ЯДЕРНАЯ ФИЗИКА, 2020, том 83, № 1, с. 16–24

ЯДРА

# ВЛИЯНИЕ РАСПРЕДЕЛЕНИЯ НУКЛОННОЙ ПЛОТНОСТИ НА ОПИСАНИЕ РАСПАДА ЯДРА

© 2020 г. И. С. Рогов[1),2)*], Н. В. Антоненко[1),2)], Г. Г. Адамян[1)], Т. М. Шнейдман[1),3)]

Поступила в редакцию 28.08.2019 г.; после доработки 27.09.2019 г.; принята к публикации 27.09.2019 г.

Параметры, используемые в самосогласованных расчетах распределения нуклонов в ядрах, предлагается проверить при вычислении ядро-ядерного потенциала, необходимого для рассмотрения распадов ядра. Показана корреляция распределения нуклонов и параметров нуклон-нуклонного взаимодействия. На основе модели двойной ядерной системы разработан единый подход для расчета характерных времен альфа-распада и спонтанного деления.

**DOI:** 10.31857/S0044002720010122

## 1. ВВЕДЕНИЕ

Основной целью ядерной теории является разработка универсального подхода, применимого для описания структуры ядра и ядерных реакций. Хотя неэмпирические (*ab initio*) подходы открывают соответствующую перспективу, они в настоящее время используются лишь для описания относительно легких ядер. *Ab initio* и феноменологические подходы, как правило, разрабатываются либо для описания свойств ядер, либо для описания динамики ядерных реакций.

В работе [1] профили плотности нуклонов в сферических ядрах рассчитывались на основе частично *ab initio* микроскопического подхода [2], в котором функционал плотности энергии (ФПЭ) конструировался с использованием взаимодействия свободных нуклонов с несколькими феноменологическими параметрами. С этим ФПЭ самосогласованно вычислялось распределение нуклонов в ядре, которое потом использовалось для нахождения потенциала взаимодействия между двумя ядрами.

При самосогласованных расчетах распределения плотности нуклонов [1–5] было обнаружено, что параметры радиуса и диффузности ядра имеют меньшие величины, чем используемые в феноменологическом подходе. Поэтому необходимо проверить применимость полученных результатов к расчету ядро-ядерного потенциала, используемого для описания взаимодействия двух ядер. Вычисление этого взаимодействия требуется для анализа столкновения ядер, динамики двойных ядерных систем (ДЯС), предразрывной стадии деления ядер и кластерной радиоактивности (КР).

Процессы КР и спонтанного деления атомных ядер характеризуются большим временем, необходимым для экспериментального наблюдения. В связи с этим большое значение приобретает теоретическое предсказание периодов полураспада. Кроме того, теоретическое описание кластерного и спонтанного деления необходимо для фундаментального понимания процессов, происходящих в делящихся ядрах. Расчеты периодов полураспада, как ожидается, чувствительны к потенциалу взаимодействия ядер. В работе [1] мы использовали феноменологический потенциал, который достаточно хорошо описывает положение и высоту кулоновского барьера. В данной статье применим этот потенциал для описания кластерной радиоактивности и спонтанного деления. Отметим, что эмиссия кластеров и спонтанное деление будут рассмотрены в рамках единого подхода.

## 2. РАСПРЕДЕЛЕНИЕ НУКЛОННОЙ ПЛОТНОСТИ

В сферических ядрах распределение нуклонной плотности $\rho$ обычно берется в виде трехпараметрической симметризированной функции Ферми:

$$\rho(r) = \frac{\rho_0}{1 + \exp[(r - R)/a]}, \qquad (1)$$

где $\rho_0$ — плотность нуклонов в центре ядра, $R = r_0 A^{1/3}$ — радиус ядра с параметром $r_0$, $a$ — параметр диффузности. Как видно на рис. 1, профиль

[1)] Лаборатория теоретической физики им. Н.Н. Боголюбова, Объединенный институт ядерных исследований, Дубна, Россия.
[2)] Национальный исследовательский Томский политехнический университет, Россия.
[3)] Казанский (Приволжский) федеральный университет, Россия.
[*] E-mail: isrogov@theor.jinr.ru

плотности нуклонов хорошо описывается выражением (1). Выражение

$$\rho_0 = \frac{3}{4\pi r_0^3}\frac{1}{1+\left(\frac{\pi a}{r_0 A^{1/3}}\right)^2} \qquad (2)$$

обеспечивает необходимую нормализацию (1). С величинами параметров $r_0$ и $a$, полученных при фитировании найденного в самосогласованных расчетах профиля ядерной плотности (рис. 1), из уравнения (2) следует $\rho_0 = 0.158$, 0.162, 0.156 и 0.154 фм$^{-3}$ для $^{64}$Ni, $^{122}$Sn, $^{196}$Pb и $^{276}$Ds соответственно. Эти величины $\rho_0$ отличаются от полученных при трехпараметрическом фитировании (рис. 1). Таким образом, трехпараметрическое фитирование не приводит к $\rho(r)$, нормализованной на общее число нуклонов. Используя $\rho_0$ из уравнения (2), был описан профиль нуклонной плотности с параметрами $r_0$ и $a$ и получена нормализованная величина $\rho(r)$. Как видно из рис. 1, величины $\rho_0$, полученные таким методом, близки к значению 0.16 фм$^{-3}$, которое соответствует бесконечной ядерной материи, а небольшие изменения $\rho_0$ имеют второстепенное значение для описания диффузного слоя распределения плотности нуклонов. Для рассмотрения изотопической зависимости $r_0$ и $a$ и упрощения вычислений ядро-ядерного потенциала возможно с хорошей точностью положить $\rho_0 = 0.16$ фм$^{-3}$, а фитирование профиля распределения производить по $r_0$ и $a$. Использование такого значения $\rho_0$ позволяет сосредоточиться на качестве описания нуклонной плотности в области $r > 0.8R$ (рис. 1). Поскольку диффузный слой распределения нуклонной плотности ответственен за ядро-ядерное взаимодействие, качество самосогласованного расчета может быть проверено путем вычисления ядро-ядерного потенциала. Кроме того, измеряемой величиной является высота кулоновского барьера.

Для фиксированных значений $\rho_0 = 0.16$ фм$^{-3}$ и $r_0 = 1.15$ фм описание профиля распределения нуклонов становится хуже (рис. 1), особенно для легких ядер. Для тяжелых ядер профиль нуклонной плотности может быть хорошо описан даже при фиксированных значениях $\rho_0$ и $r_0$.

В дальнейшем нами использовалось двухпараметрическое приближение при $\rho_0 = 0.16$ фм$^{-3}$, поскольку данное значение близко к полученному в трехпараметрическом приближении, приводящем к нормализованной зависимости $\rho(r)$. Если величина $\rho_0$ зафиксирована в уравнении (1), фитирование профиля нуклонной плотности приводит к более гладкой зависимости параметра $a$ от числа нейтронов $N$. Хотя само значение $a$ в данном приближении несколько больше, качественная зависимость от $N$ сохраняется.

Было обнаружено, что $r_0$ слабо зависит от числа нейтронов в ядре. Основываясь на вычислениях профилей нуклонной плотности, предложена параметризация для оценки параметра радиуса:

$$r_0 = Z^{0.027}. \qquad (3)$$

В соответствии с уравнением (3), величина $r_0$ варьируется от 1.07 фм для Mg до 1.135 для Ds.

Как видно на рис. 2 и 3, рассчитанные диффузности для Sn и Pb имеют локальные минимумы при $N = 50$, 82 и 118, также присутствует минимум $a$ при $N = 162{-}164$ в ядре Ds. Несмотря на то что некоторые изотопы являются деформированными в основном состоянии, в данном исследовании они рассматриваются сферическими для выявления изотопических зависимостей диффузностей без учета поляризационных эффектов, вызванных деформацией [6]. В одночастичных моделях сферических ядер эти нейтронные оболочки и подоболочки замкнуты на уровнях с высоким значением углового орбитального момента ($l \geq 7$) [7]. Поэтому центробежный барьер ограничивает диффузности ядер с такими оболочками. Для Pb магическое нейтронное число $N = 126$ не проявляется в зависимости $a(N)$, поскольку эта оболочка замкнута на уровне с малой величиной углового орбитального момента.

Зависимости $a$ от $N$ на рис. 2 и 3 сложно фитировать простой формулой. Поскольку значение $a$ связано с энергией $S_N$ отделения нейтрона как $1/\sqrt{S_N}$, предполагается простая параметризация [1]

$$a(N) = a_0\frac{N}{2N - N_0}\sqrt{S_0/S_N}, \qquad (4)$$

где $a_0$ и $S_0$ — диффузность и энергия отделения нейтрона соответственно для изотопа с нейтронным числом $N_0$. Для $S_0$ и $S_N$ можно использовать как экспериментальные, так и расчетные значения. Как видно на рис. 2 и 3, данное выражение позволяет с удовлетворительной точностью оценивать величину диффузности.

## 3. МОДЕЛЬ ДЛЯ РАСЧЕТА ПЕРИОДОВ ПОЛУРАСПАДА

В подходе ДЯС [8] ядро в предделительном состоянии или в состоянии перед эмиссией кластера представляется как система, состоящая из двух дочерних ядер (кластеров). Предполагая быстрое установление $N/Z$-равновесия, состояние такой системы описывается двумя координатами: расстоянием между центрами масс кластеров $R$ и зарядовой асимметрией $\eta_Z$:

$$\eta_Z = \frac{Z_H - Z_L}{Z_H + Z_L},$$

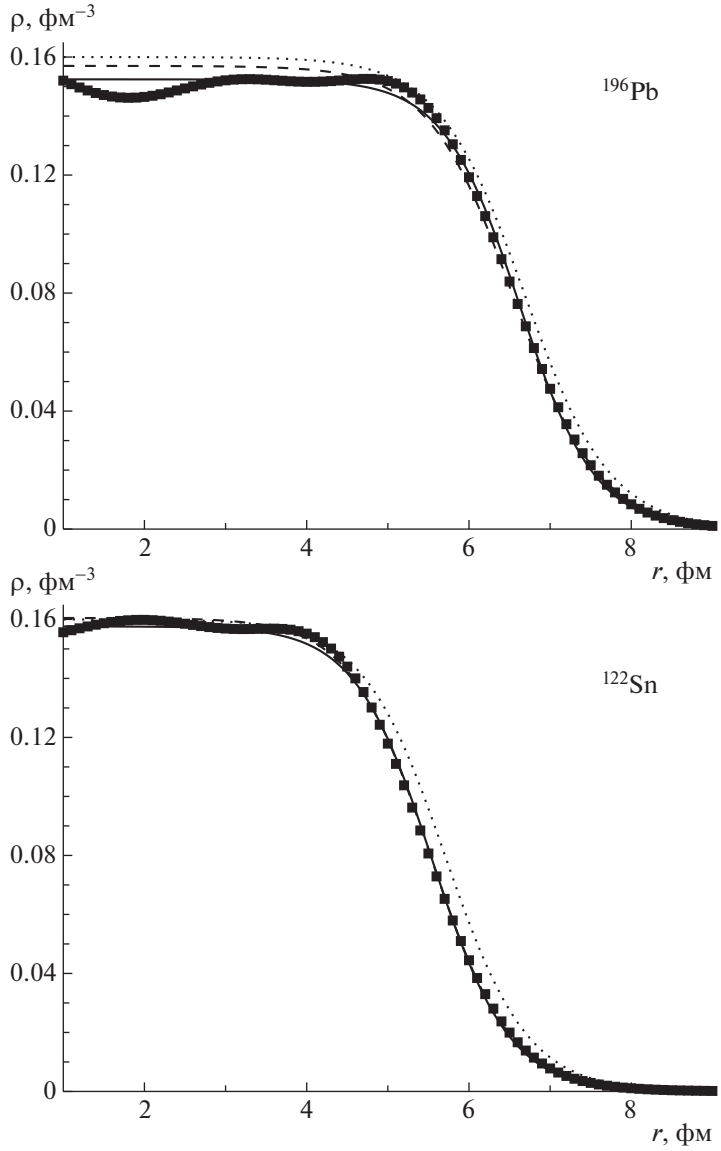


**Рис. 1.** Рассчитанное распределение нуклонной плотности (точки) для указанных сферических ядер. Кривые: сплошные — результаты трехпараметрического фитирования согласно (1), штриховые — результаты двухпараметрического фитирования при $\rho_0$, определенном согласно уравнению (2), точечные — результаты однопараметрического фитирования при заданных $\rho_0 = 0.16$ фм$^{-3}$ и $r_0 = 0.15$ фм.

где $Z_H$, $Z_L$ — зарядовые числа тяжелого и легкого кластеров соответственно. Движение системы по координате зарядовой асимметрии соответствует процессу формирования и эволюции ДЯС, а непосредственно распад ДЯС происходит при движении по $R$.

Вероятность $S_L$ обнаружения ДЯС в состоянии с заданным $\eta_Z$ может быть определена при решении стационарного уравнения Шредингера:

$$H\Psi_n(\eta_z) = E_n\Psi_n(\eta_z), \tag{5}$$

где коллективный гамильтониан:

$$H = -\frac{\hbar^2}{2}\frac{\partial}{\partial\eta_z}\left(B^{-1}\right)_{\eta_z}\frac{\partial}{\partial\eta_z} + U(R,\eta_z)$$

включает в себя обратный массовый параметр $\left(B^{-1}\right)_{\eta_z}$ и потенциальную энергию $U(R,\eta_z)$ взаимодействующих кластеров.

Значение спектрофактора $S(Z_L) = S_L$ для ДЯС с заданным $Z_L$ легкого кластера определяется из решения уравнения (5) следующим образом:

$$S_L = \int\limits_{\eta_Z-1/Z}^{\eta_Z+1/Z} |\Psi(\eta_Z)|^2 d\eta_Z,$$

где $Z = Z_L + Z_H$. Для решения (5) необходимо определить потенциальную энергию и массовый параметр.

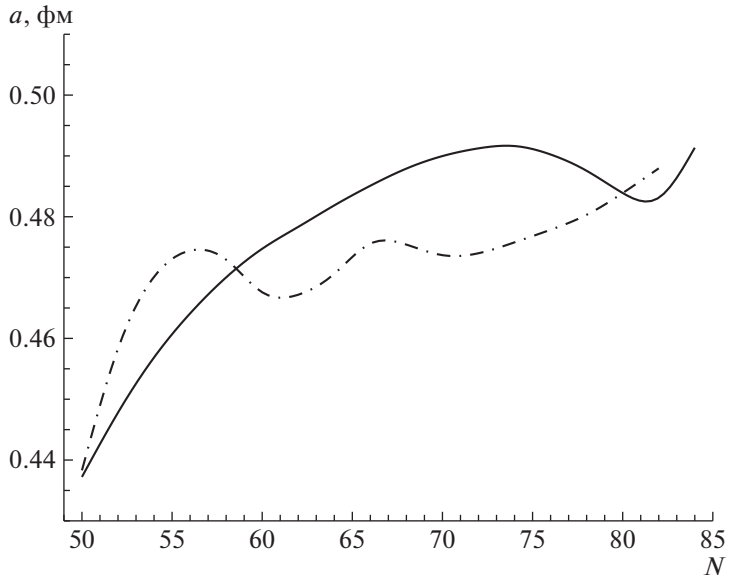


**Рис. 2.** Извлеченная из самосогласованных расчетов изотопическая зависимость диффузности для сферических изотопов Sn. Величины $a$ получены при $\rho_0 = 0.16$ фм$^{-3}$. Фитирование сплошной кривой с помощью (4) показано штрихпунктирной кривой.

### *3.1. Потенциальная энергия ДЯС*

Потенциальная энергия ДЯС (управляющий потенциал) записывается в виде [9]

$$U(R, \eta_Z) = V(R, \eta_Z) - (B - B_L - B_H),$$

где $V$ — потенциал взаимодействия кластеров, $B$ — энергия связи материнского ядра, а $B_L$, $B_H$ — энергии связи кластеров, составляющих ДЯС. Значения энергий связи брались из [10].

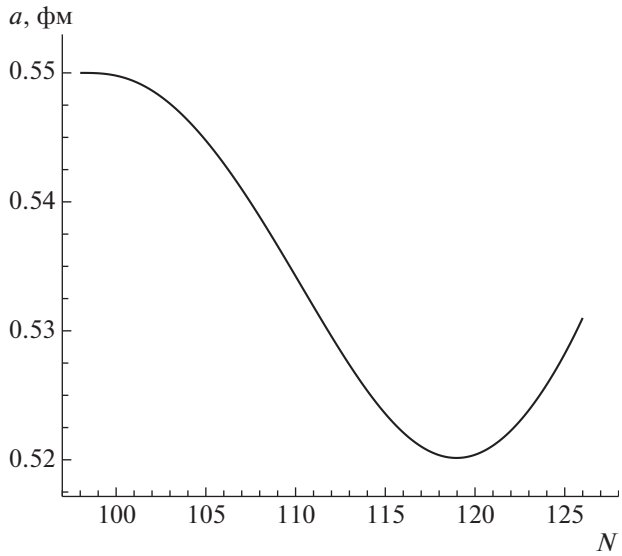


**Рис. 3.** Извлеченная из самосогласованных расчетов изотопическая зависимость диффузности для сферических ядер Pb. Величины $a$ получены при $\rho_0 = 0.16$ фм$^{-3}$.

Ядро-ядерный потенциал взаимодействия $V$ представлен в виде суммы кулоновского $V_{\mathrm{C}}$, ядерного $V_N$ и, при наличии углового момента $J$, центробежного $V_r = \hbar^2 J(J+1)/(2\Im)$ [где $\Im$ — момент инерции ДЯС] потенциалов:

$$V(R, \eta_Z) = V_{\mathrm{C}}(R, \eta_Z) + \\ + V_N(R, \eta_Z) + V_r(R, \eta_Z).$$

Кулоновский потенциал для соосных фрагментов рассчитывается следующим образом:

$$V_{\mathrm{C}} = \frac{e^2 Z_L Z_H}{R} \left( 1 + \frac{3}{\sqrt{20\pi} R^2} \sum_{i=L,H} R_i^2 \beta_{2i} + \right. \\ \left. + \frac{3}{7\pi R^2} \sum_{i=L,H} (R_i \beta_{2i})^2 \right),$$

где для параметров квадрупольной деформации $\beta_{2i}$ использовались экспериментально полученные [11] или рассчитанные [12] значения.

Форма кластеров в ДЯС определяется как

$$R_i(\theta) = r_{0i} A_i^{1/3} \left(1 + \beta_{2i} Y_{20}(\theta)\right).$$

Поскольку мода, ответственная за $N/Z$-равновесие, является достаточно быстрой, величина потенциальной энергии минимизирована по $N$ для каждого значения $\eta_Z$. Взаимная ориентация ядер соответствует минимуму их взаимодействия.

Ядерная часть $V_N$ потенциала вычислялась феноменологически:

$$V_N = \int \rho_H(\mathbf{r}_H) \rho_L(\mathbf{R} - \mathbf{r}_L) F(\mathbf{r}_H - \mathbf{r}_L) d\mathbf{r}_H d\mathbf{r}_L,$$

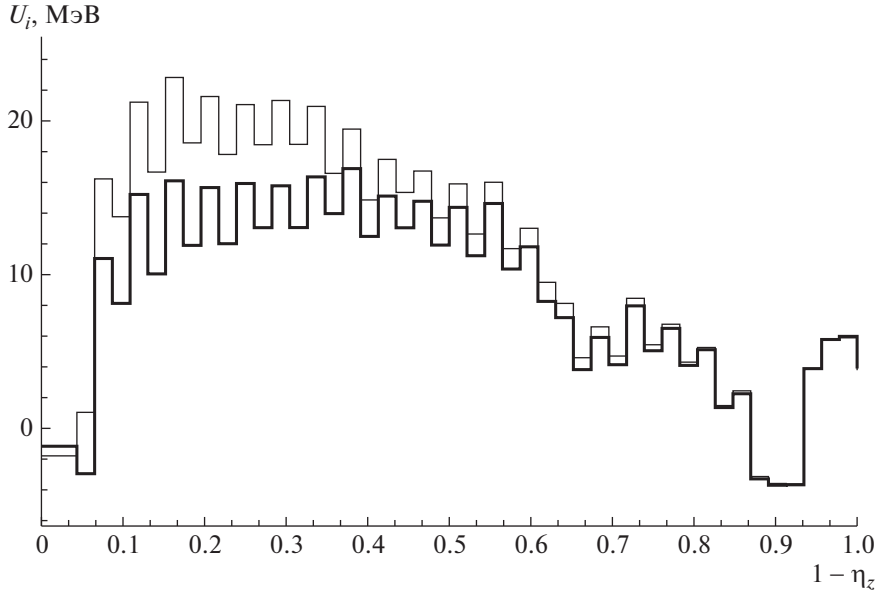


**Рис. 4.** Управляющий потенциал для $^{238}$U. Кривые: тонкая — результаты расчета с феноменологическими параметрами, жирная — расчет с параметрами плотности нуклонов, определенными при самосогласованном рассмотрении, и переопределенным $\xi_{\text{ex}} = -3.35$.

где нуклонные силы:

$$F(\mathbf{r}_H - \mathbf{r}_L) = C_0 \left[ F_{\text{in}} \frac{\rho(\mathbf{r}_H)}{\rho_0} + \right.$$

$$\left. + F_{\text{ex}} \left( 1 - \frac{\rho(\mathbf{r}_H)}{\rho_0} \right) \right] \delta(\mathbf{r}_H - \mathbf{r}_L),$$

$$F_{\text{in,ex}} = \xi_{\text{in,ex}} + \xi'_{\text{in,ex}} \frac{A_L - 2Z_L}{A_L} \frac{A_H - 2Z_H}{A_H}$$

и $\rho(\mathbf{r}_H) = \rho_H(\mathbf{r}_H) + \rho_L(\mathbf{R} - \mathbf{r}_L)$. Константы $\xi_{\text{in}} = 0.09$, $\xi_{\text{ex}} = -2.59$, $\xi'_{\text{in}} = 0.42$, $\xi'_{\text{ex}} = 0.54$, $C_0 = 300$ МэВ фм$^3$ взяты из [13]. Нуклонная плотность представлена в виде

$$\rho_{L,H}(\mathbf{r}) = \frac{\rho_0}{1 + \exp(|\mathbf{r} - \mathbf{R}_{L,H}|/a_{L,H})},$$

где $\rho_0 = 0.17$ фм$^{-3}$ и $R_{L,H} = r_{0L,0H} A_{L,H}^{1/3}$. Параметры $a_{L,H} = 0.47{-}0.56$ фм и $r_{0L,0H} = 1.0{-}1.16$ фм варьировались в зависимости от массы кластера. С этими параметрами удается достаточно хорошо описать высоты и положения кулоновских барьеров для многих реакций. Далее мы также применим параметры, полученные в самосогласованном расчете. При этом необходимо будет переопределить параметры нуклон-нуклонного взаимодействия, как и в работе [1].

Пример расчета управляющего потенциала для $^{234}$U показан на рис. 4. Спонтанное деление для $^{234}$U преимущественно осуществляется в области $Z = 36{-}38$, где управляющий потенциал опускается ниже уровня энергии материнского ядра (рис. 4). В данной области волновая функция $\Psi_0(\eta_Z)$ имеет локальный максимум.

При расчете нуклон-нуклонных потенциалов с параметрами распределения нуклонов, полученными при самосогласованном рассмотрении, и неизменными параметрами нуклон-нуклонного взаимодействия наблюдается увеличение величины потенциала. В этом случае барьеры кулоновского взаимодействия ядер значительно возрастают и в управляющем потенциале не наблюдается ямы, ответственной за спонтанное деление. Таким образом, необходимо переопределение параметров $F(\mathbf{r}_H - \mathbf{r}_L)$, т.е. его согласования со значениями $a$ и $r_0$. Для комбинации $^{106}$Mo + $^{132}$Sn была подобрана величина $\xi_{\text{ex}} = -3.35$, при которой минимум управляющего потенциала не меняется по сравнению с феноменологическим расчетом (рис. 4 и 5). В этом случае изменяется форма управляющего потенциала в области $Z = 2{-}20$, снижая высоту потенциального барьера; в области близкой к симметричной, в частности в области спонтанного деления, не наблюдается значительного расхождения. Данное изменение, однако, слабо влияет на форму волновой функции $\Psi_0(\eta_Z)$, поскольку возможное смещение плотности вероятности в область спонтанного деления ограничивает потенциальная яма в области альфа-частицы.

На рис. 5 для системы $^{106}$Mo + $^{132}$Sn сравниваются ядро-ядерные потенциалы, рассчитанные феноменологически и с использованием результатов самосогласованного рассмотрения и переопределенной $\xi_{\text{ex}}$. Поскольку самосогласованные расчеты

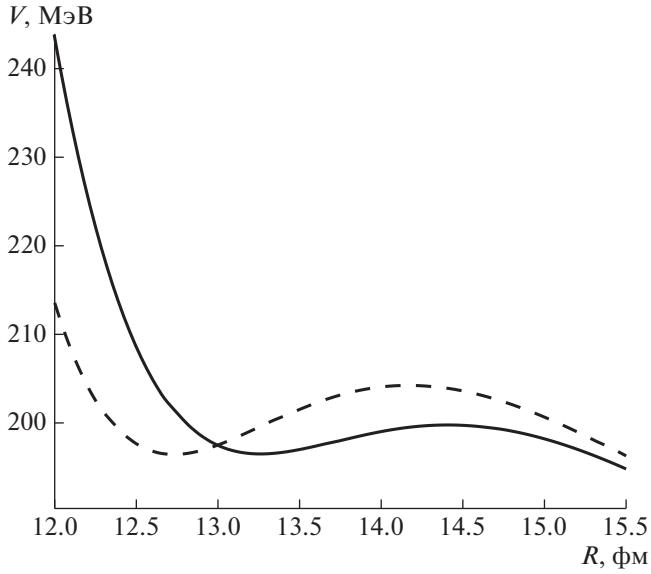


**Рис. 5.** Ядро-ядерный потенциал взаимодействия для системы $^{106}$Mo + $^{132}$Sn. Кривые: сплошная — $\xi_{\text{ex}} = -2.59$, штриховая — $\xi_{\text{ex}} = -3.35$.

дают меньшие значения $r_0$ и $a$, положения минимума ядро-ядерного потенциала и кулоновского барьера сдвигаются в сторону меньших $R$. Высота кулоновского барьера в этом случае повышается на несколько МэВ. В данной работе мы переопределяли лишь параметр $\xi_{\text{ex}}$. Как показано в работе [1], также можно переопределять и функциональный вид нуклон-нуклонного взаимодействия. При этом удается получить лучшее согласие с феноменологическим потенциалом.

### *3.2. Массовый параметр*

Расчеты массового параметра выполнены согласно [14] с использованием следующего выражения:

$$\left(B^{-1}\right)_{\eta_z} = \frac{1}{2m_0}\frac{A_{\text{neck}}}{2\sqrt{2\pi}b^2A^2}, \qquad (6)$$

где параметр $b$ характеризует размер шейки ДЯС, $A_{\text{neck}}$ — число нуклонов шейки:

$$A_{\text{neck}} = \int \left[\rho_L(\mathbf{r}) + \rho_H(\mathbf{R}-\mathbf{r})\right]\exp\left(-\frac{z^2}{b^2}\right)d\mathbf{r},$$

где оси ядер ДЯС расположены вдоль оси $z$, а значение $z = 0$ соответствует $\rho_L = \rho_H$ (точка касания). Массовый параметр коллективного движения ядра по координате зарядовой асимметрии также рассчитывался микроскопически в рамках теории линейного отклика [15–17]. Для касательной конфигурации кластеров основной вклад в массовый параметр дает диагональный матричный элемент:

$$M^{\text{diag}} = \frac{\hbar^2}{\Delta^2}\sum_k \left|\frac{\partial n(\epsilon)}{\partial \epsilon}\right|_{\epsilon=\epsilon_k}\left(\frac{\partial \epsilon_k}{\partial \eta_Z}\right)^2, \qquad (7)$$

где $\epsilon_k$ и $n(\epsilon_k)$ — энергии одночастичных уровней и соответствующие им числа заполнения. Величина $\Delta$ определяет среднюю ширину одночастичных уровней, описывающую связь $1p1h$-состояний с более сложными многочастичными конфигурациями. Следуя результатам работы [17], величина $\Delta$ бралась равной 1.0 МэВ. В расчете использовались спектры одночастичных уровней, полученные в рамках адиабатической двухцентровой модели среднего поля [18]. Как показали вычисления, микроскопические значения массового параметра оказываются близкими к результатам выражения (6).

### *3.3. Нахождение волновой функции в управляющем потенциале*

Для удобства решения уравнения (5) перейдем к новой координате:

$$x = 2\frac{Z_L}{Z} = 1 - \eta_Z.$$

При такой замене областью определения волновой функции $\Psi(x)$ является $x \in (0,1)$, где $x = 0$ соответствует состоянию моноядра, а $x = 1$ — наиболее симметричной конфигурации ДЯС. Координата $x$ выбрана непрерывной, что позволяет представить $U$ и $\left(B^{-1}\right)_{\eta_Z}$ в виде ступенчатой функции. В таком случае уравнение (5) можно заменить на систему уравнений вида

$$-\frac{\hbar^2}{2}\left(B_j^{-1}\right)_{\eta_Z}\frac{\partial^2}{\partial x^2}\psi_j(x) + U_j\psi_j(x) = E\psi_j(x), \qquad (8)$$

связанных граничными условиями:

$$\left\{\begin{matrix}\psi_j(x_j) = \psi_{j+1}(x_j)\\ \frac{\partial\psi_j(x_j)}{\partial x} = \frac{\partial\psi_{j+1}(x_j)}{\partial x}\end{matrix}\right\}_{j=0..(N-1)}. \qquad (9)$$

Уравнения (8) имеют решения в виде суперпозиции плоских волн:

$$\psi_j(x) = a_je^{ik_jx} + b_je^{-ik_jx}; \qquad (10)$$
$$k_j = \sqrt{\frac{2}{\hbar^2\left(B_j^{-1}\right)_{\eta_z}}(E-U_j)}.$$

Таким образом, решение уравнения (5) сводится к отысканию коэффициентов $a_j$, $b_j$. Для этого подставим решения (10) в условия (8):

$$a_je^{ik_jx_j} + b_je^{-ik_jx_j} =$$

**Таблица 1.** Спектроскопические факторы для $^{44}$Ti (значения $S_L(Z_L)$ и $S_L^*(Z_L)$ получены с феноменологическими и микроскопическими массовыми параметрами соответственно)

| Легкий кластер | $S_L(Z_L)$ | $S_L^*(Z_L)$ |
|---|---|---|
| $^{4}$He | $7.93 \times 10^{-2}$ | $7.32 \times 10^{-2}$ |
| $^{6}$Li | $2.98 \times 10^{-2}$ | $3.14 \times 10^{-2}$ |
| $^{9}$Be | $1.26 \times 10^{-3}$ | $1.63 \times 10^{-3}$ |
| $^{11}$B | $4.44 \times 10^{-5}$ | $1.07 \times 10^{-4}$ |
| $^{12}$C | $3.63 \times 10^{-6}$ | $1.76 \times 10^{-5}$ |
| $^{15}$N | $3.53 \times 10^{-7}$ | $1.88 \times 10^{-6}$ |
| $^{16}$O | $3.71 \times 10^{-8}$ | $1.86 \times 10^{-7}$ |
| $^{17}$F | $2.75 \times 10^{-9}$ | $1.32 \times 10^{-8}$ |
| $^{20}$Ne | $1.52 \times 10^{-10}$ | $9.14 \times 10^{-10}$ |
| $^{21}$Na | $9.45 \times 10^{-12}$ | $1.37 \times 10^{-10}$ |

$$= a_{j+1}e^{ik_{j+1}x_j} - b_{j+1}e^{-ik_{j+1}x_j},$$
$$a_jk_je^{ik_jx_j} - b_jk_je^{-ik_jx_j} =$$
$$= a_{j+1}k_{j+1}e^{ik_{j+1}x_j} - b_{j+1}k_{j+1}e^{-ik_{j+1}x_j}.$$

Эти уравнения можно переписать в матричном виде:

$$\begin{pmatrix} e^{ik_jx_j} & e^{-ik_jx_j} \\ k_je^{ik_jx_j} & -k_je^{-ik_jx_j} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} a_j \\ b_j \end{pmatrix} =$$

$$= \begin{pmatrix} e^{ik_{j+1}x_j} & e^{-ik_{j+1}x_j} \\ k_{j+1}e^{ik_{j+1}x_j} & -k_{j+1}e^{-ik_{j+1}x_j} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} a_{j+1} \\ b_{j+1} \end{pmatrix},$$

$$L_jC_j = L_{j+1}C_{j+1},$$
$$C_j = L_j^{-1}L_{j+1}C_{j+1}.$$

Матрицу перехода от коэффициентов $j+1$ к $j$ обозначим

$$T_j^{j+1} = L_j^{-1}L_{j+1}.$$

Из граничного условия следует:

$$\left.\frac{\partial\Psi_n}{\partial x}\right|_{x=1} = 0 \Rightarrow b_n =$$
$$= \exp\left[-\sqrt{\frac{8U_n}{\hbar^2\left(B_n^{-1}\right)_{\eta_z}}}\right] a_n.$$

Следовательно, столбец $C_n$ с точностью до нормировочного коэффициента $\gamma$ имеет вид:

$$C_n = \gamma \begin{pmatrix} 1 \\ \exp\left[-\sqrt{\frac{8U_n}{\hbar^2\left(B_n^{-1}\right)_{\eta_z}}}\right] \end{pmatrix}.$$

Последовательно восстанавливаем значения коэффициентов от $j = n$ до $j = 1$. Для перехода к коэффициентам $a_0$, $b_0$ необходимо найти значение энергии моноядра $U_0$.

В основном состоянии энергия $E = 0$. Тогда с учетом граничных условий при $x = 0$ получим

$$\left.\frac{\partial\Psi_0}{\partial x}\right|_{x=1} = 0 \Rightarrow a_0 = b_0,$$
$$C_0 = L_0^{-1}L_1C_1 = \frac{1}{2}\begin{pmatrix} a_1(1+k_1)e^{-ik_0x_0}e^{ik_1x_1} + b_1(1-k_1)e^{-ik_0x_0}e^{-ik_1x_1} \\ a_1(1-k_1)e^{ik_0x_0}e^{ik_1x_1} + b_1(1+k_1)e^{ik_0x_0}e^{-ik_1x_1} \end{pmatrix}.$$

Решая уравнение

$$\frac{(1+k_1)e^{-2ik_0x_0} - 1 + k_1}{1 + k_1 - (1-k_1)e^{-2ik_0x_0}} =$$
$$= \frac{b_1}{a_1}e^{-2ik_1x_1}$$

относительно $k_0$, находим энергию $U_0$ моноядра.

Полученный набор коэффициентов необходимо нормировать таким образом, чтобы

$$\int_0^1 |\Psi(x)|^2 dx = 1.$$

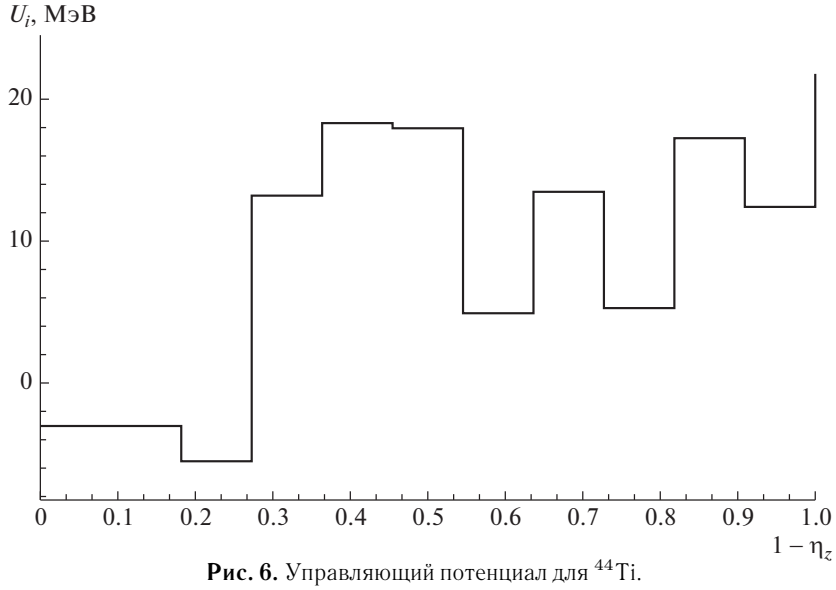


**Рис. 6.** Управляющий потенциал для $^{44}$Ti.

### *3.4. Расчет периодов полураспада*

Спектроскопический фактор $S_L$ не может быть непосредственно измерен. Для сравнения модели с экспериментом доступны лишь величины периодов полураспада $T_{1/2}$. Для расчета $T_{1/2}$ в рамках приведенной модели вычислялись величины проницаемости потенциального барьера согласно одномерному ВКБ-приближению:

$$P_L = \left(1 + \exp\left[\frac{2}{\hbar}\int\limits_{R_0}^{R_{Jl}} \sqrt{2\mu(V(R, \eta_Z(Z_L)) - Q)}dR\right]\right)^{-1},$$

где $R_0$ и $R_{Jl}$ — точки минимума потенциала и выхода из потенциального барьера соответственно, $Q$ — энергия распада.

Ширины $\Gamma_L$ рассчитываются как

$$\Gamma_L = \frac{\hbar\omega_0}{\pi} S_L P_L,$$

где $\omega_0$ — частота колебаний в потенциальном кармане по $R$. Периоды полураспада вычисляются согласно

$$T_{1/2} = \frac{\hbar \ln 2}{\Gamma_L} = \frac{\pi \ln 2}{\omega_0 S_L P_L}.$$

Рассчитаем в качестве примера $S_L$ для легкого $N = Z$ ядра $^{44}$Ti. Управляющий потенциал для этого ядра показан на рис. 6. Величины $S_L$ определяют вероятности соответствующих кластеризаций или примеси кластерной компоненты к волновой функции основного состояния ядра. Как видно из табл. 1, спектроскопические факторы оказываются близки при использовании феноменологических и микроскопических массовых параметров, что подтверждает правильность выражения (6).

Вычисленные периоды полураспада как для $\alpha$-распада, так и для спонтанного деления $^{238}$U, оказались в хорошем согласии с экспериментальными данными (табл. 2). Использование феноменологического потенциала и определенного из самосогласованного рассмотрения приводит к близким значениям $T_{1/2}$ при соответствующем переопределении нуклон-нуклонного взаимодействия.

**Таблица 2.** Рассчитанные периоды полураспада для $^{238}$U (периоды полураспадов $T_{1/2}$ и $T^*_{1/2}$ вычислены с феноменологическими и самосогласованно определенными нуклонными плотностями ядер соответственно; результаты расчетов сравниваются с экспериментальными данными $T^{\exp}_{1/2}$ [19])

| | $T_{1/2}$, с | $T^*_{1/2}$, с | $T^{\exp}_{1/2}$, с |
|---|---|---|---|
| $\alpha$-распад | $2.43 \times 10^{17}$ | $2.5 \times 10^{17}$ | $1.8 \times 10^{17}$ |
| Спонтанное деление | $1.16 \times 10^{16}$ | $2 \times 10^{16}$ | $8.2 \times 10^{15}$ |

## 4. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Распределение плотности нуклонов в ядре вычислялось самосогласованно. Использование этих распределений для расчета ядро-ядерного потенциала требует переопределения феноменологического нуклон-нуклонного взаимодействия. Правильное описание высот кулоновского барьера для столкновений сферических ядер является хорошей проверкой функционала плотности энергии, используемого в самосогласованных расчетах $\rho(r)$. Этот факт необходимо учитывать при выборе этого функционала для описания структуры ядер.

Предложен подход для одновременного описания кластерного распада и спонтанного деления. Полученные значения периодов полураспада оказались близки к экспериментальным данным. Использование результатов самосогласованных расчетов $\rho(r)$ приводит к результатам, близким к тем, которые следуют из феноменологического рассмотрения ядро-ядерного взаимодействия. Следовательно, использование самосогласованно определенных ядро-ядерных потенциалов для расчетов $T_{1/2}$ является их хорошей проверкой.

Показано, что макроскопическое и микроскопическое определения массового параметра для движения ДЯС по $\eta_Z$ приводят к близким значениям спектроскопических факторов. Таким образом, выражение (6) позволяет с достаточной точностью определять величину массового параметра.

Работа выполнена при частичной поддержке РФФИ (грант № 17-52-12015).

## СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. G. G. Adamian, N. V. Antonenko, H. Lenske, S. V. Tolokonnikov, and E. E. Saperstein, Phys. Rev. C **94**, 054309 (2016).
2. F. Hofmann and H. Lenske, Phys. Rev. C **57**, 2281 (1998).
3. А. В. Смирнов, С. В. Толоконников, С. А. Фаянс, ЯФ **48**, 1661 (1988) [A. V. Smirnov, S. V. Tolokonnikov, and S. A. Fayans, Sov. J. Nucl. Phys. **48**, 995 (1988)].
4. S. A. Fayans, S. V. Tolokonnikov, E. L. Trykov, and D. Zawischa, Nucl. Phys. A **676**, 49 (2000).
5. С. В. Толоконников, Э. Е. Саперштейн, ЯФ **73**, 1731 (2010) [S. V. Tolokonnikov and E. E. Saperstein, Phys. At. Nucl. **73**, 1684 (2010)].
6. G. Scamps, D. Lacroix, G. G. Adamian, and N. V. Antonenko, Phys. Rev. C **88**, 064327 (2013); G. G. Adamian, N. V. Antonenko, L. A. Malov, G. Scamps, and D. Lacroix, Phys. Rev. C **90**, 034322 (2014).
7. V. G. Soloviev, *Theory of Atomic Nuclei: Quasiparticles and Phonons* (Institute of Physics Publishing, Bristol and Philadelphia, 1992).
8. G. G. Adamian, N. V. Antonenko, and W. Scheid, in *Clusters in Nuclei*, Vol. 2, Ed. by C. Beck, Lect. Notes Phys. **848**.
9. G. G. Adamian, N. V. Antonenko, R. V. Jolos, S. P. Ivanova, and O. I. Melnikova, Int. J. Mod. Phys. E **5**, 191 (1996).
10. J. K. Tuli, *Nuclear Wallet Cards* (BNL, New York, 2000).
11. S. Raman, C. W. Nestor, Jr., and P. Tikkanen, At. Data Nucl. Data Tables **78**, 1 (2001).
12. P. Möller and J. J. Nix, At. Data Nucl. Data Tables **39**, 213 (1988).
13. А. Б. Мигдал, *Теория конечных ферми-систем и свойства атомных ядер* (Наука, Москва, 1982) [A. B. Migdal, *Theory of Finite Fermi Systems and Applications to Atomic Nuclei* (Nauka, Moscow, 1982; Interscience, New York, 1967)].
14. G. G. Adamian, N. V. Antonenko, and R. V. Jolos, Nucl. Phys. A **584**, 205 (1995).
15. G. G. Adamian, N. V. Antonenko, and H. Lenske, Phys. Rev. C **91**, 054602 (2015).
16. G. G. Adamian, N. V. Antonenko, S. P. Ivanova, and W. Scheid, Nucl. Phys. A **646**, 29 (1999).
17. G. G. Adamian, N. V. Antonenko, A. Diaz-Torres, and W. Scheid, Nucl. Phys. A **671**, 233 (2000).
18. J. Maruhn and W. Greiner, Z. Phys. A **251**, 431 (1972).
19. http://www.nndc.bnl.gov/nndc/ensdf/

# INFLUENCE OF THE NUCLEON DENSITY DISTRIBUTION ON THE DESCRIPTION OF DECAY OF A NUCLEUS

**I. S. Rogov[1),2)], N. V. Antonenko[1),2)], G. G. Adamian[1)], T. M. Shneidman[1),3)]**

[1)] *Bogoliubov Laboratory of theoretical Physics, Joint Institute for Nuclear Research, Dubna, Russia*
[2)] *Tomsk Polytechnic University, Russia*
[3)] *Kazan Federal University, Russia*

The parameters used in the self-consistent consideration of nucleon distribution in nuclei can be checked with the calculations of nucleus—nucleus interaction. The correlation is demonstrated between the nucleon distribution and nucleon—nucleon interaction. Based on the dinuclear system model, the unified approach is proposed for the calculations of half-lives of alpha decay and spontaneous fission.