

ТЕОРЕТИЧЕСКОЕ ВЫЧИСЛЕНИЕ ПАРАМЕТРОВ МВБ1 И ПЕРЕСЕЧЕНИЕ ПОЛОС В ЧЕТНЫХ ИЗОТОПАХ Се

© 2020 г. А. Д. Ефимов^{1),2)*}

Поступила в редакцию 14.04.2020 г.; после доработки 14.04.2020 г.; принята к публикации 14.04.2020 г.

Разработана расширенная микроскопическая версия модели взаимодействующих бозонов. На ее основе изучены свойства состояний ирраст-полос в четных изотопах Се до спинов $I^\pi = 18^+$. Эти значения спинов включают те, при которых происходит пересечение полос. Параметры модели вычисляются на основе использования среднего сферического потенциала и остаточных мультипольных сил. Расширение модели осуществлено за счет учета высокоспиновых пар квазичастиц, что позволило получить удовлетворительное описание энергий и значений $B(E2)$ без введения эффективных зарядов. Данное исследование является продолжением аналогичного рассмотрения свойств низколежащих коллективных состояний в четных изотопах Хе и Ва.

DOI: 10.31857/S0044002720050104

1. ВВЕДЕНИЕ

Около семидесяти лет назад описание квадрупольной низкоэнергетической коллективности стали связывать с геометрической моделью Бора–Моттельсона, использующей пять переменных квадрупольной деформации [1]. Вслед за этим в соответствии с моделью Давыдова явно стала учитываться неаксиальность [2, 3]. Данные варианты модели использовались сначала как феноменологические, но вскоре, на основе вычисления энергии деформации с помощью оболочечной поправки Струтинского [4] и вычисления моментов инерции, следуя методу Инглиса [5], эти модели стали получать микроскопическое обоснование [6].

Следующий этап в описании коллективных состояний был связан с бозонным представлением парных фермионных операторов. К одним из наиболее ранних работ этого направления следует отнести работы Беляева и Зелевинского [7], где ставилось условие равенства коммутаторов фермионных пар с одной стороны и соответствующих бозонных рядов с другой. На основе этой идеи была построена серия работ Соренсена [8], цель которых заключалась в бозонном представлении фермионных операторов, а через это приближенное решение многочастичной ядерной задачи. Однако сходимость разложения фермионных операторов в ряд по бозонным оказалась слабой. Следующий этап был связан с работами Кишимото и Тамуры [9–12].

Эта серия работ позволила сформулировать ряд требований к теории, необходимых для корректного описания рассматриваемых состояний. Прежде всего, это отображение не квазичастичных пар, а именно фононов на бозоны, а также необходимость учета связи коллективных и неколлективных мод возбуждений. Под коллективными здесь понимаются квадрупольные нижайшие D -моды или фононы, под неколлективными все прочие V_J с моментами J , среди которых есть гигантские резонансы. Учет этой связи был осуществлен в технике теории возмущений в варианте Бриллюэна–Вигнера [13] с разделением пространства состояний на два типа. Один состоял только из коллективных D -фононов, второй содержал дополнительно один из прочих $V_{J=2}$ -фононов и только квадрупольного типа. Это привело к эффективному бозонному гамильтониану, параметры которого заменяются на зависящие от энергии перенормированные значения. На примере конкретных расчетов было выявлено, что учет этой связи необходим для получения количественного описания коллективного спектра состояний.

Предполагается, что нижайшие квадрупольные фононы D_μ^+, D_μ имеют структуру, характерную для Квазичастичного Метода Случайной Фазы (КМСФ)

$$D_\mu^+ = \frac{1}{\sqrt{2}} \sum_{1,2;\tau=n,p} [\psi_{12} a_1^+ a_2^+ + \varphi_{12} a_2 a_1] \times (j_1 j_2 m_1 m_2 | 2\mu)_\tau, \quad (1)$$

где $a^+(a)$ — операторы рождения (уничтожения) квазичастиц; 1, 2 обозначают номера одноквазичастичных состояний в сферическом базисе; состоя-

¹⁾ Государственный университет морского и речного флота имени адмирала С.О. Макарова, Россия.

²⁾ ФТИ им. А.Ф. Иоффе, Санкт-Петербург, Россия.

*E-mail: efimov98@mail.ru

ния $\bar{1}, \bar{2}$ — сопряженные по времени к 1, 2. Амплитуды и ψ_{12}, φ_{12} или часто используемые вместо них $z^{(0)} = \psi + \varphi, z^{(1)} = \psi - \varphi$ не зависят от магнитных квантовых чисел и нормированы стандартным образом, $\sum_{1,2;\tau=n,p}(\psi_{12}^2 - \varphi_{12}^2) = \sum_{1,2;\tau}(z_{12}^{(0)} z_{12}^{(1)})_{\tau} = 1$.

К наиболее широко используемому подходу описания коллективных состояний в настоящее время относится модель, полученная на основе представления фоновых операторов в виде конечных выражений через бозонные операторы. Это представление, основывающееся на предположении о замкнутости алгебры фоновых операторов $D_{\mu}^+, D_{\mu}, [D_{\mu 1}, D_{\mu 2}^+]$, числом тридцать пять элементов, было сделано в серии работ Джолоса, Янссена, Дэнау [14–17], что реализуется через $SU(6)$ -алгебру. Эта алгебра характеризуется максимально возможным числом нижайших квадрупольных фононов Ω . После используемого отображения фоновых операторов на бозонные, чьи операторы образуют ту же замкнутую $SU(6)$ -алгебру, предполагалось, что, используя только нижайшие квадрупольные фононы, можно рассчитывать параметры бозонных операторов. Однако оказалось, что эта модель является удобной с точки зрения феноменологии независимо от задачи расчета ее параметров. Эта “феноменология” была популяризирована в работах Аримы и Ячелло [18], и в силу того, что она описывала как вибрационный, так и ротационный характеры спектров, стала широко использоваться в качестве способа описания свойств коллективных состояний, продемонстрировав значительный успех в описании экспериментальных спектров и вероятностей переходов между коллективными состояниями. В этих работах она получила общепризнанное название Модели Взаимодействующих Бозонов (МВБ) или МВБ1, рассматривающей взаимодействие состояний, построенных из s и d идеальных бозонов, не различающихся по изоспину, которые отождествлялись с нуклонными парами, связанными в $J^{\pi} = 0^{+}$ - и $J^{\pi} = 2^{+}$ -моменты.

Справедливости ради следует отметить, что в [16] указано, что для генераторов группы $SU(6)$ можно использовать представление, в котором явно не присутствует квантовое число Ω , соответствующее максимальному числу квадрупольных бозонов. Для этого чисто формально вводился оператор монополюсных бозонов (в оригинальной работе он обозначался как β -бозон), в привычных теперь обозначениях это соответствует s -бозону. Так что максимальное число квадрупольных бозонов Ω становится полным числом квадрупольных и скалярных бозонов, а его оператор $\hat{\Omega} = s^{+}s + \sum d_{\mu}^{+}d_{\mu}$ коммутирует со всеми генераторами

$SU(6)$ -алгебры операторов $d_{\mu}^{+}s, s^{+}d_{\mu}, d_{\mu 1}^{+}d_{\mu 2}$. Это позволяет от операционных корней $\sqrt{\Omega - \hat{n}_d}$ ($\hat{n}_d = \sum d_{\mu}^{+}d_{\mu}$) перейти к s -бозонам. При такой трактовке s -бозоны являются формальным инструментом и не соответствуют парам квазичастиц или частиц, связанных в нулевой момент.

Исходя из предположения замкнутости алгебры фоновых операторов, можно получить оценку для параметра Ω

$$\begin{aligned} \frac{1}{\Omega} &= \tag{2} \\ &= -\frac{1}{6} \sum_{\mu} \text{q.p.} \left\langle \left| \left[D_{\mu 1}, [[D_{\mu}, D_{\mu}^+], D_{\mu 1}^+] \right] \right| \right\rangle_{\text{q.p.}} = \\ &= \frac{5}{3} \sum_{123} \frac{1}{2j_2 + 1} z_{12}^{(0)} z_{12}^{(1)} (z_{23}^{(1)2} + z_{23}^{(0)2}), \end{aligned}$$

$| \rangle_{\text{q.p.}}$ обозначает квазичастичный вакуум. Отображение фоновых операторов на идеальные бозонные структуры осуществляется из требования, чтобы коммутаторы фоновых операторов по вакууму квазичастиц были равны соответствующим коммутаторам бозонных операторов. Это приводит к замкнутой алгебре относительно бозонов, если выполняются правила соответствия

$$\begin{aligned} D_{\mu}^{+} &\longrightarrow \frac{1}{\sqrt{\Omega}} d_{\mu}^{+} s; \tag{3} \\ | \rangle &\longrightarrow \frac{1}{\sqrt{\Omega!}} (s^{+})^{\Omega} | \rangle; \quad | I \rangle \longrightarrow | I \rangle, \end{aligned}$$

где $| \rangle$ — вакуум фононов, $| I \rangle$ — фоновое состояние со спином I , $| \rangle$ — вакуум бозонов, $| I \rangle$ — бозонное коллективное состояние со спином I . При этом основное состояние $| 0 \rangle$ не является вакуумом бозонов, т.е. $| 0 \rangle \neq | \rangle$ и аналогично $| 0 \rangle \neq | \rangle$. Данные правила соответствия принимаются в настоящей работе. Их можно соотнести с теми, которые были предложены в работах Беляева, Зелевинского [7] и использованы в [8] таким образом, что бесконечные ряды разложения по бозонам собираются в соответствующие корни, например, $s|\Omega, n_d\rangle = \sqrt{\Omega - n_d}|\Omega, n_d\rangle$.

Используемая трактовка s -бозонов приводит к тому, что не следует вводить члены взаимодействия s -бозонов ($s^{+}s$ и $s^{+}s^{+}ss$), а гамильтониан МВБ1 относительно энергии вакуума d -бозонов в нормальном порядке по операторам имеет вид

$$\begin{aligned} H_{\text{ВМ}} &= \varepsilon_d \hat{n}_d + k_1 (d^{+} \cdot d^{+} ss + \text{H.c.}) + \tag{4} \\ &+ k_2 \left((d^{+} d^{+})^{(2)} \cdot ds + \text{H.c.} \right) + \\ &+ \frac{1}{2} \sum_L C_L (d^{+} d^{+})^{(L)} \cdot (dd)^{(L)}, \end{aligned}$$

Н.с. означает эрмитово сопряжение, точка между операторами соответствует скалярному произведению, величины ε_d , k_1 , k_2 , C_0 , C_2 , C_4 являются параметрами гамильтониана МВБ1.

Эта модель стала широко использоваться в качестве способа описания свойств коллективных состояний. Вместе с тем микроскопическому расчету ее параметров было посвящено существенно меньшее число работ.

Несмотря на общетеоретическое обоснование коллективного гамильтониана МВБ1, следует иметь в виду, что он был получен с учетом только одной коллективной моды (что противоречит выводам работ Кишимото и Тамуры). В [14, 17] был выполнен расчет свойств коллективных состояний в различных сферических, переходных и деформированных ядрах. Так как коллективный гамильтониан характеризуется шестью параметрами, то введение дополнительных членов может быть мотивировано либо исходя из этого анализа, либо использованием их оценок, полученных из микроскопических вычислений. Кроме того, в рамках феноменологии МВБ1 существует неопределенность в значениях параметров, найденных из лучшего описания экспериментальных данных. Впервые это было отмечено в [19]. Неопределенность значений феноменологических параметров делает возможным использование упрощенного варианта МВБ1, получившего название расширенного согласованного Q -формализма. Этот вариант модели содержит упрощенную форму гамильтониана, содержащего всего четыре параметра вместо традиционных шести [20]. Последняя работа из этой серии представлена в [21]. Согласованность такого упрощенного формализма означает, что один из параметров гамильтониана используется и в операторе $E2$ -перехода.

Надежды первоначальных работ [14–16], относящихся к направлению МВБ1, были связаны с возможностью микроскопического воспроизведения параметров модели, ранее найденных из феноменологического анализа, используя фононы либо КМСФ, либо метода Тамм–Данкова (ТД). Этим самым оправдывая использование одного сорта бозонов по изоспину, т.е. использование МВБ1. В работах [22, 23] при расчете параметров коллективного гамильтониана МВБ1 было найдено, что их корректные значения могут быть получены только с учетом связи коллективных состояний с неколлективными, содержащими V_J -фононы. При этом ограничивались конфигурациями, содержащими один V_J -фонон и некоторым числом D -фононов. Как уже говорилось ранее, аналогичная ситуация имела место и в ранних работах по бозонным моделям [9], ограничиваясь из всех возможных V_J только квадрупольными с $J^\pi = 2^+$.

Все это показывает, что для успешного расчета параметров коллективной модели, описывающих состояния квадрупольного типа, необходимо учитывать двухквaziчастичные пары с моментами $J^\pi = 2^+$, 4^+ , 6^+ , т.е. B_2 , B_4 , B_6 -фононы, которые перенормируют теоретические значения параметров МВБ1.

Расширение базиса возбуждений за счет явного учета бозонов со спинами $J^\pi \geq 8^+$ приводит к возможности описания состояний с более высокими спинами, нежели это удастся при использовании стандартных вариантов МВБ1.

В [24] на основе МВБ2 (модель, различающая бозоны по изоспину, а потому не имеющая в своем обосновании фононов КМСФ) была сделана попытка описания пересечения полос в ^{126}Ba с учетом двухквaziчастичных возбуждений. Также в рамках МВБ2 [25] был дан учет неколлективных фононов в виде двухчастичных нейтронных и протонных конфигураций из подоболочки $h_{11/2}$ со всеми возможными спинами больше 2^+ . Однако как параметры МВБ2, т.е. взаимодействие нейтронных и протонных коллективных бозонов, так и параметры их взаимодействия с парами из $h_{11/2}$ выбирались феноменологически, что позволило удовлетворительно описать свойства ирастуровней до спина 16^+ в изотопах бария и церия. Относительно МВБ2 следует сказать, что так как протонные и нейтронные пары в отдельности не образуют коллективных низколежащих мод, то необходимо было бы рассматривать большой набор соответствующих пар или бозонов. С формально алгебраической точки зрения, если этого не делать, соответствующий бозонный гамильтониан также позволяет воспроизводить низколежащие коллективные возбуждения. Тем более, что ограниченность симметричными состояниями относительно разных бозонов в МВБ2 приводит к МВБ1. Однако при микроскопическом расчете бозонных параметров такой подход не будет последовательным.

Расширение МВБ1 за счет включения высокоспиновых V_J -фононов с $J^\pi \geq 8^+$, формируемыми нейтронами и протонами в оболочке $50 < N, Z < 82$, рассматривалось в [26] на микроскопическом уровне, однако параметры МВБ1 подбирались при этом феноменологическим образом, чтобы получить согласие теории с экспериментом для состояний с относительно небольшими спинами. В то же время взаимодействие состояний, определяемых только D -фононными конфигурациями, с состояниями, включающими V_J -фононы, было учтено на основе квазичастичного гамильтониана. Это определяло параметры взаимодействия d - и b_J -бозонов. Такой вариант теории позволил

удовлетворительно описать свойства возбужденных состояний ряда полос вплоть до $I^\pi = 18^+$ и $I^\pi = 26^+$ соответственно в ^{126}Ba и ^{130}Ce .

Переход в структуре возбуждений с полосы основного состояния на полосу, построенную на высокоспиновой квазичастичной паре, экспериментально наблюдается по изменению значений $B(E2; I \rightarrow I - 2)$ с ростом спина и по нарушению монотонности в изменении энергий ираст-состояний. Наиболее наглядной картиной, иллюстрирующей пересечение полос, является зависимость эффективного момента инерции $\mathfrak{I} = (2I - 1)\hbar^2/E(I \rightarrow I - 2)$ от квадрата частоты вращения $\hbar\omega = E(I \rightarrow I - 2)/\left(\sqrt{I(I + 1)} - \sqrt{(I - 2)(I - 1)}\right)$. При этом нерегулярности в кривой \mathfrak{I} от ω^2 , особенно явление “обратного загиба” — backbending, могут указывать, насколько быстро с ростом спина происходит переход в ираст-полосе от коллективного состояния к состоянию, включающему высокоспиновую фононную моду.

Задачей представленной работы является по возможности более полное изложение микроскопической версии МВБ1, позволяющей на основе использования среднего поля и эффективных межнуклонных остаточных взаимодействий вычислять параметры бозонного гамильтониана. Необходимым элементом данной теории является использование техники КМСФ. Традиционно квазичастичный гамильтониан приближения КМСФ определяется как $h_{\text{RPA}} = H_{11} + \hat{V}_{22} + \hat{V}_{40+04}$, где соответствующие индексы обозначают число операторов рождения и уничтожения квазичастиц. Один из параметров бозонного гамильтониана определяется также частью квазичастичного гамильтониана $H_{22} + V_{31+13}$. Все параметры бозонных операторов, определяющих как гамильтониан, так и оператор электрических квадрупольных переходов, вычисляются на основе процедуры Марумори [27] через равенство соответствующих матричных элементов (МЭ) в фермионном и бозонном пространствах.

Фононные амплитуды определяются из минимизации полной энергии, и минимизируемый функционал содержит средние от бозонных операторов гамильтониана по бозонным функциям. При этом уже основное состояние содержит как некоторое число квазичастиц, что характерно для КМСФ, так и некоторое число фононов. Это позволяет сформулировать задачу о согласовании фононных амплитуд с составом бозонных функций. Само согласование оказалось возможным при выполнении ряда дополнительных условий, что привело

$B(E2; 2_1^+ \rightarrow 0_1^+), e^2 \text{ бн}^2$

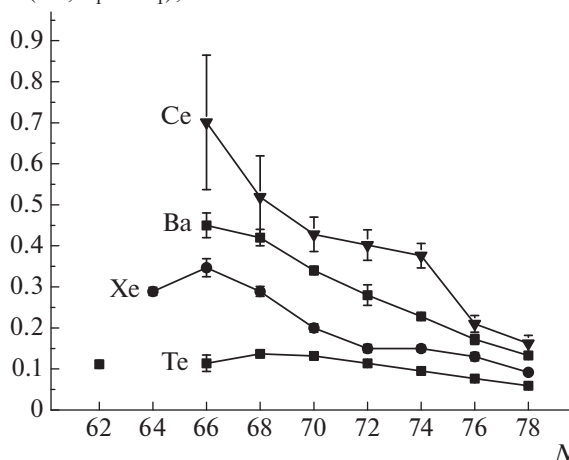


Рис. 1. Экспериментальные значения $B(E2; 2_1^+ \rightarrow 0_1^+)$ [29] для четных изотопов Te, Xe, Ba, Ce.

к существенному расширению состава фононных амплитуд по парам квазичастиц из вневалентных оболочек и соответственно к существенному увеличению размера бозонного пространства. Поэтому для решения задачи на собственные значения и собственные функции бозонного гамильтониана была разработана процедура, позволяющая производить расчеты в базисе, включающем до 36 квадрупольных бозонов [28]. В условиях многофононности были получены нелинейные уравнения как для фононных, так и u, v -амплитуд. При решении задачи сверхтекучести было использовано простейшее константное взаимодействие, учтена блокировка одночастичных состояний квазичастицами, формирующими многофононные состояния, а также учтено влияние квадрупольного взаимодействия на сверхтекучесть. Был рассмотрен большой набор различных каналов взаимодействий в расширенном бозонном пространстве за счет явного учета высокоспиновых бозонов на микроскопической основе. Это позволило описать механизм пересечения полос.

По мере роста числа протонов в оболочке 50–82, т.е. последовательно в четных изотопах Te, Xe, Ba и Ce происходит существенный рост коллективности, что проявляется в росте вероятностей квадрупольных переходов с первого возбуждения. Из рис. 1 видно, что значения $B(E2; 2_1^+ \rightarrow 0_1^+)$ для изотопов Ce превышают соответствующие значения для изотопов Te в 5–7 раз. Исследование свойств коллективных состояний в изотопах Ce наряду с ранее рассмотренными в изотопах Xe [30], Ba [31] в рамках микроскопической версии МВБ1 с учетом высокоспиновых бозонов, а также в изотопах Te [32] позволяет расширить границы приме-

нимости разработанной микроскопической версии МВБ1.

Изотопы Се можно отнести к деформированным ядрам. Об этом свидетельствуют как приведенные значения $B(E2; 2_1^+ \rightarrow 0_1^+)$ на рис. 1, так и значения энергий первых возбуждений. Они варьируются от минимального значения 136 кэВ в ^{122}Ce до 325 кэВ в ^{132}Ce из рассмотренных здесь ядер. К этому следует добавить, что отношение E_{4^+}/E_{2^+} оказывается близким к ротационному пределу, т.е. к 3.33, а именно, для $^{122-126}\text{Ce}$ соответственно равно 3.20; 3.16; 3.06, что также подтверждает тезис о деформированности данных ядер.

Аналогично, как и для широкого набора ядер от сферических до деформированных, в изотопах Се имеются изменения в структуре состояний, которые можно назвать пересечением полос. При относительно небольших спинах ($I^\pi \leq 10^+$ в $^{122-128}\text{Ce}$ и $I^\pi \leq 8^+$ в $^{130,132}\text{Ce}$) состояния в четно-четных ядрах могут быть интерпретированы как квадрупольные коллективные возбуждения, связанные сильными $E2$ -переходами, для которых величины $B(E2; I \rightarrow I-2)$ в сто раз превышают одночастичную оценку. При этом и при больших спинах ираст-полоса продолжается, но соответствующие состояния оказываются уже построенными на высокоспиновых двухквазичастичных возбуждениях. Это очевидно из представленных на рис. 2 графиках зависимостей \mathfrak{I} от $(\hbar\omega)^2$ для четных изотопов $^{122-126}\text{Ce}$. Для самого легкого из представленных изотопов, ^{122}Ce , обратный загиб не наблюдается вплоть до максимально известного состояния со спином 14^+ . Однако, как показывают последующие вычисления, такое поведение момента инерции оказалось возможным воспроизвести в вычислениях и в том случае, когда пересечение реально происходит и происходит это при спине 12^+ . Уточнить ситуацию может информация об экспериментальных значениях вероятностей квадрупольных переходов, чего для ^{122}Ce пока нет.

При анализе пересечения полос обычно ограничиваются рассмотрением энергетических характеристик соответствующих состояний, однако уже в [33] утверждалось о невозможности определения детальной природы этого явления только по данному критерию. Дополнительной экспериментальной информацией здесь были бы данные о магнитных моментах состояний и значений $B(E2; I \rightarrow I-2)$. Информация о магнитных моментах известна для немногих ядер. Поэтому в настоящей работе делается акцент на анализе значений вероятностей квадрупольных переходов, особенно в области пересечения полос.

Ранее свойства коллективных состояний в четных изотопах Се уже анализировались в ряде

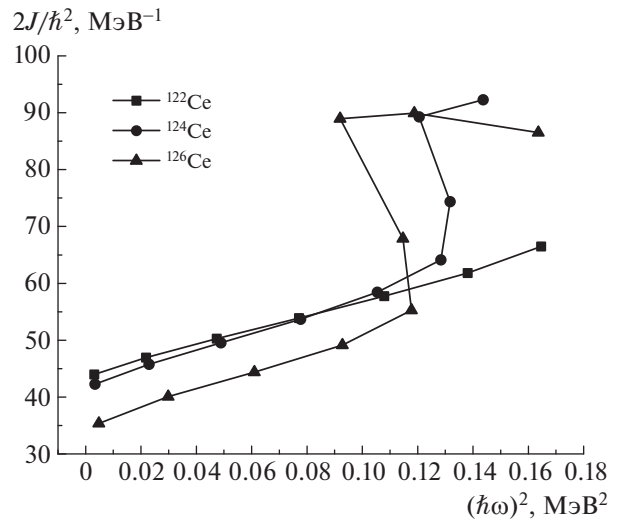


Рис. 2. Зависимость эффективного момента инерции от $(\hbar\omega)^2$ для ираст-полос в $^{122-126}\text{Ce}$ по экспериментальным значениям энергий.

работ. Так, в [21] в приближении Q -формализма МВБ1 были рассмотрены свойства низкоспиновых состояний в ряде цепочек изотопов, среди которых были изотопы Се. В [34, 35] в рамках феноменологии МВБ2 для цепочки изотопов Се получено удовлетворительное описание состояний до 6^+ и 8^+ соответственно, т.е. до области пересечения полос. В рамках той же феноменологии с полным набором параметров в [36] были рассмотрены коллективные свойства ядер $^{128-138}\text{Ce}$. Это позволило воспроизвести энергии состояний ираст-полос до 10^+ .

Микроскопическое описание энергий ираст-полос до спинов 10^+ для $^{124-132}\text{Ce}$ было получено в [37] на основе проектирования на угловой момент состояний, найденных в хартри-боголюбовском приближении. Использовалось взаимодействие в виде спаривательного константного типа и мультипольных сил. Одночастичный базис был ограничен восемью уровнями каждого сорта. Поэтому для воспроизведения $B(E2; 0_1^+ \rightarrow 2_1^+)$ вводились значительные эффективные заряды.

В [38] для ^{124}Ce и в [39] для $^{126-130}\text{Ce}$ проведен анализ ираст-полос в рамках кренкинг-модели с использованием вудс-саксоновского среднего поля. Для всех ядер был получен бекбендинг, а для ^{130}Ce два бекбендинга при 12^+ и 24^+ . В модельных расчетах использовался усеченный базис до $N = 5$, а потому вводился эффективный заряд, равный 0.5. Полученное в работе пересечение полос коррелировано с существенным уменьшением значений $B(E2)$ при спине 12^+ .

В [40] впервые возбужденные состояния до спина 14^+ были идентифицированы в сильно

нейтронно-дефицитном ядре ^{122}Ce . При этом малое значение энергии первого возбуждения (0.136 МэВ) говорит о довольно большой деформации ($\beta = 0.35$) основного состояния, хорошо согласующегося с расчетами среднего поля Хартри–Фока–Боголюбова. В связи с этим интересно отметить работу [41], где в модели обобщенного дифференциального уравнения приводятся предсказания для $E(2_1^+)$ и $B(E2)$ относительно нижайшего перехода в $^{120,122}\text{Ce}$. Так, для ^{120}Ce $E(2_1^+) = 0.213$ МэВ, $B(E2; 2_1^+ \rightarrow 0_1^+) = 0.606 e^2 \text{ бн}^2$, для ^{122}Ce соответственно 0.132 МэВ и $0.874 e^2 \text{ бн}^2$.

Рассмотрение пересечения полос с использованием бозонной модели и высокоспиновых пар для ядра ^{126}Ce было осуществлено в [42] в рамках Q -формализма МВБ1 с учетом нарушенных пар. При этом одночастичные энергии валентных оболочек определялись на основе анализа экспериментальных энергий состояний в соседних нечетных и нечетно-нечетных ядрах. Следует отметить, что такой способ приемлем для состояний в области около магических ядер. В других случаях на спектр нечетных ядер большое влияние оказывает взаимодействие частиц с фононами. Как следствие, спектр квазичастиц, используемый в этой работе, оказывается существенно сжатым по сравнению с тем, что дают различные варианты потенциала Вудса–Саксона. В результате такого приближения было получено, что иррациональные состояния в области спинов $12^+ \leq I^\pi \leq 24^+$ основаны на двухпротонной конфигурации $(\pi h_{11/2})^2$. Наблюдаемая в этой работе вторая полоса интерпретируется как построенная на $(\nu h_{11/2})^2$ -конфигурации.

2. ТЕОРЕТИЧЕСКОЕ ВЫЧИСЛЕНИЕ ПАРАМЕТРОВ В МИКРОСКОПИЧЕСКОЙ ВЕРСИИ МВБ1

2.1. Дополнительные условия

Амплитуды фононных операторов (1) (ψ , φ) и боголюбовские параметры (u , v) находятся на основе вариационного принципа из условия минимума энергетического функционала,

$$H_{\text{tot}} = E_{\text{vac.q.p.}} + E_0^{(B)} + (I|H_{\text{IBM}}|I), \quad (5)$$

включающего энергию вакуума квазичастиц ($E_{\text{vac.q.p.}}$), энергию фононного вакуума ($E_0^{(B)}$) и среднего значения H_{IBM} , вычисленного с бозонными волновыми функциями (7), которые в свою очередь зависят от (ψ , φ) и (u , v) через параметры ε_d , k_1 , k_2 , C_0 , C_2 , C_4 гамильтониана МВБ1 (4). Для дальнейшего понадобятся средние

от отдельных членов этого гамильтониана по бозонным функциям, в частности

$$n_d(I) = (I|\sum_{\mu} d_{\mu}^+ d_{\mu}|I); \quad (6)$$

$$P_1(I) = \frac{1}{2\sqrt{\Omega(\Omega-1)}}(I|(d^+ \cdot d^+ s s + s^+ s^+ d \cdot d)|I).$$

Минимизация функционала (5) по искомым амплитудам осуществляется при выполнении ряда дополнительных условий. Первые из них учитывают наличие нормировок. Одна из них — это нормировка D -фононов. Следующим условием является условие нормировки амплитуд бозонных волновых функций $|I\rangle$. Бозонные волновые функции представимы в виде

$$|I\rangle = \sum_{n_d, v, \omega_{\Delta}} \alpha_d(n_d, v, \omega_{\Delta}, I) \times \frac{1}{\sqrt{(\Omega - n_d)!}} (s^+)^{\Omega - n_d} |n_d, v, \omega_{\Delta}, I\rangle, \quad (7)$$

где $|n_d, v, \omega_{\Delta}, I\rangle$ есть нормированные функции квадрупольных бозонов, соответствующие неприводимому представлению группы $SU(5)$ с квантовыми числами: число квадрупольных бозонов (n_d), бозонное сениорити (v), т.е. число квадрупольных бозонов, не связанных в нулевой угловой момент, число троек v , связанных в нулевой угловой момент (ω_{Δ}). В этом случае условие нормировки имеет вид

$$(I|I) = \sum_{n_d, v, \omega_{\Delta}} \alpha_d^2(n_d, v, \omega_{\Delta}, I) = 1. \quad (8)$$

Еще одним нормировочным условием является условие на боголюбовские амплитуды u и v .

Следующие условия не связаны с нормировками функций. Так как в работе используется квазичастичное представление, то контроль за правильным числом частиц реализуется через их средние значения с помощью химических потенциалов λ_{τ} , так что соответствующий член Лагранжа $\sum_{\tau} \lambda_{\tau} \hat{N}_{\tau}$ учитывается при переходе от частиц к квазичастицам. Еще одно условие, отражающее специфику МВБ1, состоит в фиксации Ω , максимального числа бозонов, которое используется при построении $|I\rangle$. Соответствующим образом вводится член Лагранжа, позволяющий регулировать значение Ω и восстанавливать его целочисленное значение. Производя процедуру определения параметров МВБ1 по основному состоянию, можно было бы не вводить его, принимая в бозонной задаче то Ω , которое будет ближе к микроскопическому значению. Однако следует иметь в виду, что если процедуру проводить в отдельности для каждого коллективного состояния, то получается, что значения Ω будут различаться для разных состояний, что выведет

нас из приближения МВБ1. Условие неизменности Ω при вычислении фононных амплитуд (ψ, φ) для каждого коллективного состояния приводит к некоторому уменьшению числа квазичастиц на уровнях валентной оболочки. Это важно, так как максимальное число квазичастиц на каждом одночастичном уровне не может превышать значения $(2j_i + 1)/2$. Член Лагранжа, позволяющий фиксировать целочисленность значений Ω , принимается в виде

$$\delta\Phi'(\omega') = \frac{6}{5} \frac{1}{\Omega(z^{(n)})} \omega'(n_d + 5/2),$$

где $\Omega(z^{(n)})$ есть функция фононных амплитуд, ω' — множитель Лагранжа, величина $(n_d + 5/2)$ введена для удобства.

Отображение оператора числа квазичастиц \hat{n}_i на бозонные операторы используется также при вычислении средних значений чисел протонов и нейтронов $\langle I | \hat{N}_\tau | I \rangle = N_{\tau=p,n}$, фиксация которых дает уравнение для определения химических потенциалов λ_τ . Оператор числа частиц при переходе к квазичастичному представлению при ряде упрощений имеет вид $\hat{N}_\tau = \sum_j (2j + 1) v_j^2 + \sum_j (u_j^2 - v_j^2) \hat{n}_j$; $\hat{n}_j = \sum_m a_{jm}^+ a_{jm}$. Среднее по фононным функциям от оператора числа квазичастиц $a_{jm}^+ a_{jm}$ определяется как

$$\begin{aligned} \langle I | a_{jm}^+ a_{jm} | I \rangle &= \frac{1}{2} (1 - y_j), \\ \langle I | 1 - a_{jm}^+ a_{jm} - a_{j\bar{m}}^+ a_{j\bar{m}} | I \rangle &= y_j. \end{aligned} \quad (9)$$

Переход к бозонным средним дает

$$y_j = 1 - 2 \left(n_j^{(1)} n_d(I) + n_j^{(2)} P_1(I) \right), \quad (10)$$

где

$$n_i^{(n)} = \frac{1}{2j_i + 1} \sum_s \left(z_{is}^{(1)2} - (-1)^n z_{is}^{(0)2} \right); \quad (11)$$

$$n = 1, 2.$$

Таким образом, среднее от числа частиц через бозонные средние равно

$$\begin{aligned} \langle I | \hat{N}_\tau | I \rangle &\rightarrow \langle I | \hat{N}_\tau | I \rangle = N_\tau = \sum_j (2j + 1) \times \\ &\times \left(v_j^2 + (1 - 2v_j^2) \left(n_j^{(1)} n_d(I) + n_j^{(2)} P_1(I) \right) \right) = \\ &= \sum_j (2j + 1) \left(y_j v_j^2 + \frac{1 - y_j}{2} \right), \end{aligned} \quad (12)$$

где $n_d(I)$ и $P_1(I)$ определены в (6), в частности, $n_d(I)$ является средним числом квадрупольных бозонов в бозонном состоянии $|I\rangle$. Фактор y_j можно трактовать как меру занятости одночастичного

уровня квазичастицами. Для полностью свободного от квазичастиц уровня $y_j = 1$, для полностью занятого $y_j = 0$. Точнее, y_j рассматривается как вероятность того, что уровень jlm свободен от квазичастиц и через число последних (n_j) на уровне сферического поля j определяется следующим образом:

$$y_j = (j + 1/2 - n_j) / (j + 1/2). \quad (13)$$

По мере заполнения одночастичного уровня квазичастицами, что происходит с ростом n_d , значения y_j будут уменьшаться, но не должны быть отрицательными, что есть условие выполнения принципа Паули в среднем. В данном случае оно заключается в том, что число квазичастиц на каждом одночастичном уровне jl не должно превышать значения $j + 1/2$. Это согласуется с уравнением (13), так как при этом y_j (10) будет положительной величиной. Выполнение принципа Паули осуществляется именно в среднем, так как число квазичастиц считается по тем компонентам, которые формируют структуру D -фонона, и соответствует их среднему числу $n_d(I)$, а также бозонному среднему $P_1(I)$.

Если в результате расчета значения y_j оказываются отрицательными, то необходимо осуществить уменьшение корреляций в основном состоянии. При этом фононные амплитуды ψ и φ распределяются по большему числу одночастичных уровней, увеличивая роль вневалентных оболочек. Выражение для N_τ (12) можно интерпретировать таким образом, что на j -уровне с учетом блокировки будет $(2j + 1) y_j v_j^2$ нуклонов, образующих куперовские пары, и $(2j + 1)(1 - y_j)/2$ неспаренных нуклонов. Это приводит к некоторому изменению в интерпретации величин v_j^2 , но аналогичная ситуация происходит и при блокировке уровня одним или несколькими нуклонами.

С ростом энергии возбуждения и спина меняются бозонные средние, что приводит к изменению средних чисел частиц, определяемых выражением (12). Добиться их неизменности можно за счет варьирования значений химических потенциалов λ_τ . В результате химические потенциалы меняются при переходе от одного коллективного состояния к другому. Это обстоятельство следует учитывать при вычислении энергий возбуждений, если производить самосогласованные расчеты в отдельности для каждого коллективного состояния.

Достичь при вычислении самосогласования всех трех амплитуд ($z^{(n)}, u(v), \{\alpha_d\}$) оказывается невозможно как при использовании стандартного варианта КМСФ, где амплитуды φ часто оказываются значительными, так и в приближении ТД. Чтобы самосогласование стало возможным, необходимо, оставаясь в рамках КМСФ, обеспечить малость амплитуд φ . Выполнение этого условия

при фиксированных значениях силовых констант осуществляется введением в минимизируемый функционал слагаемого, регулирующего величину суммы квадратов φ :

$$\begin{aligned} \Phi_\varphi &= 2\chi\left(n_d(I) + \frac{5}{2}\right) \left(\sum_{\tau 12} \varphi_{12\tau}^2 + \frac{1}{2}\right) = \quad (14) \\ &= \frac{1}{2}\chi\left(n_d(I) + \frac{5}{2}\right) \left(\sum_{\tau 12} (z_{12}^{(1)2} + z_{12}^{(0)2})_\tau\right), \end{aligned}$$

где, как и ранее, множитель $(n_d + 5/2)$ введен для удобства.

Таким образом, функционал Φ' , определяемый всеми дополнительными условиями, имеет вид

$$\begin{aligned} \Phi' &= -\omega\left(n_d(I) + 5/2\right) \sum_{\tau 12} (z_{12}^{(1)} z_{12}^{(0)})_\tau - \quad (15) \\ &\quad - \sum_{\tau} \lambda_\tau N_\tau - \sum_{\tau, j} e_{\tau j} (u_j^2 + v_j^2)_\tau - \\ &\quad - E_I \sum_{n_d, v, \omega_\Delta} \alpha_d^2(n_d, v, \omega_\Delta, I) + \\ &\quad + 2\omega'\left(n_d(I) + 5/2\right) \sum_{\tau 12} (z_{12}^{(1)} z_{12}^{(0)} n_2^{(1)})_\tau + \\ &\quad + \frac{1}{2}\chi\left(n_d(I) + 5/2\right) \sum_{\tau 12} (z_{12}^{(1)2} + z_{12}^{(0)2})_\tau, \end{aligned}$$

где E_I является собственным значением бозонного гамильтониана.

2.2. Параметры МВБ1, вычисленные с учетом D-фононов

Как уже говорилось, параметры, определяющие бозонные операторы в предлагаемой теории, вычисляются на основе отображения фермионных операторов O_F на операторы O_B в представлении идеальных бозонов на основе процедуры Марумори [27]. Реализуется это таким образом, чтобы выполнялось равенство

$$\langle I' | O_F | I \rangle = \langle I' | O_B | I \rangle.$$

Это позволяет найти параметры от каждого члена любого оператора в отдельности как для бозонного гамильтониана, так и для оператора E2-переходов. При расчете параметров, с той целью, чтобы среди фермионных состояний $|I\rangle$ не оказалось нефизических компонент, были рассмотрены состояния, которые не содержали бы состояний с более чем двумя D-фононами. Поэтому параметры бозонного гамильтониана с учетом минимального числа только D-фононов, что соответствует индексу (0) , определяются как:

$$\varepsilon_d^{(0)} = \langle [D_\mu, [h_{RPA}, D_\mu^+]] \rangle; \quad (16)$$

$$\begin{aligned} &2\left(k_1 \sqrt{\Omega(\Omega - 1)}\right)^{(0)} = \\ &= \frac{1}{5} \sqrt{\frac{2}{\aleph_0}} \sum_{\mu} \langle [[h_{RPA}, D_\mu^+], D_\mu^+] \rangle; \\ &(k_2 \sqrt{\Omega - 1})^{(0)} = \frac{1}{\sqrt{2\aleph_2}} \times \\ &\times \sum_{m_1, m_2} \langle [[[D_M, H_{20+02} + \hat{V}_{31+13}], D_{m_1}^+], D_{m_2}^+] \rangle \times \\ &\quad \times (22m_1 m_2 | 2M); \\ &C_L^{(0)} = \sum_{m_1, m_2, m_3, m_4} \frac{1}{\aleph_L} \times \\ &\quad \times \langle [[D_{m_2}, [D_{m_1}, [[h_{RPA}, D_{m_3}^+], D_{m_4}^+]]] \rangle \times \\ &\quad \times (22m_1 m_2 | LM) (22m_3 m_4 | LM). \end{aligned}$$

$\aleph_L = \langle |DD(D^+D^+)^{(L)}\rangle$ — нормировка двухфоновного состояния. Это позволяет получить выражения для данных параметров через фоновые амплитуды. В настоящей работе МЭ квазичастичного остаточного взаимодействия в частично-дырочном и частично-частичном каналах факторизуются единым образом в соответствии с [43]. В этом случае, например, для первых двух параметров были получены выражения

$$\varepsilon_d^{(0)} = \frac{1}{2} \sum_{\eta 12} e_{12} z_{12\tau}^{(\eta)2} - \quad (17)$$

$$\begin{aligned} &- 0.1 \left(2\kappa_{pn} Q_p Q_n + \sum_{\tau} \left(\kappa Q_\tau^2 + G^{(2)} \sum_{\eta} P_\tau^{(\eta)2} \right) \right); \\ &2\left(k_1 \sqrt{\Omega(\Omega - 1)}\right)^{(0)} = \quad (18) \end{aligned}$$

$$= \sqrt{\frac{2}{\aleph_0}} \left\{ \frac{1}{2} \sum_{\eta 12} e_{12} (-1)^{\eta+1} z_{12\tau}^{(\eta)2} - \right.$$

$$\left. - 0.1 \left(2\kappa_{pn} Q_p Q_n + \right. \right.$$

$$\left. \left. + \sum_{\tau} \left(\kappa Q_\tau^2 + G^{(2)} \sum_{\eta} (-1)^{1-\eta} P_\tau^{(1-\eta)2} \right) \right) \right\};$$

$$Q_\tau = \left(\sum_{12} \langle 1 || q || 2 \rangle (-1)^{l_2} L_{12}^{(0)} z_{12}^{(1)} \right)_\tau; \quad (19)$$

$$P_\tau^{(\eta)} = \left(\sum_{12} \langle 1 || q || 2 \rangle (-1)^{l_2} M_{12}^{(\eta)} z_{12}^{(1-\eta)} \right)_\tau.$$

Здесь и далее $\tau = n$ означает нейтроны, $\tau = p$ — протоны, $e_{12} = e_1 + e_2$, $\langle 1 || q || 2 \rangle$ — приведенные МЭ квадрупольного оператора, которые определяются через производную по радиусу

от центральной части среднего поля, т.е. $q = \partial V(r)/\partial r Y_2$, $G^{(2)} = G_{\tau\tau}^{(2)}$, $G_{\nu\pi}^{(2)} = 0$ и $\kappa_{\tau\tau}^{(2)}$ — константы квадрупольных факторизованных взаимодействий в частично-частичном (квадрупольное спаривание) и в частично-дырочном каналах. Для сил притяжения приняты знаки констант $G^{(2)}$ и $\kappa_{\tau\tau}^{(2)} > 0$. Их значения в реальных расчетах варьируются относительно оценок, полученных в [43], и приведены в табл. 1, e_i — энергии квазичастиц, среднее поле принимается в виде сферически-симметричного потенциала Вудса–Саксона. Его параметры взяты из работы [44] в варианте для оболочки 50–82 за исключением параметра спин-орбитального расщепления, который варьировался от соответствующей оценки на множитель, приведенный также в табл. 1.

$$M_{12}^{(\eta)} = u_1 u_2 + (-1)^{1-\eta} v_1 v_2; \quad (20)$$

$$L_{12}^{(\eta)} = u_1 v_2 + (-1)^\eta u_2 v_1; \quad \eta = 0, 1.$$

Выражения для $C_L^{(0)}$, полученные на основе различных процессов, приведены в [45]. Соответствующие расчеты дают большие значения $C_L^{(0)}$. Это значит, что энергии двухфононного триплета существенно превышают удвоенную однофононную энергию. Все вместе это является результатом действия сил притяжения между квазичастицами, формирующими разные фононы, а также специфическими фазовыми соотношениями, природа которых связана с принципом Паули и не зависит от степени коллективности D -фонона вплоть до того, является ли ядро сферическим или деформированным. Этот эффект авторы работ [22, 27] назвали кинематическим, и связан он с тем, что D -фононы не являются точными d -бозонами. В особенности, когда эти элементарные моды используются дважды для описания двухфононных состояний из-за принципа Паули среди квазичастиц, принадлежащих различным D -модам. Забегая несколько вперед, следует сказать, что отчасти компенсировать этот эффект позволяют динамические эффекты. Они обеспечиваются за счет учета связи между коллективными модами, содержащими $(D^2)^{(L)}$ с состояниями, содержащими B_J -моды. Демонстрацией этого является табл. 2, где приведены рассчитанные значения параметров $C_L^{(0)}$, полученные только с учетом D -фононов, т.е. с учетом кинематических эффектов. Из этих данных видно, что оценки, полученные в [22, 27] относительно того, что $C_0^{(0)} \gg C_2^{(0)} \simeq C_4^{(0)}$, справедливы. Здесь же приведены эти параметры с учетом динамических эффектов, способ учета которых дан ниже. Это демонстрирует масштаб соответствующих перенормировок. Для C_0 они варьируются от 0.6

Таблица 1. Параметры, используемые в расчетах (все величины безразмерны; силовые параметры $G^{(2)}$, κ_{nn} , κ_{np} даны в единицах изоскалярной константы κ_0 [43]; оценка для изовекторной константы, полученной там же, $\kappa_1 = -0.6\kappa_0$; это приводит к $\kappa_{nn} = \kappa_{pp} = 0.4\kappa_0$; $\kappa_{pn} = 1.6\kappa_0$; коэффициент α_{ls} соответствует усилению спин-орбитального расщепления в среднем поле относительно принятой в работе [44] оценки; параметр ζ определяет ослабление связи коллективных и квазичастичных состояний)

A	$G^{(2)}$	κ_{nn}	κ_{np}	α_{ls}	ζ	$\sum \varphi^2 / \sum \psi^2$
122	1.4	0.42	1.86	1.274	0.96	0.017
124	1.4	0.40	1.6	1.274	0.94	0.01
126	1.4	0.39	1.56	1.274	0.86	0.017
128	1.4	0.40	1.6	1.174	0.87	0.01
130	1.4	0.40	1.6	1.174	0.85	0.007
132	1.4	0.40	1.6	1.074	0.79	0.012

Таблица 2. Параметры C_L , определяющие расщепление двухфононного триплета, демонстрирующие кинематические и динамические эффекты

A	$C_0^{(0)}$	C_0	$C_2^{(0)}$	C_2	$C_4^{(0)}$	C_4
122	1.57	0.37	0.51	0.18	0.55	0.29
124	1.34	0.40	0.42	0.13	0.49	0.25
126	1.36	0.60	0.43	0.16	0.49	0.26
128	1.19	0.51	0.41	0.14	0.44	0.21
130	1.16	0.48	0.38	0.11	0.43	0.21
132	1.16	0.53	0.37	0.10	0.46	0.23

до 1.2 МэВ, для $C_{2,4}$ порядка 0.25 МэВ. Такие большие перенормировки достигаются за счет учета большого числа B_J -фононов.

Следует также отметить, что максимальное число бозонов Ω есть один из параметров теории, зависящий от фононных амплитуд, а вовсе не принимается равным половине суммарного числа протонных и нейтронных частиц или дырок, как это обычно постулируется в МВБ1.

2.3. Перенормировка параметров

Для учета связи коллективного (состоящего только из D -фононов) и неколлективного (содержащего дополнительно один из возможных B_J -фононов) пространств рассматривается расширенная волновая функция

$$\Psi(I) = |\psi_c(I)\rangle + \sum_{i1,c1} \alpha_{i1,c1} \left| (B_{i1}^+ \psi_{c1})^{(I)} \right\rangle, \quad (21)$$

где $|\psi_c\rangle$ есть волновая функция, содержащая суперпозицию только D -фононов, которая будет называться функцией коллективного состояния.

Энергии нижайших состояний ирраст-полос с $I^\pi \leq 6^+$ оказываются существенно ниже энергий B_J -мод, которые как минимум больше удвоенной парной щели. Такая выделенность состояний по энергии двух пространств позволяет рассматривать их связь неявным образом через перенормировку бозонных параметров $\varepsilon_d, k_1, C_L, k_2$ (16), рассмотренных в [30, 32, 46] с помощью теории возмущений в варианте Бриллюэна–Вигнера (БВ). Для этого рассматриваются из конфигураций, построенных только из D -фононов, состояния $(D^+)^n| \rangle$ с $n = 0, 1, 2$, другой набор конфигураций будет дополнительно иметь один из B_J^+ -фононов положительной четности с мультипольностью J^π от 0^+ до 6^+ .

Учет такого взаимодействия приводит к поляризации вакуума, энергия которого E_0 относительно квазичастично-фононного вакуума $E_0^{(qp-ph)}$ находится через решение уравнения

$$-E_0 = R_0(E_0) + R_{01}(E_0),$$

$$\text{где } R_0(E_0) = \sum_i \frac{|\langle H|B_{iJ=2}^+ D^+ \rangle|^2}{\omega_i + \varepsilon_d^{(0)} - E_0};$$

$$R_{01}(E_0) = \sum_{iJ} \frac{|\langle H|B_{iJ}^+ D^+ D^+ \rangle|^2}{\omega_i + 2\varepsilon_d^{(0)} + C_J^{(0)} - E_0}.$$

Один МЭ здесь обозначает взаимодействие бесфононного состояния с состоянием, содержащим одновременно два фонона, — D и B_J , последний фонон является также квадрупольным. Наличие поляризации вакуума в указанном смысле связано с модификацией КМСФ, что приводит к неравенствам

$$\begin{aligned} \langle H(D^+ D^+)^{(0)} | \rangle &\neq 0; \\ \langle H(D^+ B^+)^{(0)} | \rangle &\neq 0. \end{aligned} \quad (22)$$

Однофононная энергия E_1 с учетом рассматриваемых поправок определяется из уравнения

$$\varepsilon_d^{(0)} - E_1 = R_1(E_1) + R_2(E_1);$$

$$R_1(E_1) = \sum_{iJ} \frac{|\langle D|H|B_{iJ}^+ D^+ \rangle|^2}{\omega_i + \varepsilon_d^{(0)} - E_1};$$

$$R_2(E_1) = \sum_{iJ\lambda} \frac{|\langle D|H|B_{iJ}^+ (D^+ D^+)^{(\lambda)} \rangle_n|^2}{\omega_i + 2\varepsilon_d^{(0)} + C_\lambda^{(0)} - E_1},$$

где $\varepsilon_d^{(0)}$ является оценкой для однобозонной энергии, выраженной через амплитуды только D -фонона. В том случае, когда когерентным рождением является D -фонон, то большую роль

при суммировании по B_J -фононам играют те фононы, чьи энергии минимальны. Если наоборот, когерентным рождением является B_J -фонон, то большую роль при суммировании по ним играют фононы, соответствующие гигантскому квадрупольному резонансу.

Уравнение для перенормированной двухфононной энергии $E_2^{(L)}$ с учетом, что невозмущенная энергия определяется как $2\varepsilon_d^{(0)} + C_L^{(0)}$, имеет вид

$$\begin{aligned} 2\varepsilon_d^{(0)} + C_L^{(0)} - E_2^{(L)} &= R_3^{(L)}(E_2^{(L)}) + \\ &+ R_4^{(L)}(E_2^{(L)}) + R_5^{(L)}(E_2^{(L)}) + R_6^{(L)}(E_2^{(L)}), \\ R_k^{(L)}(E_2^{(L)}) &= \\ &= \sum_{iJ\lambda} \frac{|\langle (DD)_n^{(L)} | H | B_{iJ}^+ ((D^+)^{k-3})^{(\lambda)} \rangle_n|^2}{\omega_i + E^{(k-3)} - E_2^{(L)}}, \\ k &= 3, 4, 5, 6, \end{aligned}$$

где $E^{(0)} = 0$, $E^{(1)} = \varepsilon_d^{(0)}$ — однобозонная энергия, $E^{(2)} = 2\varepsilon_d^{(0)} + C_\lambda^{(0)}$ — двух d -бозонная энергия, $E^{(3)} = E_{3\lambda}^{(0)}$ — энергия трех d -бозонного состояния, связанного в момент λ и полученная с учетом только D -фононных амплитуд, $L = 0, 2, 4$ — мультипольность двухфононного триплета. При вычислении МЭ $\langle (DD)_n^{(L)} | H | B_{iJ}^+ (D^+ D^+ D^+)^{(\lambda)} \rangle$ необходимо знать трех D -фононную нормировку, которая оказалась заметно меньше трех d -бозонной. Это важно для последующих вычислений.

Неколлективные B_i -фононы рассматривались в тамм-данковском приближении, техника суммирования по ним, которая не предполагает расчета энергий и амплитуд фононов, представлена и использована в работе [23].

По найденным перенормированным энергиям находятся значения перенормированных бозонных параметров гамильтониана

$$\tilde{\varepsilon}_d = E_1 - E_0; \quad C_L = E_2^{(L)} - 2E_1 + E_0. \quad (23)$$

Все полученные таким образом бозонные параметры оказываются зависящими от спина и энергии рассматриваемого состояния. Обычно проводимые перенормировки параметров МВБ1 связывают с учетом G -фононов, т.е. квазичастичных пар с $J^\pi = 4^+$. Настоящие расчеты показали, что главный вклад вносят фононы с моментом, равным 2^+ , т.е. опять же квадрупольные фононы, но те, которые не относятся к нижайшему из них. Следующими по важности являются фононы с моментами 4^+ и 6^+ . Для исследуемых ядер примесь неколлективных состояний к коллективным (одно и двум D -фононным состояниям) оказывается небольшой. Для одно D -фононного состояния эта

примесь $\sim 9\%$, для двухфононных несколько больше: для состояния $(D^+D^+)^{(0)}$ эта примесь $\sim 25\%$, в то время как для $(D^+D^+)^{(L=2,4)} \sim 15\%$.

Найденная совокупность амплитуд примеси неколлективных компонент позволяет получить поправки во втором порядке по взаимодействию к параметрам МВБ1 k_1 и k_2 . Так как эти параметры связывают состояния с разным числом d -бозонов, то соответственно и в D -фононном пространстве они будут определяться недиагональными МЭ. Это приводит к тому, что в полученных поправках для этих параметров оказывается более сложная зависимость от энергий как фононов ω_i , так и параметров гамильтониана $\varepsilon_d^{(0)}$ и $C_L^{(0)}$, чем это имело место при определении параметров ε_d , C_L , которые определяются диагональными МЭ.

Член гамильтониана МВБ1, пропорциональный параметру k_1 , обеспечивает взаимодействие бозонных состояний, отличающихся на два квадрупольных бозона, связанных в нулевой угловой момент. Это приводит к уменьшению корреляций в основном состоянии по сравнению с тем, что дает стандартный вариант КМСФ. Его перенормировка за счет неколлективных фононов определяется выражением

$$\begin{aligned} & \delta(2\kappa_1\sqrt{\Omega(\Omega-1)}) = \\ & = -\sqrt{\frac{2}{5}} \sum_i \left\{ \langle H | (B_{iJ=2}^+ D^+)^{(0)} \rangle \times \right. \\ & \quad \times \langle (DD)_n^{(0)} | H | (B_{iJ=2}^+ D^+)^{(0)} \rangle \times \\ & \quad \times \frac{x_1 - E_0 - E_2^{(L=0)}}{(x_1 - E_0)(x_1 - E_2^{(L=0)})} + \\ & \quad + \sum_J \langle H | (B_{iJ}^+ D^+ D^+)^{(0)} \rangle_n \times \\ & \quad \times \langle (DD)_n^{(0)} | H | (B_{iJ}^+ D^+ D^+)^{(0)} \rangle_n \times \\ & \quad \left. \times \frac{x_2 - E_0 - E_2^{(L=0)}}{(x_2 - E_0)(x_2 - E_2^{(L=0)})} \right\}; \\ & x_1 = \omega_i + \varepsilon_d^{(0)}; \quad x_2 = \omega_i + 2\varepsilon_d^{(0)} + C_J^{(0)}. \end{aligned}$$

После этого параметр κ_1 определяется как

$$\tilde{\kappa}_1 = \kappa_1^{(0)} + \delta\kappa_1. \quad (24)$$

Член бозонного гамильтониана, пропорциональный параметру κ_2 , осуществляет взаимодействие состояний, отличающихся на один квадрупольный бозон. Собственные значения бозонного гамильтониана и вероятности переходов между ними инвариантны относительно знака κ_2 , однако от его знака зависят знаки квадрупольных моментов состояний. Так, для

состояний ираст-полосы $\text{sign}(Q(I)) = -\text{sign}(\kappa_2)$. Расчетные значения квадрупольных моментов слабо зависят от $e^* \chi_{E2}(d^+d)^{(2)}$ — части оператора $E2$ -перехода (48) (см. ниже), не меняющего числа d -бозонов. Это приводит к тому, что величины квадрупольных моментов состояний определяются одновременным присутствием в состоянии компонент, отличающихся на один квадрупольный бозон и МЭ оператора $e^*(d^+s + s^+d)^{(2)}$, также меняющего число квадрупольных бозонов на единицу. Поэтому величины квадрупольных моментов в принципе в равной степени определяются как протонной, так и нейтронной структурой D -фонона. Представленная в уравнении (16) оценка для $\kappa_2^{(0)}$ включает фактор $(u_1u_2 - v_1v_2)$, который приводит к сильной зависимости результирующей величины от деталей расположения уровней среднего поля. Для данного параметра, также как и для других, были учтены слагаемые, определяемые следующим порядком по взаимодействию. Для него таких членов три, происхождение их понятно из приведенных ниже МЭ:

$$\begin{aligned} & \delta(2\kappa_2\sqrt{\Omega-1}) = \\ & = -\frac{1}{\sqrt{2}} \sum_i \left\{ \sum_J \langle (DD)_n^{(2)} | H | B_{iJ}^+ D^+ \rangle \times \right. \\ & \quad \times \langle D | H | (B_{iJ}^+ D^+)^{(2)} \rangle \frac{x_1 - E_1 - E_2^{(L=2)}}{(x_1 - E_1)(x_1 - E_2^{(L=2)})} + \\ & \quad + \sum_{J\lambda} \langle (DD)_n^{(2)} | H | B_{iJ}^+ (D^+ D^+)^{(\lambda)} \rangle_n \times \\ & \quad \times \langle (DD)_n^{(\lambda)} B_{iJ} | H | D^+ \rangle \frac{x_2 - E_1 - E_2^{(L=2)}}{(x_2 - E_1)(x_2 - E_2^{(L=2)})} + \\ & \quad + \sum_{J\lambda} \langle (DD)_n^{(2)} | H | B_{iJ}^+ (D^+ D^+ D^+)^{(\lambda)} \rangle_n \times \\ & \quad \times \langle (DDD)_n^{(\lambda)} B_{iJ} | H | D^+ \rangle \times \\ & \quad \left. \times \frac{x_3 - E_1 - E_2^{(L=2)}}{(x_3 - E_1)(x_3 - E_2^{(L=2)})} \right\}; \quad x_1 = \omega_i + \varepsilon_d^{(0)}; \\ & x_2 = \omega_i + 2\varepsilon_d^{(0)} + C_\lambda^{(0)}; \quad x_3 = \omega_i + E_{3\lambda}^{(0)}. \end{aligned}$$

После данной процедуры параметр κ_2 определяется как

$$\kappa_2 = \kappa_2^{(0)} + \delta\kappa_2. \quad (25)$$

Следует отметить, что поправки к параметрам κ_1 и κ_2 не столь существенны как к ε_d и C_L , однако они важны, когда один из параметров, например κ_2 , оказывается мал по оценке, полученной в первом порядке по взаимодействию.

2.4. Корреляционная энергия и полный вариационный функционал

Одной из особенностей Модификации КМСФ (МКМСФ) является условие существенного уменьшения корреляции в основном состоянии. Его введение в функционал позволяет добиться согласованности бозонных средних и микроскопически вычисленных бозонных параметров гамильтониана МВБ1.

Для энергии фононного вакуума, связанного с корреляциями и определяемого с учетом только нижайшего квадрупольного фонона, было получено выражение с использованием сил в частично-частичном и частично-дырочном каналах

$$E_0^{(B)}(\lambda = 2) = 5 \sum_{\tau 12} e_{12} \varphi_{12\tau}^2 + \quad (26)$$

$$+ \sum_{\eta\tau 12} \frac{(-1)^\eta}{2} |G_\tau^{(2)}| P_\tau^{(\eta)} \langle 1||q||2 \rangle_\tau (-1)^{l_2} M_{12}^{(\eta)} \varphi_{12} +$$

$$+ \frac{1}{2} \sum_{\tau\tau' 12} |k_{\tau\tau'}| Q_{\tau'} \langle 1||q||2 \rangle_\tau (-1)^{l_2} L_{12}^{(0)} \varphi_{12},$$

величины Q_τ и $P_\tau^{(\eta)}$ даны в (19).

Если использовать стандартный вариант КМСФ с учетом полноты фононных функций для каждого момента и суммирования по всем фононам, то с точностью до константы относительно фононных амплитуд в вариационном функционале вместо (26) можно использовать выражение $5/2\varepsilon_d^{(0)}$, хотя это есть явное упрощение.

Для собственно фононной задачи определения фононных амплитуд минимизируемый функционал имеет вид

$$\Phi = \langle I|\hat{H} - \sum_\tau \lambda_\tau \hat{N}_\tau|I \rangle + \Phi' = \quad (27)$$

$$= E_0^{(B)} + (I|H_{\text{ИВМ}}|I) + \Phi'.$$

Вариации данного функционала осуществляются в предположении, что вместо полного гамильтониана $H_{\text{ИВМ}}$ в (27) используется его часть, определяемая параметрами $\varepsilon_d^{(0)}$ и $k_1^{(0)}$, полученными только с учетом D -фононов, и $E_0^{(B)}$ заменяется на $5/2\varepsilon_d^{(0)}$. Таким образом,

$$E_0^{(B)} + (I|H_{\text{ИВМ}}|I) \rightarrow \quad (28)$$

$$\rightarrow \varepsilon_d^{(0)} \left(n_d(I) + \frac{5}{2} \right) + 2 \left(k_1 \sqrt{\Omega(\Omega - 1)} \right)^{(0)} P_1(I)$$

и минимизируемый функционал принимается в виде

$$\Phi = \varepsilon_d^{(0)} \left(n_d(I) + \frac{5}{2} \right) + \quad (29)$$

$$+ 2 \left(k_1 \sqrt{\Omega(\Omega - 1)} \right)^{(0)} P_1(I) + \Phi'.$$

Роль членов $\delta\varepsilon_d, \delta C_L, C_L^{(0)}$ в определении амплитуд фононов сводится к перенормировке констант остаточного взаимодействия и к добавкам к двухквазичастичным энергиям, входящих в уравнения для амплитуд. Это оправдывает понятие эффективных сил. Добавки к двухквазичастичным энергиям при этом оказываются несущественными.

2.5. Полная энергия и окончательные параметры гамильтониана МВБ1

После определения всех искомым амплитуд, включая бозонные, характеризующие бозонный состав функций, находятся численные значения энергии состояний E_I :

$$E_I = E^{\text{(vac.q.p.)}} + E_0^{(B)} + \quad (30)$$

$$+ (I|H_{\text{ИВМ}}|I) + \sum_\tau \lambda_\tau (I|\hat{N}_\tau|I).$$

Такой подход не имеет, однако, прямого отношения к МВБ1. Причина заключается в том, что, в силу неявной зависимости $u, v, z^{(n)}$ и λ от энергии и спина коллективного состояния, энергия квазичастично-фононного вакуума $E^{\text{(vac.q.p.)}} + E_0^{(B)}$ и параметры $H_{\text{ИВМ}}(\tilde{\varepsilon}_d, \tilde{k}_1, k_2, C_L)$ изменяются от состояния к состоянию. Это подтверждается численными расчетами. В то же время анализ спектров коллективных состояний в рамках МВБ1 производится в предположении, что энергия вакуума бозонов и параметры гамильтониана остаются неизменными для всех состояний, вовлекаемых в этот анализ. Поэтому возникает вопрос, нельзя ли так перегруппировать члены в E_I , чтобы выделить некоторую фоновую часть в энергии коллективного состояния, которая не изменяется с ростом I и “активную” часть, подобную гамильтониану МВБ1, с мало изменяющимися параметрами $\varepsilon_d, k_1, k_2, C_L$ (теперь два из этих параметров не имеют верхней тильды)?

Для этого полную энергию, отсчитанную от $\sum \lambda_{0\tau} N_\tau$ ($\lambda_{0\tau}$ — химические потенциалы для основного состояния ядра), примем в виде

$$E_I = \tilde{E}_I + (I|H_{\text{ИВМ}}(\tilde{\varepsilon}_d, \tilde{k}_1, k_2, C_L)|I), \quad (31)$$

$$\tilde{E}_I = E_I^{\text{(q.p.)}} + E_0^{(D)} + \sum_\tau (\lambda_\tau - \lambda_{0\tau}) N_\tau.$$

Таким образом,

$$\tilde{E}_I = E_0^{(D)} + \quad (32)$$

$$+ \sum_\tau \left(\left(\sum_i (2j_i + 1)(\epsilon_i - \lambda_\tau) v_i^2 \right)_\tau - \right.$$

$$-\frac{\Delta_\tau^2}{G_\tau^{(0)}} + (\lambda_\tau - \lambda_{0\tau})N_\tau),$$

где ϵ_i есть энергия частиц. Расчеты показывают, что внебозонная энергия \widetilde{E}_I заметно растет с ростом спина. Особенно сильная зависимость проявляется для ядер, бозонная структура которых близка к вибрационному случаю, когда при переходе к следующему спину коллективного состояния среднее число квадрупольных бозонов n_d увеличивается на единицу. В тех случаях, когда ядро становится более коллективным, как это оказывается для цепочки изотонов с $N = 70$, значения n_d меняются существенно меньше, а рост спина реализуется за счет угловой пересвязки имеющихся квадрупольных бозонов. В этом случае рост \widetilde{E}_I со спином значительно слабее. Для того чтобы внебозонная энергия оставалась неизменной для всех рассматриваемых состояний ядра, а именно как в основном состоянии, можно перераспределить слагаемые, входящие в уравнение (31) для E_I , между собой следующим образом:

$$\begin{cases} \overline{E}_0 = \widetilde{E}_0; \\ \overline{E}_0 = \widetilde{E}_I - \xi_1 n_d - \xi_2 P_1, I^\pi \geq 2^+; \\ \epsilon_d = \widetilde{\epsilon}_d + \xi_1; \\ 2k_1 \sqrt{\Omega(\Omega - 1)} = 2\widetilde{k}_1 \sqrt{\Omega(\Omega - 1)} + \xi_2. \end{cases} \quad (33)$$

Данное преобразование не меняет полной энергии E_I . Оно выполняет возложенную на него функцию, так как если \widetilde{E}_I заметно растет с ростом спина, а $\widetilde{\epsilon}_d$, наоборот, падает, то после преобразования \widetilde{E}_I переходит в \overline{E}_0 , а $\widetilde{\epsilon}_d$ в ϵ_d , которое испытывает лишь небольшие вариации с изменением спина. В данном преобразовании для основного состояния $I^\pi = 0_1^+$, $\xi_1 = \xi_2 = 0$. Для всех прочих параметр ξ_2 определяется таким образом, чтобы параметр гамильтониана МВБ1 k_1 оставался неизменным и таким, как для основного состояния, т.е.

$$\xi_2 = (2\widetilde{k}_1 \sqrt{\Omega(\Omega - 1)})_{(I=0)} - (2\widetilde{k}_1 \sqrt{\Omega(\Omega - 1)})_{(I)}, \quad (34)$$

параметр же ξ_1 определяется из требования, чтобы для всех состояний $\overline{E}_I = \widetilde{E}_{I=0}$, т.е.

$$\xi_1 n_d(I) = \widetilde{E}_I - \widetilde{E}_{I=0} - \xi_2 P_1(I). \quad (35)$$

С определенными таким образом параметрами ξ_1 и ξ_2 находятся окончательные значения величин ϵ_d и k_1 . При этом параметры ϵ_d , k_2 , C_L все же сохраняют зависимость от номера коллективного состояния.

После проведенных переопределений полная энергия, отсчитанная от $\Sigma\lambda_{0\tau}N_\tau$, равна

$$E_I = \overline{E}_0 + (I|H_{\text{ВМ}}|I). \quad (36)$$

Энергии возбужденных состояний относительно основного будут определяться как

$$\Delta E_I = E_I - E_0. \quad (37)$$

Теперь можно сформулировать вариационный принцип для определения неизвестных амплитуд $u, v, z^{(n)}, \{\alpha_d\}$. Они находятся из минимума энергии по отношению к их вариации при дополнительных условиях. Это дает уравнения для (u, v) и амплитуд $z^{(n)}$. Амплитуды $\{\alpha_d\}$ бозонного состава $|I\rangle$ находятся из минимизации (36) при условии, что \overline{E}_0 не меняется при изменении спина или номера коллективного состояния.

Варьирование функционала по фоннным амплитудам приводит к системе уравнений, подобных уравнениям КМСФ. Ее решение осуществляется при фиксированных значениях ω', χ . Это позволяет определить ω . Если в рамках обычного КМСФ ω , будучи множителем Лагранжа, одновременно оказывается однофононной энергией, которая может быть только положительной, то в случае используемой модификации КМСФ множитель Лагранжа ω не является однофононной энергией и физического смысла не имеет. Однофононной энергией является вычисленная с найденными фоннными амплитудами величина $\epsilon_d^{(0)}$, которая в основном состоянии для рассматриваемых ядер соответственно оказывается равной: $-1.13; -0.75; -0.40; -0.06; 0.26; 0.38$ МэВ. Т.е. для $^{122-128}\text{Ce}$ она отрицательна, для $^{130,132}\text{Ce}$ — положительна. После перенормировок эта величина, т.е. ϵ_d , которая приведена в табл. 3, уменьшается относительно $\epsilon_d^{(0)}$ на значения от 0.5 МэВ в ^{122}Ce до 0.18 МэВ в ^{132}Ce .

После определения ω находятся численные значения фоннных амплитуд $z^{(n)}$. Расчет повторяется, при этом χ подбирается таким образом, чтобы отношение $\sum \varphi^2 / \sum \psi^2$ было строго определенной величиной, не превышающей значения 0.05 и единой для всех рассматриваемых состояний. Причем чем больше низкоэнергетичная коллективность, т.е. меньше энергия первого возбуждения и больше значение $B(E2; 2_1^+ \rightarrow 0_1^+)$, тем указанная величина меньше, вплоть до 0.007. Значение множителя Лагранжа ω' находится из требования, чтобы максимальное число бозонов Ω было целым, причем таким, чтобы $\Omega(\omega') \geq \Omega(\omega' = 0)$. Наличие в функционале члена с ω' делает систему уравнений на амплитуды нелинейной, поэтому она решается итерационным способом. Еще раз следует отметить, что главной особенностью МКМСФ является возможность независимо от энергии D -фона менять уровень корреляций в основном состоянии. Реализуется это таким образом, что к любой двухквазичастичной энергии, участвующей

Таблица 3. Параметры H_{IBM} в МэВ, полученные без учета каналов взаимодействия $V^{(2,3)}$; величина n_d есть среднее число бозонов в основном состоянии, т.е. $(n_d)_{I=0+}$

A	Ω	ε_d	k_1	k_2	C_0	C_2	C_4	n_d
122	27	-1.65	-0.0631	0.0287	0.371	0.182	0.290	10.24
124	26	-1.125	-0.0608	0.0329	0.400	0.129	0.247	9.58
126	23	-0.676	-0.0547	0.0357	0.604	0.156	0.258	6.81
128	22	-0.308	-0.0582	0.0405	0.510	0.136	0.212	6.66
130	22	0.045	-0.0584	0.0365	0.477	0.105	0.214	5.90
132	19	0.203	-0.0550	0.0341	0.534	0.102	0.229	4.18

в уравнении на фононные амплитуды, добавляются независимые от этой энергии величины — множители Лагранжа χ и ω'

$$e_{ij} \rightarrow e_{ij} + \omega' n_{ij}^{(3)} + \chi,$$

$$\text{где } n_{ij}^{(3)} = 2 \sum_1 \left(\frac{z_{i1}^{(1)} z_{i1}^{(0)}}{2j_i + 1} + \frac{z_{j1}^{(1)} z_{j1}^{(0)}}{2j_j + 1} \right),$$

и особенно это существенно, когда одночастичные уровни i и j относятся к состояниям валентной оболочки. Такая замена — результат модификации — существенно уменьшает значения амплитуд $z_{ij}^{(\eta)}$ для состояний валентной оболочки, перераспределяя значения остальных компонент в большей степени по вневалентным одночастичным состояниям. Одновременно это приводит к существенному увеличению максимального числа бозонов Ω .

Другой важной особенностью рассмотренной модификации является наличие в минимизируемом функционале бозонных средних, что позволяет ставить задачу самосогласованности, когда микроскопически рассчитанные параметры бозонного гамильтониана приводят к тем же бозонным средним, которые используются при вычислении амплитуд и параметров.

При этом оказалось, что достичь такого согласования невозможно без того, чтобы дополнительно за счет одного из слагаемых Лагранжа уменьшить меру корреляций. Было доказано, что как при $\chi = 0$ в (15), так и при всех $\varphi = 0$, что соответствует приближению ТД, это согласование невозможно. Реализуется оно в некотором коридоре значений χ , достигая этим устойчивое решение задачи.

Численное значение величины $\sum \varphi^2 / \sum \psi^2$ в каждом ядре зависит, естественно, от значений силовых параметров, бозонных средних и параметра χ . Причем изменением последнего в расчетах величина $\sum \varphi^2$ и регулируется. При прочих равных параметрах энергия возбуждения сильно зависит от меры корреляций, чем она больше, тем меньше

энергия возбуждения. Именно поэтому, рассматривая совокупность состояний, как возбужденных, так и основного, необходимо оставаться на одном уровне значений $\sum \varphi^2$. Если при этом получать самосогласованные решения для спинов от нулевого до некоторого I_{max} , то это существенно снижает коридор возможных значений χ . Пусть найдено значение χ , начиная с которого для основного состояния достигается согласование. Для того, чтобы достичь согласования для основного и возбужденных состояний, вплоть до I_{max} , необходимо увеличивать значения χ , но таким образом, чтобы было реализовано одинаковое значение $\sum \varphi^2$ для всех рассматриваемых состояний. При этом остается вопрос о верхней границе значений χ , соответственно минимума $\sum \varphi^2$. Решен он может быть практически, исходя из конкретных численных расчетов. Важнейшим из них является требование, чтобы вплоть до I_{max} число квазичастиц на каждом одночастичном уровне не превышало значения $j + 1/2$.

3. БОЗОННОЕ ОПИСАНИЕ ПЕРЕСЕЧЕНИЯ ПОЛОС

Перенормировка параметров МВБ1 осуществляется через расширение волновой функции фононных состояний в виде (21) за счет V_J -фононов с $J^\pi \leq 6^+$. При больших спинах состояний иррациональные коллективные и неколлективные возбуждения могут оказаться энергетически близкими. Поэтому компоненты этих неколлективных мод необходимо явно вводить в рассматриваемый базис, а значения J^π уже будут меняться от 0^+ до 10^+ с учетом рассматриваемой оболочки 50–82. Это приводит не только к дополнительному сжатию спектра коллективных состояний, но и к пересечению полос разной природы.

Переходя к бозонам, гамильтониан H_b с учетом b_J -бозонов принят в виде

$$H_b = H_{b1} + H_{b2}; \tag{38}$$

$$H_{b1} = H_{\text{IBM}}^{(0)} + \sum_i \omega_i b_i^+ b_i + V^{(1)};$$

$$H_{b2} = V^{(2)} + V^{(3)},$$

где $H_{\text{IBM}}^{(0)}$ (4) является гамильтонианом МВБ1 с параметрами, определенными только через D -фононы, т.е. без учета неколлективных фононов, ω_i — энергии b_i -бозонов.

$$\begin{aligned} V^{(1)} &= \sum_i \sqrt{\frac{5}{2J_i + 1}} \nu_1(i) \times \\ &\times [(d^+ d)^{(J_i)} s^+ \cdot b_i + \text{H.c.}] + \\ &+ \sum_{iL} \sqrt{\frac{5}{2J_i + 1}} \nu_2^{(L)}(i) \times \\ &\times [(d^+ (dd)^{(L)} s^+ s^+)^{(J_i)} \cdot b_i + \text{H.c.}] + \\ &+ \sum_i \nu_3(i) [(d^+ d^+)^{(J_i)} s \cdot b_i + \text{H.c.}] + \\ &+ \sum_{iL} \sqrt{\frac{2L+1}{2J_i + 1}} \nu_4^{(L)}(i) \times \\ &\times [(d^+ d^+)^{(L)} d^{(J_i)} \cdot b_i + \text{H.c.}], \\ V^{(2)} &= \sum_{iL} \nu_5^{(L)}(i) \times \\ &\times [((d^+ d^+)^{(L)} d^+)^{(J_i)} \cdot b_i s s + \text{H.c.}]. \end{aligned} \quad (39)$$

$$V^{(2)} = \sum_{iL} \nu_5^{(L)}(i) \times \quad (40)$$

$$\times [((d^+ d^+)^{(L)} d^+)^{(J_i)} \cdot b_i s s + \text{H.c.}].$$

Соответствующие параметры определяются МЭ в фермионном пространстве с помощью процедуры Марумори:

$$\nu_1(i) = \frac{1}{\sqrt{\Omega - 1}} \langle D | H | (B_i^+ D^+)^{(2)} \rangle; \quad (41)$$

$$\begin{aligned} \nu_2^{(L)}(i) &= \frac{1}{\sqrt{2(\Omega - 1)(\Omega - 2)}} \times \\ &\times \langle D | H | (B_i^+ (D^+ D^+)^{(L)})^{(2)} \rangle; \end{aligned}$$

$$\nu_3(i) = \frac{1}{\sqrt{2(\Omega - 1)}} \langle (DD)^{(J)} | H | B_i^+ \rangle;$$

$$\nu_4^{(L)}(i) = \frac{1}{\sqrt{2}} \langle (DD)^{(L)} | H | (B_i^+ D^+)^{(L)} \rangle;$$

$$\begin{aligned} \nu_5^{(L)}(i) &= \frac{1}{\sqrt{\aleph_{JL}(\text{bos})(\Omega - 1)(\Omega - 2)}} \times \\ &\times \langle [(DD)^{(L)} D]^{(J)} | H | B_i^+ \rangle, \end{aligned} \quad (42)$$

$$\aleph_{JL}(\text{bos}) = (|(d(dd)^{(L)})^{(J)}((d^+ d^+)^{(L)} d^+)^{(J)}|),$$

H — квазичастичный гамильтониан, $\aleph_{JL}(\text{bos})$ — значение бозонной нормировки. Комбинации фоновых функций нормированы. Взаимодействие $V^{(1)}$ и $V^{(2)}$ выражает связь коллективных состояний с неколлективными. Оператор $V^{(3)}$ определяет

взаимодействие между состояниями, содержащими различные b_J -бозоны:

$$V^{(3)} = \sum_{i1 \neq i2} \sqrt{\frac{2J_2 + 1}{5}} (-1)^{J_1 + J_2} \times \quad (43)$$

$$\times u_{i1, i2}^{(1)} [(b_{i1}^+ b_{i2})^{(2)} \cdot d^+ s + \text{H.c.}] +$$

$$+ \sum_{L, i1 \neq i2} \sqrt{\frac{2J_2 + 1}{2L + 1}} (-1)^{J_1 + J_2} u_{i1, i2}^{(2)}(L) \times$$

$$\times [(b_{i1}^+ b_{i2})^{(L)} \cdot (d^+ d^+)^{(L)} s s + \text{H.c.}] +$$

$$+ \sum_{L, i1 \neq i2} (-1)^{L + J_2} u_{i1, i2}^{(3)}(L) \times$$

$$\times [(b_{i1}^+ b_{i2})^{(L)} \cdot (d^+ d)^{(L)} + \text{H.c.}].$$

Параметры в $V^{(3)}$ определяются как

$$u_{i1, i2}^{(1)} = \frac{1}{\sqrt{\Omega - 1}} \langle DB_{i1} | H | B_{i2}^+ \rangle; \quad (44)$$

$$\begin{aligned} u_{i1, i2}^{(2)}(L) &= \frac{1}{\sqrt{2(\Omega - 1)(\Omega - 2)}} \times \\ &\times \langle [(DD)_n^{(L)} B_{i1}]^{(J_2)} | H | B_{i2}^+ \rangle; \end{aligned}$$

$$u_{i1, i2}^{(3)}(L) = \sum_x \langle (DB_{i1})^{(x)} | H | B_{i2}^+ D^+ \rangle \times$$

$$\times (-1)^x (2x + 1) \begin{Bmatrix} 2 & 2 & L \\ J_2 & J_1 & x \end{Bmatrix}.$$

Мультипольность B_i -фононов в МЭ (41) и (42), определяющих взаимодействие $V^{(1)}$, $V^{(2)}$, варьируется от $J^\pi = 0^+$ до $J^\pi = 6^+$, в (44) для взаимодействия $V^{(3)}$ от $J^\pi = 0^+$ до $J^\pi = 10^+$.

Часть гамильтониана, а именно $V^{(1)}$, через произведение МЭ $\langle V^{(1)} | \langle V^{(1)} \rangle$ используется для перенормировки параметров бозонного гамильтониана (4) [32, 46]. Для связи коллективных состояний с $b_{J=8,10}$ взаимодействие $V^{(1)}$ имеет важное значение наряду с $V^{(2)}$ и $V^{(3)}$ в (38) из-за членов интерференции. Часть гамильтониана, $V^{(2)}$, через второй порядок по взаимодействию приводит к дополнительному взаимодействию трех d -бозонов между собой, которое не сводится к членам традиционного гамильтониана МВБ1. Влияние этого канала взаимодействия приводит к дополнительному уменьшению энергий по мере роста спина и энергии возбуждения. Существует и прямой канал дополнительного взаимодействия трех d -бозонов между собой, но его оценка оказалась существенно меньше той, которую дает второй порядок.

Связь коллективных состояний с конфигурациями, содержащими высокоспиновые бозоны

$b_{J=8,10}$, осуществляется также через второй порядок по взаимодействию через произведение МЭ от $V^{(1)} + V^{(2)}$ с $V^{(3)}$, т.е. $\langle V^{(1)} + V^{(2)} \rangle \langle V^{(3)} \rangle$. В ядрах, структура которых близка к вибрационному случаю, важны именно произведения $\langle V^{(2)} \rangle \langle V^{(3)} \rangle$, но в том случае, когда уже основное состояние далеко от бозонного вакуума, то важным будет и произведение $\langle V^{(1)} \rangle \langle V^{(3)} \rangle$, тем более, что среди бозонов, определяющих $V^{(1)}$, есть и с $J^\pi = 6^+$, а именно $\langle d|V^{(1)}|d^+d^+b_{J=6}^+ \rangle$ и $\langle d^2|V^{(1)}|d^+b_{J=6}^+ \rangle$.

Существует прямой канал взаимодействия компонент, содержащих только d -конфигурации с $b_{J=8,10}$, но его оценки оказались пренебрежимо малы по сравнению с величинами, даваемыми вторым порядком.

Используя процедуру теории возмущения в варианте Бриллюэна–Вигнера, амплитуды $\alpha_{i,c}$ в функциях (21) при $J^\pi \leq 6^+$ рассчитываются в

первом порядке по взаимодействию

$$\alpha_{i1(J1 \leq 6),c1} = \alpha_0 \frac{\langle \psi_c | V^{(1)} + V^{(2)} | b_{i1}^+ \psi_{c1} \rangle}{E - \omega_{i1} - E_{c1}}, \quad (45)$$

где E — собственные значения гамильтониана H_b (38), $E \langle \Psi(I) | \Psi(I) \rangle = \langle \Psi(I) | H_b | \Psi(I) \rangle$.

Амплитуды с $J^\pi > 6^+$ находятся через второй порядок по взаимодействию:

$$\begin{aligned} \alpha_{i1(J1 > 6),c1} &= \frac{\alpha_0}{E - \omega_{i1} - E_{c1}} \times \quad (46) \\ &\times \sum_{i2(J2 \leq 6),c2} \frac{\langle \psi_{c1} b_{i1} | V^{(3)} | b_{i2}^+ \psi_{c2} \rangle}{E - \omega_{i2} - E_{c2}} \times \\ &\times \langle \psi_{c2} b_{i2} | V^{(1)} + V^{(2)} | \psi_c \rangle. \end{aligned}$$

Собственная энергия с учетом (45), (46) является решением уравнения

$$\begin{aligned} E - \langle \psi_c | H_{\text{IBM}} | \psi_c \rangle &= \sum_{i1(J1 \leq 6),c1} \frac{|\langle \psi_c | V^{(1)} + V^{(2)} | b_{i1}^+ \psi_{c1} \rangle|^2 - |\langle \psi_c | V^{(1)} | b_{i1}^+ \psi_{c1} \rangle|^2}{E - \omega_{i1} - E_{c1}} + \quad (47) \\ &+ \sum_{i2(J2 > 6),c2} \frac{1}{E - \omega_{i2} - E_{c2}} \left(\sum_{i1(J1 \leq 6),c1} \frac{\langle \psi_{c1} b_{i1} | V^{(1)} + V^{(2)} | \psi_c \rangle \langle \psi_{c2} b_{i2} | V^{(3)} | b_{i1}^+ \psi_{c1} \rangle}{E - \omega_{i1} - E_{c1}} \right)^2, \end{aligned}$$

где $\langle \psi_c | H_{\text{IBM}} | \psi_c \rangle$ есть энергия МВБ1, полученная с учетом перенормировок параметров гамильтониана (4), определяемых $V^{(1)}$ (39). В уравнении (47) искомая энергия зависит от $V^{(1)}$ через члены интерференции $V^{(1)}$ с $V^{(2)}$ и $V^{(3)}$.

При вычислении МЭ квадрупольного электрического оператора нас в основном будут интересовать переходы вдоль ираст-полосы. Переход с неколлективных компонент в коллективные учитывается при перенормировках эффективных зарядов [47], что позволяет рассматривать МЭ только между коллективными компонентами, выраженными через d -бозоны, не затрагивая b_J -бозоны. При этом бозонный оператор $\hat{T}(E2)$ имеет вид

$$\begin{aligned} \hat{T}(E2) &= e^* (d^+ s + s^+ d + \chi_{E2} d^+ d)^{(2)} + \quad (48) \\ &+ e_0^* (s^+ (d^+ d)^{(0)} d + d^+ (d^+ d)^{(0)} s)^{(2)}. \end{aligned}$$

Микроскопический расчет его параметров представлен в [47] с учетом B_J -фононов только с $J^\pi \leq 6^+$.

4. РЕЗУЛЬТАТЫ РАСЧЕТОВ ДЛЯ $^{122-132}\text{Ce}$

С теми же параметрами среднего поля и факторизованными силами, с которыми рассчитывались параметры фононных D -амплитуд и параметров бозонного гамильтониана (4) с учетом перенормировок, были получены значения и прочих параметров расширенного гамильтониана (38) в соответствии с (41), (42), (44). Константы факторизованных сил приведены в табл. 1. Использовался широкий спектр одночастичных состояний, вплоть до резонансных состояний, всего 26 (njl) протонных и столько же нейтронных уровней. Константы монопольного спаривания определялись по значениям парных энергий. Константы квадрупольного взаимодействия в частично-частичном ($G^{(2)}$) и частично-дырочном каналах (κ_{nn} и κ_{np}), как видно из табл. 1, претерпевают незначительные изменения, а полусумма κ_{nn} и κ_{np} в единицах [43] близка единице, т.е. изоскалярной константе. В табл. 1 также приведена мера корреляций в основном состоянии $r = \sum \varphi^2 / \sum \psi^2$, ее варьирование связано с выполнением принципа Паули, т.е. таким образом, чтобы среднее число квазичастиц,

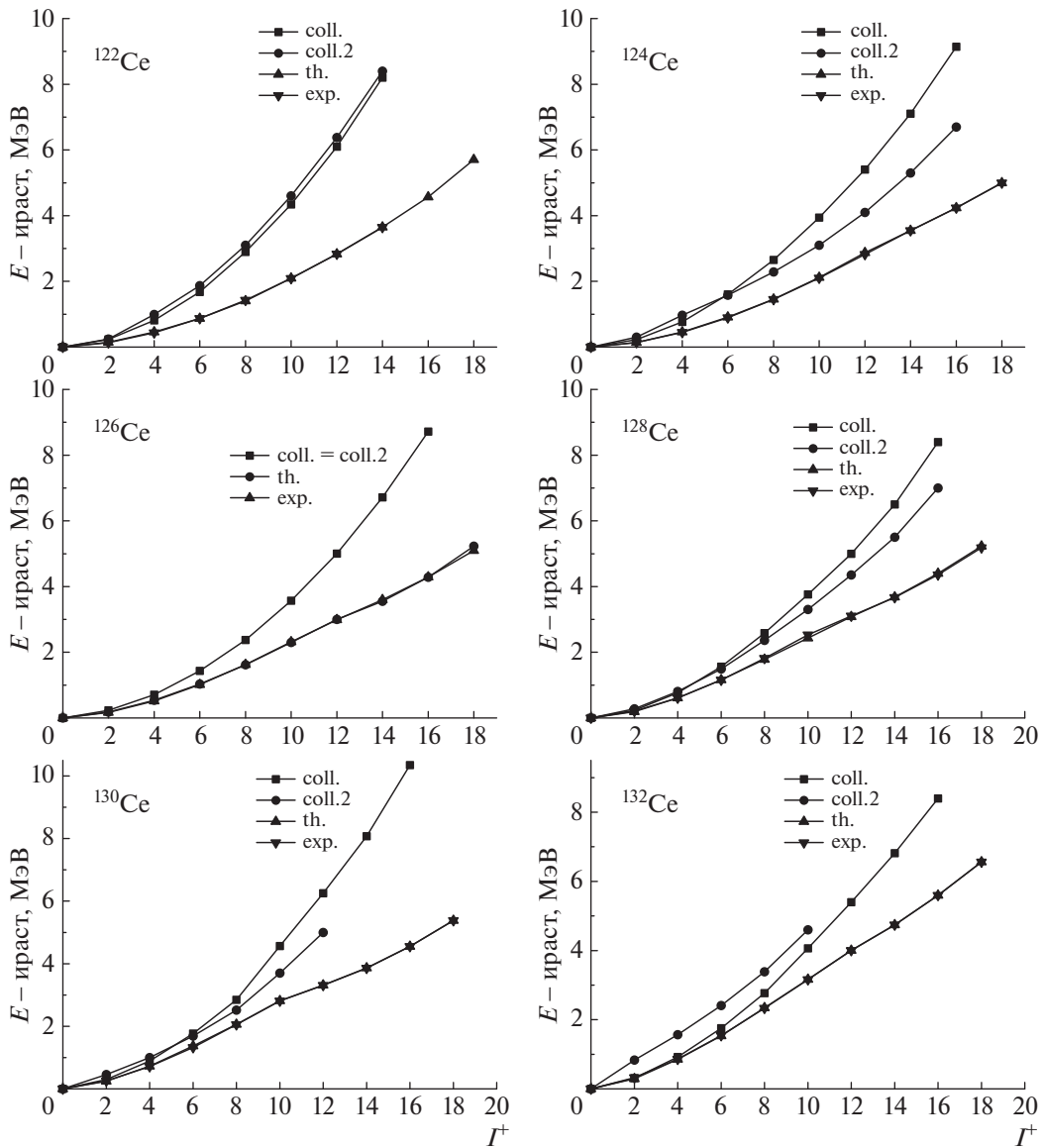


Рис. 3. Энергии состояний ираст-полос. Подписи “th.” и “exp.” соответствуют теоретическим и экспериментальным [29] значениям (в масштабе рисунка они практически сливаются). Подпись “coll.” соответствует расчетному значению, но без учета каналов взаимодействия $V^{(2)}$, $V^{(3)}$, “coll.2” — энергиям тоже коллективных состояний, но в присутствии высокоспиновой пары.

определяемых набором D -фононов на каждом одночастичном уровне с моментом j , не превышало $j + 1/2$.

С данными силовыми константами были произведены расчеты, которые без учета каналов взаимодействия $V^{(2,3)}$ приводят к значениям параметров $H_{\text{ВМ}}$ (4). В табл. 3 они приведены для основного состояния, для прочих состояний их значения претерпевают некоторые численные изменения [46]. Максимальное число бозонов Ω в каждом ядре определялось по фоновым амплитудам в соответствии с (2). Они приведены в табл. 3, где также представлены средние значения числа

квадрупольных бозонов n_d в основном состоянии. Их значения показывают, что в соответствии с вычислениями структура состояний даже для тяжелых ядер далека от того, что дает вибрационный случай, когда $\langle n_d \rangle_{I=0^+} = 0$.

Коллективные состояния, построенные на высокоспиновых фононах или бозонах, как это следует из анализа энергий состояний, после пересечения полос и как это было учтено в [26], могут отличаться в сторону меньшей коллективности. Это проявляется в больших энергиях d -бозонных состояний по сравнению с теми, что строятся на фоновом вакууме или в меньших значениях мо-

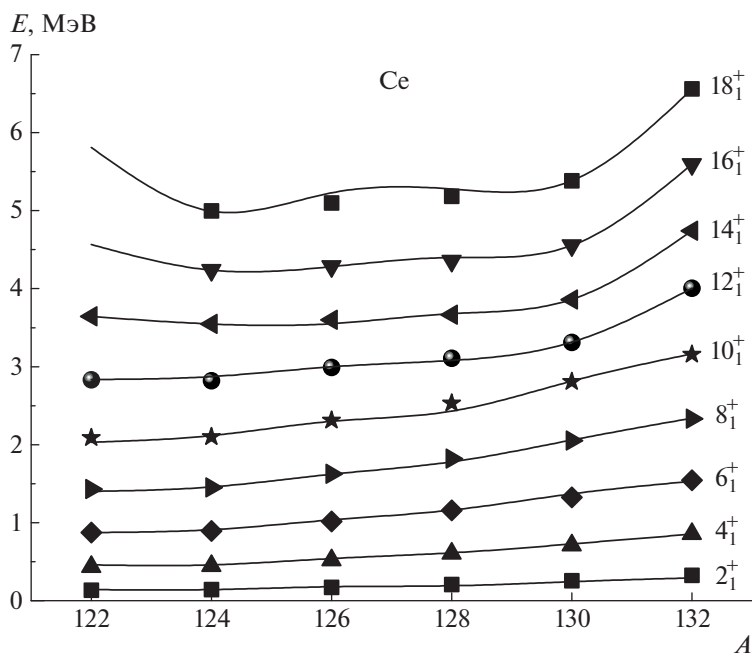


Рис. 4. Сравнение теоретических (кривые) и экспериментальных (точки) значений энергий ирраст-полос в четных изотопах Се.

ментов инерции. Оказалось, что чем больше коллективность, тем меньше это различие. Это демонстрируется на последующих рисунках, где приведены энергии, полученные в рамках самосогласованной схемы, т.е. без учета $V^{(2,3)}$ каналов взаимодействия. Эти энергии на соответствующих рис. 3 обозначаются как “coll.” в отличие от коллективных состояний, при наличии высокоспиновых пар, которые обозначаются как “coll.2”. Различие энергий состояний полосы основного состояния (часто обозначаемой как g -полоса) и полосы, построенной на высокоспиновом квазичастичном возбуждении (s -полоса), было использовано в работах [26] и [33]. В данной массовой области объясняется это тем, что высокоспиновый фонon определяется конфигурацией $(h_{11/2})^2$. По мере роста числа нейтронов химический потенциал приближается к нейтронному уровню $h_{11/2}$, приводя к тому, что двухквазичастичное состояние $(h_{11/2})^2$ дает существенный вклад в структуру D -фонона. Поэтому явное присутствие в волновой функции высокоспиновой пары приводит к сокращению квазичастичного конфигурационного пространства, на котором формируются остальные фононы, в частности, увеличивая энергию D -фонона, перераспределяя его компоненты по более высоколежащим двухквазичастичным возбуждениям. Как результат, меняются параметры H_{IVM} для тех компонент волновых функций, в которых присутствует высокоспиновая пара. Соответственно происходит изменение бозонных средних от бозонных операторов, которые в том числе

определяют связь коллективных и квазичастичных возбуждений. Учет этого эффекта выполнен феноменологически. Во-первых, введено некоторое ослабление связи коллективных и квазичастичных состояний, определяемое параметром ζ , см. табл. 1. Для легких изотопов оно близко к единице, в тяжелых, для которых квазичастицы $h_{11/2}$ играют более важную роль в структуре D -фонона, ζ уменьшается до значения 0.8. Во-вторых, как указано, приводит к увеличению энергий состояний, обозначенных как “coll.2”. Следует отметить, что это отличие для $^{122-130}\text{Ce}$ и спинов $I_c \leq 8^+$ не столь значительно, а для ^{132}Ce существенно. Таким образом, значения ζ и отличие в энергиях коллективных состояний, E_I , в зависимости от наличия высокоспиновой квазичастичной пары, коррелируют. Эта процедура, являясь по существу феноменологической, указывает на желательность микроскопического учета влияния высокоспинового двухквазичастичного возбуждения на структуру D -фонона за счет сокращения конфигурационного квазичастичного пространства. На рис. 3 приведены также результаты расчета с учетом $V^{(2,3)}$, обозначаемые как “th.”. На этих же рисунках приведены экспериментальные значения — “exp.”, которые по существу совпадают с теоретическими значениями в представленном масштабе. Реальное различие не превышает 60 кэВ.

Сравнение теоретических и экспериментальных энергий, тенденции их поведения в зависимости от массового числа даны на рис. 4.

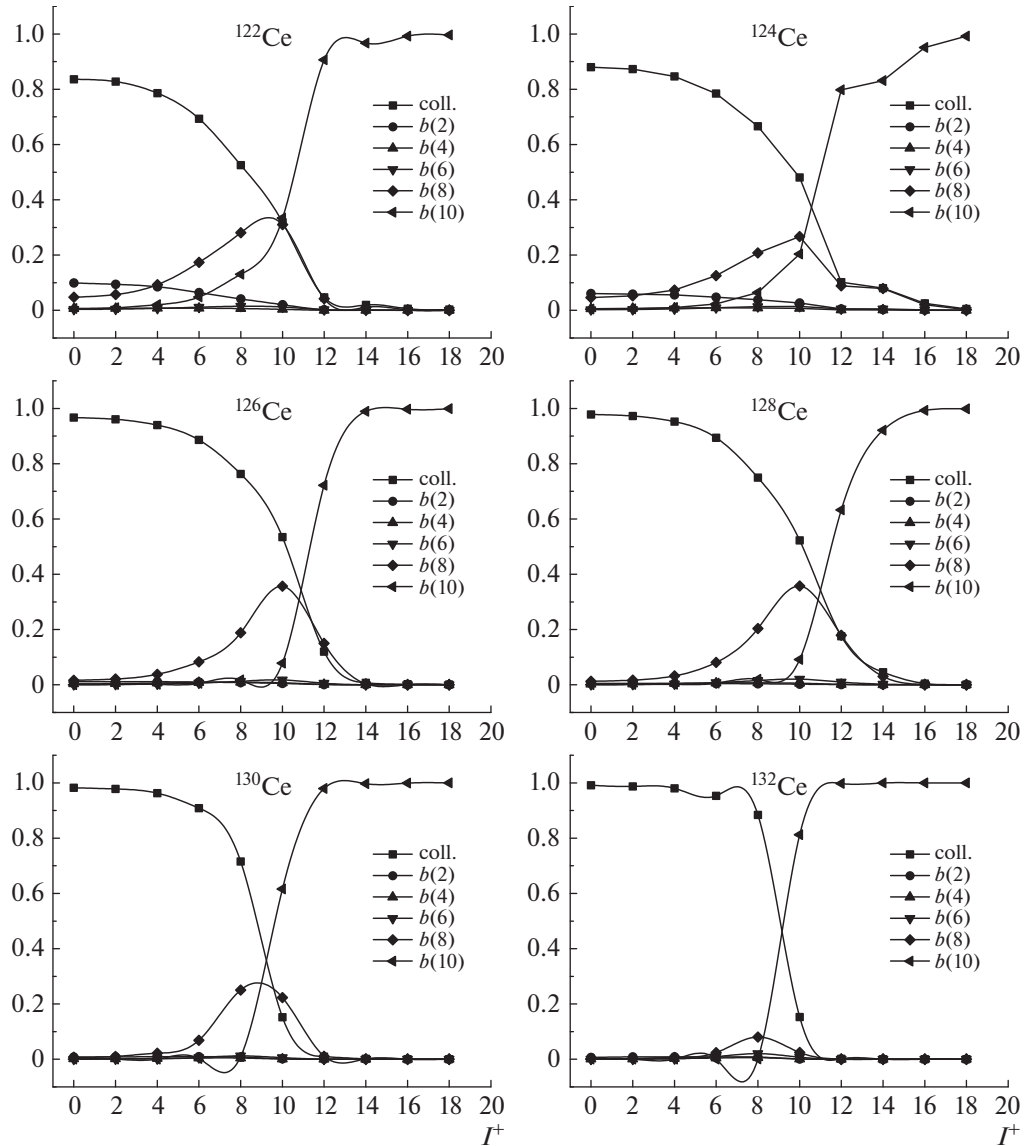


Рис. 5. Бозонный состав волновых функций ираст-полос. Под “collective” понимается вклад в функцию компонент, содержащих только d -бозонный состав. Под $b(J)$ понимается вклад от всех компонент, содержащих различные бозоны с фиксированным моментом J , т.е. $\sum_{i_1, c_1} |\alpha_{J, i_1, c_1}|^2$, где амплитуды α определяются в (21).

На рис. 5 приведен бозонный состав волновых функций состояний ираст-полос. Следует подчеркнуть, что амплитуды даны именно в терминах бозонов, а не фононов, как это представлено в уравнении (21). В терминах фононов уже основное состояние меньше, чем на 40% определялось бы только D -конфигурациями. Это понятно помимо расчета уже из того, что, как говорилось, перенормированные одно- и двухфононные состояния соответственно состоят примерно на 91% и 85% из D -компонент, а число квадрупольных бозонов в ^{122}Ce в основном состоянии равно десяти (табл. 3).

Величины $B(E2; I \rightarrow I - 2)$ представлены на рис. 6, где расчетные значения получены без

введения эффективных зарядов [47]. То, что при этом удается воспроизвести абсолютные значения $B(E2)$, связано не только с большим используемым одночастичным базисом, но и с учетом поляризации фононного вакуума, выраженным, например, соотношением (22).

Еще в работе [33] было отмечено, что только анализ энергетических спектров не может говорить о природе бекбендинга и механизме его формирования. Полученное в настоящей работе теоретическое описание соответствует экспериментальному поведению момента инерции. Для ^{122}Ce в соответствии с рис. 3 бекбендинг не наблюдается, но рис. 5 показывает, что в этом ядре при спине $I^\pi = 12^+$

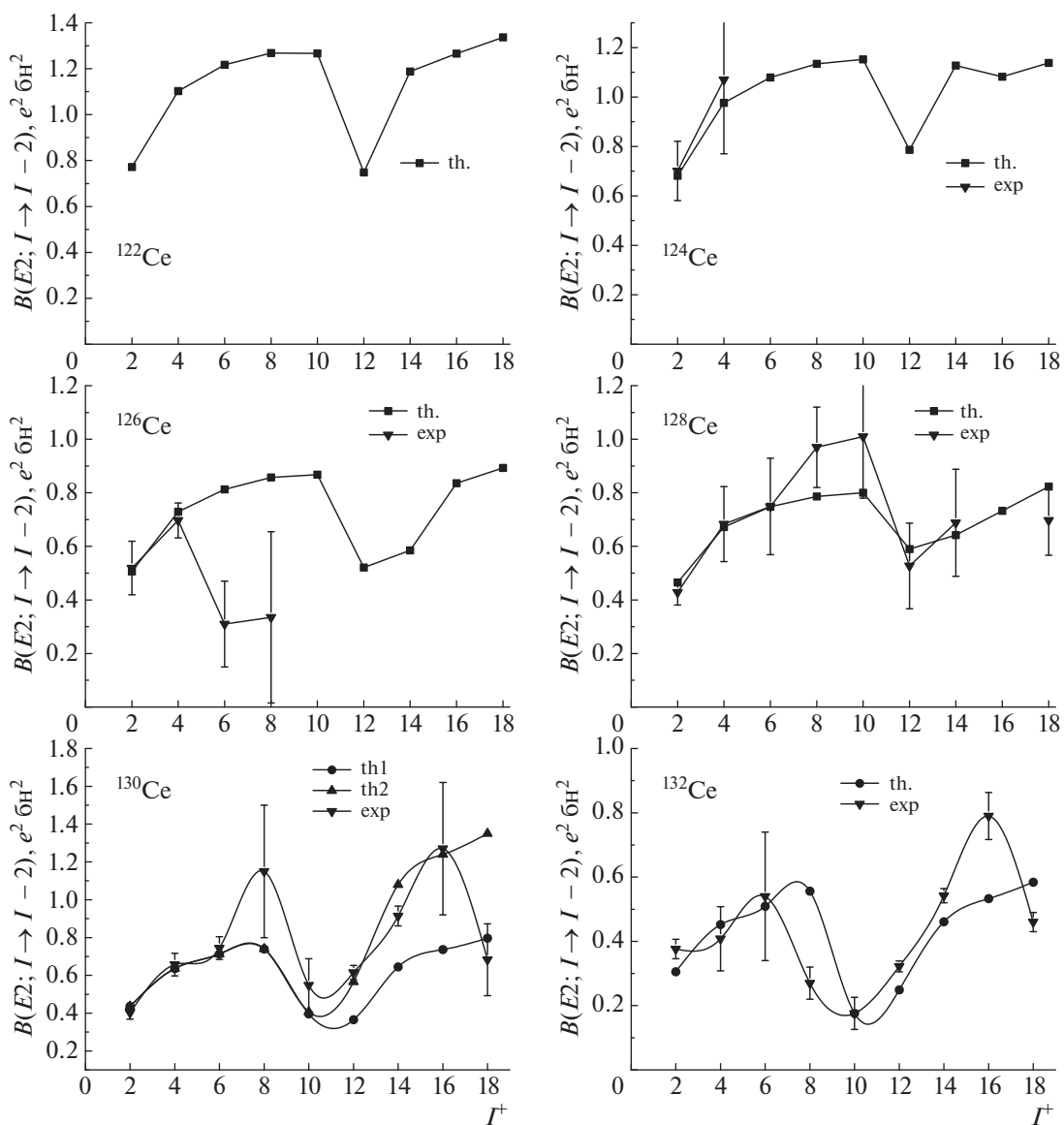


Рис. 6. Теоретические и экспериментальные [29] значения вероятностей $E2$ -переходов внутри ираст-полос. Для ^{130}Ce представлены два теоретических расчета, первый вариант соответствует единому набору параметров оператора $E2$ -переходов, второй дан при наличии усиливающего фактора оператора между компонентами волновых функций, явно содержащих неколлективные фононы.

пересечение полос все же происходит. Подтвердить или опровергнуть такое предположение могли бы еще не полученные экспериментальные данные относительно $B(E2; I \rightarrow I - 2)$. Теоретические их значения приведены на рис. 6, откуда видно, что для перехода $12^+ \rightarrow 10^+$ обсуждаемая величина имеет минимум, причем $B(E2; 12^+ \rightarrow 10^+) \simeq B(E2; 2_1^+ \rightarrow 0_1^+)$.

Аналогичное пересечение полос происходит в изотопах $^{124,126}\text{Ce}$. Это видно из рис. 3 и соответствует поведению момента инерции от квадрата частоты. Вероятности квадрупольных переходов в первом ядре для имеющих двух переходов со-

ответствуют экспериментальным данным. Эти переходы воспроизводятся и для второго ядра, чего не скажешь относительно переходов с 6^+ - и 8^+ - состояний. Говорить о пересечении полос при спине 6^+ для ядра, чьи нейтроны заполняют середину оболочки, не приходится. Это подтверждается экспериментальной информацией относительно $B(E2)$ в ядре ^{128}Ce , воспроизводя соответствующий минимум при $I^\pi = 12^+$.

Для ядра ^{130}Ce минимум $B(E2)$ имеется сразу для двух соседних спинов $I^\pi = 10^+, 12^+$. Это воспроизводится и объясняется тем, что как видно из рис. 5 при спине $I^\pi = 10^+$, вклад

квазичастичной высокоспиновой пары составляет чуть больше 50%. Относительно этого ядра в первых вариантах расчета оказалось, что энергия $I^\pi = 10^+$ -состояния занижена, вероятность $B(E2; 10^+ \rightarrow 8^+)$ завышена, а $B(E2; 12^+ \rightarrow 10^+)$ явно занижена. Преодолеть эти проблемы одновременно удалось за счет одновременного повышения самосогласованных энергий, обозначаемых как “coll.”, а именно для $I^\pi = 10^+, 12^+, \dots$ на 0.4 МэВ. Оказалось, что достигается это за счет уменьшения величины ζ для соответствующих спинов от 0.854 до 0.837. Это как раз соответствует указанному энергетическому сдвигу и может свидетельствовать о необходимости введения в величину ζ зависимости от $\langle n_d \rangle$. Кроме того, для ядра ^{130}Ce после пересечения полос наблюдаются повышенные значения $B(E2)$. Поэтому на рис. 6 для ^{130}Ce представлены два варианта расчета. Первый, “th.1”, с традиционным способом расчета, второй, “th.2”, с увеличенным протонным зарядом в 1.3 раза больше для конфигураций, включающих высокоспиновые пары. Не исключено, что по мере заполнения нейтронной оболочки и при наличии высокоспиновой квазичастичной пары $h_{11/2}$ происходит перераспределение квазичастичных амплитуд D -фононов в сторону протонных компонент.

Наконец, в последнем и самом тяжелом из рассмотренных изотопов, ^{132}Ce , пересечение полос в соответствии с рис. 5 происходит при $I^\pi = 10^+$. Экспериментальные же значения $B(E2)$ показывают и подавленное значение для $8^+ \rightarrow 6^+$ -перехода.

5. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В работе представлена разработанная автором микроскопическая версия МВБ1, позволяющая рассчитывать ее параметры с использованием сферического одночастичного базиса и остаточных межнуклонных взаимодействий. На основе этой теории сделаны расчеты свойств состояний ираст-полос в шести наиболее легких и нейтронно-дефицитных изотопах церия. Для наиболее легких из них значения $B(E2; 2_1^+ \rightarrow 0_1^+)$ оказываются больше 100 одночастичных единиц. Это говорит о том, что эти ядра относятся скорее к деформированным, нежели переходным, что дает основание для применения данной теории для описания коллективных свойств состояний в традиционно деформированных ядрах. При этом было получено микроскопическое описание механизма пересечения полос на основе учета связи большого числа d , b_J -бозонов положительной четности с $J^\pi = 0^+ - 10^+$, т.е. включая высокоспиновые. При

этом, как показал расчет, во многом согласующийся с экспериментом, в изотопах Се пересечение полос происходит неизменно в области состояний ираст-полосы при спинах либо 10^+ , либо 12^+ .

Автор выражает благодарность профессору В.М. Михайлову за полезные обсуждения и комментарии на протяжении всей работы.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. И. Айзенберг, В. Грайнер, *Модели ядер* (Атомиздат, Москва, 1975) [J. M. Eisenberg and W. Greiner, *Nuclear Theory*, Vol. 1 (North-Holland, Amsterdam, 1970)].
2. A. S. Davydov and G. F. Fillipov, *Nucl. Phys.* **8**, 237 (1958).
3. А. С. Давыдов, *Возбужденные состояния атомных ядер* (Атомиздат, Москва, 1967).
4. V. V. Srtutinsky, *ЯФ* **3**, 614 (1966) [*Sov. J. Nucl. Phys.* **3**, 449 (1966)].
5. D. R. Inglis, *Phys. Rev.* **97**, 701 (1955).
6. K. Kumar, *J. Phys. G.: Nucl. Phys.* **4**, 849 (1978); *Prog. Part. Nucl. Phys.* **9**, 233 (1983).
7. S. Beliaev and V. G. Zelevinsky, *Nucl. Phys.* **39**, 582 (1962); *Izv. AN SSSR. Ser. Fiz.* **28**, 127 (1964).
8. B. Sorensen, *Phys. Lett.* **21**, 683 (1966); **23**, 274 (1966); *Nucl. Phys. A* **97**, 1 (1967); *Phys. Lett. B* **24**, 328 (1967); *Nucl. Phys. A* **119**, 65 (1968); *Prog. Theor. Phys.* **39**, 1468 (1968); *Nucl. Phys. A* **142**, 392, 411 (1970); **217**, 505 (1973).
9. T. Kishimoto and T. Tamura, *Nucl. Phys. A* **163**, 100 (1971); **192**, 246 (1972); **270**, 317 (1976).
10. T. Tamura, K. Weeks, and T. Kishimoto, *Phys. Rev. C* **20**, 307 (1979); *Nucl. Phys. A* **347**, 359 (1980).
11. K. J. Weeks and T. Tamura, *Phys. Rev. C* **22**, 888, 1323 (1980).
12. K. J. Weeks, T. Tamura, T. Udagawa, and F. J. W. Nahne, *Phys. Rev. C* **24**, 703 (1981).
13. Н. Марч, У. Янг, С. Сампантар, *Проблема многих тел в квантовой механике* (Мир, Москва, 1969) [N. H. March, W. H. Young, and S. Sampanthar, *The Many-Body Problem in Quantum Mechanics* (Cambridge, Univ. Press, 1967)].
14. D. Janssen, R. V. Jolos, and F. Donau, *Nucl. Phys. A* **224**, 93 (1974).
15. Р. В. Джолос, Ф. Дэнау, Д. Янсен, *ТМФ* **20**, 112 (1974) [R. V. Jolos, F. Donau, and D. Janssen, *Theor. Math. Phys.* **20**, 704 (1974)].
16. Р. В. Джолос, Ф. Дэнау, Д. Янсен, *ТМФ* **23**, 374 (1975) [R. V. Jolos, F. Donau, and D. Janssen, *Theor. Math. Phys.* **23**, 580 (1975)].
17. Р. В. Джолос, Ф. Дэнау, В. Г. Картвенко, Д. Янсен, Препринты Р4-7223, Р4-7533, ОИЯИ (Дубна, 1973).
18. A. Arima and F. Iachello, *Phys. Rev. Lett.* **35**, 1069 (1975); *Ann. Phys. (N. Y.)* **99**, 253 (1976); **111**, 201 (1978); **123**, 468 (1979).

19. К. И. Ерохина, А. Д. Ефимов, И. Х. Лемберг, В. М. Михайлов, ЯФ **41**, 596 (1985) [К. I. Erokhina, A. D. Efimov, I. Kh. Lemberg, and V. M. Mikhailov, Sov. J. Nucl. Phys. **41**, 596 (1985)].
20. D. D. Warner and R. F. Casten, Phys. Rev. Lett. **48**, 1385 (1982); Phys. Rev. C **28**, 1798 (1983).
21. S. Pascu, N. V. Zamfir, Gh. Căta-Danil, and N. Mărginean, Phys. Rev. C **81**, 054321 (2010).
22. S. Tazaki, K. Takada, K. Kaneko, and F. Sakata, Prog. Theor. Phys. Suppl. **71**, 123 (1981).
23. А. Д. Ефимов, В. М. Михайлов, Изв. АН СССР. Сер. физ. **56**, 57 (1992) [A. D. Efimov and V. M. Mikhailov, Bull. Russ. Acad. Sci. Phys. **56**, 96 (1992)].
24. A. Gelberg and A. Zemel, Phys. Rev. C **22**, 937(R) (1980).
25. N. Yoshida, A. Arima, and T. Otsuka, Phys. Lett. B **114**, 86 (1982).
26. A. D. Efimov and V. M. Mikhailov, Phys. Rev. C **59**, 3153 (1999).
27. T. Marumori, K. Takada, and F. Sakata, Prog. Theor. Phys. Suppl. **71**, 1 (1981).
28. А. Д. Ефимов, В. М. Михайлов, Изв. РАН. Сер. физ. **73**, 808 (2009) [A. D. Efimov and V. M. Mikhailov, Bull. Russ. Acad. Sci. Phys. **73**, 760 (2009)].
29. Brookhaven National Laboratory, National Nuclear Data Center (online), <http://www.nndc.bnl.gov/nndc/ensdf/>
30. А. Д. Ефимов, В. М. Михайлов, Изв. РАН. Сер. физ. **82**, 1395 (2018) [A. D. Efimov and V. M. Mikhailov, Bull. Russ. Acad. Sci. Phys. **82**, 1266 (2018)].
31. А. Д. Ефимов, В. М. Михайлов, Изв. РАН. Сер. физ. **83**, 1244 (2019) [A. D. Efimov and V. M. Mikhailov, Bull. Russ. Acad. Sci. Phys. **83**, 1136 (2019)].
32. А. Д. Ефимов, В. М. Михайлов, Изв. РАН. Сер. физ. **80**, 986 (2016) [A. D. Efimov and V. M. Mikhailov, Bull. Russ. Acad. Sci. Phys. **80**, 898 (2016)].
33. G.-O. Xu and J.-Y. Zhang, Nucl. Phys. A **343**, 189 (1980).
34. F. Iachello, G. Puddu, O. Scholten, A. Arima, and T. Otsuka, Phys. Lett. B **89**, 1 (1979).
35. G. Puddu, O. Scholten, and T. Otsuka, Nucl. Phys. A **348**, 109 (1980).
36. N. Turkan and I. Maras, Pramana **68**, 769 (2007).
37. R. K. Bhat, R. Devi, and S. K. Khosa, Braz. J. Phys. **33**, 340 (2003).
38. J. F. Smith, V. Medina-Chico, C. J. Chiara, M. P. Carpenter, C. N. Davids, M. Devlin, J. L. Durell, D. B. Fossan, S. J. Freeman, R. V. F. Janssens, D. R. LaFosse, M. J. Leddy, P. Reiter, D. G. Sarantites, D. Seweryniak, K. Starosta, R. Wadsworth, A. N. Wilson, and J. N. Wilson, Phys. Rev. C **69**, 034339 (2004).
39. R. Devi, B. D. Sehgal, S. K. Khosa, and J. A. Sheikh, Phys. Rev. C **72**, 064304 (2005).
40. J. F. Smith, C. J. Chiara, M. P. Carpenter, H. J. Chantler, P. T. W. Choy, C. N. Davids, M. Devlin, J. L. Durell, D. B. Fossan, S. J. Freeman, R. V. F. Janssens, N. S. Kelsall, T. Koike, D. R. LaFosse, E. S. Paul, P. Reiter, D. G. Sarantites, D. Seweryniak, K. Starosta, R. Wadsworth, A. N. Wilson, and P.-H. Heenen, Phys. Lett. B **625**, 203 (2005).
41. R. C. Nayak and S. Pattnaik, Int. J. Mod. Phys. E **24**, 1550091 (2015).
42. C. M. Petrache, G. Lo Bianco, P. G. Bizzeti, A. M. Bizzeti-Sona, D. Bazzacco, S. Lunardi, M. Nespolo, G. de Angelis, D. R. Napoli, N. Blasi, S. Brant, and D. Vretenar, Eur. Phys. J. A **16**, 337 (2003).
43. A. Bohr and B. Mottelson, *Nuclear Structure* (Benjamin, New York, 1975), Vol. 2.
44. V. I. Isakov, K. I. Erokhina, H. Mach, M. Sanchez-Vega, and B. Fogelberg, Eur. Phys. J. A **14**, 29 (2002).
45. A. D. Efimov and V. M. Mikhailov, EPJ Web Conf. **38**, 17005 (2012).
46. A. D. Efimov and V. M. Mikhailov, EPJ Web Conf. **107**, 03013 (2016).
47. А. Д. Ефимов, В. М. Михайлов, Изв. РАН. Сер. физ. **77**, 948 (2013) [A. D. Efimov and V. M. Mikhailov, Bull. Russ. Acad. Sci. Phys. **77**, 862 (2013)].

DESCRIPTION OF YRAST-BANDS IN EVEN ISOTOPES Ce

A. D. Efimov^{1,2)}

¹⁾Admiral Makarov State University of Maritime and Inland Shipping, Russia

²⁾Ioffe Institute, St.-Petersburg, Russia

An expanded microscopic version of the interacting boson model is developed. On its base, the properties of the states of yrast-bands in even Ce isotopes up to spins $I^\pi = 18^+$ were studied. These spin values include those at which the bands are crossing. The model parameters are calculated using the average spherical potential and residual multipole forces. The model was expanded by taking into account the high-spin pairs of quasiparticles, which made it possible to obtain a satisfactory description of the energies and values of $B(E2)$ without introducing effective charges. This study is a continuation of a similar consideration of the properties of low-lying collective states in even isotopes Xe and Ba.