ЯДЕРНАЯ ФИЗИКА, 2020, том 83, № 1, с. 47–53

ЯДРА

АНГАРМОНИЧЕСКИЕ ЭФФЕКТЫ В ТЕОРИИ КОНЕЧНЫХ ФЕРМИ-СИСТЕМ

© 2020 г. С. П. Камерджиев[1)*], М. И. Шитов[1)]

Поступила в редакцию 03.09.2019 г.; после доработки 10.09.2019 г.; принята к публикации 12.09.2019 г.

Кратко обсуждаются некоторые результаты Э.Е. Саперштейна и соавторов в области теории основного и низколежащих состояний магических и полумагических ядер. Впервые рассмотрены поправки к амплитуде рождения g (одного) низколежащего фонона, которые основаны на существовании малого параметра и включают связь амплитуд рождения одного и двух фононов, определяемую эффектом “тэдпола”.

DOI: 10.31857/S0044002720010067

1. ВВЕДЕНИЕ

Э.Е. Саперштейн внес значительный вклад в развитие ядерной физики низких энергий, прежде всего его работами в области применения квантовой ядерной теории многих тел. Его научный стиль характеризует большая физическая культура: виртуозное применение техники квантовых функций Грина, умение оценивать неучтенные члены, огромная эрудиция, способность подробно и точно описать полученные результаты. Настоящая статья посвящена, во-первых, краткому изложению некоторых результатов, полученных Э.Е. Саперштейном с соавторами в области теории основного и низколежащих состояний магических и полумагических ядер и, во-вторых, одному из вопросов в направлении естественного развития и продолжения его работ.

После первого издания книги А.Б. Мигдала [1] в 1965 г. его подход, основанный на формализме квантовой теории многих тел, получил значительное развитие. Принципиальное значение теории конечных ферми-систем (ТКФС) состояло во введении в теорию ядра очень плодотворного аппарата квантовых функций Грина (ФГ). Важнейшие результаты следующего этапа, которые частично вошли в книгу [2], — это развитие самосогласованного подхода, основанного на функционале Фаянса, между средним полем ядра и эффективным межнуклонным взаимодействием, и развитие теории квазичастично-фононного взаимодействия (КФВ) и квантовой теории ангармонических эффектов. В рамках этого этапа было выполнено большое количество работ группой сотрудников Курчатовского института: В.А. Ходелем, Э.Е. Саперштейном, С.А. Фаянсом, А.П. Платоновым, С.В. Толоконниковым и др., см., например, недавние обзоры [3, 4] и обзоры самого Э.Е. Саперштейна о магнитных моментах ядер в основном состоянии [5], о самосогласованной ТКФС [6], о ядерном спаривании [7, 8]. [2)]

Работы в рамках самосогласованной ТКФС основывались на использовании малого параметра g^2, где g — амплитуда рождения низколежащего фонона (g^2-приближение), который существует для магических [11] и полумагических [12] ядер. Для самосогласования использовался функционал Фаянса, см. [3], главное отличие которого от функционала Скирма состоит во введении другой, т.е. дробно-линейной, зависимости от плотности. Для g^2-поправок к рассчитанному самосогласованному полю учитывались как обычные полюсные, так и неполюсные поправки, связанные с понятием фононного тэдпола, что позволило учесть все g^2-поправки [3]. В понятие тэдпола входит амплитуда g_{12} рождения двух одинаковых фононов (случай $1 = 2$). Существуют, однако, и другие перспективные аспекты использования амплитуды g_{12}.

Существенное предположение всех указанных работ заключалось в том, что фононы описывались в рамках метода хаотических фаз (МХФ) или квазичастичного МХФ (КМХФ). Однако известно, что наблюдаемые фононы содержат вклад двухфононных состояний и это обстоятельство подробно изучается в известном методе квазичастично-фононной модели (КФМ) [13]. В рамках формализма ФГ необходимо учесть этот вклад двумя способами, которые заметно отличаются друг от

[1)]Национальный исследовательский центр “Курчатовский институт”, Москва, Россия.
[*]E-mail: kamerdzhiev_sp@nrcki.ru

[2)]В области теории возбужденных состояний с большей энергией, т.е. пигми и мультипольных гигантских резонансов, см. также обзоры [4, 9] и статью [10].

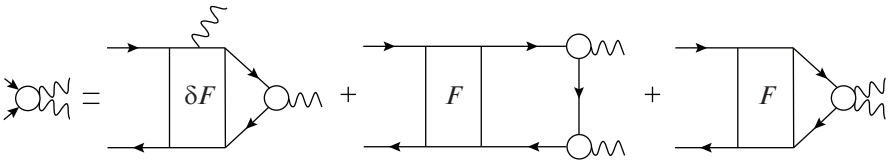

Рис. 1. Уравнение (2) в диаграммном виде.

друга. Во-первых, путем обобщения уже развитых подходов [9, 10], основанных на включении эффектов связи с фононами, *только* в квазичастично-квазидырочный пропагатор ТКФС как в магических ядрах, так и ядрах со спариванием. По-видимому, это представляет интерес в области энергий гигантских и пигми-резонансов и должно быть реализовано в рамках обобщенной теории этих резонансов. Во-вторых, этот вклад необходимо рассмотреть с использованием связи между амплитудами рождения одного и двух фононов, т.е. связи амплитуд g и g_{12}, определяемой в простейшем приближении $L_1 = L_2$ как эффекты тэдпола. Иначе говоря, представляет интерес обобщить результаты ТКФС, чтобы в рамках g^2-приближения и на языке метода ФГ учесть эффекты смешивания однофононных и двухфононных возбуждений для лучшего описания самих низколежащих фононов, точнее, проверить степень адекватности описания фононов в рамках МФХ (и аналогично, если понадобится в будущем, включить g^3-поправки). Это обобщение является главной целью настоящей работы.

2. НЕКОТОРЫЕ РЕЗУЛЬТАТЫ САМОСОГЛАСОВАННОЙ ТКФС

Амплитуда рождения g фонона с моментом L в ТКФС удовлетворяет однородному уравнению (в символическом виде) [1]:

$$g_L = FAg_L, \qquad (1)$$

где F — эффективное взаимодействие Ландау–Мигдала, которое в самосогласованной ТКФС определяется как вторая вариационная производная по плотности от функционала, A — частично-дырочный пропагатор, представляющий собой интеграл от двух ФГ. Это уравнение соответствует обычному методу МХФ для магических ядер, записанному на языке ФГ. Если учитывать спаривание, все величины в (1) являются соответствующими матрицами [1] и тогда оно соответствует КМХФ. В работах [6, 14, 15] была введена величина, которую мы назвали [16] фононным тэдполом. Эта величина, вообще говоря, представляет собой вариацию амплитуды рождения фонона g_1 с моментом L_1 в поле другого фонона g_2 с моментом L_2, но в фононный тэдпол, по определению, входит g_{12} с $L_1 = L_2 = L$. Уравнение для амплитуды рождения двух фононов g_{12} получается варьированием уравнения (1) для амплитуды рождения фонона g_1 в поле фонона g_2:

$$g_{12} = \delta_1 FAg_2 + F(\delta_1 A)g_2 + FAg_{12}, \qquad (2)$$

и показано на рис. 1. Уравнение (2) есть интегральное уравнение с двумя свободными членами.

В работах группы Курчатовского института большое внимание уделялось подробному изучению эффектов тэдпола, т.е. случаю g_{LL}. Это связано с тем, что учет тэдпола необходим для последовательного учета "духового" состояния, соответствующего случаю фонона с $L = 1$, $\omega = 0$, т.е. сдвигу системы как целого, когда система не меняется. В этом случае для поправок к среднему полю учет тэдпола (локальная, или "охватывающая" диаграмма) полностью сокращает полюсные диаграммы, см. рис. 2. Как оказалось, для реальных фононов вклад тэдпольных диаграмм в g^2-поправках к среднему полю заметен и частично компенсирует вклад полюсных диаграмм [3].

Для статических электромагнитных моментов нечетных ядер в основном состоянии [17, 18] был выполнен анализ g^2-поправок с использованием самосогласованного подхода на основе функционала Фаянса. Поскольку эти величины определяются диагональным матричным элементом от вершины (эффективного поля) V, описываемой в рамках (К)МХФ, точнее в рамках самосогласованной ТКФС, то анализ g^2-поправок выполнялся для матричных элементов от вершины V. Были рассмотрены три вида g^2-поправок: 1) основные пять поправок, которые дают большой вклад, — так называемые концевые поправки, и поправки от появления дополнительного взаимодействия, обусловленного обменом фононами, которые, как оказалось, дают противоположные по знаку вклады и сильно компенсируют друг друга, 2) несколько поправок, которые содержат электромагнитный момент в возбужденном состоянии, именно они оказались важными из-за того, что поправки первой группы сильно компенсируют друг друга, 3) поправки, связанные с изменением частично-дырочного пропагатора (две группы), и некоторые другие, эти поправки анализировались, и было показано, что их не надо учитывать в данной задаче.

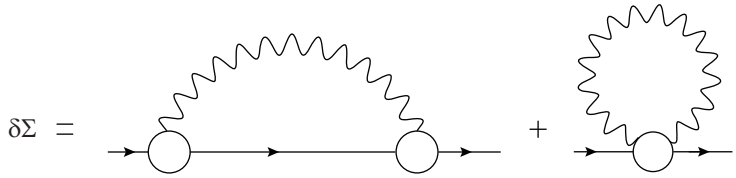

Рис. 2. g^2-поправки к массовому оператору в магических ядрах. Кружки с одной волнистой линией в первом слагаемом — амплитуды рождения фонона g. Волнистые линии — ФГ фонона D. Сплошные линии — одночастичные ФГ. Второе слагаемое — фононный тэдпол (tadpole).

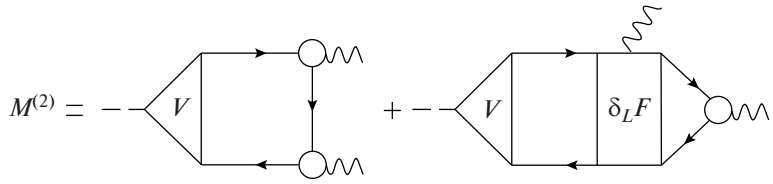

Рис. 3. Амплитуда перехода в два фонона для магических ядер (см. текст). Треугольник с пунктиром означает эффективное поле V, определяющее поляризуемость ядра.

Результат этого анализа состоял в том, что такой подход для учета поправок позволяет заметно улучшить описание экспериментальных данных.

Кроме поправок к статическим величинам (среднее поле, моменты нечетных ядер), величины g_{12} с $L_1 \neq L_2$ оказались необходимыми для анализа динамических эффектов второго и третьего порядков по амплитуде g. Величины g^2 содержатся в явном виде в амплитудах переходов в два фонона $M^{(2)}_{L_1L_2}$, которые описывают: случай $L_1 = L_2$ электромагнитных моментов в возбужденном состоянии, переходы между возбужденными состояниями L_1 и L_2 и переход между основным и двухфононным состоянием, составленным из двух фононов с L_1 и L_2. Самосогласованные расчеты для первых двух случаев выполнялись в [19–21]. Диаграммы Фейнмана для амплитуды перехода в два фонона, описывающие эти ангармонические эффекты второго порядка, представлены на рис. 3. Как показали расчеты в [19], количественный вклад второй диаграммы на рис. 3, содержащей изменение δF эффективного взаимодействия в поле фонона, оказался мал. Важный результат этих работ состоял в количественном анализе новых, т.е. трехквазичастичных корреляций в основном состоянии (КОС) (backward-going graphs). Оказалось, что в отличие от обычных двухквазичастичных КОС, содержащихся в методе (К)МХФ, эти новые КОС определяют приблизительно половину наблюдаемого эффекта, а другую половину дает учет поляризуемости ядра, которая определяется эффективным полем V. В методе ФГ трехквазичастичные КОС появляются в результате интегрирования трех одночастичных ФГ, каждая из которых содержит квазичастичную и квазидырочную (т.е. прямую и обратную) составляющие.

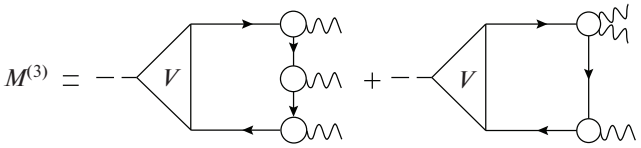

Рис. 4. Амплитуда перехода в три фонона для магических ядер (см. текст).

Ангармонические эффекты третьего порядка по амплитуде g изучались для магических ядер и в приближении Бора–Моттельсона для амплитуды g в [6, 14]. Для ядер со спариванием они были обобщены в работе [22]. На рис. 4 показаны две характерные диаграммы для амплитуды перехода в три фонона $M^{(3)}_{L_1L_2L_2}$ в магических ядрах без перестановок фононов и без учета трех дополнительных диаграмм, содержащих δF, которые по аналогии с результатом в [19], вероятно, должны вносить малый вклад. Следует сразу отметить, что эффект от второго графика, содержащего трехквазичастичные КОС и величину g_{12}, нигде не изучался. В первом графике на рис. 4 содержатся четырехквазичастичные КОС, обусловленные интегрированием четырех одночастичных ФГ. Для вывода формул, соответствующих графикам на рис. 4, оказалось необходимым использовать величину g_{123}, появляющуюся в результате вариации уравнения (2), рис. 3 для g_{12} в поле фонона 3, которая удовлетворяет сложному интегральному уравнению с пятью свободными членами, подробнее см. [22].

Для случая EL-перехода между двух- и однофононным состояниями в ядрах со спариванием аналитическая формула, соответствующая первому графику на рис. 4, была получена в [22] и сравнена с аналогичной формулой, полученной ранее в

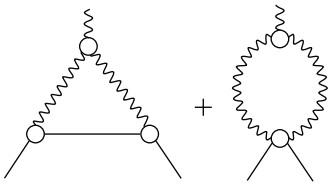

Рис. 5. Диаграммы высшего порядка для амплитуды рождения одного фонона.

рамках КФМ [23]. Найдено, что формула из [23] получается из наших формул, если пренебречь всеми многочисленными слагаемыми, соответствующими четырехквазичастичным КОС, не говоря уже о второй диаграмме на рис. 4, о которой говорилось выше.

3. ПОПРАВКИ К АМПЛИТУДЕ РОЖДЕНИЯ ОДНОГО ФОНОНА

Мы используем g^2-приближение, т.е. факт существования малого параметра [11, 12]

$$\alpha = \frac{|\langle 1||g_s||2\rangle|^2}{(2j_1+1)\omega_s^2} < 1, \qquad (3)$$

где $\langle 1||g_s||2\rangle$ — приведенный матричный элемент амплитуды рождения фонона с энергией ω_s.

Для простоты рассматриваются магические ядра и не учитываются эффекты порядка g^3, содержащие амплитуду рождения трех фононов $\delta^{(2)}g = \delta_1\delta_2 g_3 = g_{123}$. Кроме того, не учитываются графики, показанные на рис. 5, которые содержат фононную "треххвостку", поскольку, как видно из рис. 5, они имеют более высокий порядок g^5.

Тогда g^2-поправки к матричному элементу $g_{\lambda_1,\lambda_2} = (\varphi_{\lambda_1}, g\varphi_{\lambda_2})$ имеют вид

$$\begin{gathered}\Delta g_{\lambda_1,\lambda_2} = (\delta^{(2)}\varphi_{\lambda_1}, g\varphi_{\lambda_2}) + \\ + (\varphi_{\lambda_1}, g\delta^{(2)}\varphi_{\lambda_2}) + (\delta^{(1)}\varphi_{\lambda_1}, g\delta^{(1)}\varphi_{\lambda_2}) + \\ + (\delta^{(1)}\varphi_{\lambda_1}, \delta^{(1)}g\varphi_{\lambda_2}) + (\varphi_{\lambda_1}, \delta^{(1)}g\delta^{(1)}\varphi_{\lambda_2}) \equiv \\ \equiv \Delta g^{\text{end}}_{\lambda_1\lambda_2} + \Delta g^{GGD}_{\lambda_1\lambda_2} + \Delta g^{\text{new}}_{\lambda_1\lambda_2}.\end{gathered} \qquad (4)$$

Диаграммы Феймана, отвечающие этим поправкам, показаны на рис. 6. Величина $\Delta g^{\text{end}}_{\lambda_1\lambda_2}$ содержит четыре слагаемых, показанных на первых четырех графиках, а $\Delta g^{\text{new}}_{\lambda_1\lambda_2}$ — это два последних слагаемых из пяти в (4), представленные двумя последними графиками на рис. 6. В соответствии с нашим предположением о неучете эффектов третьего порядка слагаемое, показанное на рис. 7, которое содержит g_{113}, не включено в (4). Вообще говоря, анализ роли амплитуды рождения трех фононов g_{123} желателен, потому что амплитуды g_{12} и g_{123} связаны между собой (также как и g_{123}, и g_{1234}!). Он не сделан, потому что, во-первых, как говорилось в предыдущем разделе, уравнение для g_{123} имеет весьма сложный вид с большим количеством свободных членов и, во-вторых, возможные оценки этой величины должны быть связаны с другим и более сложным условием согласования [14]. Оба эти вопроса не изучены и находятся вне рамок настоящей работы.

Что касается двух последних слагаемых в (4) и на рис. 6, то можно попытаться рассмотреть их подробнее, если использовать уравнение (2) для g_{12}. Подставляя правую часть уравнения (2) во второе из двух (однотипных) последних слагаемых в (4), получим три весьма сложных выражения, содержащих три или четыре ФГ G и одну ФГ фонона D. Одно из них представлено графиком, показанным на рис. 8, который получается после подстановки второго свободного члена уравнения (1) в величину $(\varphi_{\lambda_1}, \delta^{(1)}g\delta^{(1)}\varphi_{\lambda_2})$ в (4) (последний график на рис. 6). Похожий график с заменой амплитуды g на вершину V обсуждался в [17], где было показано, что такого рода графики не следует включать в задачу учета g^2-поправок. Таким образом, подстановка правой части уравнения (2) в последние графики на рис. 6 сильно усложняет задачу и фактически на данном этапе не нужна. Для анализа вклада двух последних графиков в (4), на рис. 6 необходимо попытаться использовать уже имеющуюся оценку самой величины g_{12}, см. следующий раздел.

4. СВЯЗЬ АМПЛИТУД РОЖДЕНИЯ ОДНОГО И ДВУХ ФОНОНОВ

Эта связь, которая иллюстрируется на рис. 6 двумя последними графиками, требует специального анализа. Во-первых, можно с большой степенью уверенности утверждать, что слагаемые, соответствующие сумме пятого графика и первых четырех графиков на рис. 6, сильно компенсируют друг друга. Для аналогичного случая, когда вместо амплитуды g входит вершина V, это показано в расчетах магнитных и квадрупольных моментов основного состояния нечетных ядер в работах [17, 18]. Поэтому остальные два слагаемых на рис. 6, которые реализуют связь амплитуд одного и двух фононов, могут оказаться существенными. Во-вторых, это обстоятельство является весьма важным, хотя бы частично, в силу физических причин, описанных во Введении.

Как уже говорилось, решение уравнения (2) для амплитуды рождения двух фононов, входящей в эти два графика, весьма трудоемко. Оно решалось в координатном представлении только в работах А.П. Платонова [15] для других по сравнению с

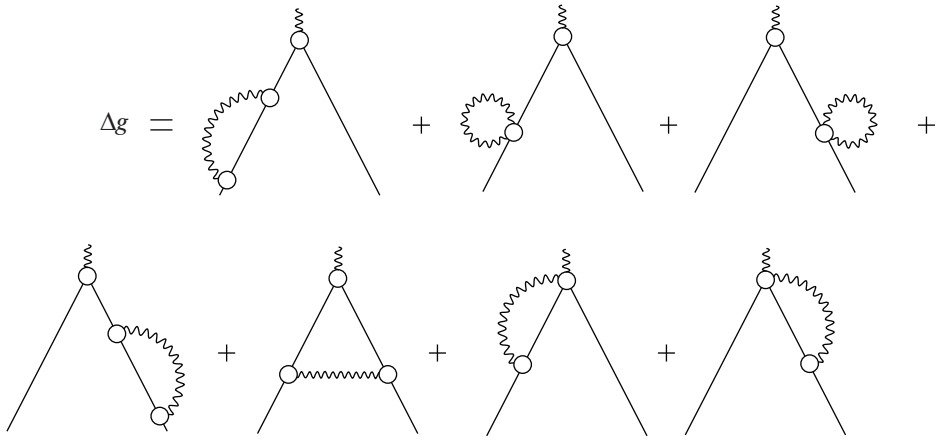

Рис. 6. Диаграммы, определяющие g^2-поправки к амплитуде рождения одного фонона.

нашей задач. Поэтому на данном этапе необходимо выполнить анализ этих двух слагаемых с использованием имеющихся реалистических оценок амплитуды g_{12}. Эти оценки основаны на том, что в случае "духового" 1^--состояния точным решением уравнения для амплитуды g_1 является $\omega = 0$, $g_1 = \alpha_1 \partial U/\partial r$, где U — среднее поле, что совпадает с результатами теории Бора–Моттельсона [11]. Тогда, поскольку $\delta_1 g_1$ есть изменение g_1 в поле дипольного "духового" фонона, которое вызвано сдвигом центра тяжести системы, то для этого случая можно получить из уравнения для g_{11}

$$(\delta_1 g_1)_{ik} = C^2 \partial^2 U/\partial \mathbf{r}_i \partial\, \mathbf{r}_k, \tag{5}$$

где C — нормировочная константа. Для произвольного L, т.е. реального фонона, главная часть $\delta_L g_L$ пропорциональна $\delta_1 g_1$ и, как показали расчеты [15], объемная квантовая поправка невелика по сравнению с поверхностной классической компонентой $\delta_1 g_1$. Поэтому можно использовать оценку (5), положив коэффициент пропорциональности равным коэффициенту динамической деформации α_L.

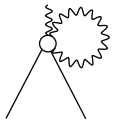

Рис. 7. Диаграмма высшего порядка для амплитуды рождения одного фонона, содержащая амплитуду рождения g_{113} трех фононов.

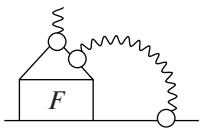

Рис. 8. Одна из сложных диаграмм, определяющая амплитуду рождения одного фонона (см. текст).

Ранее рассматривался только частный случай g_{LL}, соответствующий $L_1 = L_2$ (случай тэдпола), поэтому для простоты рассмотрим этот же случай для нашей задачи анализа величины $\Delta g^{\text{new}}_{\lambda_1\lambda_2}$ (два графика на рис. 6). Величина g_{LL} в координатном представлении имеет вид [15]

$$g_{LL}(\mathbf{r}) = \sum_{K\Omega} a^{K\Omega}_{LL} Y_{K\Omega}(\mathbf{n}) M^K_{LL}(r), \tag{6}$$

где

$$a^{K\Omega}_{LL} = (-1)^{M'+\Omega} \begin{pmatrix} L & L & K \\ M & -M' & -\Omega \end{pmatrix} \times \tag{7}$$
$$\times \begin{pmatrix} L & L & K \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} (2L+1) \left(\frac{2K+1}{4\Pi}\right)^{1/2},$$

$K = 0, 2$ и аналогично для свободных членов в уравнении для g_{LL}. Тогда, решая уравнение для радиальной части $M^K_{11}(r)$ с учетом похожести решений уравнений для g_{11} и g_{LL} можно записать:

$$M^0_{LL}(r) = \alpha^2_L \left(\frac{\partial^2 U}{\partial r^2} + \frac{2}{r}\frac{\partial U}{\partial r}\right), \tag{8}$$
$$M^2_{LL}(r) = \alpha^2_L \left(\frac{\partial^2 U}{\partial r^2} - \frac{1}{r}\frac{\partial U}{\partial r}\right),$$

где U — самосогласованный потенциал ядра.

Общая формула, которая в (4) обозначается как $\Delta g^{\text{new}}_{\lambda_1\lambda_2}$ для случая $L_1 = L_2 = L$, имеет вид

$$(\Delta g^{\text{new}}_{LL})_{13} = \sum_{\lambda_2 M} g^{LM}_{13} g^{L-MLM'}_{32} I_{\lambda_1\lambda_3 L}, \tag{9}$$

где

$$g^{LM}_{13} = (-1)^{j_1 - m_1} \begin{pmatrix} j_1 & L & j_3 \\ -m_1 & M & m_3 \end{pmatrix} \times \tag{10}$$

$$\times \langle \nu_1 || g^L || \nu_3 \rangle,$$

$$I_{\lambda_1\lambda_3 L} = \int G_{\lambda_3}(\varepsilon_{\lambda_1} + \omega) D_L(\omega) \frac{d\omega}{2\Pi i} = \qquad (11)$$

$$= \frac{-n_{\lambda_3}}{\varepsilon_{\lambda_1} - \varepsilon_{\lambda_3} + \omega_L} + \frac{-(1-n)_{\lambda_3}}{\varepsilon_{\lambda_1} - \varepsilon_{\lambda_3} - \omega_L}.$$

Здесь и ниже индексы 1, 2, 3 означают набор одночастичных квантовых чисел $1 \equiv \lambda_1 \equiv \equiv (n_1, j_1, l_1, m_1) \equiv (\nu_1, m_1)$ (сферические ядра).

Подставляя (6), (7) в (9), находим

$$(\Delta g_{LL}^{\text{new}}) = (\Delta g_{LL}^{\text{new}})_{\lambda_1\lambda_2 L M'} = \qquad (12)$$

$$= (-1)^{j_1 - m_1} \begin{pmatrix} j_1 & j_2 & L \\ -m_1 & m_2 & M' \end{pmatrix} (\Delta g_{LL}^{\text{new}})_{\nu_1\nu_2 L},$$

$$(\Delta g_{LL}^{\text{new}})_{\nu_1\nu_2 L} = (2L+1) \times$$

$$\times \sum_{\nu_3 K} \Big(\frac{2K+1}{4\Pi}\Big)^{1/2} \begin{pmatrix} L & L & K \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \begin{Bmatrix} j_1 & j_2 & L \\ K & L & j_3 \end{Bmatrix} \times$$

$$\times \langle \nu_3 || Y_K || \nu_2 \rangle \langle \nu_1 || g^L || \nu_3 \rangle I_{\nu_1\nu_3 L} (M_{LL}^K)_{\nu_3\nu_2},$$

где

$$(M_{LL}^K)_{\nu_3\nu_2} = \int R_{\nu_3}^* M_{LL}^K(r) R_{\nu_2} r^2 dr, \qquad (13)$$

R_{ν_3}, R_{ν_2} — одночастичные радиальные волновые функции и приведенные матричные элементы рассчитываются по обычной схеме.

Аналогично получаются формулы и для другого из двух последних слагаемых в (4) и на рис. 6.

Расчеты, как по полученным здесь новым формулам (9)–(13), так и по остальным формулам, соответствующим графикам на рис. 6, вклад которых необходимо проверить, должны быть сделаны в отдельной работе.

5. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В работе предложен метод проверки правильности описания низколежащих фононов, которое основано на предположении, что фононы описываются в рамках метода (К)МХФ, формулируемого в стандартной теории конечных ферми-систем на языке ФГ. Точнее, рассмотрены поправки первого порядка к амплитуде рождения фонона, основанные на существовании малого g^2-параметра. По-видимому, наибольший интерес будет иметь применение предлагаемого подхода к полумагическим ядрам, где указанные поправки могут достаточно заметно изменить результаты, полученные с использованием указанного предположения. По крайней мере, для задачи ангармонических эффектов второго порядка, решенной без учета КОС, это было продемонстрировано на нескольких примерах для полумагических ядер в методе КФМ [23], где учет смешивания с двумя фононами заметно изменил вероятность $E1$-перехода.

Следует также отметить важность предложенного здесь метода для других задач. Если вместо амплитуды g рассмотреть два аналогичных слагаемых, или графика, в которых вместо g стоит эффективное поле V, то, используя предложенную методику, можно рассчитать два слагаемых $(\delta^{(1)}\varphi_{\lambda_1}\delta^{(1)}V\varphi_{\lambda_2})$ и $(\varphi_{\lambda_1}\delta^{(1)}V\delta^{(1)}\varphi_{\lambda_2})$. При этом следует воспользоваться формулой, аналогичной вышеупомянутой формуле $g_1 = \alpha_L \frac{\partial U}{\partial r}$, но для $\delta^{(1)}V \sim \alpha_L \frac{\partial V}{\partial r}$, которая была предложена в работе [24]. Тогда, поскольку электромагнитные моменты нечетных ядер в основном состоянии определяются диагональным матричным элементом $\langle \lambda_1 | V | \lambda_2 \rangle$, можно оценить суммарный вклад связи фононов типа $(\delta^{(1)}\varphi_{\lambda_1}\delta^{(1)}V\varphi_{\lambda_2})$, не оценивая отдельные слагаемые, входящие в эту величину, как это делалось в [17]. Таким образом, можно уточнить результаты самосогласованных расчетов в работах [17, 18] для магнитных и квадрупольных моментов нечетных ядер в основном состоянии. В работе А.П. Платонова, см. [24], соответствующие несамосогласованные расчеты выполнялись для других физических характеристик.

Во Введении были названы два пути развития ТКФС. Первый — в области энергий низколежащих фононов, который описан в настоящей работе. Второй — в области энергий гигантских и пигми-резонансов. Можно думать, что эти две большие, хотя и несравнимые по количеству работы задачи, должны быть названы как третий этап развития ТКФС. Настоящая работа является первым шагом в этом направлении.

Полученные результаты, к сожалению, не обсуждались с Э.Е. Саперштейном. Но, конечно, они не могли быть получены, если бы не совместная многолетняя работа одного из авторов (С.К.) с Э.Е. Саперштейном, у которого этот автор многому научился.

Авторы благодарны организаторам семинара INFINUM за поддержку и С.В. Толоконникову за полезные обсуждения материалов работы.

Исследование выполнено при финансовой поддержке РФФИ в рамках научного проекта № 19-32-90186 и поддержано грантом РНФ 16-12-10155.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. А. Б. Мигдал, *Теория конечных ферми-систем и свойства атомных ядер* (Наука, Москва, 1965).
2. А. Б. Мигдал, *Теория конечных ферми-систем и свойства атомных ядер, 2-е изд.* (Наука, Москва, 1983).

3. Э. Е. Саперштейн, С. В. Толоконников, ЯФ **79**, 703 (2016) [Phys. At. Nucl. **79**, 1030 (2016)].
4. С. П. Камерджиев, О. И. Ачаковский, С. В. Толоконников, М. И. Шитов, ЯФ **82**, 320 (2019) [Phys. At. Nucl. **82**, 366 (2019)].
5. И. Н. Борзов, Э. Е. Саперштейн, С. В. Толоконников, ЯФ **71**, 493 (2008) [Phys. At. Nucl. **71**, 469 (2008)].
6. V. A. Khodel and E. E. Saperstein, Phys. Rep. **92**, 183 (1982).
7. Э. Е. Саперштейн, С. С. Панкратов, М. В. Зверев, М. Балдо, У. Ломбардо, ЯФ **72**, 1167 (2009) [Phys. At. Nucl. **72**, 1121 (2009)].
8. M. Baldo, U. Lombardo, E. E. Saperstein, and M. V. Zverev, Phys. Rep. **391**, 261 (2004).
9. S. Kamerdzhiev, J. Speth, and G. Tertychny, Phys. Rep. **393**, 1 (2004).
10. С. П. Камерджиев, А. В. Авдеенков, Д. А. Войтенков, ЯФ **74**, 1509 (2011) [Phys. At. Nucl. **74**, 1478 (2011)].
11. О. Бор, Б. Моттельсон, *Структура атомного ядра*, т. 2 (Мир, Москва, 1977).
12. А. В. Авдеенков, С. П. Камерджиев, ЯФ **62**, 610 (1999) [Phys. At. Nucl. **62**, 563 (1999)].
13. В. Г. Соловьёв, *Теория атомного ядра. Квазичастицы и фононы* (Энергоатомиздат, Москва, 1989).
14. В. А. Ходель, ЯФ **24**, 704 (1976) [Sov. J. Nucl. Phys. **24**, 367 (1976)].
15. V. A. Khodel, A. P. Platonov, and E. E. Saperstein, J. Phys. G: Nucl. Phys. **6**, 1199 (1980).
16. S. P. Kamerdzhiev and E. E. Saperstein, Eur. Phys. J. A **37**, 333 (2008).
17. Э. Е. Саперштейн, О. И. Ачаковский, С. П. Камерджиев, З. Кревальд, Й. Шпет, С. В. Толоконников, ЯФ **77**, 1089 (2014) [Phys. At. Nucl. **77**, 1033 (2014)].
18. E. E. Saperstein, S. Kamerdzhiev, D. S. Krepish, S. V. Tolokonnikov, and D. Voitenkov, J. Phys. G: Nucl. Part. Phys. **44**, 065104 (2017).
19. D. Voitenkov, S. Kamerdzhiev, S. Krewald, E. E. Saperstein, and S. V. Tolokonnikov, Phys. Rev. C **85**, 054319 (2012).
20. С. П. Камерджиев, Д. А. Войтенков, Э. Е. Саперштейн, С. В. Толоконников, Письма в ЖЭТФ **108**, 155 (2018) [JETP Lett. **108**, 155 (2018)].
21. С. П. Камерджиев, Д. А. Войтенков, Э. Е. Саперштейн, С. В. Толоконников, М. И. Шитов, Письма в ЖЭТФ **106**, 132 (2017) [JETP Lett. **106**, 139 (2017)].
22. С. П. Камерджиев, М. И. Шитов, Письма в ЖЭТФ **109**, 65 (2019) [JETP Lett. **109**, 69 (2019)].
23. V. Yu. Ponomarev, Ch. Stoyanov, N. Tsoneva, and M. Grinberg, Nucl. Phys. A **635**, 470 (1998).
24. А. П. Платонов, Препринт ИАЭ-3786/2 (Москва, 1983).

ANHARMONIC EFFECTS IN THE THEORY OF FINITE FERMI SYSTEMS

S. P. Kamerdzhiev[1)], M. I. Shitov[1)]

[1)] *National Research Center "Kurchatov Institute", Moscow, Russia*

A short review of the results by E.E. Saperstein and his coauthors devoted to the theory of ground and low-lying excited states of magic and semi-magic nuclei is given. Here, the corrections to the low-lying phonon creation amplitude g are considered for the first time. They are based on existence of a small parameter and contain a tadpole coupling between one- and two-phonon-creation amplitudes.