНИЕ СОСТОЯНИЙ НЕПРЕРЫВНОГО СПЕКТРА В МОДЕЛИ ОБОЛОЧЕК БЕЗ ИНЕРТНОГО КОРА. МЕТОД SS-HORSE

© 2019 г. А. И. Мазур^{1)*}, А. М. Широков^{1),2),3)}, И. А. Мазур¹⁾,
Л. Д. Блохинцев^{1),2)}, Я. Ким⁴⁾, И. Дж. Шин⁴⁾, Дж. П. Вэри³⁾

Поступила в редакцию 25.12.2018 г.; после доработки 25.12.2018 г.; принята к публикации 25.12.2018 г.

Рассмотрен метод SS-HORSE исследования резонансного рассеяния. Метод основан на микроскопических расчетах спектров ядер, выполненных в модели оболочек без инертного кора с реалистическими NN -взаимодействиями, и не содержит никаких модельных приближений. В рамках метода SS-HORSE исследованы резонансы $3/2^-$ и $1/2^-$ ядер ${}^5\text{Li}$ и ${}^5\text{He}$. Исследована возможность существования резонанса в системе четырех нейтронов.

DOI: 10.1134/S0044002719040123

1. ВВЕДЕНИЕ

Для описания структуры ядер созданы и активно развиваются методы *ab initio*, позволяющие значительно улучшить понимание свойств связанных состояний легких ядер, такие как: метод Монте-Карло с функциями Грина (Green's Function Monte Carlo, GFMC) [1], метод связанных кластеров [2, 3], эффективная теория поля на решетке [4, 5] и другие. Одним из наиболее перспективных методов *ab initio* для исследования широкого круга ядер является модель оболочек без инертного кора (No-Core Shell Model, NCSM) [6]. В настоящее время возможности современных суперкомпьютеров позволяют рассчитывать в NCSM с разумной точностью ядра с массовым числом вплоть до $A = 20$.

Расчет энергий основных и возбужденных состояний ядра в NCSM основан на анализе зависимости $E_\nu(\hbar\Omega)$ связанного состояния ν в разных модельных пространствах. Минимум этой зависимости ассоциируется с энергией состояния. Сходимость расчетов и точность предсказания энергии оцениваются при сопоставлении результатов, полученных в соседних модельных пространствах. Различные методы экстраполяции [7–19] результатов на случай бесконечно больших

модельных пространств повышают точность теоретических предсказаний.

Развиваются методы *ab initio* и для описания ядерных реакций. К наиболее известным методам *ab initio* описания реакций в трех- и четырех-нуклонных системах относятся методы уравнений Фаддеева, Фаддеева–Якубовского [20] и метод Альфа–Грасбергера–Сандхаса [21]. За последнее десятилетие был достигнут значительный прогресс в исследовании таких систем.

Успехи в описании рассеяния в системах, состоящих более чем из четырех нуклонов, существенно скромнее. В настоящее время развиваются методы *ab initio*, такие как метод гиперсферических гармоник [22], метод интегральных преобразований Лоренца [22, 23]. В рамках GFMC были рассчитаны [24] характеристики низколежащих резонансных состояний $n\alpha$ -рассеяния с $J^\pi = 3/2^-$ и $1/2^-$. Свойства ядерных резонансов можно исследовать в гамовской модели оболочек без инертного кора (No-Core Gamow Shell Model, NCGSM) [25]. Развивается подход NCSM/RGM (комбинация NCSM и метода резонирующих групп) и его более развернутая версия, известная как модель оболочек без инертного кора с континуумом (No-Core Shell Model with Continuum, NCSMC) [6, 26–29]. В настоящее время этот подход позволяет исследовать процессы с системами, включающими в себя вплоть до $A = 11$ нуклонов.

Подходы NCGSM и NCSMC основаны на модели оболочек, но расчеты в них существенно более сложные. Возможно ли без усложнения расчетов выделить информацию о состояниях непрерывного

¹⁾Тихоокеанский государственный университет, Хабаровск, Россия.

²⁾НИИ ядерной физики им. Д.В. Скобельцына Московского государственного университета им. М.В. Ломоносова, Россия.

³⁾Department of Physics and Astronomy, Iowa State University, USA.

⁴⁾Institute for Basic Science, Daejeon, Korea.

*E-mail: mazur@khab.ru

спектра непосредственно из результатов, полученных в модели оболочек? Обычно полагается, что энергии оболочечных состояний в континууме ассоциируются с резонансными энергиями. Однако, как было показано в работах [30, 31], состояния модели оболочек могут оказываться выше области резонанса, особенно в случае широких резонансов. Более того, анализ, проведенный в работах [30, 31], демонстрирует, что модель оболочек должна также генерировать некоторые состояния и в нерезонансном континууме.

В работах [32–36] мы предложили и апробировали новый метод SS-HORSE анализа энергий E_r и ширины Γ резонансов и поведения сдвигов фаз в области низких энергий. Первый этап этого метода является стандартным для оболочечных расчетов и заключается в расчете зависимости собственных значений E_ν гамильтониана NCSM от осцилляторного параметра $\hbar\Omega$ в разных модельных пространствах. На втором этапе с помощью простых соотношений, следующих из осцилляторного представления уравнений рассеяния (Harmonic Oscillator Representation of Scattering Equations, HORSE) и общих положений квантовой теории рассеяния, рассчитываются сдвиги фаз и резонансные параметры (если они есть). Второй этап не требует больших вычислительных ресурсов, поэтому метод SS-HORSE можно применять для анализа резонансов и ядерных реакций на основе расчетов *ab initio* в моделях и подходах, использующих осцилляторный базис. Так, в рамках метода SS-HORSE мы рассчитали резонансные характеристики и сдвиги фаз рассеяния $n\alpha$ [32, 33] и $p\alpha$ [37, 38] в низкоэнергетической области на основе расчетов ядер ^5He , ^5Li и ^4He в NCSM. Обобщенный на случай истинно демократического распада метод SS-HORSE позволил на основе расчетов *ab initio* подтвердить возможность существования резонанса в экзотической системе, состоящей из четырех нейтронов (*тетранейтрон*). Рассчитанные значения энергии $E_r = 0.8$ МэВ и ширины $\Gamma = 1.4$ МэВ [39] тетранейтрона прекрасно согласуются с результатами недавнего эксперимента [40], который дал указание на существование резонанса с энергией 0.83 ± 0.65 (стат.) ± 1.25 (сист.) МэВ выше порога распада тетранейтрона и верхней границей ширины 2.6 МэВ.

В настоящей работе представлены результаты последних исследований резонансного рассеяния нуклонов на легких ядрах и возможности существования резонанса тетранейтрона, проведенных нами с помощью метода SS-HORSE на основе *ab initio* расчетов в NCSM с реалистическими NN -взаимодействиями JISP16 [41], Daejeon16 [42] и Idaho N3LO [43].

2. МЕТОД SS-HORSE

В основе метода SS-HORSE лежат формализм метода J -матрицы с осцилляторным базисом и параметризация фаз рассеяния в низкоэнергетической области с корректным учетом аналитических свойств S -матрицы.

Метод J -матрицы первоначально развивался для решения задач атомной физики [44], поэтому в нем естественным образом использовался лагранжевский базис. В дальнейшем формализм был обобщен на случай осцилляторного базиса [45]. Метод J -матрицы с осцилляторным базисом был позже независимо переоткрыт группами Филиппова (ИТФ, Киев) [46] и Смирнова (НИИЯФ МГУ) [47] и оказался очень эффективным для решения задач ядерной физики. Метод J -матрицы с осцилляторным базисом и его обобщение на случай рассеяния заряженных частиц известен также под названием HORSE [48].

В HORSE пространство осцилляторных базисных функций разбивается на внутреннюю и внешнюю области. Во внутренней области гамильтониан полностью учитывает взаимодействие. Во внешней области матрица гамильтониана представляет собой бесконечную трехдиагональную матрицу оператора кинетической энергии. Сшивка решений внутренней и внешней областей осцилляторного пространства позволяет рассчитать энергии связанных состояний, сдвиги фаз и другие характеристики рассеяния.

Интересная особенность метода J -матрицы, как было отмечено еще в работе [44], заключается в существенном упрощении формул метода при энергиях, совпадающих с собственными значениями матрицы гамильтониана внутренней области [36, 49, 50]. При этом, точность описания S -матрицы и других характеристик рассеяния при этих энергиях повышается. Это позволило в работе [50] на основе метода R -матрицы осуществить аналитическое продолжение в комплексную плоскость энергий и получить аккуратные оценки энергий и ширины резонансных состояний.

Эта же особенность используется и в методе SS-HORSE. В случае рассеяния заряженных частиц в рамках HORSE [48] для сдвигов фаз при энергиях, совпадающих с собственными значениями гамильтониана внутренней области, можно получить [36]:

$$\begin{aligned} \text{tg } \delta_l(E_\nu) &= & (1) \\ &= - \frac{S_{N+2,l}(E_\nu)W_b(n_l, F_l) + C_{N+2,l}(E_\nu)W_b(j_l, F_l)}{S_{N+2,l}(E_\nu)W_b(n_l, G_l) + C_{N+2,l}(E_\nu)W_b(j_l, G_l)}. \end{aligned}$$

Здесь $S_{N+2,l}$ и $C_{N+2,l}$ — известные регулярное и нерегулярное осцилляторные решения в парциальной волне l [47, 48]; полное число осцилляторных квантов \mathbb{N} соответствует границе внутренней области осцилляторного пространства, в которой учитывается взаимодействие. Квазивронскиан $W_b(\phi, \chi)$ определяется соотношением

$$W_b(\phi, \chi) = \left(\frac{d\phi}{dr} \chi - \phi \frac{d\chi}{dr} \right) \Big|_{r=b}. \quad (2)$$

В формуле (1) $F_l(\eta, kr)$ и $G_l(\eta, kr)$ — соответственно регулярная и нерегулярная кулоновские функции [51], k — импульс относительного движения частиц, $\eta = Z_1 Z_2 e^2 \mu / k$ — параметр Зоммерфельда, $Z_i e$ — заряды частиц, $\mu = m_1 m_2 / (m_1 + m_2)$ — приведенная масса, $\sigma_l = \arg \Gamma(1 + l + i\eta)$ — кулоновский сдвиг фазы. Оптимальным значением r для расчета квазивронскиана (2), как показано в статье [36], является *естественный радиус канала* b_0 [48],

$$b_0 \equiv r_{N+2,l}^{cl} = 2r_0 \sqrt{\mathbb{N}/2 + 7/4}, \quad (3)$$

совпадающий с классической точкой поворота осцилляторной базисной функции с полным числом осцилляторных квантов $\mathbb{N} + 2$ — первой базисной функции во внешней области осцилляторного базисного пространства. В формуле (3) $r_0 = \sqrt{\hbar/(\mu\Omega)}$ — осцилляторный радиус.

При отсутствии кулоновских сил ($\eta = 0$) кулоновские функции совпадают со сферическими функциями Бесселя и Неймана: $F_l(0, kr) \equiv kr j_l(kr)$ и $G_l(0, kr) \equiv -kr n_l(kr)$, а формула расчета сдвига фаз при энергиях, совпадающих с собственными значениями гамильтониана внутренней области, принимает вид

$$\text{tg } \delta_l(E_\nu) = - \frac{S_{N+2,l}(E_\nu)}{C_{N+2,l}(E_\nu)}. \quad (4)$$

Эта же формула расчета сдвига фаз в методе SS-HORSE, как следует из формализма гиперсферического осцилляторного представления, развитого в работе [52], справедлива и для задач истинно демократического распада. Но в этом случае в формуле (4) нужно использовать регулярное $S_{N+2,\mathcal{L}}$ и нерегулярное $C_{N+2,\mathcal{L}}$ решения в гиперсферическом осцилляторном представлении [52], а вместо орбитального момента l — параметр $\mathcal{L} = K + (3A - 6)/2$ для системы A частиц в состоянии с гипермоментом K . В случае $A = 2$ функции $S_{N+2,\mathcal{L}}$ и $C_{N+2,\mathcal{L}}$ — это обычные регулярное и нерегулярное осцилляторные решения, а параметр \mathcal{L} совпадает с орбитальным моментом: $\mathcal{L} = K = l$.

Таким образом, сдвиг фазы $\delta_l(E_\nu)$ полностью определяется только лишь собственной энергией

E_ν . Варьируя $\hbar\Omega$ и \mathbb{N} в разумных пределах, мы можем с помощью формул (1) или (4) рассчитать сдвиги фаз в соответствующем диапазоне энергий $E_\nu(\hbar\Omega)$. Такой метод расчета характеристик рассеяния мы назвали методом SS-HORSE (Single-State HORSE) [32, 34], так как из стандартного формализма HORSE мы используем энергию только одного собственного состояния E_ν и явный вид осцилляторных решений $S_{N,l}(E)$ и $C_{N,l}(E)$. Отметим, что выражения, аналогичные (1) и (4), можно получить для S -матрицы и парциальной амплитуды рассеяния.

В NCSM размер модельного пространства многочастичного базиса определяется числом осцилляторных квантов возбуждения N_{\max} , в то время как SS-HORSE требует обрезания по полному числу квантов относительного движения. Поэтому при решении конкретной задачи требуется установить соответствие между N_{\max} и \mathbb{N} . Так, например, для анализа методом SS-HORSE рассеяния $N\alpha$ мы используем $\mathbb{N} = N_{\max} + l$, а в исследовании тетранейтрона $\mathbb{N} = N_{\max} + 2$.

Следующим этапом метода SS-HORSE является параметризация сдвигов фаз, рассчитанных с помощью формул (1) или (4). Важно, чтобы эта параметризация не только корректно описывала сдвиги фаз в области резонанса, но и обеспечивала правильное с точки зрения квантовой теории рассеяния поведение фаз в нуле.

Параметризацию сдвигов фаз можно осуществлять различными способами. Предложенный нами первоначально вариант, основанный на свойствах симметрии S -матрицы [32–34] (S -параметризация), нагляден: в нем можно по отдельности рассматривать вклады в фазу рассеяния различных полюсов. Так, в случае изолированного резонанса $n\alpha$ -рассеяния представляет собой сумму фоновой и резонансной фаз

$$\delta(E) = \phi(E) + \delta_r(E). \quad (5)$$

В зависимости от конкретной задачи в эту формулу добавляются слагаемые, обусловленные другими резонансами и/или связанными, ложными и виртуальными состояниями. Например, в полной фазе рассеяния $4n \rightarrow 4n$ помимо резонансного мы учитывали вклад ложного состояния:

$$\delta(E) = \phi(E) + \delta_r(E) + \delta_f(E). \quad (6)$$

Вклады отдельных полюсов находятся в соответствии с полюсным разложением S -матрицы. Резонансная фаза рассеяния параметризуется как

$$\delta_r(E) = - \arctg \left(\frac{[2(\sqrt{E_r^2 + (\Gamma/2)^2} - E_r)]^{1/2} \sqrt{E}}{E - \sqrt{E_r^2 + (\Gamma/2)^2}} \right), \quad (7)$$

а поведение фазы, обусловленное связанным, ложным или виртуальным полюсами, имеет соответственно вид

$$\begin{aligned}\delta_b(E) &= \pi - \operatorname{arctg} \sqrt{\frac{E}{|E_b|}}, \\ \delta_f(E) &= -\operatorname{arctg} \sqrt{\frac{E}{|E_f|}}, \\ \delta_v(E) &= \operatorname{arctg} \sqrt{\frac{E}{|E_v|}}.\end{aligned}\quad (8)$$

Здесь E_r и Γ — энергия и ширина резонанса, а E_b , E_f и E_v — энергии соответственно связанного, ложного и виртуального состояний. Таким образом, характеристики положения полюсов (E_r , Γ , а также при необходимости E_b , E_f и E_v) являются подгоночными параметрами.

Зависимость фоновой фазы от энергии $\phi(E)$ гладкая и достаточно слабая, и ее можно описать полиномом или Паде-аппроксимантом. При этом важно, чтобы в разложении фоновой фазы присутствовали только нечетные степени \sqrt{E} , а параметры разложения обеспечивали правильное поведение фазы в низкоэнергетической области: $\delta_l \sim (\sqrt{E})^{2l+1}$. Это требование существенно уменьшает число подгоночных параметров. Так, в задаче резонансного рассеяния $n\alpha$ [32] в парциальных волнах с $l = 1$ для описания фоновой фазы оказалось достаточным использовать полином

$$\phi(E) = -\frac{\left[2(\sqrt{E_r^2 + (\Gamma/2)^2} - E_r)\right]^{1/2}}{\sqrt{E_r^2 + (\Gamma/2)^2}} \sqrt{E} + \quad (9)$$

$$+ d(\sqrt{E})^3,$$

в котором коэффициент перед \sqrt{E} фиксирован требованием, чтобы полный сдвиг фазы в низкоэнергетической области вел себя как $\delta(E) \sim (\sqrt{E})^3$, и к энергии E_r и ширине Γ резонанса добавляется только один подгоночный параметр d .

При исследовании тетранейтрона для фоновой фазы мы использовали более сложное выражение [39]:

$$\phi(E) = -\frac{w_1\sqrt{E} + w_3(\sqrt{E})^3 + c(\sqrt{E})^5}{1 + w_2E + w_4E^2 + w_6E^3 + dE^4}. \quad (10)$$

В этом случае требование правильного поведения сдвига фаз в низкоэнергетической области также приводит к фиксированным значениям параметров w_i . В результате число подгоночных параметров равно 5: энергия E_r и ширина Γ резонанса, энергия ложного состояния E_f и параметры фоновой фазы c и d .

В задачах рассеяния заряженных частиц дальнедействующее кулоновское взаимодействие приводит к нарушению свойств симметрии S -матрицы и применение описанного выше способа становится необоснованным. В работе [38] мы предложили другой вариант — параметризацию функции эффективного радиуса (K -параметризация), в основе которой лежит тот факт, что перенормированная кулоновско-ядерная амплитуда [53, 54]

$$\tilde{f}_l(E) = \frac{\exp(2i\delta_l) - 1}{2ik} \cdot \frac{\exp(2\pi\eta) - 1}{2\pi\eta} c_{l\eta}, \quad (11)$$

где

$$c_{l\eta} = \prod_{n=1}^l (1 + \eta^2/n^2)^{-1} \quad (l > 0), \quad c_{0\eta} = 1, \quad (12)$$

по аналитическим свойствам на действительной оси импульсов полностью аналогична амплитуде рассеяния нейтральных частиц.

Перенормированная амплитуда связана с кулоновски модифицированной функцией эффективного радиуса $\tilde{K}_l(E)$ (см. [53, 54]):

$$\tilde{f}_l = \frac{k^{2l}}{\tilde{K}_l(E) - 2\eta k^{2l+1} H(\eta) (c_{l\eta})^{-1}}, \quad (13)$$

$$\begin{aligned}\tilde{K}_l(E) &= k^{2l+1} (c_{l\eta})^{-1} \times \\ &\times \left\{ \frac{2\pi\eta}{\exp(2\pi\eta) - 1} [\operatorname{ctg} \delta_l(k) - i] + 2\eta H(\eta) \right\}.\end{aligned}\quad (14)$$

Здесь

$$H(\eta) = \Psi(i\eta) + (2i\eta)^{-1} - \ln(i\eta),$$

$\Psi(z)$ — логарифмическая производная Γ -функции (дигамма, или Ψ -функция) [51].

В отсутствие кулоновского взаимодействия ($\eta = 0$) кулоновски модифицированная функция эффективного радиуса переходит в обычную функцию эффективного радиуса

$$\tilde{K}_l = K_l = k^{2l+1} \cot \delta_l, \quad (15)$$

и амплитуда рассеяния принимает привычный вид

$$f_l(E) = \frac{k^{2l}}{K_l(E) - ik^{2l+1}}. \quad (16)$$

По аналогии с разложением эффективного радиуса [55], кулоновски модифицированная функция эффективного радиуса $\tilde{K}_l(E)$ действительна на действительной оси k , регулярна вблизи нуля, является четной функцией k и может быть представлена в виде ряда по энергии относительно движения частиц в системе центра масс $E = \hbar^2 k^2 / 2\mu$ [53, 54]

$$\tilde{K}_l = w_0 + w_1 E + w_2 E^2 + \dots \quad (17)$$

Количество членов разложения зависит от конкретной задачи и рассматриваемого интервала энергий. В случае анализа рассеяния $N\alpha$ в области низких энергий, как показали численные расчеты, достаточно использовать полином второго порядка по энергии.

В отличие от S -параметризации, в число параметров разложения (17) не входят энергия E_r и ширина Γ резонанса, и их нужно считать дополнительно. Так как резонансы ассоциируются с полюсами S -матрицы (или полюсами амплитуды рассеяния) в четвертом квадранте плоскости комплексных значений импульсов, для определения E_r и Γ достаточно найти положения нулей знаменателей выражений (13) или (16) [37, 38].

Рассмотрим процедуру подгонки параметров на примере рассеяния заряженных частиц в случае K -параметризации.

Пусть $E^{(i)}$ ($i = 1, 2, \dots, D$) — набор низших положительных собственных значений, рассчитанных с разными значениями модельных параметров $\mathbb{N}^{(i)}$ и $\hbar\Omega^{(i)}$; D — число энергий в этом наборе. При некоторых пробных значениях параметров w_0, w_1, w_2 для каждого из значений $\mathbb{N}^{(i)}$ и $\hbar\Omega^{(i)}$ найдем энергии $\mathcal{E}^{(i)}$, удовлетворяющие уравнению

$$w_0 + w_1 E + w_2 E^2 = k^{2l+1} (c_{l\eta})^{-1} \times \quad (18)$$

$$\times \left\{ \frac{2\pi\eta}{\exp(2\pi\eta) - 1} [\text{ctg } \delta_l(E) - i] + 2\eta H(\eta) \right\},$$

которое получено подстановкой выражения (14) в формулу (17). Здесь сдвиг фазы $\delta_l(E)$ при любом значении энергии E рассчитывается по формуле (1). Минимизация функционала

$$\Xi = \sqrt{\frac{1}{D} \sum_{i=1}^D (E^{(i)} - \mathcal{E}^{(i)})^2} \quad (19)$$

позволяет получить значения подгоночных параметров с точностью, определяемой значением функционала Ξ .

В случае рассеяния нейтральных частиц трансцендентное уравнение (18) принимает вид

$$w_0 + w_1 E + w_2 E^2 = -k^{2l+1} \frac{C_{\mathbb{N}+2,l}(E)}{S_{\mathbb{N}+2,l}(E)}. \quad (20)$$

Отметим, что если параметризация фаз задана, т.е. параметры w_0, w_1, w_2 фиксированы, уравнения (18) и (20) позволяют рассчитать зависимость $E_\nu(\hbar\Omega)$ в любом модельном пространстве \mathbb{N} .

3. УПРУГОЕ $N\alpha$ -РАССЕЯНИЕ

Рассмотрим резонансное рассеяние $N\alpha$ в методе SS-HORSE на основе расчетов *ab initio* ядер ${}^5\text{Li}$, ${}^5\text{He}$ и ${}^4\text{He}$.

Расчеты состояний $J^\pi = 3/2^-, 1/2^-$ ядер ${}^5\text{Li}$ и ${}^5\text{He}$ в NCSM с нуклон-нуклонными взаимодействиями JISP16 и Daejeon16 проводились с различными значениями $\hbar\Omega$ в модельных пространствах $N_{\text{max}} = 2-18$. Энергии E_ν относительно порогов реакций упругого рассеяния $n\alpha$ и $p\alpha$, используемые в формулах (1) и (4), рассчитывались как разности энергий $E_5^{J^\pi}$ состояний $3/2^-, 1/2^-$ ядер ${}^5\text{He}$ или ${}^5\text{Li}$ и энергии E_4 состояния 0^+ ядра ${}^4\text{He}$, полученных в одинаковых модельных пространствах N_{max} с одинаковыми значениями $\hbar\Omega$:

$$E_\nu = E_5^{J^\pi}(\hbar\Omega, N_{\text{max}}) - E_4(\hbar\Omega, N_{\text{max}}). \quad (21)$$

В процедуре подгонки в методе SS-HORSE использовались не все результаты, полученные в NCSM. Вопросы, связанные с отбором данных, детально обсуждались в статьях [32–36]. Было показано, что отобранные данные обязательно должны удовлетворять условию $dE/d\hbar\Omega > 0$, а расчеты в SS-HORSE по формулам (1) или (4) по отобранным данным должны примерно формировать гладкую кривую зависимости $\delta_l(E)$. Сходимость конкретного результата SS-HORSE, полученного на основе расчетов NCSM, можно оценить по степени его удаленности от этой кривой.

Результаты расчетов сдвигов фаз в SS-HORSE по отобранным данным представлены на рис. 1–4. Гладкие кривые на этих рисунках построены на основе проведенной параметризации фаз рассеяния. В случае резонансного рассеяния $1/2^-$ сдвиги фаз, рассчитанные в SS-HORSE с нуклон-нуклонными взаимодействиями JISP16 и Daejeon16, хорошо согласуются друг с другом и экспериментальными данными в области резонанса. В случае узких резонансов $3/2^-$ расчеты с Daejeon16 прекрасно воспроизводят экспериментальные фазы в резонансных областях рассеяния $n\alpha$ и $p\alpha$. Аналогичные сдвиги фаз в расчетах с JISP16 сдвинуты в сторону больших энергий. Отметим более быструю сходимость метода SS-HORSE в расчетах с JISP16: она наблюдается в модельных пространствах, начиная с $N_{\text{max}} = 4$, тогда как сходимость в расчетах с Daejeon16 начинается с $N_{\text{max}} = 12$.

Сравнение рассчитанных в SS-HORSE на основе анализа полюсов амплитуды рассеяния энергий и ширин резонансов $3/2^-, 1/2^-$ ядер ${}^5\text{Li}$ и ${}^5\text{He}$ со значениями, полученными на основе экспериментальных данных [58], представлено в табл. 1. В целом расчеты с NN -взаимодействиями JISP16 и Daejeon16 согласуются друг с другом и близки к экспериментальным значениям. Различие энергий

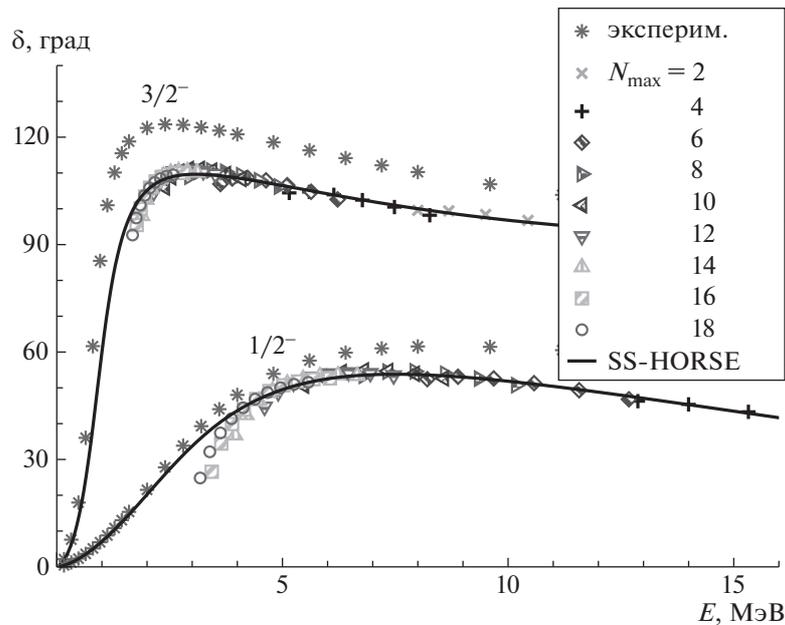


Рис. 1. Сдвиги фаз резонансного рассеяния $n\alpha$, полученные в SS-HORSE на основе отобранных данных из расчетов NCSM с NN -взаимодействием JISP16 в разных модельных пространствах. Сплошные кривые — результат подгонки в SS-HORSE. Экспериментальные фазы рассеяния взяты из [56].

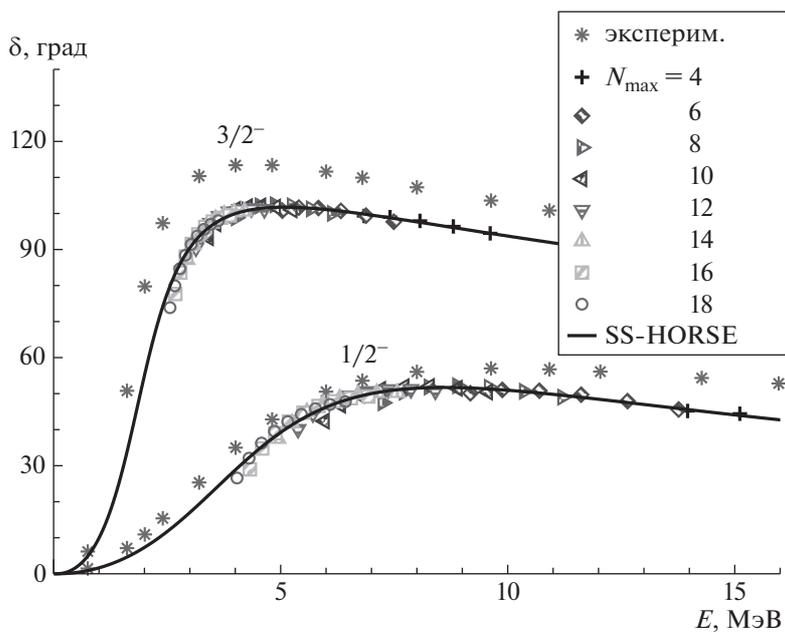


Рис. 2. Сдвиги фаз резонансного рассеяния $p\alpha$. Обозначения такие же, как на рис. 1. Экспериментальные фазы рассеяния из [57].

резонансов $3/2^-$ ядер ${}^5\text{Li}$ и ${}^5\text{He}$ в расчетах с разными NN -взаимодействиями немного меньше 300 кэВ, экспериментальные значения находятся внутри соответствующих интервалов. Ширина резонанса $3/2^-$ ядра ${}^5\text{Li}$ в расчетах с JISP16 превышает на 750 кэВ соответствующий результат с Daejeon16, что достаточно много по сравнению

с самой шириной резонанса. В случае резонанса $3/2^-$ ядра ${}^5\text{He}$ разница в ширинах меньше (470 кэВ). Для обоих ядер экспериментальные значения ширин узкого резонанса находятся внутри интервалов расчетов с разными взаимодействиями.

Хорошее согласие наблюдается и для широкого резонанса $1/2^-$ в ядре ${}^5\text{Li}$. Абсолютная разница

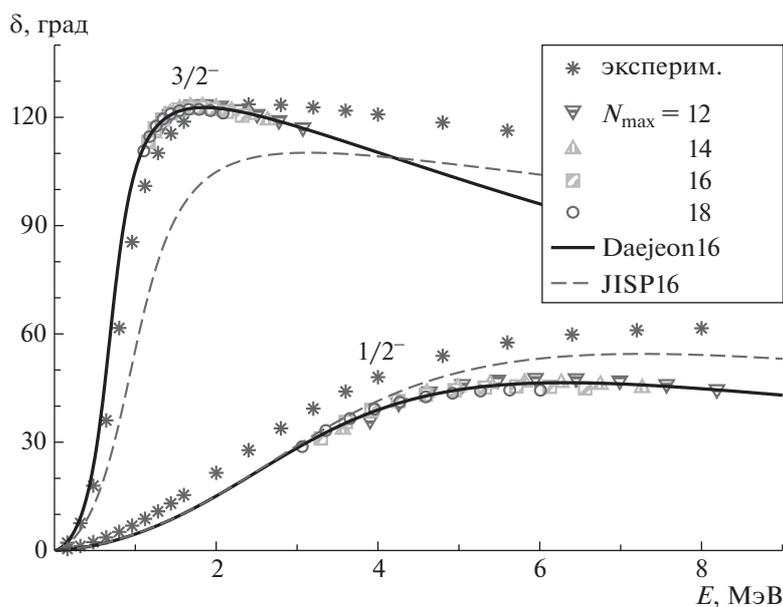


Рис. 3. Сдвиги фаз резонансного рассеяния $n\alpha$ на основе расчетов NCSM с взаимодействием Daejeon16. Обозначения такие же, как на рис. 1. Штриховые кривые (для сравнения) — расчеты с JISP16. Экспериментальные фазы рассеяния из [56].

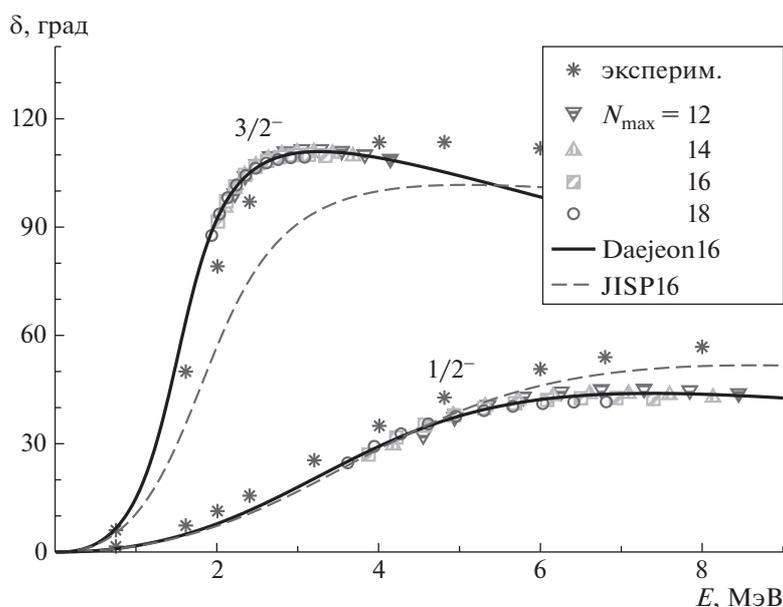


Рис. 4. Сдвиги фаз резонансного рассеяния $p\alpha$. Обозначения такие же, как на рис. 1. Штриховые кривые (для сравнения) — расчеты с JISP16. Экспериментальные фазы рассеяния из [57].

энергий резонанса в расчетах с разными потенциалами в этом случае составляет 350 кэВ, разброс ширин — около 400 кэВ, то есть относительные разбросы меньше, чем в случае узкого резонанса $3/2^-$. Для широкого резонанса в ядре ${}^5\text{He}$ расчеты с JISP16 и Daejeon16 дают заметно разные предсказания для энергий: $\Delta E_r \sim 600$ кэВ. Различия в ширинах резонансов в расчетах с двумя

взаимодействиями в ядрах ${}^5\text{Li}$ и ${}^5\text{He}$ составляют около 400 кэВ (менее 10 процентов от значений самих ширин) и несколько занижены по сравнению с экспериментальными данными.

Отметим, что наши расчеты энергий и ширин резонансов ядра ${}^5\text{Li}$ близки к результатам работы [28], полученным в NCSMC с реалистическим взаимодействием киральной эффективной теории поля, учитывающим двух- и трехнуклонные силы.

Таблица 1. Энергии E_r и ширины Γ резонансов $3/2^-$, $1/2^-$ ядер ${}^5\text{Li}$ и ${}^5\text{He}$ в SS-HORSE и разности энергий этих резонансов Δ (приведены также значения среднеквадратичных отклонений Ξ , достигнутых в процедуре подгонки, число отобранных данных D ; результаты NCSMC с реалистическим взаимодействием киральной эффективной теории поля, учитывающим двух- и трехнуклонные силы, взяты из работы [28]; экспериментальные данные — из [58])

	E_r , МэВ	Γ , МэВ	Ξ , кэВ	D	E_r , МэВ	Γ , МэВ	Ξ , кэВ	D	Δ , МэВ
	${}^5\text{Li}, 3/2^-$				${}^5\text{Li}, 1/2^-$				
Эксперимент	1.69	1.23			3.18	6.60			1.49
JISP16	1.84	1.80	43	60	3.54	6.04	63	59	1.70
Daejeon16	1.52	1.05	24	40	3.21	5.63	50	40	1.69
NCSMC	1.77	1.70			3.11	7.90			1.34
	${}^5\text{He}, 3/2^-$				${}^5\text{He}, 1/2^-$				
Эксперимент	0.80	0.65			2.07	5.57			1.27
JISP16	0.89	0.99	70	68	1.86	5.46	85	60	0.97
Daejeon16	0.68	0.52	22	40	2.45	5.07	48	40	1.77

Разница энергий резонансов $1/2^-$ и $3/2^-$ $\Delta = (E_r^{1/2^-} - E_r^{3/2^-})$ зачастую сопоставляется со спин-орбитальным расщеплением. Значения Δ приведены в последнем столбце табл. 1. Несмотря на то, что разброс соответствующих энергий резонансов ядра ${}^5\text{Li}$ в расчетах с разными NN -потенциалами, как обсуждалось выше, составляет примерно 300 кэВ, соответствующие величины Δ практически совпадают и близки к значению, полученному из экспериментальных данных. В случае ядра ${}^5\text{He}$ расчеты с JISP16 приводят к заниженному на 300 кэВ по сравнению с экспериментом значению Δ , тогда как расчеты с Daejeon16 дают завышенное на 400 кэВ значение. Кроме этого, спин-орбитальное расщепление на основе экспериментальных данных в рассеянии $p\alpha$ на 200 кэВ больше, чем в рассеянии $n\alpha$, тогда как в расчетах SS-HORSE с JISP16 эта величина составляет 700 кэВ, а в расчетах с Daejeon16 спин-орбитальное расщепление в ${}^5\text{Li}$ и ${}^5\text{He}$ практически одинаково: разница составляет ~ 50 кэВ, но, в отличие от эксперимента, в этих расчетах Δ в рассеянии $n\alpha$ больше, чем в рассеянии $p\alpha$.

В заключение подчеркнем, что проведенный анализ резонансных состояний базируется только на микроскопических расчетах спектров ядер ${}^5\text{He}$, ${}^5\text{Li}$ и ${}^4\text{He}$, выполненных в NCSM с реалистическими NN -взаимодействиями, и не содержит никаких модельных приближений. При этом поведение фаз рассеяния и резонансные характеристики достаточно хорошо согласуются с результатами фазового анализа [56, 57] и экспериментальными

значениями параметров резонансов [58], что свидетельствует о качестве NN -потенциалов JISP16 и Daejeon16.

4. РЕЗОНАНС В СИСТЕМЕ ЧЕТЫРЕХ НЕЙТРОНОВ

В последнее время в ядерной физике проявляется все больший интерес к изучению экзотических ядер. Данный интерес вызван с одной стороны возрастающими экспериментальными возможностями изучения таких систем, а с другой стороны развитием методов *ab initio* описания атомных ядер и реакций с их участием. Изучение ядер за пределами линии стабильности ядер может дать новую информацию о природе межнуклонных сил. Примером экзотической ядерной системы является тетранейтрон, исследование которого началось около полувека назад (см. исторический обзор [59]).

В работе [39] мы исследовали систему $4n$ в приближении истинно демократического распада с минимальным значением гипермомента $K = 2$. Это ограничение обосновано тем, что гиперсферические гармоники с $K > 2$ сильно подавлены большим гиперсферическим центробежным барьером. В NCSM с NN -взаимодействием JISP16 были проведены расчеты структуры тетранейтрона в модельных пространствах вплоть до $N_{\max} = 18$.

Наиболее разумное описание сдвигов фаз рассеяния $4n \rightarrow 4n$ в методе SS-HORSE получилось в предположении существования не только резонансного, но и дополнительного — ложного —

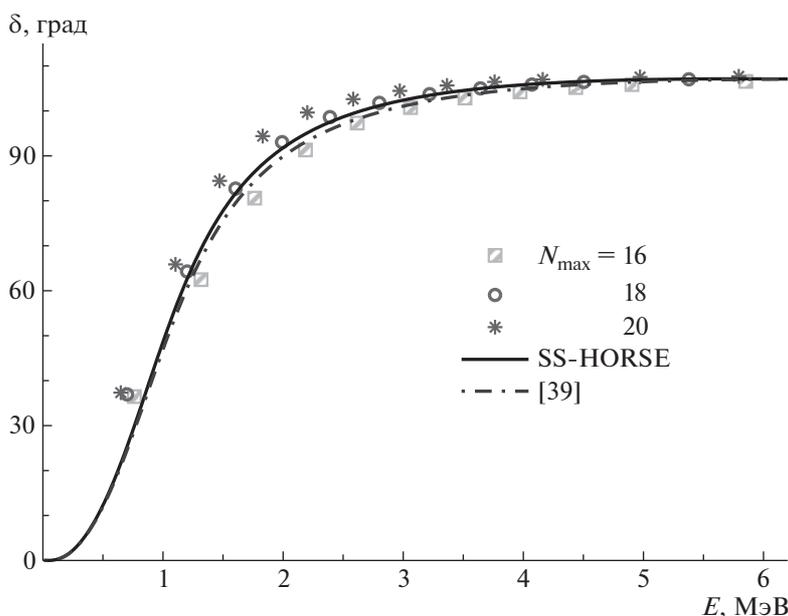


Рис. 5. Сдвиги фаз рассеяния $4n \rightarrow 4n$, полученные в SS-HORSE на основе отобранных данных из расчетов NCSM с NN -взаимодействием JISP16 в разных модельных пространствах. Сплошная — результат подгонки в SS-HORSE, штрихпунктирная — взята из работы [39].

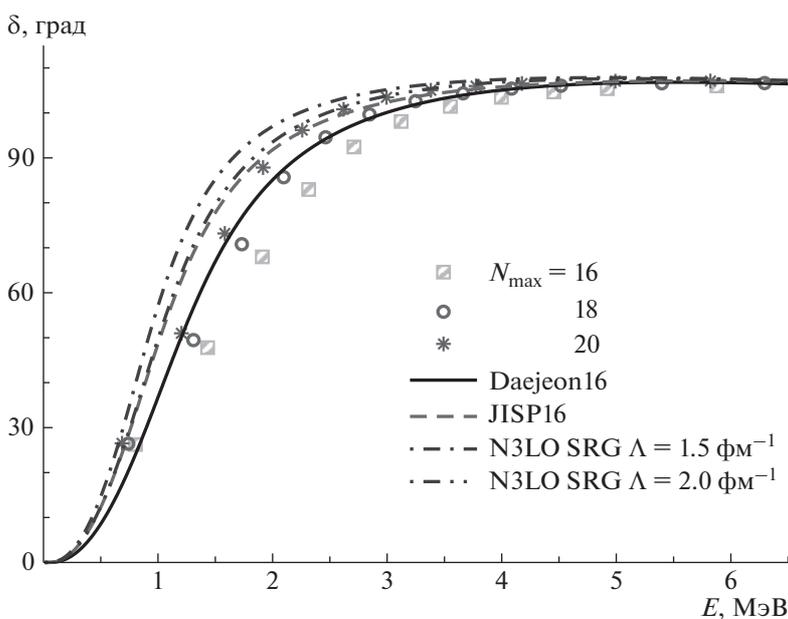


Рис. 6. Сдвиги фаз рассеяния $4n \rightarrow 4n$, полученные в SS-HORSE на основе отобранных данных из расчетов NCSM с NN -взаимодействием Daejeon16 в разных модельных пространствах. Кривые: сплошная — результат подгонки в SS-HORSE, штриховая — результаты SS-HORSE с взаимодействием JISP16, штрихпунктирная — с NN -взаимодействием Idaho N3LO (SRG, $\Lambda = 1.5 \text{ фм}^{-1}$), штрихштрихпунктирная — с NN -взаимодействием Idaho N3LO (SRG, $\Lambda = 2.0 \text{ фм}^{-1}$).

полюсов S -матрицы (6). Сдвиги фаз, рассчитанные и параметризованные в SS-HORSE, представлены на рис. 5. Полученные при этом значения энергии $E_r = 0.844 \text{ МэВ}$ и ширины $\Gamma = 1.38 \text{ МэВ}$ тетранейтрона прекрасно согласуются

с результатами эксперимента [40], который дал указание на существование резонанса с энергией 0.83 ± 0.65 (стат.) ± 1.25 (сист.) МэВ выше порога распада тетранейтрона и верхней границей ширины 2.6 МэВ . Энергия ложного состояния,

Таблица 2. Энергии E_r и ширины Γ резонансов рассеяния $4n \rightarrow 4n$, а также энергии ложных состояний тетранейтрона E_f в SS-HORSE (в последней строке приведены значения среднеквадратичных отклонений Ξ , достигнутые в процедуре подгонки)

Взаимодействие	JISP16	Daejeon16	Idaho N3LO, SRG	
			$\Lambda = 1.5 \text{ фм}^{-1}$	$\Lambda = 2.0 \text{ фм}^{-1}$
E_r [МэВ]	0.844	0.997	0.783	0.846
Γ [МэВ]	1.38	1.60	1.15	1.29
E_f [кэВ]	-54.9	-63.4	-52.1	-54.5
Ξ [кэВ]	44	48	29	32

соответствующего дополнительному полюсу, $E_f = -54.9$ кэВ.

Сходимость метода SS-HORSE по отношению к расширению модельного пространства NCSM непосредственно видна из сравнения сдвигов фаз, рассчитанных в SS-HORSE в разных модельных пространствах. Более жестким тестом для оценки сходимости метода является то, что расширение модельного пространства для данных NCSM, используемых в SS-HORSE для исследования тетранейтрона до $N_{\max} = 20$, практически не привело к изменению результатов параметризации фаз. Кривые сдвигов фаз — новые (с $N_{\max} = 20$) и взятые из [39] ($N_{\max} = 18$) — едва заметно различаются в области энергий от 1 до 4 МэВ (рис. 5), а численные значения E_r , Γ и E_f — совпадают в пределах трех значащих цифр.

Важно посмотреть, что происходит с характеристиками резонанса тетранейтрона в расчетах с другими NN -взаимодействиями. С этой целью мы повторили исследование с другими реалистическими взаимодействиями. На рис. 6 представлены фазы рассеяния $4n \rightarrow 4n$, полученные в SS-HORSE на основе результатов NCSM с реалистическим взаимодействием Daejeon16. Точно так же, как и в расчетах с JISP16, разумное описание фаз рассеяния оказалось возможным только в предположении наличия двух полюсов S -матрицы, отвечающих резонансному и ложному состояниям. Поведение фаз рассеяния в расчетах с Daejeon16 аналогично поведению в расчетах с JISP16: соответствующие кривые на рис. 6 близки друг к другу. Значения энергий и ширин резонанса тетранейтрона (см. табл. 2), а также энергий ложных состояний в этих двух вариантах расчета различаются не более, чем на 15 процентов.

Мы также провели исследование тетранейтрона с киральным взаимодействием Idaho N3LO, построенным в эффективной теории поля [43]. Смягченное преобразованием SRG (Similarity Renormalization Group [60]) NN -взаимодействие

Idaho N3LO приводит к результатам, очень близким к расчетам с JISP16 (см. рис. 6 и табл. 2, где приведены результаты расчетов для двух значений параметра SRG-преобразования Λ).

5. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Рассмотрен метод SS-HORSE исследования резонансного рассеяния. Метод основан на микроскопических расчетах спектров ядер, выполненных в NCSM с реалистическими NN -взаимодействиями, и не содержит никаких модельных приближений.

В рамках метода SS-HORSE исследованы резонансы $3/2^-$ и $1/2^-$ ядер ${}^5\text{Li}$ и ${}^5\text{He}$ на основе расчетов состояний ядер ${}^5\text{Li}$, ${}^5\text{He}$ и ${}^4\text{He}$ в NCSM с реалистическими NN -взаимодействиями JISP16 и Daejeon16. Сходимость результатов в расчетах с JISP16 наблюдается уже при использовании данных NCSM с $N_{\max} = 4$. В расчетах с Daejeon16 требуются расчеты NCSM в модельных пространствах, начиная с $N_{\max} = 12$.

Результаты расчетов энергий E_r и ширин Γ резонансов $3/2^-$ и $1/2^-$ ядер ${}^5\text{Li}$ и ${}^5\text{He}$, а также поведение сдвигов фаз рассеяния $p\alpha$ в парциальных волнах $p_{3/2}$ и $p_{1/2}$, в расчетах с NN -взаимодействиями (JISP16 и Daejeon16) находятся в хорошем согласии друг с другом, экспериментальными данными [56–58], а также расчетами в NCSMC [28].

В рамках метода SS-HORSE проведено исследование резонансного состояния тетранейтрона с различными реалистическими NN -взаимодействиями. Наиболее разумное описание фаз рассеяния $4n \rightarrow 4n$ получается, если предположить наличие двух полюсов S -матрицы, соответствующих резонансу и ложному состоянию. Результаты расчетов с NN -взаимодействиями JISP16, Daejeon16 и смягченного с помощью преобразования SRG кирального взаимодействия Idaho N3LO хорошо согласуются друг с другом и с результатами недавнего эксперимента [40].

Авторы благодарны В.Д. Эфросу и П. Марису за ценные дискуссии.

Разработка и применение подхода SS-HORSE выполнены при поддержке Российского научного фонда (проект № 16-12-10048).

Работа частично поддержана Департаментом энергетики США (US Department of Energy) — гранты DOE № DESC00018223 (SciDAC/NUCLEI) и № DE-FG02-87ER40371; проектом RISP Института фундаментальных наук, финансируемым Министерством науки Кореи (Rare Isotope Science Project of Institute for Basic Science funded by Ministry of Science); Фондом национальных исследований Кореи (National Research Foundation of Korea) — грант № 2013M7A1A1075764.

Вычислительные ресурсы были предоставлены Национальным вычислительным центром NERSC (National Energy Research Scientific Computing Center, USA) — контракт DOE № AC02-05CH11231; Суперкомпьютерным центром Кореи Института науки и технологий (Supercomputing Center/Korea Institute of Science and Technology Information) — проект № KSC-2015-C3-003.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. S. C. Pieper and R. B. Wiringa, *Ann. Rev. Nucl. Part. Sci.* **51**, 53 (2001).
2. H. Kümmel, K. H. Lührmann, and J. G. Zabolitzky, *Phys. Rep.* **36**, 1 (1978).
3. G. Hagen, D. J. Dean, M. Hjorth-Jensen, T. Papenbrock, and A. Schwenk, *Phys. Rev. C* **76**, 044305 (2007).
4. D. Lee, *Progr. Part. Nucl. Phys.* **63**, 117 (2009).
5. E. Epelbaum, H. Krebs, D. Lee, and U. G. Meissner, *Phys. Rev. Lett.* **106**, 192501 (2011).
6. B. R. Barrett, P. Navrátil, and J. P. Vary, *Progr. Part. Nucl. Phys.* **69**, 131 (2013).
7. P. Maris, J. P. Vary, and A. M. Shirokov, *Phys. Rev. C* **79**, 014308 (2009).
8. S. A. Coon, M. I. Avetian, M. K. G. Kruse, U. van Kolck, P. Maris, and J. P. Vary, *Phys. Rev. C* **86**, 054002 (2012).
9. R. J. Furnstahl, G. Hagen, and T. Papenbrock, *Phys. Rev. C* **86**, 031301(R) (2012).
10. S. N. More, A. Ekstrom, R. J. Furnstahl, G. Hagen, and T. Papenbrock, *Phys. Rev. C* **87**, 044326 (2013).
11. M. K. G. Kruse, E. D. Jurgenson, P. Navrátil, B. R. Barrett, and W. E. Ormand, *Phys. Rev. C* **87**, 044301 (2013).
12. D. Sääf and C. Forssén, *Phys. Rev. C* **89**, 011303 (2014).
13. R. J. Furnstahl, S. N. More, and T. Papenbrock, *Phys. Rev. C* **89**, 044301 (2014).
14. S. König, S. K. Bogner, R. J. Furnstahl, S. N. More, and T. Papenbrock, *Phys. Rev. C* **90**, 064007 (2014).
15. R. J. Furnstahl, G. Hagen, T. Papenbrock, and K. A. Wendt, *J. Phys. G* **42**, 034032 (2015).
16. K. A. Wendt, C. Forssén, T. Papenbrock, and D. Sääf, *Phys. Rev. C* **91**, 061301 (2015).
17. S. A. Coon and M. K. G. Kruse, *Int. J. Mod. Phys. E* **25**, 1641011 (2016).
18. I. J. Shin, Y. Kim, P. Maris, J. P. Vary, C. Forssén, J. Rotureau, and N. Michel, *J. Phys. G* **44**, 075103 (2017).
19. G. A. Negoita, G. R. Luecke, J. P. Vary, P. Maris, A. M. Shirokov, I. J. Shin, Y. Kim, E. G. Ng, and C. Yang, in *Proceedings of the Ninth International Conference on Computational Logics, Algebras, Programming, Tools, and Benchmarking (COMPUTATION TOOLS 2018), February 18–22, 2018, Barcelona, Spain* (IARIA, 2018), p. 20; arXiv:1803.03215 [physics.comp-ph]; G. A. Negoita, J. P. Vary, G. R. Luecke, P. Maris, A. M. Shirokov, I. J. Shin, Y. Kim, E. G. Ng, C. Yang, M. Lockner, and G. M. Prabhu, arXiv:1810.04009 [nucl-th] (принято к печати в *Phys. Rev. C*).
20. С. П. Меркурьев, Л. Д. Фаддеев, *Квантовая теория рассеяния для систем нескольких частиц* (Наука, Москва, 1985).
21. E. O. Alt, P. Grassberger, and W. Sandhas, *Nucl. Phys. B* **2**, 167 (1967).
22. W. Leidemann and G. Orlandini, *Prog. Part. Nucl. Phys.* **68**, 158 (2013).
23. V. D. Efros, W. Leidemann, G. Orlandini, and N. Barnea, *J. Phys. G* **34**, R459 (2007).
24. K. M. Nollett, S. C. Pieper, R. B. Wiringa, J. Carlson, and G. M. Hale, *Phys. Rev. Lett.* **99**, 022502 (2007).
25. G. Papadimitriou, J. Rotureau, N. Michel, M. Płoszajczak, and B. R. Barrett, *Phys. Rev. C* **88**, 044318 (2013).
26. P. Navrátil, R. Roth, and S. Quaglioni, *Phys. Rev. C* **82**, 034609 (2010).
27. G. Hupin, J. Langhammer, P. Navrátil, S. Quaglioni, A. Calci, and R. Roth, *Phys. Rev. C* **88**, 054622 (2013).
28. G. Hupin, S. Quaglioni, and P. Navrátil, *Phys. Rev. C* **90**, 061601(R) (2014).
29. P. Navrátil, S. Quaglioni, G. Hupin, C. Romero-Redondo, and A. Calci, *Phys. Scr.* **91**, 053002 (2016).
30. A. M. Shirokov, A. I. Mazur, J. P. Vary, and E. A. Mazur, *Phys. Rev. C* **79**, 014610 (2009).
31. A. M. Shirokov, A. I. Mazur, E. A. Mazur, and J. P. Vary, *Appl. Math. Inf. Sci.* **3**, 245 (2009).
32. A. M. Shirokov, A. I. Mazur, I. A. Mazur, and J. P. Vary, *Phys. Rev. C* **94**, 064320 (2016).
33. A. I. Mazur, A. M. Shirokov, I. A. Mazur, and J. P. Vary, in *Proceedings of the International Conference “Nuclear Theory in the Supercomputing Era-2014” (NTSE-2014), Khabarovsk, Russia, June 23–27, 2014*, Eds. A. M. Shirokov and A. I. Mazur (Pacific National University, Khabarovsk, Russia, 2016), p. 183; <http://www.ntse-2014.khb.ru/Proc/A.Mazur.pdf>
34. I. A. Mazur, A. M. Shirokov, A. I. Mazur, and J. P. Vary, *Phys. Part. Nucl.* **48**, 84 (2017).
35. Л. Д. Блохинцев, А. И. Мазур, И. А. Мазур, Д. А. Савин, А. М. Широков, *ЯФ* **80**, 102 (2017) [*Phys. At. Nucl.* **80**, 226 (2017)].

36. Л. Д. Блохинцев, А. И. Мазур, И. А. Мазур, Д. А. Савин, А. М. Широков, ЯФ **80**, 619 (2017) [Phys. At. Nucl. **80**, 1093 (2017)].
37. A. I. Mazur, A. M. Shirokov, I. A. Mazur, E. A. Mazur, Y. Kim, I. J. Shin, L. D. Blokhintsev, and J. P. Vary, in *Proceedings of the International Conference "Nuclear Theory in the Supercomputing Era-2016" (NTSE-2016), Khabarovsk, Russia, September 19–23, 2016*, Ed. by A. M. Shirokov and A. I. Mazur (Pacific National University, Khabarovsk, Russia, 2018), p. 185; <http://www.ntse-2016.khb.ru/Proc/AMazur.pdf>
38. A. M. Shirokov, A. I. Mazur, I. A. Mazur, E. A. Mazur, I. J. Shin, Y. Kim, L. D. Blokhintsev, and J. P. Vary, Phys. Rev. C **98**, 044624 (2018).
39. A. M. Shirokov, G. Papadimitriou, A. I. Mazur, I. A. Mazur, R. Roth, and J. P. Vary, Phys. Rev. Lett. **117**, 182502 (2016).
40. K. Kisamori, S. Shimoura, H. Miya, S. Michimasa, S. Ota, M. Assie, H. Baba, T. Baba, D. Beaumel, M. Dozono, T. Fujii, N. Fukuda, S. Go, F. Hammache, E. Ideguchi, N. Inabe, *et al.*, Phys. Rev. Lett. **116**, 052501 (2016).
41. A. M. Shirokov, J. P. Vary, A. I. Mazur, and T. A. Weber, Phys. Lett. B **644**, 33 (2007).
42. A. M. Shirokov, I. J. Shin, Y. Kim, M. Sosonkina, P. Maris, and J. P. Vary, Phys. Lett. B **761**, 87 (2016).
43. D. R. Entem and R. Machleidt, Phys. Lett. B **524**, 93 (2002); Phys. Rev. C **68**, 041001(R) (2003).
44. E. J. Heller and H. A. Yamani, Phys. Rev. A **9**, 1201 (1974).
45. H. A. Yamani and L. J. Fishman, J. Math. Phys. **16**, 410 (1975).
46. Г. Ф. Филиппов, И. П. Охрименко, ЯФ **32**, 932 (1980) [Sov. J. Nucl. Phys. **32**, 480 (1980)]; Г. Ф. Филиппов, ЯФ **33**, 928 (1981) [Sov. J. Nucl. Phys. **33**, 488 (1981)].
47. Yu. F. Smirnov and Yu. I. Nechaev, Kinam **4**, 445 (1982); Ю. И. Нечаев, Ю. Ф. Смирнов, ЯФ **35**, 1385 (1982) [Sov. J. Nucl. Phys. **35**, 808 (1982)].
48. J. M. Bang, A. I. Mazur, A. M. Shirokov, Yu. F. Smirnov, and S. A. Zaytsev, Ann. Phys. (N.Y.) **280**, 299 (2000).
49. H. A. Yamani and M. S. Abdelmonem, J. Phys. A **26**, L1183 (1993).
50. H. A. Yamani, Eur. J. Phys. **34**, 1025 (2013).
51. *NIST Digital Library of Mathematical Functions*, <http://dlmf.nist.gov/>
52. С. А. Зайцев, Ю. Ф. Смирнов, А. М. Широков, ТМФ **117**, 227 (1998) [Theor. Math. Phys. **117**, 1291 (1998)].
53. J. Hamilton, I. Øverbø, and B. Tromborg, Nucl. Phys. B **60**, 443 (1973).
54. H. van Haeringen, *Charged-particle Interactions: Theory and Formulas* (Coulomb Press Leyden, Leiden, Netherlands, 1985).
55. Р. Дж. Ньютон, *Теория рассеяния волн и частиц* (Мир, Москва, 1969).
56. R. A. Arndt, D. D. Long, and L. D. Roper, Nucl. Phys. A **209**, 429 (1973).
57. D. C. Dodder, G. M. Hale, N. Jarmie, J. H. Jett, P. W. Keaton, Jr., R. A. Nisley, and K. Witte, Phys. Rev. C **15**, 518 (1977).
58. A. Csótó and G. M. Hale, Phys. Rev. C **55**, 536 (1997).
59. R. Kezerashvili, arXiv:1608.00169 [nucl-th].
60. S. K. Bogner, R. J. Furnstahl, and A. Schwenk, Progr. Part. Nucl. Phys. **65**, 94 (2010).

DESCRIPTION OF CONTINUUM STATES WITHIN NO-CORE SHELL MODEL. SINGLE STATE HORSE METHOD

A. I. Mazur¹⁾, A. M. Shirokov^{1),2),3)}, I. A. Mazur¹⁾, L. D. Blokhintsev^{1),2)},
Y. Kim⁴⁾, I. J. Shin⁴⁾, J. P. Vary³⁾

¹⁾Department of Physics, Pacific National University, Khabarovsk, Russia

²⁾Skobeltsyn Institute of Nuclear Physics, Lomonosov Moscow State University, Moscow, Russia

³⁾Department of Physics and Astronomy, Iowa State University, Ames, Iowa, USA

⁴⁾Institute for Basic Science, Daejeon, Korea

The SS-HORSE method of analysis of resonant scattering is considered. The method is based on microscopic calculations of nuclear spectra within the No-Core Shell Model with realistic NN interactions avoiding any model assumption. In the framework of the SS-HORSE method, the resonances $3/2^-$ and $1/2^-$ in ${}^5\text{Li}$ and ${}^5\text{He}$ nuclei are investigated. The possibility of the existence of a resonance in the four-neutron system is studied.