

ДИФРАКЦИОННОЕ РАССЕЯНИЕ ВИРТУАЛЬНЫХ ФОТОНОВ НА ЯДРАХ И ЕГО ИНТЕРФЕРЕНЦИЯ С ПРОЦЕССОМ ТОРМОЗНОГО ИЗЛУЧЕНИЯ МЮОНОВ

© 2021 г. А. Сандрок^{1),2)*}, Э. В. Бугаев^{1),3)}, Р. П. Кокоулин¹⁾, А. А. Петрухин¹⁾

Поступила в редакцию 07.05.2020 г.; после доработки 07.05.2020 г.; принята к публикации 07.05.2020 г.

Изучение прохождения лептонов через вещество важно для физики космических лучей и нейтринной астрономии. В статье рассматривается дифракционное рассеяние виртуальных фотонов как процесс потери энергии лептонов, испускающих эти фотоны. Интерференция между этим процессом и тормозным излучением дает вклад, зависящий от знака заряда лептона.

DOI: 10.31857/S0044002721010189

1. ВВЕДЕНИЕ

В связи с планированием и созданием новых больших нейтринных телескопов (IceCube-Gen2, Байкал-GVD, KM3NeT) возрос интерес к проблеме точного вычисления энергетических потерь мюонов и тау-лептонов.

Интерес представляют дифференциальное сечение $d\sigma/dy$, где $y = \omega/E$ — доля энергии, переданная при одном взаимодействии, и средние потери $\langle -dE/dX \rangle = \sum_i \int y(d\sigma_i/dy)dy \approx a + bE$. На больших глубинах даже маленькие поправки оказывают значительное влияние. Для степенного спектра мюонов на поверхности $N(E) = N_0 E^{-\gamma}$ интенсивность их потока $I(X) = N_0 \exp(-\gamma bX) \times \{(a/b)[1 - \exp(bX)]\}^{-\gamma}$ на глубине X примерно экспоненциально зависит от b . При малых энергиях главным процессом потерь энергии лептонов является ионизация. При больших энергиях (\gtrsim ТэВ) доминируют образование пар, тормозное излучение и неупругое взаимодействие лептонов с ядрами.

Одним из источников неопределенности в потерях энергии являются эксклюзивные дифракционные процессы. Процесс взаимодействия мюона с ядром, в котором виртуальный фотон, излучаемый мюоном, дифракционно рассеивается на ядре (см. рис. 1), и процесс обычного тормозного излучения имеют одинаковые конечные состояния, $\ell + A \rightarrow \ell + A + \gamma$, поэтому амплитуды этих процессов интерферируют,

$$|\mathcal{M}|^2 = |\mathcal{M}_{\text{ВН}}|^2 + |\mathcal{M}_{\text{diff}}|^2 + \quad (1)$$

$$+ 2\text{Re}(\mathcal{M}_{\text{ВН}}\mathcal{M}_{\text{diff}}^*).$$

Интерференционная поправка зависит от знака заряда e_ℓ лептона, потому что $\mathcal{M}_{\text{ВН}} \propto e_\ell^2$, а $\mathcal{M}_{\text{diff}} \propto e_\ell$.

Впервые процесс дифракционного рассеяния с точки зрения энергетических потерь и переноса лептонов был рассмотрен в работе Кельнера и Федотова (КФ) [1], которые получили большие поправки за счет дифракции, с большой разницей между μ^+ и μ^- ($\approx 5\%$ при энергиях $E \sim 5$ ТэВ) за счет интерференции. Однако эта статья осталась почти незамеченной, хотя возможность отличать мюоны разных знаков при таких энергиях представляет большой интерес.

Поэтому мы еще раз рассмотрели этот процесс, проверив вычисления КФ. В работе [1] взаимодействие фотона с ядром описывается путем введения (в одночастичную функцию Грина фотона) массового оператора, зависящего только от частоты фотона и пропорционального локальной плотности ядерного вещества, пренебрегая в вычислениях виртуальностью этого фотона до его рассеяния.

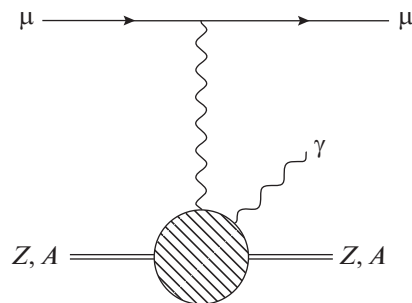


Рис. 1. Диаграмма Фейнмана дифракционных поправок к процессу тормозного излучения.

¹⁾Национальный исследовательский ядерный университет “МИФИ”, Москва, Россия.

²⁾Technische Universität Dortmund, Deutschland.

³⁾Институт ядерных исследований РАН, Москва, Россия.

*E-mail: alexandersandrok@gmx.de

Значения виртуальности фотона в этом процессе малы ($Q^2 \gtrsim m^2 y^2 / (1 - y)$), но, тем не менее, влияние конечности Q^2 следует учитывать. Помимо неучета виртуальности фотона, в работе [1], к сожалению, допущена неточность при вычислении реальной части комптоновской амплитуды (именно этой реальной частью определяется вклад от интерференции тормозного излучения и дифракционного процесса).

В подходе КФ, поскольку введенный ими массовый оператор пропорционален локальной плотности ядерного вещества, дифракционная поправка к сечению естественным образом пропорциональна формфактору ядра, который вычисляется по модели равномерно заряженного шара с резким краем, что, конечно, является довольно грубым приближением.

2. ДИФРАКЦИОННОЕ РАССЕЯНИЕ ВИРТУАЛЬНЫХ ФОТОНОВ

Согласно оптической теореме, сечение фотопоглощения определяется мнимой частью амплитуды $\mathcal{M}_{\gamma^*N \rightarrow \gamma^*N}$ упругого комптоновского рассеяния виртуальных фотонов вперед

$$\sigma_{\gamma^*N} = \frac{\text{Im}\mathcal{M}_{\gamma^*N \rightarrow \gamma^*N}(s, t=0)}{2\sqrt{s}p_{\text{cm}}}, \quad (2)$$

где $s = (p_{\gamma^*} + p_N)^2$, $t = (p_N - p'_N)^2$ — переменные Мандельштама и p_{cm} — 3-импульс частиц в системе центра масс. Интересующий нас процесс на фотонном уровне описывается амплитудой $\mathcal{M}_{\gamma^*N \rightarrow \gamma^*N}$. Так как входящий фотон виртуальный, а выходящий фотон реальный, это неупругий процесс. В пределе фоторождения $\gamma N \rightarrow \gamma N$, т.е. в случае реального входящего фотона, амплитуды совпадают. Дифференциальное сечение упругого процесса $\gamma^*N \rightarrow \gamma^*N$ вперед

$$\left. \frac{d\sigma_{\gamma^*N \rightarrow \gamma^*N}}{dt} \right|_{t=0} = \frac{|\mathcal{M}_{\gamma^*N \rightarrow \gamma^*N}|^2(s, t=0)}{64\pi s p_{\text{cm}}^2}.$$

В силу оптической теоремы мы знаем мнимую часть этой амплитуды. Пусть $\beta \equiv \text{Re}\mathcal{M}/\text{Im}\mathcal{M}$ есть отношение реальной и мнимой части. Тогда

$$\left. \frac{d\sigma_{\gamma^*N \rightarrow \gamma^*N}}{dt} \right|_{t=0} = \frac{(\sigma_{\gamma^*N})^2(1 + \beta^2)}{16\pi}. \quad (3)$$

Для вычисления β КФ использовали двухрежеонную параметризацию сечения фотопоглощения $\sigma_{\gamma A} = A[Xs^\epsilon + Ys^{-\eta}]$, где $s = 2m_p\omega/\Gamma\text{ЭВ}^2$ [2]. Предполагая, что массовый оператор $\Pi \propto (-s - i0)^\lambda$, авторы получили

$$\beta = \frac{\kappa}{\gamma} = \frac{-Xs^\epsilon \text{ctg}(\pi\epsilon) + Ys^{-\eta} \text{ctg}(\pi\eta)}{Xs^\epsilon + Ys^{-\eta}}. \quad (4)$$

Амплитуда, связанная с этим массовым оператором, не является кроссинг-инвариантной. Нужна амплитуда фотопоглощения в виде $\mathcal{A} \propto (s + i0)^{1+\lambda} + (-s - i0)^{1+\lambda}$, которая соответствует массовому оператору $\Pi \propto (-s - i0)^\lambda - (s + i0)^\lambda$, откуда отношение реальной и мнимой части

$$\beta = \frac{Xs^\epsilon \text{tg}(\pi\epsilon/2) - Ys^{-\eta} \text{tg}(\pi\eta/2)}{Xs^\epsilon + Ys^{-\eta}}, \quad (5)$$

что кардинально отличается от результата КФ (4).

Введем отношение мнимых частей амплитуд этих процессов

$$R = \frac{\text{Im}\mathcal{M}_{\gamma^*N \rightarrow \gamma^*N}}{\text{Im}\mathcal{M}_{\gamma^*N \rightarrow \gamma N}}, \quad (6)$$

где, очевидно, $R|_{Q^2=0} = 1$. Тогда дифференциальное сечение процесса $\gamma^*N \rightarrow \gamma N$

$$\left. \frac{d\sigma_{\gamma^*N \rightarrow \gamma N}}{dt} \right|_{t=0} = \frac{(\sigma_{\gamma^*N})^2(1 + \beta^2)}{16\pi R^2}. \quad (7)$$

Следуя [3], разложим сечение в мягкий компонент, описываемый моделью векторной доминантности, и жесткий компонент, описываемый моделью цветного диполя [4]. Жесткий компонент оказывается численно малым ($\simeq 20\%$ поправки при энергиях порядка 100 ТэВ), в отличие от случая фотоядерного взаимодействия. Мягкий компонент параметризуется одним векторным мезоном массой m_1 и континуумом векторных мезонов массой больше m_2 (ср. [5])

$$\begin{aligned} \sigma_{\gamma^*p}^T(Q^2, \nu) &= \\ &= \sigma_{\gamma p}(\nu) \left[0.75 \frac{m_1^4}{(m_1^2 + Q^2)^2} + 0.25 \frac{m_2^2}{m_2^2 + Q^2} \right], \\ m_1^2 &= 0.54 \text{ ГэВ}^2, \quad m_2^2 = 1.8 \text{ ГэВ}^2. \end{aligned} \quad (8)$$

Величина R принимает значения $1/2 \lesssim R \lesssim 1$ и расчет R возможен по модели цветного диполя

$$R = \frac{\int d^2r \int_0^1 dz |\Psi_T(r, z, Q^2)|^2 \sigma_{dp}(s^*, r)}{\int d^2r \int_0^1 dz \Psi_T^*(r, z, 0) \Psi_T(r, z, Q^2) \sigma_{dp}(s^*, r)}. \quad (9)$$

Результаты расчетов по модели [4] с точностью $\lesssim 12\%$ можно аппроксимировать

$$R = \frac{1 + 2.44q + 2.33q^2 + 0.94q^3}{1 + 4.26q + 5.49q^2 + 1.91q^3}, \quad (10)$$

где $q = Q^2/\Gamma\text{ЭВ}^2$.

3. ДИФРАКЦИОННЫЕ ПОПРАВКИ К ТОРМОЗНОМУ ИЗЛУЧЕНИЮ МЮОНОВ

Дифференциальные сечения рассеяния мюона на ядре, сопровождающегося дифракцией виртуального фотона (вклад диаграммы рис. 1), для когерентного (coh) и некогерентного (inc) каналов можно записать в виде

$$\begin{aligned} \frac{d\sigma_{\text{coh/inc}}}{dy} &= \\ &= \int_{\mu^2 y^2 / (1-y)}^{2m_p y E} n_T(y, Q^2) \sigma_{\gamma A, \text{coh/inc}} dQ^2, \end{aligned} \quad (11)$$

где плотность виртуальных фотонов [7]

$$n_T(y, Q^2) = \frac{\alpha}{2\pi} \frac{1}{y Q^2} \left(1 + (1-y)^2 - \frac{\mu^2 y^2}{Q^2} \right).$$

Если взаимодействие с ядром мишени происходит некогерентно (т.е. на отдельных нуклонах), то, в отсутствие затенения, дифракционная поправка равна поправке, вычисленной для нуклонной мишени, помноженной на A . Экспериментально наблюдается зависимость дифракционных процессов на протонах $d\sigma/dt \propto \exp(Bt)$, где $B \approx \approx 6.2 \text{ ГэВ}^{-2}$ [6], которая соответствует гауссовому распределению заряда в рамках формализма КФ. Тогда полное сечение некогерентного канала

$$\sigma_{\gamma A, \text{inc}} = (A/B) (d\sigma_{\gamma^* N \rightarrow \gamma N} / dt) |_{t=0}. \quad (12)$$

Необходимо также учесть вклад когерентного взаимодействия виртуального фотона с ядром, то есть взаимодействия, при котором исходное ядро не разваливается. Соответствующая амплитуда есть сумма интерферирующих между собой амплитуд взаимодействия фотона с различными нуклонами ядра. В результате, в отсутствие эффектов глюонного насыщения и в пренебрежении эффектом ядерного затенения, амплитуда когерентного взаимодействия приближенно пропорциональна ядерному формфактору, так что вклад когерентной части в дифференциальное сечение виртуального комптоновского рассеяния можно записать в виде (см., например, [9])

$$\frac{d\sigma_{\gamma A, \text{coh}}}{dt} = A^2 F_n^2(t) \left. \frac{d\sigma_{\gamma^* N \rightarrow \gamma N}}{dt} \right|_{t=0}. \quad (13)$$

Полное когерентное сечение получается интегрированием в (13) квадрата ядерного формфактора (считая, что нуклонное сечение в правой части (13) в области действия ядерного формфактора почти не зависит от t), что дает фактор r_A^{-2} и, в результате, полные сечения (когерентное на ядре и на нуклоне) связаны, приближенно, фактором $A^{4/3}$. Мы используем формфактор, соответствующий ферми-распределению [8] с радиусом ядра

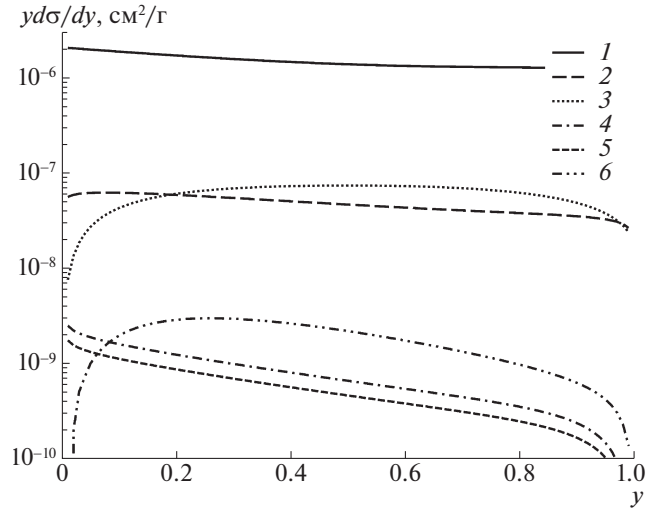


Рис. 2. Сечение тормозного излучения и дифракционные поправки к дифференциальному сечению $d\sigma/dy$ для стандартного грунта при энергии мюона 5 ТэВ. Показаны сечение тормозного излучения (1), дифракционные (2) и интерференционные (3) поправки по оригинальным результатам КФ, и когерентные (4) и некогерентные (5) дифракционные поправки и интерференционные поправки (6) по настоящей работе.

$r_A = (1.12A^{1/3} - 0.86A^{-1/3})$ фм и толщиной поверхности $d = 0.54$ фм [10].

Чисто дифракционные поправки за счет обоих каналов дают примерно равные вклады в отсутствие нелинейных эффектов и затенения. Амплитуда тормозного излучения с развалом ядра очень мала, поэтому здесь рассматриваем только интерференцию с когерентным каналом.

Интерференционный член был вычислен по аналогии с работой [1] с учетом введенных поправок. В результате получена следующая формула [ср. (29) у КФ]

$$y \frac{d\sigma_{\text{int}}}{dy} = \quad (14)$$

$$= \text{sgn}(e) Z A \alpha^2 \int \frac{\beta \sigma_{\gamma^* N}}{4\pi R} F_n^2(\sqrt{-t}) \times$$

$$\times \left\{ \frac{Q^4 - 4(E_1^2 + E_2^2)Q^2 + 16m^2\omega^2}{E_1^2} \times \right.$$

$$\times \left(\frac{E_2}{\sqrt{S_1}} - \frac{E_1}{\sqrt{S_2}} \right) +$$

$$+ 4t \frac{E_1^2 + E_2^2 + t/4}{E_1^2} \left(\frac{E_1}{\sqrt{S_1}} - \frac{E_2}{\sqrt{S_2}} \right) +$$

$$+ \frac{\omega t Q^2}{E_1^2} \left(\frac{1}{\sqrt{S_1}} + \frac{1}{\sqrt{S_2}} \right) -$$

$$\left. - 2Q^2 \frac{E_1 + E_2}{E_1^2} \frac{2\omega^2 + Q^2 + t}{(\omega^2 + Q^2)^{3/2}} \right\} \frac{dQ^2}{Q^2} \frac{dt}{2t},$$

$$S_1 = (E_2^2 - m^2)Q^4 + 2Q^2 t (E_1 E_2 - m^2) +$$

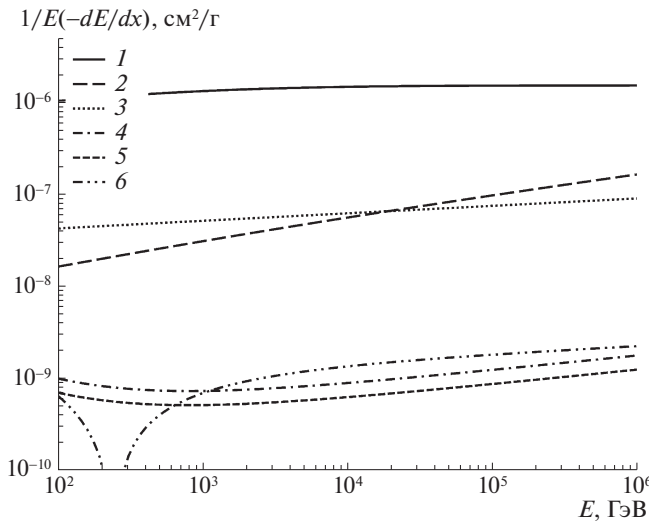


Рис. 3. Потери на тормозное излучение и дифракционные поправки к средним потерям энергии мюонов на протонах. Показаны средние потери на тормозное излучение (1), дифракционные (2) и интерференционные (3) поправки по оригинальным результатам КФ, и когерентные (4) и некогерентные (5) дифракционные поправки и интерференционные поправки (6) по настоящей работе.

$$+ t(E_1^2 t - m^2 t - 4m^2 \omega^2),$$

$$S_2 = S_1|_{E_1 \leftrightarrow E_2},$$

где $E_1 = E$, $\omega = yE$, $E_2 = (1 - y)E$, и пределы интегрирования

$$-4E^2(1 - y) < t < -\left(\frac{m^2 y}{2E(1 - y)}\right)^2 \equiv t_{\min},$$

$$Q_{\min}^2 \equiv \frac{m^2 y^2}{1 - y} < Q^2 < 2Ey\sqrt{-t}.$$

Интерференция КФ отличается от нашего приближением $\sigma_{\gamma^* p}/R \rightarrow \sigma_{\gamma p}$ и использованием менее реалистичного формфактора.

Дифракционные и интерференционные поправки в стандартном грунте ($Z = 11$, $A = 22$) для диф-

ференциального сечения $d\sigma/dy$ представлены на рис. 2 и для средних потерь энергии $\langle -dE/dX \rangle$ на рис. 3. Сечение тормозного излучения вычислено по формулам [11].

4. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

После исправления ошибки, касающейся реальной части амплитуды в работе [1], полученные результаты значительно уменьшили численную величину дифракционной поправки и различие между лептонами и антилептонами за счет интерференции. С учетом дифракционных поправок сечение и потери энергии на тормозное излучение увеличиваются на $\sim [(A^{4/3} + A)/Z^2] \times 0.3\%$ при энергиях порядка ~ 100 ТэВ.

Работа А. С. поддержана Немецким научно-исследовательским обществом (Deutsche Forschungsgemeinschaft), грант SA 3867/1-1.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. С. Р. Кельнер, А. М. Федотов, ЯФ **62**, 307 (1999) [Phys. At. Nucl. **62**, 272 (1999)].
2. A. Donnachie and P. V. Landshoff, Phys. Lett. B **296**, 227 (1992).
3. E. V. Bugaev and Yu. V. Shlepin, Phys. Rev. D **67**, 034027 (2003).
4. J. R. Forshaw, G. Kerley, and G. Shaw, Phys. Rev. D **60**, 074012 (1999).
5. J. J. Sakurai and D. Schildknecht, Phys. Lett. B **40**, 121 (1972).
6. A. Aktas *et al.*, Eur. Phys. J. C **48**, 749 (2006).
7. V. M. Budnev *et al.*, Phys. Rep. C **15**, 181 (1975).
8. L. C. Maximon and R. A. Schrack, J. Res. Nat. Bur. Stand. **70B**, 85 (1966).
9. M. V. T. Machado, Eur. Phys. J. C **59**, 769 (2009).
10. T. Lappi and H. Mäntysaari, Phys. Rev. C **83**, 065202 (2011).
11. S. R. Kelner, R. P. Kokoulin, and A. A. Petrukhin, Preprint No. 024-95, MEPhI (Moscow, 1995).

DIFFRACTIVE SCATTERING OF VIRTUAL PHOTONS OFF NUCLEI AND ITS INTERFERENCE WITH THE PROCESS OF BREMSSTRAHLUNG

A. Sandrock^{1),2)}, E. V. Bugaev^{1),3)}, R. P. Kokoulin¹⁾, A. A. Petrukhin¹⁾

¹⁾National Research Nuclear University MEPhI, Moscow, Russia

²⁾Technische Universität Dortmund, Germany

³⁾Institute for Nuclear Research of the Russian Academy of Sciences, Moscow, Russia

The transport of leptons through matter is of great importance in cosmic ray physics and neutrino astronomy. In this paper, we analyze diffractive scattering of virtual photons as an energy loss process of leptons. The interference of this process with the usual bremsstrahlung process gives a contribution whose sign depends on the sign of the lepton charge, and which rises with energy more slowly than the purely diffractive contribution.