

ФЕРМИОННАЯ КОНДЕНСАЦИЯ: ТЕОРИЯ И ЭКСПЕРИМЕНТ

© 2020 г. В. А. Ходель^{1),2)*}, Дж. У. Кларк^{2),3)}, М. В. Зверев^{1),4)**}

Поступила в редакцию 28.08.2019 г.; после доработки 28.08.2019 г.; принята к публикации 28.08.2019 г.

Излагаются основы физики фермионной конденсации — фазового перехода в сильно коррелированных ферми-системах, происходящего в результате топологической перестройки ландауского основного состояния с образованием фермионного конденсата, обладающего бездисперсионным одночастичным спектром $\epsilon(\mathbf{p}) = 0$ в области импульсного пространства, примыкающей к поверхности Ферми и, соответственно, аномально усиленной плотностью одночастичных состояний. Разработана оригинальная методика решения нелинейных интегральных уравнений теории фермионной конденсации, позволяющая проанализировать проблему квантового хаоса в сильно взаимодействующей многофермионной системе. Техника вычислений демонстрируется на примере сверхплотной кварк-глюонной плазмы, где структура обменного кварк-кваркового взаимодействия хорошо известна. Показано, что в электронных системах с фермионным конденсатом куперовское спаривание развивается намного мощнее, чем в теории Бардина—Купера—Шриффера (БКШ), давая объяснение и высокой температуре T_c сверхпроводящего перехода, и, с учетом C_4 -симметрии кристаллической решетки, D -волновой структуре спаривательной щели, наблюдаемой в купратах. Найдено, что в спектре одночастичных возбуждений сверхпроводящих систем с фермионным конденсатом помимо БКШ-щели Δ есть и другая, несверхпроводящая щель Υ , происхождение которой обязано его взаимодействию с надконденсатными частицами. Обсуждается связь полученных результатов с двухщелевой структурой спектра возбуждений, обнаруженной недавно в купратах при анализе ARPES данных.

DOI: 10.31857/S0044002720020166

ВВЕДЕНИЕ

В этой работе, посвященной памяти нашего коллеги и друга Эдуарда Евсеевича Саперштейна, мы анализируем топологические переходы в сильно коррелированных ферми-системах: сверхплотной кварк-глюонной плазме, двумерной электронной жидкости низкой плотности в квантовых SiGe/Si/SiGe-ямах, электронных системах высокотемпературных сверхпроводников. Впервые топологическая перестройка ландауского состояния была рассмотрена в классической работе И. Лифшица [1], опубликованной фактически в то же самое время — в 1960, когда Л. Ландау построил свою теорию ферми-жидкости [2], ставшей затем основой понимания явлений в металлах, жидком ^3He и других ферми-жидкостях. В своей работе

Лифшиц предложил искать минимум полной энергии E на всем классе ландауских квазичастичных распределений $n_L(\mathbf{p})$, равных либо нулю, либо единице в любой точке импульсного пространства. Тогда при нарушении топологической устойчивости в привычном ландауском распределении появляются просветы, где заполнение обращается в 0. Число таких просветов, когда-то названных пузырьками Лифшица, однозначно ассоциируемое с числом листов новой поверхности Ферми, является топологической характеристикой нового основного состояния. За точкой перехода Лифшица теория Ландау все еще работает, но поскольку поверхность Ферми становится неодносвязной, то теорема Ландау—Латтинжера о том, что плотность ландауских квазичастиц выражается через импульс Ферми газовой формулой $n = p_F^3/3\pi^2$, перестает быть справедливой.

Много позже выяснилось, что структура топологической перестройки ландауского состояния может быть более изощренной, когда за точкой перехода система спонтанно становится двухкомпонентной. При этом одна из компонент обладает бездисперсионным одночастичным спектром с нулевой энергией $\epsilon(\mathbf{p}) = 0$, если отсчитывать ее от химического потенциала [3–6]. Тогда аналогично тому, как это имеет место в системе бозонов с

¹⁾Национальный исследовательский центр “Курчатовский институт”, Москва, Россия.

²⁾McDonnell Center for the Space Sciences & Department of Physics, Washington University, St. Louis, USA.

³⁾Centro de Investigação em Matemática e Aplicações, University of Madeira, Madeira, Portugal.

⁴⁾Московский физико-технический институт (национальный исследовательский университет), Долгопрудный, Россия.

*E-mail: vak@wuphys.wustl.edu

**E-mail: zverev_mv@nrcki.ru

бозонным конденсатом, плотность одночастичных состояний $N(\varepsilon)$, вычисляемая через мнимую часть соответствующей одночастичной гриновской функции, приобретает специфическое сингулярное слагаемое $\delta N(\varepsilon) = \rho_{ic} \delta(\varepsilon)$. Отчасти именно поэтому авторами исходной работы [3] такой переход был назван фермионной конденсацией (в литературе вместо слов “фермионный конденсат” (ФК) чаще встречается термин flat band). Эффективным параметром порядка теории является отношение $\eta = \rho_{ic}/n$ конденсатной плотности ρ_{ic} к полной плотности n .

В рамках одной, довольно короткой статьи трудно рассмотреть все аспекты этой теории, существенно изменившей квазичастичную картину явлений физики конденсированного состояния, сформулированную Л. Ландау в середине прошлого века. Мы начинаем изложение с рассмотрения условий, при которых топологическая устойчивость состояния Ландау нарушается, переходя в следующих разделах к обсуждению устройства за точкой топологического перехода нового основного состояния материи — двухкомпонентной фермижидкости, одна из которых — ФК — обладает бездисперсионным спектром. Затем мы исследуем влияние ФК на сверхпроводимость электронных систем купратов, включая D -волновую структуру БКШ-щели Δ в спектрах их одночастичных возбуждений и значительный рост критической температуры T_c по сравнению с обычными сверхпроводниками, подчиняющимися стандартной теории. В заключительных разделах мы анализируем взаимодействие конденсата с надконденсатными частицами, показывая, что его корректный учет ведет к появлению дополнительной несверхпроводящей щели Υ , обнаруженной в ARPES-измерениях одночастичного спектра купратов [7].

УСЛОВИЯ ВОЗНИКНОВЕНИЯ ТОПОЛОГИЧЕСКОЙ НЕУСТОЙЧИВОСТИ СОСТОЯНИЯ ЛАНДАУ

Разнообразные варианты перестройки ландауского состояния интенсивно изучались и продолжают изучаться, главным образом, в рамках флуктуационного сценария, ассоциируемого с нарушением условий устойчивости И. Померанчука, который вывел их, исследуя жесткость ферми-системы по отношению к малым деформациям ее ферми-поверхности. Когда хотя бы одно из этих условий нарушается, поверхность Ферми перестраивается, причем симметрия основного состояния меняется — характерный признак фазового перехода второго рода.

Наряду с померанчуковским имеется и другой — топологический — критерий неустойчивости

ландausкого состояния, где задействовано ее необходимое условие, а не те, достаточные, которые исследовал он. Это условие, имеющее дело с вариациями первого порядка квазичастичного ландауского распределения, форма которого в однородном случае есть $n_L(p) = \theta(p_F - p)$, гласит, что рассматриваемая ферми-система стабильна до тех пор, пока всякое изменение δE ее функционала энергии $E(n)$ остается положительным при любой допустимой принципом Паули вариации этого распределения. Количественно изменение δE выражается через спектр одночастичных возбуждений $\epsilon(\mathbf{p})$, отсчитываемый от химического потенциала:

$$\delta E = 2 \int \epsilon(\mathbf{p}) \delta n(\mathbf{p}) \frac{d^k p}{(2\pi)^k}. \quad (1)$$

В трехмерном случае $k = 3$, а в двумерном $k = 2$.

В однородных ферми-системах со слабыми или умеренной силы корреляциями энергетический спектр $\epsilon(p)$, как правило, монотонен, и тогда поверхность Ферми односвязна, потому что уравнение

$$\epsilon(p, n) = 0 \quad (2)$$

имеет единственный корень вследствие совпадения в соотношении (1) знака энергии $\epsilon(p)$ со знаком допустимых вариаций $\delta n(p)$. Но монотонность спектра $\epsilon(p)$ — не закон природы, а при немонотонном характере $\epsilon(p)$ корней у уравнения (2) может стать больше одного, что в итоге приведет к перестройке ландауского состояния с сохранением исходной симметрии основного состояния, что и было впервые рассмотрено в классической работе И. Лифшица [1], положившей начало теории топологических переходов.

Микроскопические расчеты спектра одночастичных возбуждений $\epsilon(p)$ без введения каких бы то ни было феноменологических параметров довольно сложны. Они выполнены пока только для кулоновских систем [8, 9], причем функциональная зависимость всех величин от плотности учитывается в рамках так называемого локального приближения, которое превосходно воспроизводит известные монте-карловские результаты для полной энергии E . Основной результат этих расчетов таков: действительно, бифуркации решений уравнения (2) возникают, и, следовательно, топологическая устойчивость ландауского состояния нарушается. Происходит это тогда, когда безразмерный кулоновский параметр $\alpha = e^2/\pi v_F^0$, где $v_F^0 = p_F/m_e$ — затравочная скорость Ферми, значительно превышает единицу, т.е. вне рамок, при которых эффективное взаимодействие электронов описывается теорией возмущений.

Переходя к более подробному анализу, следует отметить, что для изучения точек топологических

бифуркаций, отделяющих на фазовой диаграмме тех же купратов область, занятую обычной ферми-жидкостью, поверхность Ферми которой односвязна, от области, где эта поверхность уже многолистна, решать сложные нелинейные уравнения для нахождения спектра $\epsilon(p)$ не обязательно. Это потому что в точке бифуркации p_c групповая скорость $v(p_c) = |\partial\epsilon(p)/\partial p|_{p_c}$ зануляется. А раз так, то исследование можно провести в рамках стандартного ферми-жидкостного подхода с помощью хорошо известного тождества Питаевского [10], выводимого на основе калибровочной инвариантности, а не галилеевской, как в работе [2], которой в неоднородных и анизотропных электронных системах твердых тел нет.

Имея в виду двумерные электронные системы купратов, стоит выписать для них явный вид этого уравнения:

$$\mathbf{v}(\mathbf{p}) = \mathbf{v}^0(\mathbf{p}) + 2 \int f(\mathbf{p}, \mathbf{p}_1) \frac{\partial n(\mathbf{p}_1)}{\partial \mathbf{p}_1} \frac{d^2 p_1}{(2\pi)^2}, \quad (3)$$

где $\mathbf{v}^0(\mathbf{p})$ — затравочная групповая скорость, вычисляемая в рамках модели сильной связи (tight-binding model), параметры которой подгоняются к известным экспериментальным данным по фотоэмиссионным спектрам (ARPES), а $f(\mathbf{p}, \mathbf{p}_1)$ совпадает с феноменологической ландауской амплитудой рассеяния квазичастиц на поверхности Ферми. Поскольку в уравнение (3) входят только ферми-жидкостные характеристики, то при нахождении точек бифуркации, в которых его левая часть обращается в 0, квазичастичная картина Ландау всегда остается применимой, и это значительно облегчает анализ проблемы.

В двумерных электронных системах купратов, свойства которых в дальнейшем обсуждаются подробно, точки бифуркации решений уравнения (3) возникают неотвратимо. Происходит это тогда, когда заполнение зоны Бриллюэна приближается к половинному, и расстояние между линией Ферми и границей зоны значительно сокращается. При этом с изменением заполнения интегрально слагаемое в уравнении (3) меняется относительно слабо, сохраняя свой отрицательный знак, а вот свободный член — групповая скорость $v^0(\mathbf{p})$ — ведет себя совсем иначе, обращаясь в 0 при том значении допинга x и импульса $\mathbf{p}$, при котором линия Ферми впервые пересекает границу зоны Бриллюэна. Таким образом, при подходе линии Ферми к границе этой зоны (как и при уходе от нее) левая часть уравнения (3) обязательно меняет знак, и, следовательно, на фазовой диаграмме купратов имеется достаточно большая область допинга, где топологическая устойчивость ландауского состояния нарушена, вследствие чего новое основное состояние обладает нетривиальной топологией. Существенно,

что поскольку в купратах кристаллическая решетка квадратная, то в силу C_4 -симметрии проблемы, нарушение устойчивости происходит одновременно в четырех разных парах точек импульсного пространства, причем за точкой топологического перехода сразу образуются четыре разные области, где квазичастичное распределение перестает быть ландауским.

СТРУКТУРА ОСНОВНОГО СОСТОЯНИЯ ЗА ТОЧКОЙ ТОПОЛОГИЧЕСКОГО ПЕРЕХОДА

Как было уже сказано во Введении, есть два основных сценария топологической перестройки состояния Ландау, происходящей исключительно в системах с эффективным отталкивательным взаимодействием квазичастиц — в обратном случае поверхность Ферми всегда остается односвязной. Первый сценарий, предложенный И. Лифшицем в 1960 [1], заключается в появлении “пузырьков Лифшица” — просветов в ландауском квазичастичном заполнении, где оно обращается в 0. С математической точки зрения новое квазичастичное заполнение, в дальнейшем обозначаемое через $n_*(\mathbf{p})$, ищется на классе функций Ландау, где оно принимает только два значения: 0 или 1. Теория Ландау продолжает работать, сопротивление $\rho(T)$ все еще подчиняется формуле $\rho(T) = \rho_0 + A_2 T^2$, и в нем лифшицевский переход проявляется в скачкообразном изменении в точке перехода величины производной по плотности коэффициента A_2 . Этот факт можно использовать для детектирования лифшицевской перестройки состояния Ландау в твердом теле.

Второй сценарий — фермионная конденсация. Здесь решение $n_*(\mathbf{p})$ уже уходит во внутреннюю область паулиевского шара $1 \geq n(\mathbf{p}) \geq 0$. В первоначальном сценарии фермионной конденсации [3] новое квазичастичное распределение n_* находилось решением стандартного уравнения минимума функционала энергии [3]:

$$\frac{\delta E}{\delta n(\mathbf{p})} = \mu, \quad \mathbf{p} \in \Omega, \quad (4)$$

с химическим потенциалом μ , определяемым из условия Ландау—Латтинжера сохранения полного числа квазичастиц:

$$\sum n_*(\mathbf{p}) = n. \quad (5)$$

Поскольку левая часть (4) есть не что иное, как одночастичная энергия $\epsilon(\mathbf{p})$, то отсчитывая ее от μ , уравнение (4) можно переписать так:

$$\epsilon(\mathbf{p}) = 0, \quad \mathbf{p} \in \Omega, \quad (6)$$

или в эквивалентной форме на основе уравнения (3):

$$0 = \mathbf{v}^0(\mathbf{p}) + 2 \int_{\mathbf{p} \in \Omega} f(\mathbf{p}, \mathbf{p}_1) \frac{\partial n(\mathbf{p}_1)}{\partial \mathbf{p}_1} \frac{d^2 p_1}{(2\pi)^2}, \quad (7)$$

В области $\mathbf{p} \notin \Omega$, не занятой ФК, квазичастичное распределение $n_*(\mathbf{p})$ остается ландауским.

Следует иметь в виду, что решения вариационного уравнения (4) существуют при любом значении константы $f > 0$ эффективного отталкивательного взаимодействия квазичастиц. Однако при малых $f > 0$ они не удовлетворяют принципу Паули, который требует выполнения неравенства $1 \geq n(\mathbf{p}) \geq 0$ при любых импульсах. Поэтому в аналитически решаемых моделях фермионной конденсации (см., напр., [3]) это требование вводится дополнительно, так что в результате непосредственно за точкой перехода объем ФК растет линейно с разностью $|n - n_c|$.

Именно при анализе точно решаемых моделей впервые было обнаружено важное свойство фермионной конденсации — нарушение частично-дырочной симметрии, свойственной состоянию Ландау. Один из эффектов, связанных с этим нарушением — асимметрия туннельной проводимости — был предсказан В. Шагиняном [11] более десяти лет назад (современное состояние проблемы освещено в недавней работе [12]).

Таким образом, при нулевой температуре явление фермионной конденсации характеризуется спонтанным разделением системы на две подсистемы. Квазичастицы одной из них — конденсат — обладают нулевой энергией $\epsilon(\mathbf{p}) = 0$, занимая в импульсном пространстве конечную область Ω . Другая состоит из нормальных квазичастиц, групповая скорость которых $v = |\nabla \epsilon(\mathbf{p})|$ остается конечной. Существенно, что объем ФК фазы не является входным параметром задачи, а полностью определяется из уравнений (7) и (5) [3, 6].

При любых конечных температурах ФК вырождение одночастичного спектра снимается. Действительно, малое повышение T не может заметно изменить ФК распределение $n_*(\mathbf{p})$. А, как известно, соотношение Ландау $n(\epsilon) = [1 + e^{\epsilon/T}]^{-1}$ остается справедливым и в системах с ФК [5]. Раз так, то инвертировав формулу Ландау, можно использовать полученное соотношение для определения дисперсии ФК спектра, что даст

$$\epsilon(\mathbf{p}, T \rightarrow 0) = T \ln \frac{1 - n_*(\mathbf{p})}{n_*(\mathbf{p})}, \quad \mathbf{p} \in \Omega. \quad (8)$$

Таким образом, при малых температурах дисперсия ФК спектра оказывается линейной по T [5]. Лет 10 назад, когда фотоэмиссионный метод (ARPES),

широко используемый теперь для измерений характеристик электронных спектров купратов, еще только набирал силу, об измерении их температурной зависимости не могло быть и речи. Но за прошедшее десятилетие техника ARPES-измерений шагнула далеко вперед, и сейчас публикуются экспериментальные работы, где температурное изменение характеристик спектра $\epsilon(\mathbf{p})$ уже наблюдается (см., напр., [13]). Точность измерений пока недостаточна для проверки соотношения (8), к тому же надо иметь в виду, что реально оно — всего лишь первый член соответствующего разложения Тейлора. Тем не менее прогресс очевиден, и, возможно, уже в ближайшие несколько лет формула Нозьера (8) — визитная карточка фермионной конденсации — будет проверена на эксперименте.

Одночастичный спектр системы характеризуется еще и затуханием γ , которое вычисляется на основе уравнения Дайсона:

$$\epsilon(\mathbf{p}) - \epsilon_{\mathbf{p}}^0 - \Sigma(\mathbf{p}, \epsilon(\mathbf{p})) = 0, \quad (9)$$

где $\epsilon_{\mathbf{p}}^0$ — затравочный спектр, а Σ — дайсоновский массовый оператор, мнимая часть которого $\text{Im} \Sigma(\mathbf{p}, \epsilon) \propto \text{sgn} \epsilon$ дается интегралом (см., напр., [14]):

$$\text{Im} \Sigma(\mathbf{p}, \epsilon > 0) \propto \int |\Gamma^2(\mathbf{p}_1, \mathbf{p}_2, \mathbf{p})| \times \delta(\epsilon - \epsilon(\mathbf{p}_1) - \epsilon(\mathbf{p}_2) - \epsilon(\mathbf{p}_3)) d\mathbf{p}_1 d\mathbf{p}_2, \quad (10)$$

где $\mathbf{p}_3 = \mathbf{p} + \mathbf{p}_1 - \mathbf{p}_2$, Γ^2 — квадрат амплитуды двухчастичного рассеяния. Неотрицательный множитель, содержащий стандартную комбинацию чисел заполнения, вынесен из-под знака интеграла, поскольку на поведение γ вблизи поверхности Ферми он не влияет. В обычных ферми-системах интеграл меняется с изменением входного импульса $\mathbf{p}$ и искомой энергии ϵ плавно, определяя ландауское затухание спектра одночастичных возбуждений: $\gamma(\epsilon) \propto \epsilon^2$ (см., напр., [14]), что ведет к известной формуле Ландау—Померанчука для низкотемпературного сопротивления электронных систем кристаллов: $\rho(T) = \rho_0 + A_2 T^2$.

В системах с ФК ситуация меняется кардинально. Когда плотность ФК $\propto \eta$ мала, то нетривиальный вклад в интеграл (10) дается слагаемым, где к ФК принадлежит всего одна промежуточная квазичастица, энергия которой точно равна 0. При этом одно из двух интегрирований по импульсу снимается, и мы получаем [15, 16]

$$\gamma(\epsilon) \propto \epsilon \eta. \quad (11)$$

В применении к нормальным состояниям электронных систем с ФК эта формула дает нефермижидкостное линейное по T поведение их сопротивления:

$$\rho(T) = \rho_0 + A_1 T, \quad (12)$$

с коэффициентом A_1 , пропорциональным ФК параметру η . К обсуждению этого поведения мы еще вернемся.

ТОПОЛОГИЧЕСКАЯ ПЕРЕСТРОЙКА ОСНОВНОГО СОСТОЯНИЯ В СВЕРХПЛОТНОЙ КВАРК-ГЛЮОННОЙ ПЛАЗМЕ

С первого взгляда на систему нелинейных интегродифференциальных уравнений теории фермионной конденсации уже видно, что ничего, кроме итерационной процедуры их решения, предложить нельзя. Однако при конкретной ее реализации возникают значительные трудности, потому что такая процедура сходится далеко не всегда. Чтобы взглянуть на проблему глубже, имеет смысл рассмотреть трехмерную сверхплотную кварк-глюонную плазму (КГП), где обменное кварк-кварковое взаимодействие $f(\mathbf{p}, \mathbf{p}_1) \propto |\mathbf{p} - \mathbf{p}_1|^{-1}$ вычисляется в первом порядке теории возмущений [17], и таким образом, уравнение Питаевского (3), которое надо решать численно, приобретает такой вид:

$$\frac{\partial \epsilon(p)}{\partial \mathbf{p}} = \frac{\partial \epsilon_p^0}{\partial \mathbf{p}} + \int f(\mathbf{p}, \mathbf{p}_1) \frac{\partial n(p_1)}{\partial \mathbf{p}_1} \frac{d^3 p}{(2\pi)^3}, \quad (13)$$

где $\epsilon_p^0 = cp$ — затравочный энергетический одночастичный спектр сверхплотной кварковой материи, c — скорость света.

Благодаря зависимости амплитуды $f(\mathbf{p}, \mathbf{p}_1)$ от разности $\mathbf{p} - \mathbf{p}_1$, это уравнение можно преобразовать к более удобной для решения форме:

$$\epsilon(p) = \epsilon_p^0 + g \int \ln \frac{2p_F}{|p - p_1|} n(p_1) dp_1, \quad (14)$$

где g — эффективная константа связи.

Начнем решение с простой итерационной схемы, в которой в правую часть (14) подставляется j -я итерация $n^{(j)}(p)$, и на ее основе вычисляется следующая итерация спектра $\epsilon^{(j+1)}(p)$. Рисунок 1 иллюстрирует эту процедуру. На рис. 1а показан затравочный спектр $\epsilon^{(0)}(p) = \epsilon_p^0$, обращающийся в нуль только в точке $p = p_F$, и отвечающая этому спектру ферми-ступенька $n^{(0)}(p) = n_F(p) \equiv \theta(p_F - p)$. В левой части рис. 1б изображена первая итерация спектра $\epsilon^{(1)}(p)$, полученная подстановкой нулевой итерации импульсного распределения $n^{(0)}(p)$ в правую часть уравнения (14). Спектр $\epsilon^{(1)}(p)$ имеет три нуля в точках p_1 , p_2 и p_3 , а в соответствующей первой итерации импульсного распределения $n^{(1)}(p) = \theta(p_1 - p) - \theta(p_2 - p) + \theta(p_3 - p)$, показанной в правой части рис. 1б, появляется “пузырек”, т.е. пустой сферический слой с границами в p_1 и p_2 . Однако вторая итерация

спектра $\epsilon^{(2)}(p)$, хотя и оказывается немонотонной, обращается в нуль, как и нулевая итерация, лишь в точке $p = p_F$ (см. рис. 1в). Поэтому вторая итерация импульсного распределения $n^{(2)}(p) = n_F(p)$ совпадает с нулевой. В результате, как видно из точного совпадения рис. 1г с рис. 1б, третья итерация спектра и импульсного распределения совпадает с первой. Таким образом, все четные итерации, в которых $n(p)$ имеет вид ферми-ступеньки, совпадают между собой, и точно так же совпадают друг с другом все нечетные итерации, в которых импульсное распределение имеет сферический “пузырек”. Это означает, что в итерационной процедуре возникает цикл с периодом 2 (или просто 2-цикл).

Раз численное решение уравнения (14) с помощью простой итерационной схемы невозможно, обратимся к модифицированной схеме, в которой каждая $(j+1)$ -я итерация спектра получается “смешиванием” результата подстановки j -й итерации импульсного распределения $n^{(j)}(p)$ в уравнение (14), входящего с весом $\zeta < 1$, с j -й итерацией спектра, входящей с весом $1 - \zeta$. В такой модифицированной процедуре 2-цикл исчезает, но итерации начинают вести себя нерегулярным образом, причем в определенной области пространства, примыкающей к поверхности Ферми, число корней уравнения $\epsilon^{(j)}(p) = 0$ и, соответственно, число поверхностей импульсного распределения $n^{(j)}(p)$ неограниченно, хотя и немонотонно, растет с номером итерации j . Такое поведение итерационной процедуры иллюстрирует рис. 2, где показаны итерации спектра и импульсного распределения с номерами 20, 48, 68, 132, 137, 159 в расчете с параметром смешивания $\zeta = 0.01$. Как видно на правых частях этого рисунка, на 68-й итерации ферми-поверхность имеет пять листов, а на 132-й импульсное распределение опять совпадает с $n_F(p)$. На 137-й итерации возникает 7-листовая поверхность Ферми, а на 159-й итерации число листов равно 21. В то же время в левых частях рис. 2 видно, что итерации для спектра $\epsilon^{(j)}(p)$ и импульсного распределения квазичастиц $n^{(j)}(p)$ ведут себя совершенно непредсказуемо. Это означает, что итерационная процедура не сходится. Заметим, что описанная картина поведения итераций, различаясь лишь в деталях, в целом не зависит от того, как выбирается схема взвешивания итераций. Отметим также, что впервые неограниченное итерационное размножение ферми-поверхностей было замечено в работе [18].

Анализ можно сделать более наглядным, если рассматривать номера $j = 0, 1, 2, \dots$ итерации как шаги дискретного времени. В этом случае левые

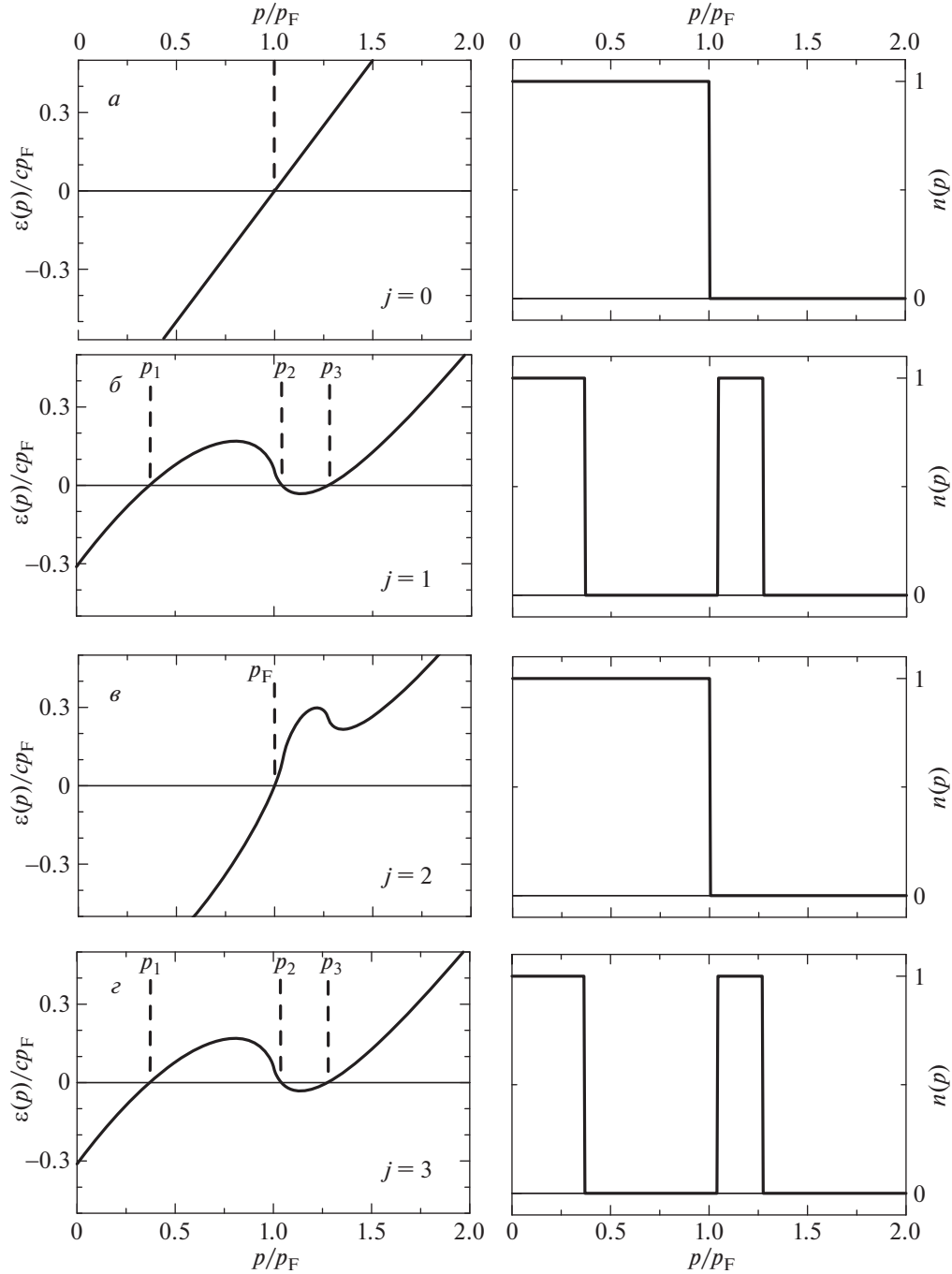


Рис. 1. Итерационные отображения для уравнения (14) с $\epsilon_p^0 = cp$ и безразмерным параметром $g/c = 1$. Левые части рисунка — итерации для спектра $\epsilon^{(j)}(p)$, отсчитанные от соответствующих итераций для химического потенциала, в единицах cp_F с $j = 0, 1, 2, 3$; правые — итерации для импульсного распределения $n^{(j)}(p)$.

части рис. 2 показывают тогда изменение квазичастичного спектра $\epsilon(p, t)$ во времени. Основная особенность в поведении спектра заключается в том, что знак $\epsilon(p, t)$ меняется непредсказуемо в объеме Ω_t импульсного пространства, примыкающем к поверхности Ферми. Эти хаотические смены знака квазичастичного спектра ведут к беспорядочным

прыжкам чисел заполнения $n(p, t)$, принимающих два значения: 0 и 1. Существенно, что при $t \rightarrow \infty$ область импульсного пространства, где итерации уравнения (14) не сходятся, стремится к постоянному пределу Ω .

Отсутствие сходимости итерационного процесса связано с существованием в рассматриваемой

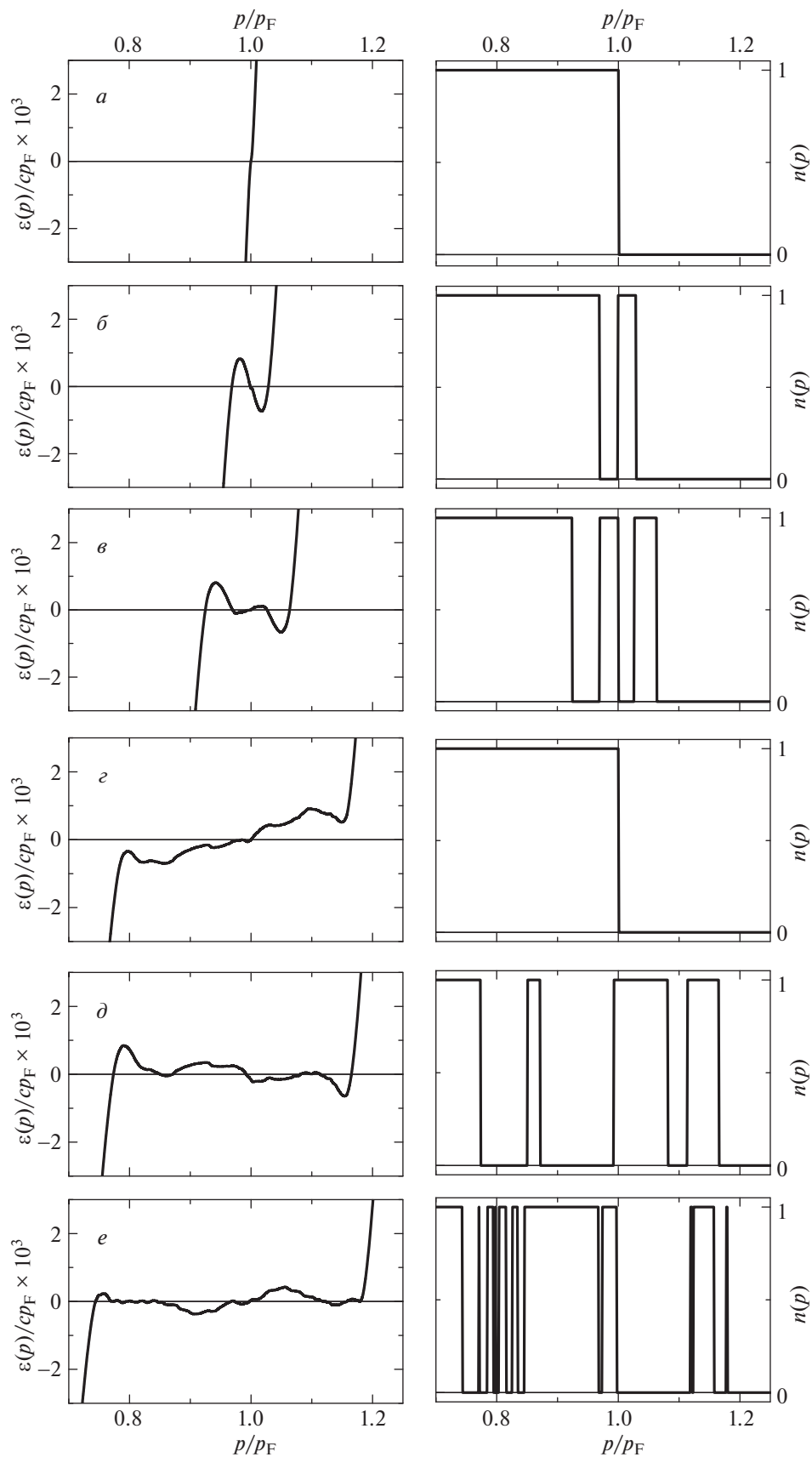


Рис. 2. То же, что на рис. 1, но с параметром смешивания $\zeta = 0.01$. На рисунке сверху вниз показаны итерации с номерами 20, 48, 68, 132, 137 и 159.

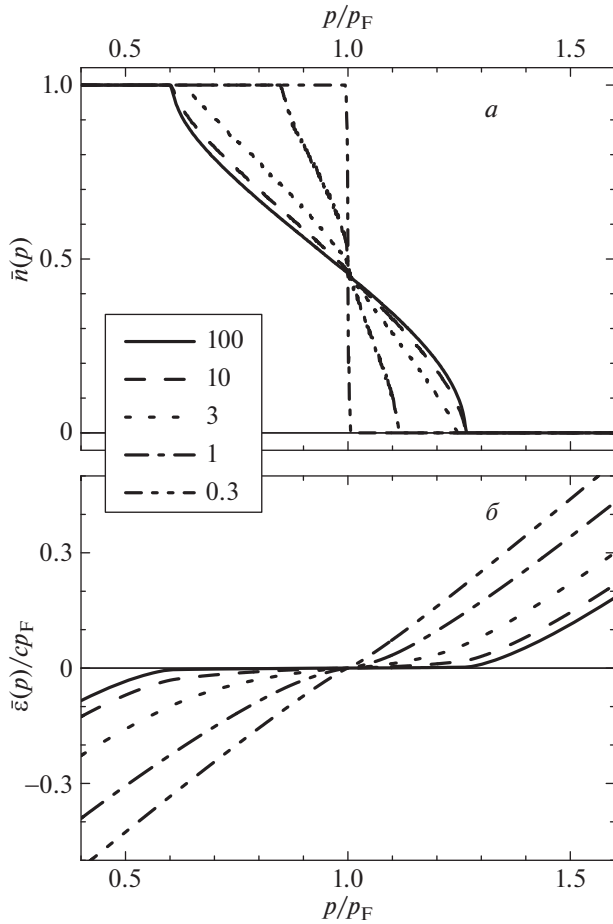


Рис. 3. Усредненные по формуле (15) спектры (а) и импульсные распределения (б). Указано соответствие типа линий числу эффективных итераций $N\zeta$.

многочастичной системе “квантового хаоса”, который всегда проявляет себя в наличии ненулевой энтропии. В рассматриваемом случае она может быть сопоставлена объему Ω импульсного пространства, где отсутствует сходимость итерационного процесса, причем в качестве энтропии удобно взять не сам объем Ω , а величину $2\Omega \ln 2$, в которой фактор 2 возникает от двух направлений спина.

Эта наивная формула может быть обоснована, если все входящие в рассмотрение величины усреднить по дискретному времени, используя для этого стандартные формулы статистики. Тогда усредненный квазичастичный спектр $\bar{\epsilon}(p)$ и усредненное импульсное распределение квазичастиц $\bar{n}(p)$ определяются формулами

$$\begin{aligned} \bar{\epsilon}(p) &= \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} \int_0^T \epsilon(p, t) dt \equiv \\ &\equiv \lim_{N \rightarrow \infty} \frac{1}{N} \sum_0^N \epsilon^{(j)}(p), \end{aligned} \quad (15)$$

$$\bar{n}(p) = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} \int_0^T n(p, t) dt \equiv \lim_{N \rightarrow \infty} \frac{1}{N} \sum_0^N n^{(j)}(p).$$

Связь между этими двумя средними дается уравнением (14) при замене $\epsilon(p)$ на $\bar{\epsilon}(p)$ и $n(p)$ на $\bar{n}(p)$. При этом все параметры, определяющие взвешивание предыдущих итераций в итерационной процедуре, выпадают. Усредненные по формулам (15) квазичастичный спектр $\bar{\epsilon}(p)$ и импульсное распределение квазичастиц $\bar{n}(p)$ для уравнения (14) с затравочным спектром $\epsilon_p^0 = cp$ и параметром $g/c = 1$ приведены на рис. 3. Разные кривые отвечают различным значениям числа итераций N , до которого ведется суммирование в формулах (15). Цифры на вставке указывают числа эффективных итераций $N\zeta$. Видно, что при небольших значениях N результаты зависят от предела суммирования, но при $N\zeta \sim \sim 100$ суммы насыщаются и функции $\bar{\epsilon}(p)$ и $\bar{n}(p)$ перестают зависеть от N . Как видно из рис. 3, усредненное импульсное распределение $\bar{n}(p)$ принимает значения 0 или 1 только в тех областях, где итерации сходятся. Однако в области Ω , где сходимость итерационной процедуры отсутствует, усредненные числа заполнения $\bar{n}(p)$ представляют собой непрерывную функцию $n_*(p)$, значения которой лежат между нулем и единицей. В то же время рис. 3 показывает, что функция $\bar{\epsilon}(p)$ тождественно зануляется в области Ω , где итерационная процедура не сходится. Сглаженное импульсное распределение является решением уравнения

$$0 = \epsilon_p^0 + g \int \ln \frac{2p_F}{|p - p_1|} n_*(p_1) dp_1, \quad (16)$$

$$p_i < p < p_f.$$

Границы p_i и p_f импульсного интервала $p_i < p_F < p_f$, определяющего область, где действует это решение, даются условиями $n_*(p_i) = 1$ и $n_*(p) = 0$. Вне этого интервала $n_*(p) = 1$ при $p \leq p_i$ и 0 при $p \geq p_f$. Таким образом, область Ω импульсного пространства, где спектр оказывается совершенно плоским:

$$\epsilon(p, n_*) = 0, \quad p_i < p < p_f, \quad (17)$$

а импульсное распределение равно $n_*(p)$, занимает ФК.

Введем теперь колмогоровскую энтропию [19], определив ее следующим образом:

$$S_* = -2 \int [n_*(p) \ln n_*(p) + (1 - n_*(p)) \ln(1 - n_*(p))] dv. \quad (18)$$

Согласно этому определению подынтегральное выражение исчезает вне области Ω , так что S_* пропорциональна ее объему, который мы тоже обозна-

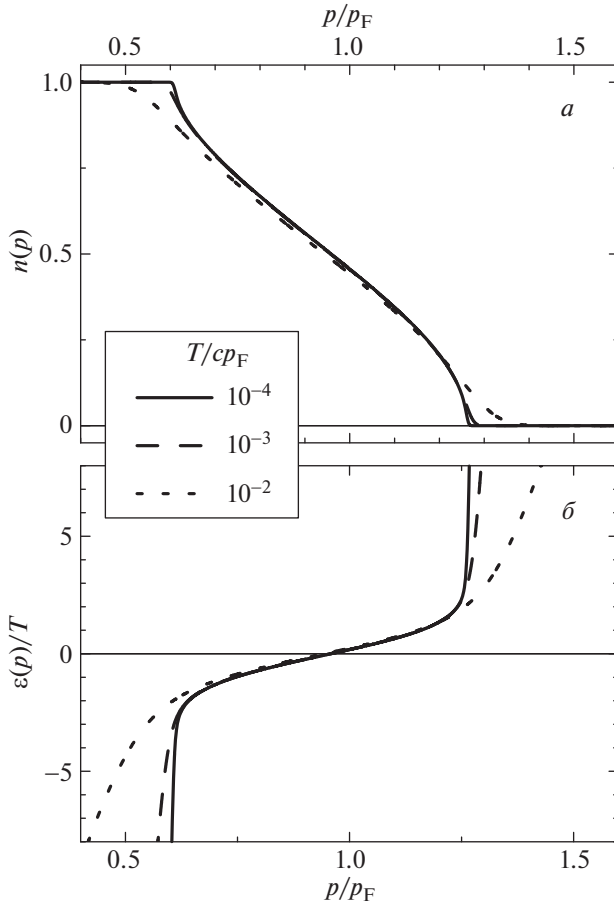


Рис. 4. Импульсные распределения $n(p)$ (а) и отношения $\epsilon(p)/T$ (б) для $g/c = 1$ при трех значениях температур в единицах cp_F .

чим Ω . Полагая $n_*(p) = 1/2$ внутри Ω , мы находим $S_* = 2\Omega \ln 2$.

Появление ненулевой энтропии возможно, только если основное состояние системы вырождено, и тогда величина S_* характеризует объем фазового пространства, где вырождение “корректирует” исходную волновую функцию системы. Разумеется, точная волновая функция основного состояния невырождена (теорема Нернста), и к анализу важной проблемы, каким образом снятие этого вырождения происходит, мы еще вернемся.

Обсудим теперь особенности ферми-конденсатного основного состояния сверхплотной КГП. На рис. 4 приведены результаты расчета импульсного распределения квазичастиц $n(p)$ и одночастичного спектра $\epsilon(p)$ при очень малых, но конечных температурах. Эти величины получены численным решением уравнения (14) с параметром связи $g/c = 1$. Расчет выполнен для трех значений температур: 10^{-4} , 10^{-3} и 10^{-2} в единицах cp_F . Одночастичный спектр показан на рис. 4б в виде отношения $\epsilon(p)/T$.

Отметим, что, как видно из сравнения рис. 3 и 4, импульсное распределение, рассчитанное при самой низкой из выбранных температур $T/cp_F = 10^{-4}$ практически совпадает с распределением $\bar{n}(p)$, вычисленным при нулевой температуре с помощью процедуры усреднения (15). То же относится и к одночастичному спектру. Этот результат свидетельствует о том, что усредненные величины $\bar{\epsilon}(p)$, $\bar{n}(p)$ являются истинными решениями уравнения (14) при $T = 0$.

Что касается структуры распределения квазичастиц по импульсам $n(p)$, то из рис. 4 видно, что вдали от ферми-поверхности это распределение не отличается от обычного, т.е. $n(p) = 0$ при импульсах, заметно превышающих p_F . Вместе с тем $n(p) = 1$ при p , значительно меньших p_F . Но в окрестности поверхности Ферми распределение $n(p)$ имеет характерное ферми-конденсатное поведение — оно плавно меняется между 1 и 0. Возникновение плато в одночастичном спектре КГП, лежащего точно на поверхности Ферми, означает, что в этой системе поверхность Ферми превращается в *объем* Ферми, т.е. ее топологическая размерность становится равной *трех*. Как видно на рис. 4б, где изображены отношения $\epsilon(p)/T$, ненулевая температура снимает вырождение, и одночастичный спектр в ферми-конденсатной области Ω , в соответствии с формулой (8), оказывается линейно зависящим от температуры. Этот результат согласуется с тем фактом, что, как видно на рис. 4а, импульсные распределения квазичастиц в области Ω практически не зависят от температур.

УСЛОВИЯ УСТОЙЧИВОСТИ ПОМЕРАНЧУКА В СИСТЕМАХ С ФК

Как было сказано выше, линейная по температуре дисперсия одночастичного спектра (8) является одной из основных характеристик фермионной конденсации, измерение которой будет доступно в недалеком будущем. Однако появление ФК генерирует целый сонм фазовых переходов, в которых перестраивается и сам одночастичный спектр. Их количество неограниченно растет по мере понижения температуры за счет увеличения числа нарушений условий устойчивости Померанчука в обоих каналах: частично-дырочном в случае спонтанного нарушения однородности системы, возникновения антиферромагнетизма и т.д. и частично-частичном, когда речь идет о куперовской сверхпроводимости. В последнем случае, очевидным образом, соответствующие измерения должны проводиться при температуре выше критической температуры T_c , когда калибровочная симметрия основного состояния остается ненарушенной. К тому же в исследованиях свойств ФК можно использовать внешнее

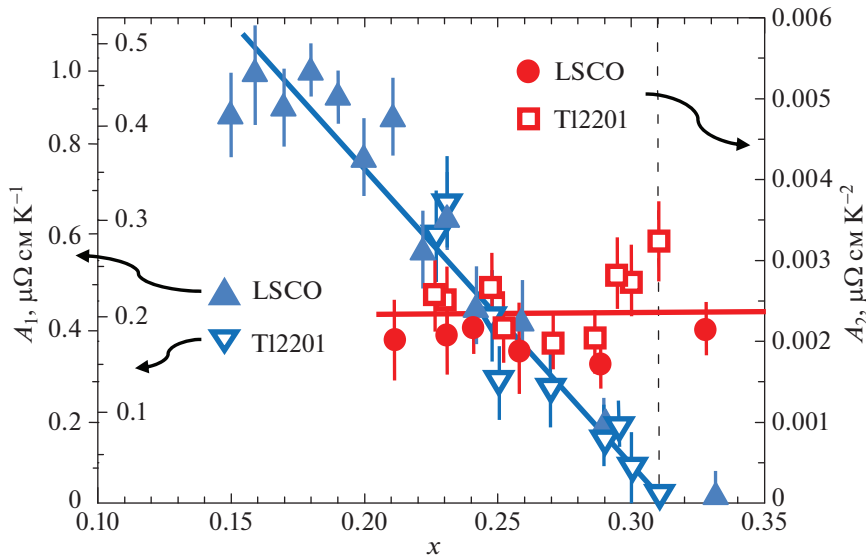


Рис. 5. Зависимость от допинга коэффициентов A_1 и A_2 , характеризующих линейный и квадратичный по температуре члены в сопротивлении $\rho(T)$ сверхдопированных соединений LSCO и Tl2201. Левая ось: треугольники — экспериментальные данные [25–27] для LSCO (шкала снаружи) и Tl2201 (шкала внутри); прямая линия — предсказанное поведение $A_1(x) \propto |x - x_c|$ с наклоном, выбранным так, чтобы наилучшим образом воспроизвести эти данные в среднем. Правая ось: кружки — экспериментальные данные [25–27], горизонтальная прямая $A_2 \simeq \text{const}$ — предсказание теории Ландау, величина коэффициента A_2 выбрана так, чтобы воспроизвести эксперимент [25].

магнитное поле, которое убывает сверхпроводимость, но относительно мало влияет на развитую структуру ФК.

В случае двумерной высокотемпературной сверхпроводимости (ВТСП), которой мы займемся в следующих разделах, T_c находится из уравнения Таулесса [20]:

$$\Delta(\mathbf{p}, T_c) = -T_c \sum_n \int \mathcal{V}(\mathbf{p}, \mathbf{p}_1) \mathcal{G}(\mathbf{p}_1, \omega_n) \mathcal{G}(-\mathbf{p}_1, -\omega_n) \times \Delta(\mathbf{p}_1, T_c) \frac{d^2 \mathbf{p}_1}{(2\pi)^2}, \quad (19)$$

или в эквивалентной форме

$$\Delta(\mathbf{p}, T_c) = - \int \mathcal{V}(\mathbf{p}, \mathbf{p}_1) \frac{\tanh \frac{\epsilon(\mathbf{p}_1)}{2T_c}}{2\epsilon(\mathbf{p}_1)} \times \Delta(\mathbf{p}_1, T_c) \frac{d^2 \mathbf{p}_1}{(2\pi)^2} \quad (20)$$

с неприводимым в куперовском канале блоком двухчастичного взаимодействия $\mathcal{V}(\mathbf{p}, \mathbf{p}')$ и мацубаровской квазичастичной гриновской функцией $\mathcal{G}(\mathbf{p}, \omega_n) = (i\omega_n - \epsilon(\mathbf{p}))^{-1}$ с ФК спектром $\epsilon(\mathbf{p})$, даваемым формулой Нозьера (8), и $\omega_n = (2n + 1)\pi T_c$. Аналогичные уравнения существуют для антиферромагнитного и других параметров порядка. Чтобы построить фазовую T – n -диаграмму системы с ФК,

надо решить целый набор таких уравнений и сравнить соответствующие критические температуры, что дает иерархию различных, нередко довольно экзотических фаз (например, фаза с волной зарядовой плотности), присутствие которых на фазовой диаграмме есть еще одна визитная карточка фермионной конденсации [21–24].

Чтобы проиллюстрировать, как влияет ФК на характеристики системы, рассмотрим сопротивление $\rho(T)$ нормального состояния сверхпроводящих купратов в сверхдопированной области $x_o < x < x_c$ их T – x -фазовой диаграммы. Она часто называется странным металлом, потому что температурное поведение $\rho(T)$ таких металлов не поддается объяснению в рамках теории фермижидкости, меняясь линейно по температуре: $\rho(T > T_c, x) = \rho_0 + A_1(x)T$. При этом поведение $\rho(T)$ сразу становится ландауским в области $x > x_c$, где ВТСП исчезает. Еще труднее, оставаясь в рамках флуктуационного сценария, понять, почему коэффициент $A_1(x)$, относящийся к несверхпроводящему состоянию сверхдопированных купратов, и критическая температура $T_c(x)$, характеризующая их сверхпроводящее состояние, связаны друг с другом. Но это — экспериментальный факт: в сверхдопированной области отношение $A_1(x)/T_c(x)$ почти не меняется с изменением x (см. рис. 5).

В модели фермионной конденсации этот факт объясняется прозрачно. Действительно, после

подстановки нозьеровского спектра (8) в соответствующую часть подынтегрального выражения в уравнении (20) оно приводится к виду

$$\frac{\tanh \frac{\epsilon(\mathbf{p}, T_c)}{2T_c}}{2\epsilon(\mathbf{p}, T_c)} = \frac{1 - 2n_*(\mathbf{p})}{2T_c \ln [(1 - n_*(\mathbf{p}))/n_*(\mathbf{p})]}, \quad (21)$$

$$\mathbf{p} \in \Omega.$$

Как видно отсюда, ФК дает в правую часть (20) вклад порядка η/T_c , в то время, как стандартный БКШ-вклад имеет порядок $\ln(\Omega_D/T_c)$, где Ω_D — дебаевская частота, обрезаящая логарифмическую расходимость интеграла. В результате, учитывая в (20) оба вклада, мы приходим к такому уравнению для определения критической температуры сверхпроводящего перехода:

$$\frac{1}{\lambda} = \beta \frac{\eta \epsilon_F^0}{T_c} + \ln \frac{\Omega_D}{T_c}, \quad (22)$$

где $\epsilon_F^0 = p_F^2/2m_e$, λ — безразмерная константа взаимодействия в куперовском канале, а численный фактор $\beta \simeq 1$. Таким образом, при $\lambda \rightarrow 0$ получается

$$T_c(x) \propto \lambda \eta(x) \epsilon_F^0. \quad (23)$$

Что касается зависимости коэффициента A_1 от ФК параметра η , то она уже определена выше (см. (12), (11)). Таким образом, сравнивая (12) с (23), мы приходим к выводу, что отношение T_c/A_1 от величины ФК параметра не зависит, и стало быть, оно слабо зависит и от допинга, поскольку все остальные задействованные в соответствующих уравнениях входные параметры остаются в сверхдопированной области неизменными [28].

ТОПОЛОГИЧЕСКАЯ ТЕОРИЯ ВЫСОКОТЕМПЕРАТУРНОЙ СВЕРХПРОВОДИМОСТИ

Обнаруженное Камерлинг-Оннесом в начале 20-го в. в ртути при понижении температуры T до рекордной для того времени $T_c = 4.2$ К явление сверхпроводимости привлекает в себе внимание физиков уже вторую сотню лет. Особенно много работ на эту тему появилось после открытия высокотемпературной сверхпроводимости, сделанное в купратах больше 30 лет назад [29, 30]. Результаты опубликованных за это время экспериментальных работ, полученные в различных лабораториях с помощью разных методик, позволяют надеяться, что мир стоит на пороге новой промышленной революции, когда существование сверхпроводимости при комнатной температуре будет, наконец, документально подтверждено, и она станет доступна для использования в промышленных масштабах. Здесь мы ограничимся только анализом двумерных сверхпроводящих купратов с их квадратной

кристаллической решеткой, потому что именно в купратах были проведены наиболее полные экспериментальные исследования, доказавшие, что в них ВТСП действительно обязана куперовскому спариванию электронов, что делает сценарий, реализованный в теории БКШ, основой и для анализа феномена ВТСП.

В обычных однородных сверхпроводниках, подчиняющихся теории БКШ, сверхпроводимость возникает только тогда, когда в блоке $\mathcal{V}$ фононное притяжение превышает кулоновское отталкивание. В купратах, где мы имеем дело с четырьмя пятнами ФК (см. рис. 6), ситуация меняется потому, что все эти области дают вклад в правую часть уравнения (20), и, вычисляя соответствующий интеграл с помощью теоремы о среднем его значении, мы получаем сумму четырех разных слагаемых, пропорциональных величине и *знаку* $\Delta_k = \Delta(\mathbf{p}_k)$ [22, 24]:

$$\Delta(\varphi) = - \sum_{k=1}^4 \mathcal{V}(\varphi, \varphi_k) I \Delta_k, \quad (24)$$

где φ — обычная угловая импульсная координата, множитель $\mathcal{V}(\varphi, \varphi_k)$ — усредненное по пятну значение спаривательного блока $\mathcal{V}$, а

$$I = \frac{1}{2T_c} \int \frac{1 - 2n_*(\mathbf{p})}{\ln [(1 - n_*(\mathbf{p}))/n_*(\mathbf{p})]} \frac{d^2 \mathbf{p}}{(2\pi)^2}. \quad (25)$$

После подстановки формулы (24) в уравнение (20) получается алгебраическая система четырех уравнений, имеющая не одно, как в БКШ-теории, а четыре решения. Здесь мы ограничимся рассмотрением того, которое имеет D -волновую структуру. В нем относительный знак щели меняется при переходе от одного пятна к другому по закону

$$\Delta_k = (-1)^k \Delta, \quad k = 1, 2, 3, 4. \quad (26)$$

Тогда после подстановки этого решения в уравнение (20) и несложной алгебры мы приходим к такому результату:

$$T_c(x) \propto \lambda_D \eta(x). \quad (27)$$

Эффективная константа λ_D куперовского спаривания в D -канале дается формулой [22, 24]

$$\lambda_D = 2\mathcal{V}^+ - \mathcal{V}^0 - \mathcal{V}^{++}, \quad (28)$$

где $\mathcal{V}^0 = \mathcal{V}(\varphi_i, \varphi_i)$, $\mathcal{V}^+ = \mathcal{V}(\varphi_i, \varphi_{i+1})$, $\mathcal{V}^{++} = \mathcal{V}(\varphi_i, \varphi_{i+2})$.

Поскольку в обычном пространстве электрон-фононное притяжение локально, то его вклад в матричные элементы (28) слабо зависит от того, с каким из них мы имеем дело. Поэтому фононный вклад в D -волновое спаривание сокращается, а знак и величина соответствующей эффективной куперовской константы λ_D целиком зависят от

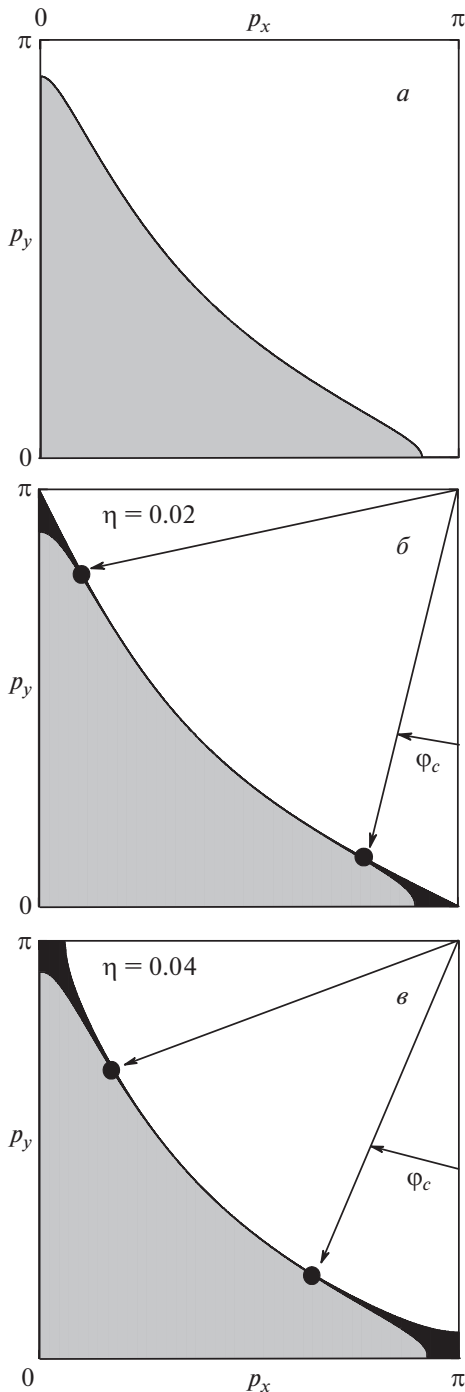


Рис. 6. Фермионная конденсация в зависимости от допинга x в модели Нозьера со взаимодействием, сосредоточенным при $\varphi < \varphi_c$, что грубо моделирует его конечный радиус. *а* — Окрестность критического значения x_c : ФК еще не развит. *б, в* — Плотность ФК (темные области) равна $\eta = 0.02$ и 0.04 соответственно. Критические значения угла $\varphi_c \propto \eta^{1/2} \propto |x - x_c|^{1/2}$ указаны стрелками.

того, как кулоновская часть блока $\mathcal{V}(\mathbf{q})$ падает с ростом переданного импульса. Сделать однозначный вывод об этом в случае сильного кулонов-

ского взаимодействия, где $\alpha > 1$, трудно, но если в определенной области входных параметров знак эффективной константы λ_D способствует куперовскому спариванию, то по сравнению с обычными сверхпроводниками величина щели Δ заметно увеличивается, поскольку компенсации фононного притяжения и кулоновского отталкивания, свойственной ситуации в обычных сверхпроводниках, здесь нет.

СТРУКТУРА СПЕКТРА ОДНОЧАСТИЧНЫХ ВОЗБУЖДЕНИЙ В УСОВЕРШЕНСТВОВАННОЙ ТЕОРИИ ФЕРМИОННОЙ КОНДЕНСАЦИИ

Материал, изложенный в предыдущих разделах, основан на вариационной модели, предложенной много лет назад в работе [3], где это явление обсуждалось впервые, причем модельный спектр одночастичных возбуждений получился *бесщелевым*. Однако фермионный конденсат, появляющийся за точкой топологического перехода, есть совокупность вырожденных одночастичных состояний, и работа с такими состояниями требует усовершенствования математического аппарата, используемого для описания взаимодействия конденсатных и надконденсатных степеней свободы, в результате чего в массовом операторе Σ надконденсатных частиц появляются сингулярности. То, что наличие конденсата приводит к появлению таких сингулярностей в массовом операторе Σ надконденсатных частиц, впервые обнаружил С. Беляев в построенной им теории бозе-жидкости [31]. В этой теории полюсная особенность $\text{Re}\Sigma(p, \varepsilon) \propto 1/(\varepsilon + \varepsilon(p))$ обязана вкладу в интеграл (10) промежуточных состояний, где две частицы принадлежат к конденсатным, имеющим нулевой импульс, а третья, надконденсатная, в силу сохранения полного импульса имеет импульс, противоположный входному.

В отличие от бозе-жидкости, в электронных системах с ФК, где конденсат занимает конечную область импульсного пространства, не запрещен процесс, где все три промежуточные квазичастицы принадлежат ФК, что возможно, если

$$\mathbf{p}_1 \in \Omega, \quad \mathbf{p}_2 \in \Omega, \quad \mathbf{p} + \mathbf{p}_1 - \mathbf{p}_2 \in \Omega. \quad (29)$$

В результате в системах с ФК сингулярность массового оператора $\Sigma(\mathbf{p}, \varepsilon)$ усиливается по сравнению с той, которая найдена в бозе-системах. Чтобы продемонстрировать это, надо сначала включить все регулярные компоненты $\Sigma(\mathbf{p}, \varepsilon)$ в одночастичную ландаускую энергию $\varepsilon(\mathbf{p})$. Тогда в области $\mathbf{p} \in \Omega$, занятой ФК, эта энергия равна 0, и интеграл (10) преобразуется к виду [24]

$$\text{Im}\Sigma(\mathbf{p}, \varepsilon > 0) = \Upsilon^2(\mathbf{p})\delta(\varepsilon), \quad (30)$$

$$\text{Re}\Sigma(\mathbf{p}, \varepsilon) = \Upsilon^2(\mathbf{p})/\varepsilon, \quad \mathbf{p} \notin \Omega,$$

где

$$\begin{aligned} \Upsilon(\mathbf{p}, x) &\propto \\ &\propto \left[\int_{\mathcal{C}} |\Gamma^2(\mathbf{p}, \mathbf{p}_1, \mathbf{p}_2)| d\mathbf{p}_1 d\mathbf{p}_2 \right]^{1/2} \propto \eta(x), \end{aligned} \quad (31)$$

причем границы области $\mathcal{C}$ интегрирования определяются равенствами

$$\epsilon(\mathbf{p}_1) = \epsilon(\mathbf{p}_2) = \epsilon(\mathbf{p} + \mathbf{p}_1 - \mathbf{p}_2) = 0. \quad (32)$$

Подставляя (30) в (9), мы приходим к такому уравнению для нахождения одночастичного спектра:

$$E(\mathbf{p})(E(\mathbf{p}) - \epsilon(\mathbf{p})) = \Upsilon^2(\mathbf{p}), \quad (33)$$

решение которого — щелевое. Характерная величина щели

$$E_{\min}(\mathbf{p}, x) = \Upsilon(\mathbf{p}) \propto \eta(x) \propto |n - n_c|. \quad (34)$$

Новые квазичастичные числа заполнения даются формулой

$$n_*(\mathbf{p}, T) = (1 + e^{E(\mathbf{p})/T})^{-1}. \quad (35)$$

Таким образом, при учете рассеяния токовых, нормальных квазичастиц на конденсате в спектре одночастичных возбуждений нормальной подсистемы появляется *несверхпроводящая щель* Υ . В определенном смысле в сильно коррелированных электронных системах она — более фундаментальная характеристика, чем сверхпроводящая БКШ-щель Δ , для возникновения которой необходимо притяжение между электронами в куперовском канале. А оно существует далеко не всегда. Его нет, например, в несверхпроводящих двумерных электронных системах SiGe/Si/SiGe-квантовых ям, где за точкой топологического перехода щель Υ в одночастичном спектре есть [32]. Поэтому вначале мы применим полученные результаты к однородной двумерной электронной жидкости, обитающей в кремниевых полевых структурах MOSFETs и в SiGe/Si/SiGe-квантовых ямах, где куперовское спаривание отсутствует.

ТОПОЛОГИЧЕСКИЙ ПЕРЕХОД МЕТАЛЛ—ИЗОЛЯТОР В КРЕМНИЕВЫХ ПОЛЕВЫХ СТРУКТУРАХ

Этот переход был открыт в двумерных кремниевых полевых структурах (MOSFETs) еще в прошлом веке [33–35]. Тогда же было показано, что это не фазовый переход, а кроссовер, в котором металлическое поведение сопротивления $\rho(T, n)$ с положительной производной $(d\rho(T, n_c)/dT)_{T=0}$ относительно плавно сменяется изоляторным, где

эта производная становится отрицательной. Впервые объяснение такого совпадения было предложено в работе [36], выполненной на основе теории слабой локализации в двумерной электронной системе [37]. Эксплуатируя в окрестности точки перехода металл—изолятор ренормгрупповой (РГ) формализм, развитый ими ранее [38], авторы выводят уравнение для эволюции перенормировочного множителя z , определяющего вес квазичастицы в одночастичном состоянии, и показывают, что в точке перехода z зануляется, приводя не только к расходимости эффективной массы m^* , но и делая квазичастичное описание непригодным. Однако эксперимент ведет к противоположному результату: оказывается, величина электронной эффективной массы нечувствительна к уровню беспорядка [39]. Более того, совсем недавно были опубликованы результаты измерений, проведенных в SiGe/Si/SiGe-квантовых ямах, где электронная подвижность почти на два порядка выше, чем в MOSFETs. Несмотря на такую огромную разницу в подвижностях, в пределах точности эксперимента плотности n_c и n_t все равно совпадают [32], что в локализационных сценариях объяснению не поддается.

С другой стороны, равенство между n_c и n_t является неотъемлемой частью альтернативного топологического сценария перехода металл—изолятор [24]. В противоположность РГ-подходу [36, 38], в этом сценарии беспорядок вообще не задействован, поэтому в точке топологического перехода перенормировочный множитель z остается конечным, а значит, квазичастичная картина продолжает работать как в самой точке перехода, где расходимость m^* сигнализирует о топологической неустойчивости ландауского состояния, так и за нею. В этой области топологический сценарий предсказывает, что активационная энергия Δ_a совпадает со щелью Υ в одночастичном электронном спектре, которая, согласно формуле (31), меняется линейно с дальнейшим уменьшением плотности. Это предсказание подтверждается в измерениях (см. рис. 7).

ДВУХЩЕЛЕВОЙ СПЕКТР ОДНОЧАСТИЧНЫХ ВОЗБУЖДЕНИЙ В СВЕРХПРОВОДЯЩИХ КУПРАТАХ

Перейдем теперь к анализу структуры электронного спектра сверхпроводящих купратов, полученных в работе [7] и приведенных на рис. 8, которые показывают, что в электронных спектрах одновременно присутствуют две разные щели. Одна — хорошо известная сверхпроводящая куперовская щель Δ , имеющая привычную D -волновую структуру, доминирует на сверхдипированной стороне, где $x > x_o$, но проявляет себя и

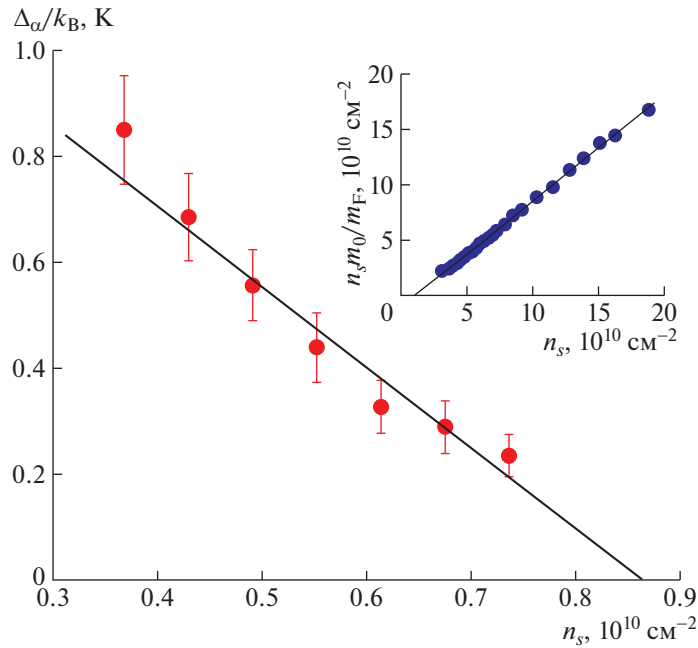


Рис. 7. Энергия активации Δ_a в единицах постоянной Больцмана k_B в SiGe/Si/SiGe квантовой яме в зависимости от электронной плотности n_s [32]. На вставке показано произведение плотности n_s на отношение кристаллической массы $m_0 = 0.19m_e$ к эффективной массе на ферми-поверхности m_F как функция n_s . Обе прямые пересекают горизонтальную ось при плотности $n_s = n_t$.

в недодопированных компаундах тоже. Другая — Υ — исчезает, когда допинг x подходит к критическому $x_c \simeq 0.3$. Однако ее величина быстро растет в противоположном направлении. Как видно из рисунка, по мере того, как x приближается к оптимальному значению x_o , обе щели становятся одного порядка, а на недодопированной стороне нетрадиционная щель уже превосходит куперовскую. Объяснение этому факту, скорее всего, следует искать в том, что наличие куперовской щели Δ в одночастичном спектре размывает сингулярность в $\text{Im}\Sigma$ и подавляет величину соответствующего интеграла (30).

Посмотрим теперь, объясняются ли эти экспериментальные особенности одночастичных спектров в рамках обсуждаемого топологического сценария, где нетрадиционная щель отождествляется с несверхтекучей щелью $\Upsilon(\mathbf{p})$. С теоретической точки зрения главное отличие однородных двумерных электронных систем от купратов заключается в том, что в последних ФК занимает не всю поверхность Ферми, а только ее часть, примыкающую к границам зоны Бриллюэна (см. рис. 6). Поэтому кинематические ограничения (32) выходят на первый план. Например, для входного импульса $\mathbf{p}$, располагающегося на линии Ферми недалеко от диагоналей зоны (район узла, “nodal region”), условия (32) не выполняются при $\eta \rightarrow 0$, и, следовательно, интеграл (31) зануляется, приводя к выводу, что в этом пределе несверх-

проводящая щель $\Upsilon(\mathbf{p})$ исчезает. Когда импульс $\mathbf{p}$ уходит из района узла, то при $\Delta = 0$ щель $\Upsilon(\mathbf{p})$ становится отличной от нуля, однако при $\Delta_D \neq 0$ величина последней, которая в основном определяется вкладом узлового района, все еще очень мала, в согласии с тем, что мы видим на рис. 6а. По направлению к противоположной стороне фазовой диаграммы ФК параметр η растет, и с его ростом щель $\Upsilon(\mathbf{p})$ начинает тоже расти, особенно в области, занятой ФК (“antinode region”), где с ростом η роль кинематических ограничений (32) быстро уменьшается. При этом, как видно из уравнения для Δ , ее величина падает. Качественно эти выводы согласуются не только с тем экспериментом, результаты которого приведены на рис. 8, но и с неметаллическим поведением сопротивления $\rho(T)$ (bad metal) в нормальной фазе при $x < x_o$, последнее — простое следствие формулы (35). Для количественного описания проблемы надо аккуратно учитывать интерференцию двух щелей друг с другом, анализ которой довольно громоздок и будет выполнен в другой работе.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В настоящей работе мы проанализировали фермионную конденсацию — специфическую перестройку основных состояний сильно коррелированных ферми-систем, спонтанно происходящую в них без изменения симметрии и заключающуюся в

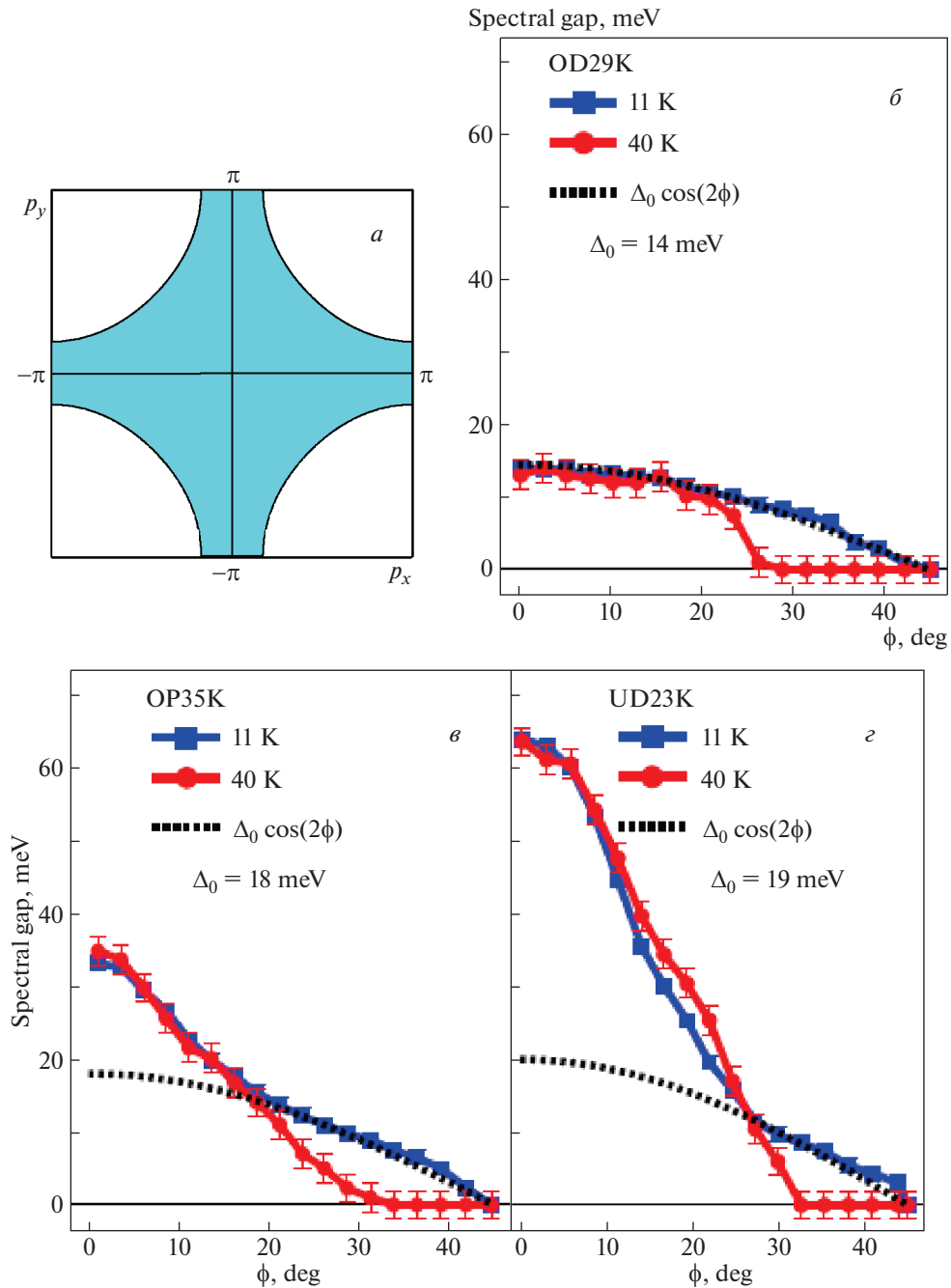


Рис. 8. *a* — Контур ферми-поверхности в Bi2201. Остальные части рисунка — угловая зависимость суммарной щели в спектре этого компаунда, полученной в работе [7] на основе анализа фотоэмиссионных данных для трех значений допинга при температурах $T = 11$ K $< T_c$ (квадратики) и $T = 40$ K $> T_c$ (кружки); *б* — сверхдопированное соединение, в котором ФК еще нет; *в* — оптимальный допинг x_o , где $T_c(x)$ достигает максимального значения; *г* — недодопированное соединение.

возникновении фермионного конденсата — группы одночастичных состояний, имеющих нулевую энергию. Как мы видели, спектр систем, испытывающих такую перестройку, довольно широк — от электронных жидкостей кристаллов до сверхплотной кварковой материи. Мы показали, что появление конденсата с нулевой энергией является триггером

дальнейшей перестройки основного состояния, в результате чего сам конденсат тоже перестраивается. Поэтому для изучения конденсатных свойств предпочтителен температурный интервал $T_c^{\max} < T < T_f$, где $T_c^{\max}$ — максимальная из температур, выше которой симметрия основного состояния уже не нарушается, а T_f — характерная

температура разрушения ФК. При более низких температурах $T < T_c^{\max}$ в эксперименте, в первую очередь, проявляются свойства фаз с нарушенной симметрией, характеристики которых заметно отличаются от обычных. В качестве примера можно привести трехмерные волны зарядовой плотности — в обычных металлах они отделены большой ленгмюровской щелью, а в высокотемпературных сверхпроводниках, по-видимому, могут сосуществовать со сверхпроводимостью [40]. Другой подробно разобранный в работе пример — сама высокотемпературная сверхпроводимость, где наличие ФК меняет не только критическую температуру T_c , но и структуру самого спаривания.

В этой проблеме есть одна загадка, которая редко обсуждается в литературе. Она связана с тем фактом, что меньше чем за десятилетие с момента открытия этого фундаментального явления [29] максимальная критическая температура разрушения сверхпроводимости, достигнутая в исследованиях, выросла в несколько раз, превзойдя в 1993 г. 150 К [40]. С тех пор она не сдвинулась с места ни на йоту (мы оставляем в стороне несколько сенсационных результатов, опубликованных за это время в печати, поскольку пока они не подтверждены другими исследованиями). В рамках топологического сценария разгадка этого парадокса, вероятно, состоит в сосуществовании в сверхпроводящих купратах двух щелей Δ и Υ . В сверхдопированных купратах по кинематическим причинам, обсуждавшимся выше, щель Υ стремится к 0 быстрее, чем Δ , когда $x \rightarrow x_c$, и в этом районе $T-x$ фазовой диаграммы роль щели Υ мала. Но с ростом разницы между x_c и x эта щель растет быстрее, чем куперовская, и ее присутствие подавляет куперовскую щель Δ , так что та, а с нею вместе и критическая температура T_c , не достигают тех значений, которые должны были бы достичь, если бы щели Υ не существовало.

Возникновение несверхпроводящей щели Υ ответственно за еще одно фундаментальное явление — топологический кроссовер металл—изолятор, обнаруженный в двумерных кремниевых полевых структурах [32]. Его отличительной чертой является тот факт, что плотность n_c , при которой этот кроссовер происходит, и электронная система становится изолятором, фактически совпадает с плотностью n_t , при которой расходится электронная эффективная масса, и топологическая стабильность состояния Ландау нарушается. За точкой перехода рассчитанное сопротивление имеет стандартную активационную форму, причем в согласии с экспериментом [32] энергия активации меняется линейно с изменением плотности.

Авторы благодарны Г.Е. Воловику, Р. Грину, В.Т. Долгополову, А. Камински, Я. Копелевичу,

С.В. Кравченко, Л.П. Питаевскому и В.Р. Шагиняну за полезное обсуждение затронутых в работе вопросов. Авторы также выражают глубокую признательность А. Камински, разрешившему использовать рис. 8 из работы [7], и С.В. Кравченко, предоставившему рис. 7. В.А.К. и Дж.У.К. благодарят за поддержку МакДоннелловский Центр космических наук, Дж.У.К. также признателен Центру математических наук Университета Мадейры за гостеприимство.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. И. М. Лифшиц, ЖЭТФ **38**, 1569 (1960).
2. Л. Д. Ландау, ЖЭТФ **30**, 1058 (1956).
3. В. А. Ходель, В. Р. Шагинян, Письма в ЖЭТФ **51**, 488 (1990).
4. G. E. Volovik, JETP Lett. **53**, 222 (1991); Springer Lect. Notes Phys. **718**, 31 (2007).
5. P. Nozières, J. Phys. I France **2**, 443 (1992).
6. V. A. Khodel, J. W. Clark, and M. V. Zverev, Phys. Rev. B **78**, 075120 (2008).
7. A. Kaminski, T. Kondo, T. Takeuchi, and G. Gu, Philos. Mag. **95**, 453 (2015).
8. М. В. Зверев, В. А. Ходель, В. Р. Шагинян, ЖЭТФ **109**, 1054 (1996) [JETP **82**, 567 (1996)].
9. М. В. Зверев, В. В. Борисов, Письма в ЖЭТФ **81**, 623 (2005).
10. Л. П. Питаевский, ЖЭТФ **37**, 1794 (1959).
11. V. R. Shaginyan, JETP Lett. **81**, 222 (2005).
12. V. R. Shaginyan, A. Z. Mzezane, V. A. Stephanovich, G. S. Japaridze, and E. V. Kirichenko, Phys. Scr. **99**, 065801 (2019).
13. Y. S. Kushnirenko, A. A. Kordyuk, A. V. Fedorov, E. Haubold, T. Wolf, B. Büchner, and S. V. Borisenko, Phys. Rev. B **96**, 100504 (R) (2017).
14. А. Б. Мигдал, *Теория конечных ферми-систем и свойства атомных ядер* (Наука, 1967).
15. В. А. Ходель, В. Р. Шагинян, П. Шук, Письма в ЖЭТФ **63**, 719 (1996).
16. В. А. Ходель, М. В. Зверев, Письма в ЖЭТФ **74**, 565 (2001).
17. M. G. Alford, A. Schmitt, K. Rajagopal, and T. Schafer, Rev. Mod. Phys. **80**, 1455 (2008).
18. C. J. Pethick, G. Baym, and H. Monien, Nucl. Phys. A **498**, 313 (1989).
19. А. Н. Колмогоров, Пробл. передачи информ. **1**, 3 (1965).
20. А. А. Абрикосов, Л. П. Горьков, И. Е. Дзялошинский, *Методы квантовой теории поля в статистической физике* (Физматгиз, Москва, 1962).
21. V. A. Khodel and M. V. Zverev, JETP Lett. **85**, 404 (2007).
22. V. A. Khodel, J. W. Clark, and M. V. Zverev, JETP Lett. **105**, 267 (2017).
23. В. А. Ходель, Дж. У. Кларк, М. В. Зверев, Письма в ЖЭТФ **108**, 267 (2018).
24. V. A. Khodel, J. Low Temp. Phys. **191**, 14 (2018).

25. R. A. Cooper, Y. Wang, B. Vignolle, O. J. Lipscombe, S. M. Hayden, Y. Tanabe, T. Adachi, Y. Koike, M. Nomura, H. Takagi, C. Proust, and N. E. Hussey, *Science* **323**, 603 (2009).
26. N. E. Hussey, R. A. Cooper, X. Xu, I. Mouzopoulou, Y. Wang, B. Vignolle, and C. Proust, *Phys. Trans. R. Soc. A* **369**, 1626 (2011).
27. N. E. Hussey, H. Gordon-Moys, J. Kokaly, and R. H. McKenzie, *J. Phys.: Conf. Ser.* **449**, 012004 (2013).
28. V. A. Khodel, J. W. Clark, and M. V. Zverev, *Phys. Lett. A* **318**, 3281 (2018).
29. J. G. Bednorz and K. A. Müller, *Z. Phys. B* **64**, 189 (1986); *Rev. Mod. Phys.* **60**, 585 (1988).
30. M. K. Wu, J. R. Ashburn, C. J. Torng, P. H. Hor, R. L. Meng, L. Goa, Z. J. Huang, Y. Q. Wang, and C. W. Chu, *Phys. Rev. Lett.* **58**, 908 (1987).
31. С. Т. Беляев, *ЖЭТФ* **34**, 417 (1958); **34**, 433 (1958).
32. M. Yu. Mel'nikov, A. A. Shashkin, V. T. Dolgoplov, A. X. Y. Zhu, S. V. Kravchenko, S. H. Huang, and C. W. Liu, *Phys. Rev. B* **99**, 081106 (R) (2019).
33. S. V. Kravchenko, G. V. Kravchenko, J. G. Furneaux, V. M. Pudalov, and M. D'Iorio, *Phys. Rev. B* **50**, 8039 (1994).
34. E. Abrahams, S. V. Kravchenko, and M. P. Sarachik, *Rev. Mod. Phys.* **73**, 251 (2001).
35. S. V. Kravchenko and M. P. Sarachik, *Rep. Prog. Phys.* **67**, 1 (2004).
36. A. Punnoose and A. M. Finkel'stein, *Science* **310**, 289 (2005).
37. B. L. Altshuler and A. G. Aronov, *Mod. Problems Cond. Mat. Sci.* **10**, 1 (1985).
38. A. Punnoose and A. M. Finkel'stein, *Phys. Rev. Lett.* **88**, 016802 (2002).
39. A. A. Shashkin, A. A. Kapustin, E. V. Deviatov, V. T. Dolgoplov, and Z. D. Kvon, *Phys. Rev. B* **76**, 241302 (R) (2007).
40. B. Keimer, S. A. Kivelson, M. R. Norman, S. Uchida, and J. Zaanen, *Nature* **518**, 179 (2015).

FERMION CONDENSATION: THEORY AND EXPERIMENT

V. A. Khodel^{1),2)}, J. W. Clark^{2),3)}, M. V. Zverev^{1),4)}

¹⁾National Research Centre Kurchatov Institute, Moscow, Russia

²⁾McDonnell Center for the Space Sciences & Department of Physics, Washington University, St. Louis, USA

³⁾Centro de Investigação em Matemática e Aplicações, University of Madeira, Madeira, Portugal

⁴⁾Moscow Institute of Physics and Technology, Dolgoprudny, Russia

Fundamentals of physics of fermion condensation are outlined. This phase transition occurs in strongly correlated Fermi systems by virtue of a topological reconstruction of the Landau ground state with formation of the so-called fermion condensate, a dispersionless portion of the single-particle spectrum $\epsilon(\mathbf{p}) = 0$ associated with the divergent density of single-particle states. To solve the set of nonlinear integral equations of theory of fermion condensation a specific method is developed. Computational technique is demonstrated for superdense quark-gluon plasma, where the structure of exchange quark-quark interactions is well established. In superfluid systems with the fermion condensate, the magnitude of the gap Δ in the single-particle spectrum owed to Cooper pairing is shown to be much larger than that in Bardeen-Cooper-Schrieffer theory, providing explanation for both high temperature T_c of the superconducting transition, and, with account of C_4 symmetry of the crystal lattice, D -wave structure of $\Delta(\mathbf{p})$, in agreement with experimental data on cuprates. It is found that in the spectrum of excitations of systems with a fermion condensate, there exists a different non-superconducting gap Υ , whose origin is due to interaction of the fermion condensate with normal quasiparticles, residing in momentum space outside the condensate region. We discuss correlation between the results obtained and a two-gap structure of single-particle spectrum, recently uncovered in available ARPES data on high- T_c superconductors.