ЯДЕРНАЯ ФИЗИКА, 2021, том 84, № 2, с. 130–137

ЭЛЕМЕНТАРНЫЕ ЧАСТИЦЫ И ПОЛЯ

CP-НАРУШЕНИЕ В ОСЦИЛЛЯЦИЯХ ТРЕХ ПОКОЛЕНИЙ НЕЙТРИНО: СЛУЧАЙ ВЫРОЖДЕННЫХ МАСС

© 2021 г. Е. К. Каркарьян*

НИЦ "Курчатовский институт" — ИТЭФ, Москва, Россия

Поступила в редакцию 26.06.2020 г.; после доработки 15.08.2020 г.; принята к публикации 15.08.2020 г.

CP-симметрия нарушается в осцилляциях нейтрино в вакууме при наличии трех поколений. В этом случае в PMNS-матрице смешивания присутствует неустранимая комплексная фаза. При вырождении каких-либо двух масс нейтрино *CP*-нарушение исчезает. В данной работе продемонстрированы разные механизмы восстановления *CP*-симметрии в случае вырождения двух массовых состояний нейтрино.

DOI: 10.31857/S0044002721020094

1. ВВЕДЕНИЕ

Необходимым условием *CP*-нарушения в случае осцилляций нейтрино является наличие фазы в матрице смешивания, которая не может быть устранена поворотами полей лептонов в лагранжиане Стандартной модели. Только при наличии трех поколений нейтрино соответствующая фаза остается в PMNS-матрице. Однако при вырождении каких-либо двух состояний *CP*-симметрия восстанавливается. Это следует из выражения для лептонного аналога детерминанта Ярлског, пропорционального разности масс нейтрино. Чаще всего в литературе недостаточно подробно рассматривается или вовсе не затрагивается вопрос о том, каким образом исчезает нарушение *CP*-симметрии в случае вырождения. Данная работа призвана помочь разобраться в этом вопросе людям, которые занимаются осцилляциями нейтрино, и потому носит методический характер. В статье рассмотрены два различных объяснения восстановления *CP*-симметрии. Первое демонстрирует явную возможность устранения *CP*-нарушающей фазы в матрице смешивания. Такая возможность в литературе по осцилляциям нейтрино освещается. Второй механизм, принципиально отличающийся от первого, опирается на тот факт, что амплитуда осцилляций зависит не только от *CP*-неинвариантной фазы, но и от *CP*-инвариантной. Чтобы *CP*-симметрия нарушалась, необходимо наличие разных как *CP*-сохраняющих, так и *CP*-нарушающих фаз в амплитуде осцилляций. Поэтому даже при сохранении *CP*-неинвариантных фаз в амплитуде равенство *CP*-инвариантных фаз влечет за собой равенство вероятностей прямого и *CP*-обратного процессов, а, следовательно, восстановление *CP*-симметрии. Этот механизм в литературе не описывается. Для целей настоящей статьи подробный вывод амплитуды и вероятности осцилляций нейтрино в случае трех поколений внесен в Приложение А.

2. ОСЦИЛЛЯЦИИ НЕЙТРИНО В СЛУЧАЕ ТРЕХ ПОКОЛЕНИЙ

Наличие осцилляций является следствием не нулевых масс нейтрино. Считая, что в начальном состоянии имеется нейтрино с импульсом $\mathbf{p}$, и рассматривая случай трех поколений ν_e, ν_μ, ν_τ, получим вероятность осцилляций нейтрино на расстоянии L от источника. Флейворные состояния не имеют определенной массы и представляют собой суперпозицию массовых состояний ν_1, ν_2, ν_3. Смешивание нейтрино описывается трехмерной унитарной матрицей U_{PMNS}:

$$\begin{pmatrix} \nu_e \\ \nu_\mu \\ \nu_\tau \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} U_{e1} & U_{e2} & U_{e3} \\ U_{\mu1} & U_{\mu2} & U_{\mu3} \\ U_{\tau1} & U_{\tau2} & U_{\tau3} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \nu_1 \\ \nu_2 \\ \nu_3 \end{pmatrix}. \qquad (1)$$

Параметризацию этой матрицы можно провести аналогично случаю CKM-матрицы [1], введя три угла смешивания θ_{12}, θ_{23}, θ_{13} и фазу δ, не устранимую преобразованиями полей заряженных лептонов и нейтрино. Тогда матрица U_{PMNS} будет явно иметь вид:

*E-mail: karkaryan@bk.ru

$$U_{\text{PMNS}} = \begin{pmatrix} c_{13}c_{12} & s_{12}c_{13} & s_{13}e^{-i\delta} \\ -s_{12}c_{23} - c_{12}s_{13}s_{23}e^{i\delta} & c_{12}c_{23} - s_{12}s_{13}s_{23}e^{i\delta} & s_{23}c_{13} \\ s_{12}s_{23} - c_{12}c_{23}s_{13}e^{i\delta} & -c_{12}s_{23} - s_{12}c_{23}s_{13}e^{i\delta} & c_{23}c_{13} \end{pmatrix}, \quad (2)$$

где $c_{12} \equiv \cos\theta_{12}, s_{12} \equiv \sin\theta_{12}$ и т.д., δ — дираковская CP-нарушающая фаза.

Выражение для осцилляций нейтрино с флейвором α, энергией E на расстоянии L от источника в случае трех поколений имеет вид:

$$P_{\nu_\alpha\to\nu_\beta} = \delta_{\alpha\beta} - 2\sum_{k>j} \mathrm{Re}\{U_{\alpha k}U^*_{\beta k}U^*_{\alpha j}U_{\beta j}\} \times \quad (3)$$
$$\times \left(1 - \cos\frac{\Delta m^2_{kj}}{2E}L\right) -$$
$$- 2\sum_{k>j} \mathrm{Im}\{U_{\alpha k}U^*_{\beta k}U^*_{\alpha j}U_{\beta j}\} \sin\frac{\Delta m^2_{kj}}{2E}L =$$
$$= \delta_{\alpha\beta} - 4\sum_{k>j} \mathrm{Re}\{U_{\alpha k}U^*_{\beta k}U^*_{\alpha j}U_{\beta j}\} \sin^2\frac{\Delta m^2_{kj}}{4E}L -$$
$$- 2\sum_{k>j} \mathrm{Im}\{U_{\alpha k}U^*_{\beta k}U^*_{\alpha j}U_{\beta j}\} \sin\frac{\Delta m^2_{kj}}{2E}L,$$

где $U_{\alpha j}$ — элемент матрицы смешивания, $\Delta m^2_{kj} \equiv \equiv m^2_k - m^2_j$. Вывод этой формулы приведен в Приложении А.

При CP-преобразовании процесс $\nu_\alpha \to \nu_\beta$ переходит в процесс $\overline{\nu_\alpha} \to \overline{\nu_\beta}$. О CP-нарушении будет свидетельствовать отличие от нуля разности $\Delta P = = P_{\overline{\nu_\alpha}\to\overline{\nu_\beta}} - P_{\nu_\alpha\to\nu_\beta}$. Расчет величины $P_{\overline{\nu_\alpha}\to\overline{\nu_\beta}}$ аналогичен расчету $P_{\nu_\alpha\to\nu_\beta}$ с той разницей, что для античастиц используются комплексно-сопряженные элементы матрицы смешивания. Поэтому для антинейтрино имеем:

$$P_{\overline{\nu_\alpha}\to\overline{\nu_\beta}} = \delta_{\alpha\beta} - 4\sum_{k>j} \mathrm{Re}\{U_{\alpha k}U^*_{\beta k}U^*_{\alpha j}U_{\beta j}\} \times \quad (4)$$
$$\times \sin^2\frac{\Delta m^2_{kj}}{4E}L + 2\sum_{k>j} \mathrm{Im}\{U_{\alpha k}U^*_{\beta k}U^*_{\alpha j}U_{\beta j}\} \times$$
$$\times \sin\frac{\Delta m^2_{kj}}{2E}L.$$

Таким образом, искомая ΔP:

$$\Delta P = 4\sum_{k>j} \mathrm{Im}\{U^*_{\alpha k}U_{\beta k}U_{\alpha k}U^*_{\beta j}\} \sin\frac{\Delta m^2_{kj}}{2E}L. \quad (5)$$

Выражение не обращается в общем случае в нуль, что свидетельствует о нарушении CP-симметрии в осцилляциях трех поколений нейтрино. Уже из (5) видно, что необходимым условием нарушения является наличие комплексных элементов в матрице смешивания, а это при выбранной нами параметризации (2) означает наличие одной дираковской фазы. Для того чтобы увидеть, при каких условиях CP-симметрия восстанавливается, выпишем явный вид выражения (5) для осцилляций ν_e в ν_μ:

$$\Delta P_{\nu_e\to\nu_\mu} = \quad (6)$$
$$= 4c_{12}c^2_{13}c_{23}s_{13}s_{23}s_{12}\left(\sin\frac{\Delta m^2_{31}}{2E}L -\right.$$
$$\left. - \sin\frac{\Delta m^2_{21}}{2E}L - \sin\frac{\Delta m^2_{32}}{2E}L\right)\sin\delta.$$

Расчет величины (6) приведен в Приложении Б.

Из этой формулы явно видно, что $\Delta P = 0$ и CP-нарушение исчезает при следующих условиях: 1) равенстве нулю дираковской фазы; 2) равенстве нулю синуса или косинуса одного из углов смешивания; 3) равенстве любых двух масс нейтрино. Экспериментально известно [2], что углы смешивания не равны нулю и $\pi/2$ и разности квадратов масс тоже не равны нулю, хотя и очень малы. Поэтому второй пункт реализуется только тогда, когда мы имеем всего два поколения нейтрино. В этом случае выполняется и условие первого пункта, так как при отсутствии третьего поколения CP-нарушающая фаза в PMNS-матрице также отсутствует. Наиболее интересен третий пункт, потому что он приводит к нетривиальным следствиям при учете всех трех поколений: восстановлению CP-симметрии в осцилляциях. Ниже будут рассмотрены два объяснения этого явления.

3. ОСЦИЛЛЯЦИИ В СЛУЧАЕ ВЫРОЖДЕНИЯ ДВУХ МАССОВЫХ СОСТОЯНИЙ

Для того, чтобы имело место CP-нарушение, необходимо, чтобы амплитуда изучаемого процесса имела как минимум два слагаемых с разными CP-инвариантными и CP-неинвариантными фазами.

В данном разделе будет показано, как восстанавливается CP-симметрия при равенстве масс двух состояний нейтрино: в разд. 3.1 из PMNS-матрицы будет исключена CP-нарушающая дираковская фаза; в разд. 3.2 CP-нарушающая фаза будет сохранена, но нарушение исчезнет из-за равенства CP-инвариантных фаз.

3.1. Устранение CP-нарушающей фазы в матрице смешивания

Матрица смешивания представляет собой унитарную матрицу с $2n^2$ вещественными параметрами, из которых $2n^2 - n - 2n(n-1)/2 = n^2$ параметров независимы. Любая унитарная матрица может быть параметризована углами и фазами. Число независимых углов в таком случае совпадает с числом независимых углов в ортогональной матрице из группы $O(n)$, т.е. $n^2 - n - n(n-1)/2 = n(n-1)/2$. Тогда число фаз равно $n^2 - n(n-1)/2 = n(n+1)/2$. Однако в слабом заряженном токе, входящем в лагранжиан Стандартной модели, домножением на ненаблюдаемые фазы полей левых заряженных лептонов и нейтрино мы можем убрать из этой матрицы еще $2n-1$ фазу. Тогда физических фаз остается $n(n+1)/2 - (2n-1) = (n-2)(n-1)/2$. Отсюда явно видно, что CP-нарушающая фаза появляется, когда поколений минимум три. Будем считать, что $n = 3$. Тогда PMNS-матрица в стандартной параметризации факторизуется следующим образом:

$$U_{\mathrm{PMNS}} = R_{23}\Psi^\dagger R_{13}\Psi R_{12}, \tag{7}$$

где R_{12}, R_{13}, R_{23} — вещественные матрицы поворота в плоскости $1-2$ на угол θ_{12}, в плоскости $1-3$ на угол θ_{13}, в плоскости $2-3$ на угол θ_{23} соответственно, а $\Psi = \mathrm{diag}(1, 1, e^{i\delta})$. В этом выражении уже устранены нефизические фазы соответствующими поворотами полей лептонов. Но для дальнейших рассуждений нам понадобится другая факторизация. Рассмотрим произвольную унитарную 3×3-матрицу. Следуя [3], ее можно представить в виде

$$\begin{gathered} U = D(\omega_1, \omega_2, \omega_3)W_{23}(\theta_{23}, \delta_{23}) \times \\ \times W_{13}(\theta_{13}, \delta_{13})W_{12}(\theta_{12}, \delta_{12}), \end{gathered} \tag{8}$$

где $D(\omega_1, \omega_2, \omega_3) = \mathrm{diag}(e^{i\omega_1}, e^{i\omega_2}, e^{i\omega_3})$, $W_{ij}(\theta_{ij}, \delta_{ij}) = \Phi(\delta_{ij})R(\theta_{ij})\Phi^\dagger(\delta_{ij})$, $R(\theta_{ij})$ — матрица поворота на угол θ_{ij} в $i-j$-плоскости. Например, для $i = 1, j = 2$:

$$\Phi(\delta_{12}) = \mathrm{diag}(e^{i\delta_{12}}, 1, 1), \tag{9}$$

$$R(\theta_{12}) = \begin{pmatrix} \cos\theta_{12} & \sin\theta_{12} & 0 \\ -\sin\theta_{12} & \cos\theta_{12} & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix},$$

$$W_{12} = \begin{pmatrix} \cos\theta_{12} & e^{i\delta_{12}}\sin\theta_{12} & 0 \\ -e^{-i\delta_{12}}\sin\theta_{12} & \cos\theta_{12} & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}.$$

Порядок перемножения матриц W_{ij} в (8) может быть выбран произвольным образом. Более общий случай разложения унитарной матрицы U_{PMNS} по матрицам W_{ij}, содержащим три фазы, будет рассмотрен в Приложении. Сейчас примем для определенности, что вырождены состояния $|\nu_1\rangle$ и $|\nu_2\rangle$. Так как нам известно, что физическая фаза всего одна, то перераспределим фазы так, чтобы осталась лишь одна дираковская фаза внутри произведения матриц, а остальные пять фаз содержались в матрицах слева и справа, которые тогда легко будут устранены поворотами полей лептонов. Для этого сделаем тождественное преобразование:

$$\begin{gathered} U = D(\omega_1 - \phi_1, \omega_2 - \phi_2, \omega_3 - \phi_3) \times \\ \times \{D(\phi_1, \phi_2, \phi_3)W_{23}(\theta_{23}, \delta_{23})D^\dagger(\phi_1, \phi_2, \phi_3) \times \\ \times D(\phi_1, \phi_2, \phi_3)W_{13}(\theta_{13}, \delta_{13})D^\dagger(\phi_1, \phi_2, \phi_3) \times \\ \times D(\phi_1, \phi_2, \phi_3)W_{12}(\theta_{12}, \delta_{12})D^\dagger(\phi_1, \phi_2, \phi_3)\} \times \\ \times D(\phi_1, \phi_2, \phi_3) = D(\omega_1 - \phi_1, \omega_2 - \phi_2, \omega_3 - \phi_3) \times \\ \times \{W_{23}(\theta_{23}, \delta_{23} + \phi_1 - \phi_2) \times \\ \times W_{13}(\theta_{13}, \delta_{13} + \phi_1 - \phi_3) \times \\ \times W_{12}(\theta_{12}, \delta_{12} + \phi_2 - \phi_3)\}D(\phi_1, \phi_2, \phi_3), \end{gathered} \tag{10}$$

где мы использовали, например, для W_{12}:

$$\begin{gathered} D(\phi_1, \phi_2, \phi_3)W_{12}(\theta_{12}, \delta_{12})D^\dagger(\phi_1, \phi_2, \phi_3) = \\ = D(\phi_1, \phi_2, \phi_3)\Phi(\delta_{12})R(\theta_{12})\Phi(-\delta_{12}) \times \\ \times D(-\phi_1, -\phi_2, -\phi_3) = D(\delta_{12} + \phi_1, \phi_2, \phi_3) \times \\ \times R(\theta_{12})D^\dagger(\phi_1 + \delta_{12}, \phi_2, \phi_3) = \\ = W_{12}(\theta_{12}, \delta_{12} + \phi_1 - \phi_2). \end{gathered} \tag{11}$$

Теперь в матрице U присутствует девять фаз: $\omega_1 - \phi_1, \omega_2 - \phi_2, \omega_3 - \phi_3, \delta_{12} + \phi_1 - \phi_2, \delta_{13} + \phi_1 - \phi_3, \delta_{23} + \phi_2 - \phi_3, \phi_1, \phi_2, \phi_3$. Всего, как было показано в начале данного раздела, независимых фаз у унитарной 3×3-матрицы шесть, тогда оставшиеся три — произвольные. Очевидно, что это введенные в (10) ϕ_1, ϕ_2, ϕ_3. Выберем эти фазы следующим образом:

$$\phi_2 = \delta_{23} + \phi_1, \quad \phi_3 = \delta_{13} + \phi_1. \tag{12}$$

Тогда матрицы W_{23}, W_{13} станут просто матрицами поворотов R_{23}, R_{13}, а матрица W_{12} сохранит единственную фазу $\delta_{12} + \delta_{23} - \delta_{13}$. Осталась еще одна неопределенная фаза ϕ_1. Положим ее равной нулю. Тогда с учетом (12) $D(\omega_1 - \phi_1, \omega_2 - \phi_2, \omega_3 - \phi_3) = D(\omega_1, \omega_2 - \delta_{23}, \omega_3 - \delta_{13})$, $D(\phi_1, \phi_2, \phi_3) = D(1, \delta_{23}, \delta_{13})$. Теперь становится ясным, что введение трех произвольных фаз в (10) приводит лишь

к перепараметризации матрицы U посредством факторизации пяти из шести фаз в отдельные матрицы $D(\phi)$. Осталось лишь вспомнить, что физическая фаза только одна, а оставшиеся убираются поворотами полей заряженных лептонов и нейтрино, поэтому, произведя такой поворот, мы устраняем фазовые матрицы $D(\phi)$. Окончательно имеем для U в слабом заряженном токе:

$$U \equiv U_{\text{PMNS}} = \\ = R_{23}(\theta_{23})R_{13}(\theta_{13})W_{12}(\theta_{12}, \delta_{CP}), \tag{13}$$

где мы отождествили оставшуюся фазу в W_{12} с CP-нарушающей дираковской фазой. Как уже отмечалось, порядок произведения матриц W_{ij} произволен, а потому любая из матриц W_{23}, W_{13} в конечном итоге может остаться справа в выражении (13) на месте матрицы W_{12}, в зависимости от того, какой порядок мы выберем в выражении (8). Поэтому приведенные выше рассуждения обобщаются на случай вырождения любых других двух состояний.

Так как массы состояний $|\nu_1\rangle$ и $|\nu_2\rangle$ равны, то появляется дополнительная симметрия, а именно симметрия унитарных преобразований $U(2)$ в ν_1–ν_2-пространстве. Совершим такое преобразование $|\nu_k\rangle \to V_{12}|\nu_k\rangle$, где V_{12} — унитарная матрица, имеющая следующий вид:

$$V_{12} = \begin{pmatrix} v_{11} & v_{12} & 0 \\ v_{21} & v_{22} & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}. \tag{14}$$

Такая матрица имеет три фазы и один угол. Теперь в слабом заряженном токе достаточно заменить $U = R_{23}(\theta_{23})R_{13}(\theta_{13})W_{12}(\theta_{12}, \delta_{CP}) \to \to R_{23}(\theta_{23})R_{13}(\theta_{13})W_{12}(\theta_{12}, \delta_{CP})V_{12}$. Унитарная матрица $W_{12}(\theta_{12}, \delta_{CP})$ имеет вид:

$$W_{12}(\theta_{12}, \delta_{CP}) = \\ = \begin{pmatrix} \cos\theta_{12} & e^{i\delta_{CP}}\sin\theta_{12} & 0 \\ -e^{-i\delta_{CP}}\sin\theta_{12} & \cos\theta_{12} & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}. \tag{15}$$

Подобрав матрицу V_{12} так, чтобы $V_{12} = = W_{12}^{\dagger}(\theta_{12}, \delta_{CP})$, мы устраняем дираковскую фазу, оставляя матрицу U_{PMNS} полностью вещественной. Тогда (5) обращается в нуль, следовательно, CP-нарушение отсутствует. Вспомнив, что CP-нарушающая фаза появляется вследствие невозможности устранить все шесть фаз поворотами полей заряженных лептонов и нейтрино, заключаем, что дополнительная $U(2)$-симметрия добавляет одну недостающую фазу для сокращения с δ_{CP}.

3.2. CP-инвариантные и неинвариантные фазы в амплитуде

Предположим, что мы не совершили унитарный поворот, тем самым сохранив дираковскую фазу в матрице смешивания. Покажем, почему тем не менее CP-нарушение исчезает. Рассмотрим процесс осцилляций электронного нейтрино с определенным импульсом p в мюонное на расстоянии L от источника и вычислим явно амплитуду осцилляций:

$$|\nu_e(L,t)\rangle = e^{-iE_1t+ip_1L}U_{e1}|\nu_1\rangle + \\ + e^{-iE_2t+ip_2L}U_{e2}|\nu_2\rangle + e^{-iE_3t+ip_3L}U_{e3}|\nu_3\rangle, \tag{16}$$

$$|\nu_\mu\rangle = U_{\mu1}|\nu_1\rangle + U_{\mu1}|\nu_2\rangle + U_{\mu3}|\nu_3\rangle. \tag{17}$$

$$A_{\nu_e\to\nu_\mu} = \langle\nu_\mu|\nu_e(L,t)\rangle = \\ = e^{ipL}(e^{-iE_1t}U_{\mu1}^{\dagger}U_{e1} + e^{-iE_2t}U_{\mu2}^{\dagger}U_{e2} + \\ + e^{-iE_3t}U_{\mu3}^{\dagger}U_{e3}) \approx e^{ipL}(e^{-i(p+\frac{m_1^2}{2p})L}U_{\mu1}^{\dagger}U_{e1} + \\ + e^{-i(p+\frac{m_2^2}{2p})L}U_{\mu2}^{\dagger}U_{e2} + e^{-i(p+\frac{m_3^2}{2p})L}U_{\mu3}^{\dagger}U_{e3}) \approx \\ \approx e^{-i\frac{m_1^2}{2E}L}U_{\mu1}^{\dagger}U_{e1} + e^{-i\frac{m_2^2}{2E}L}U_{\mu2}^{\dagger}U_{e2} + \\ + e^{-i\frac{m_3^2}{2E}L}U_{\mu3}^{\dagger}U_{e3}, \tag{18}$$

где мы использовали тот факт, что нейтрино ультрарелятивистское, т.е. $E \approx |p|$ и $t \approx L$.

Как уже говорилось выше, когда речь идет о CP-нарушении, то всегда должны быть инвариантные и неинвариантные по отношению к CP-преобразованию фазы. В выражении для амплитуды осцилляций (18) фазы в экспонентах при элементах матрицы смешивания являются CP-инвариантными, а фазы в самих элементах — CP-неинвариантными. Поэтому при CP-преобразовании в амплитуде произойдет только замена вида $U_{\mu i}^{\dagger}U_{ei} \to U_{ei}^{\dagger}U_{\mu i}$. Воспользуемся унитарностью PMNS-матрицы:

$$U_{\mu1}^{\dagger}U_{e1} + U_{\mu2}^{\dagger}U_{e2} + U_{\mu3}^{\dagger}U_{e3} = 0. \tag{19}$$

Предположим, что вырождены состояния $|\nu_1\rangle$ и $|\nu_2\rangle$, т.е. $m_1 = m_2$. Тогда из (18) и (19):

$$A_{\nu_e\to\nu_\mu} = (e^{-i\frac{m_1^2}{2E}L} - e^{-i\frac{m_3^2}{2E}L})U_{\mu1}^{\dagger}U_{e1} + \\ + (e^{-i\frac{m_2^2}{2E}L} - e^{-i\frac{m_3^2}{2E}L})U_{\mu2}^{\dagger}U_{e2} = \\ = 2\sin\frac{\Delta m_{31}^2}{4E}L\Bigg(\sin\frac{m_1^2+m_3^2}{4E}L + \\ + i\cos\frac{m_1^2+m_3^2}{4E}L\Bigg)U_{\mu1}^{\dagger}U_{e1} + \tag{20}$$

$$+ 2\sin\frac{\Delta m_{32}^2}{4E}L\Bigg(\sin\frac{m_3^2+m_2^2}{4E}L +$$
$$+ i\cos\frac{m_3^2+m_2^2}{4E}L\Bigg)U_{\mu 2}^{\dagger}U_{e2} =$$
$$= 2U_{\mu 1}^{\dagger}U_{e1}e^{-i(\frac{m_3^2+m_1^2}{4E}L-\frac{\pi}{2})}\sin\frac{\Delta m_{31}^2}{4E}L +$$
$$+ 2U_{\mu 2}^{\dagger}U_{e2}e^{-i(\frac{m_3^2+m_2^2}{4E}L-\frac{\pi}{2})}\sin\frac{\Delta m_{32}^2}{4E}L.$$

В выражении для амплитуды (20) остались два слагаемых с разными CP-неинвариантными, но одинаковыми CP-инвариантными фазами. С учетом (19) вероятность осцилляций равна:

$$P_{\nu_e\to\nu_\mu} = |A_{\nu_e\to\nu_\mu}|^2 = \tag{21}$$
$$= 4|U_{\mu 3}|^2|U_{e3}|^2\sin^2\frac{\Delta m_{32}^2}{4E}L.$$

При CP-преобразовании амплитуда (20) перейдет в

$$A_{\overline{\nu_e}\to\overline{\nu_\mu}} = 2e^{-i(\frac{m_3^2+m_2^2}{4E}L-\frac{\pi}{2})}\times \tag{22}$$
$$\times\sin\frac{\Delta m_{32}^2}{4E}L\big(U_{\mu 1}U_{e1}^{\dagger}+U_{\mu 2}U_{e2}^{\dagger}\big),$$

где одинаковая CP-сохраняющая фаза вынесена как общий множитель. Значит, $P_{\overline{\nu_e}\to\overline{\nu_\mu}} = |A_{\overline{\nu_e}\to\overline{\nu_\mu}}|^2 = P_{\nu_e\to\nu_\mu}$, т.е. CP-симметрия восстановилась несмотря на то, что CP-нарушающая фаза присутствует и разная для обоих слагаемых в амплитудах (20), (22). Интересно отметить, что формула (21) абсолютно аналогична выражению для вероятности осцилляций в случае двух поколений нейтрино. Вырождение поколений $|\nu_1\rangle$ и $|\nu_2\rangle$ явно здесь отражено, так как замена $\Delta m_{32}^2 \to \Delta m_{31}^2$ не меняет вероятность осцилляций, а множитель $|U_{\mu 3}|^2|U_{e3}|^2$ относится только к поколению $|\nu_3\rangle$. Таким образом, с точки зрения осцилляций имеются два состояния — невырожденное $|\nu_2'\rangle = |\nu_3\rangle$ и двукратно вырожденное по массе $|\nu_1'\rangle$, принимающее значения $|\nu_1\rangle$, $|\nu_2\rangle$. А как уже отмечалось, CP-нарушение присутствует только при наличии минимум трех различных поколений, поэтому в данном случае оно отсутствует. При равенстве масс любой иной пары нейтрино процедура совершенно аналогична: в случае $m_2 = m_3$ из соотношения (19) выразим элемент $U_{\mu 3}^{\dagger}U_{e3}$, а в случае $m_1 = m_3$ — выразим $U_{\mu_1}^{\dagger}U_{e1}$.

4. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В настоящей статье продемонстрированы механизмы восстановления CP-симметрии в случае осцилляций трех поколений нейтрино с двумя вырожденными массовыми состояниями. Первый метод позволяет устранить CP-нарушающую фазу в амплитуде осцилляций с помощью $U(2)$-преобразования в пространстве вырожденных состояний. Во втором методе вырождение массовых состояний позволяет факторизовать амплитуду, выделив CP-инвариантный и CP-неинвариантный множитель, что приводит к равенству квадратов модулей амплитуд прямого и CP-преобразованного процесса, т.е. вероятностей этих процессов.

Так как нам известно [2], что $\Delta m_{12}^2 = (7.5 \pm 0.2)\times 10^{-5}$ эВ^2, $\Delta m_{23}^2 \approx \Delta m_{13}^2 = (2.5\pm 0.2)\times 10^{-3}$ эВ^2, то приближение равенства масс двух состояний нейтрино вполне оправдано. Из (6) следует $\Delta P \sim \frac{|\Delta m_{12}^2|}{2E}L$, а потому эффект CP-нарушения мал на расстояниях $L \lesssim \frac{E}{\Delta m_{12}^2}$.

Стоит отметить, что CP-нарушение является необходимым условием для генерации барионной асимметрии Вселенной. Эффект CP-нарушения в кварковом секторе определяется аналогичным случаю в нейтринном секторе выражением [4]: $d_{CP} = \sin\theta_{12}\sin\theta_{23}\sin\theta_{13}\sin\delta_{CP}(m_t^2-m_c^2)(m_t^2-m_u^2)(m_c^2-m_u^2)(m_b^2-m_s^2)(m_b^2-m_d^2)(m_s^2-m_d^2)$, где вырождение двух кварков верхнего типа и/или двух кварков нижнего типа приводит к восстановлению CP-симметрии. Однако в отличие от эффекта CP-нарушения в нейтринных осцилляциях, эффект в кварковом случае очень мал и потому не подходит для объяснения наблюдаемой ассиметрии [5]: действительно, для температуры электрослабого фазового перехода T порядка нескольких сотен ГэВ получим: $d_{CP}/T^{12} \simeq 10^{-20}$.

При выводе выражений для амплитуды и вероятности осцилляций мы считали, что нейтрино ультрарелятивистские и имеют определенный импульс (см. Приложение А). В общем случае при рассмотрении осцилляций нейтрино в вакууме следует работать с моделью волнового пакета. В этом случае импульс нейтрино является распределенным около некоторого среднего значения с определенной дисперсией. Вероятность осцилляций тогда принимает более сложный вид, как в формулах (10)–(11) в работе [6]. Существенно то, что каждое слагаемое в выражении для вероятности состоит из CP-неинвариантного множителя в виде произведения элементов матрицы смешивания и CP-инвариантного множителя, зависящего только от разностей квадратов масс нейтрино и величин, характеризующих волновой пакет. Поэтому при CP-преобразовании только CP-неинвариантные множители заменятся на комплексно-сопряженные, и для величины эффекта CP-нарушения мы получим выражение, аналогичное (5) и отличающееся от него только CP-инвариантными множителями.

Поэтому рассуждения, изложенные в разд. 3, применимы и в данном случае, следовательно, при вырождении двух состояний нейтрино CP-симметрия восстанавливается. Таким образом, рассмотрение случая волнового пакета не вносит качественных изменений в вопрос о CP-нарушении в осцилляциях нейтрино, а только вносит дополнительные кинематические параметры волнового пакета в CP-инвариантную часть вероятности осцилляций.

Наконец, остановимся на том, как влияет на восстановление CP-симметрии то, дираковская ли масса у нейтрино или майорановская. В разд. 2 мы сказали, что матрица смешивания U_{PMNS} имеет единственную физическую CP-нарушающую фазу. Это соответствует тому, что мы полагаем нейтрино дираковским. Предположим теперь нейтрино майорановским. Это означает, что частица совпадает со своей античастицей, и тогда матрица смешивания будет содержать две дополнительные к дираковской фазы. Допустим снова, что два каких-либо состояния вырождены. Тогда метод устранения CP-нарушения, изложенный в разд. 3.1, теряет силу, так как с его помощью можно устранить только одну фазу в матрице смешивания майорановских нейтрино. Но сохранит свою силу рассуждение, приведенное в разд. 3.2, так как оно опирается на равенство CP-инвариантных фаз в амплитуде и, следовательно, не изменится при наличии дополнительных CP-неинвариантных фаз в матрице смешивания. Таким образом, и в случае майорановских нейтрино вырождение состояний ведет к восстановлению CP-симметрии.

Автор выражает благодарность своему научному руководителю М.И. Высоцкому за постановку задачи и плодотворное обсуждение, а также С.И. Годунову за обсуждение и критические замечания в процессе работы над статьей. Данная статья поддержана грантом РНФ № 19-12-00123.

Приложение А

Вывод выражения для вероятности осцилляций нейтрино в случае трех поколений опирается на работу [2]. Пусть в начальный момент времени имеется нейтрино с флейвором α и импульсом p. Распространение массового состояния нейтрино во времени и пространстве в рамках рассматриваемой задачи можно описать плоской волной: $|\nu_k(t,x)\rangle = e^{-iE_kt+ip_kx}|\nu_k\rangle$, где $k=1,2,3$, $E_k=\sqrt{p_k^2+m_k^2}$. Зная матрицу смешивания (1), мы можем написать уравнение для эволюции флейворного состояния[1)]:

$$|\nu_\alpha(t,x)\rangle = \sum_k U_{\alpha k}|\nu_k(t,x)\rangle = \tag{A.1}$$
$$= \sum_k U_{\alpha k}e^{-iE_kt+ip_kx}|\nu_k\rangle, \quad \alpha = e,\mu,\tau.$$

Так как мы считаем, что нейтрино имеет определенный импульс, то $p_i = p$ для $i=1,2,3$. Возможен выбор и другого начального условия, а именно рождение нейтрино с определенной энергией E. Однако в ультрарелятивистском пределе оба варианта выбора приводят к одному и тому же результату [7]. Получим амплитуду осцилляций:

$$A_{\nu_\alpha\to\nu_\beta} = \langle\nu_\beta|\nu_\alpha(t,x)\rangle = \tag{A.2}$$
$$= \sum_k U_{\alpha k}U^*_{\beta k}e^{-iE_kt+ipx}.$$

Тогда вероятность осцилляций равна:

$$P_{\nu_\alpha\to\nu_\beta} = |A_{\nu_\alpha\to\nu_\beta}|^2 = \tag{A.3}$$
$$= \sum_{k,j} U_{\alpha k}U^*_{\beta k}U^*_{\alpha j}U_{\beta j}e^{-i(E_k-E_j)t}.$$

Считая нейтрино ультрарелятивистским, т.е. $m \ll p$, получаем

$$(E_k-E_j)t = \tag{A.4}$$
$$= \left(\sqrt{p^2+m_k^2}-\sqrt{p^2+m_j^2}\right)t \approx$$
$$\approx \left(p\left(1+\frac{m_k^2}{2p^2}\right)-p\left(1+\frac{m_j^2}{2p^2}\right)\right)t =$$
$$= \frac{\Delta m^2_{kj}}{2p}t \approx \frac{\Delta m^2_{kj}}{2E}L,$$

где $\Delta m^2_{kj} \equiv m_k^2 - m_j^2$ и использовано, что в ультрарелятивистском случае $E \simeq p$, $t \simeq L$.

Отделим явно постоянный член от осцилляционного в выражении (A.3):

$$\sum_{k,j} U_{\alpha k}U^*_{\beta k}U^*_{\alpha j}U_{\beta j}e^{-i(E_k-E_j)t} = \tag{A.5}$$
$$= \sum_k |U_{\alpha k}|^2|U_{\beta k}|^2 +$$
$$+ 2\sum_{k>j}\mathrm{Re}\{U_{\alpha k}U^*_{\beta k}U^*_{\alpha j}U_{\beta j}e^{-i\frac{\Delta m^2_{kj}}{2E}L}\},$$

где мы воспользовались (A.4), а в первом слагаемом для $k=j$ имеем $e^{-i(E_k-E_j)t}=1$. В силу унитарности PMNS-матрицы $\sum_k U_{\alpha k}U^*_{\beta k} = \sum_j U^*_{\alpha j}U_{\beta j} = \delta_{\alpha\beta}$, получаем

$$\delta_{\alpha\beta}\cdot\delta_{\alpha\beta} = \left(\sum_k U_{\alpha k}U^*_{\beta k}\right)\times \tag{A.6}$$

[1)]В работе суммирование записывается явно.

$$\times \left(\sum_j U^*_{\alpha j} U_{\beta j}\right) = \sum_{k,j} U_{\alpha k} U^*_{\beta k} U^*_{\alpha j} U_{\beta j} =$$
$$= \sum_{k=j} U_{\alpha k} U^*_{\alpha j} U^*_{\beta k} U_{\beta j} + \sum_{k \neq j} U_{\alpha k} U^*_{\beta k} U^*_{\alpha j} U_{\beta j} =$$
$$= \sum_k |U_{\alpha k}|^2 |U_{\beta k}|^2 + \sum_{k>j} U_{\alpha k} U^*_{\beta k} U^*_{\alpha j} U_{\beta j} +$$
$$+ \sum_{k>j} U_{\alpha j} U^*_{\beta j} U^*_{\alpha k} U_{\beta k} = \sum_k |U_{\alpha k}|^2 |U_{\beta k}|^2 +$$
$$+ \sum_{k>j} U_{\alpha k} U^*_{\beta k} U^*_{\alpha j} U_{\beta j} + \sum_{k>j} (U_{\alpha k} U^*_{\beta k} U^*_{\alpha j} U_{\beta j})^* =$$
$$= \sum_k |U_{\alpha k}|^2 |U_{\beta k}|^2 + 2 \sum_{k>j} \mathrm{Re}\{U_{\alpha k} U^*_{\beta k} U^*_{\alpha j} U_{\beta j}\} =$$
$$= \delta_{\alpha\beta}.$$

Раскладывая экспоненту в (А.5) на действительную и мнимую части, окончательно имеем:

$$P_{\nu_\alpha \to \nu_\beta} = \delta_{\alpha\beta} - 2 \sum_{k>j} \mathrm{Re}\{U_{\alpha k} U^*_{\beta k} U^*_{\alpha j} U_{\beta j}\} \times \tag{А.7}$$
$$\times \left(1 - \cos \frac{\Delta m^2_{kj}}{2E} L\right) -$$
$$- 2 \sum_{k>j} \mathrm{Im}\{U_{\alpha k} U^*_{\beta k} U^*_{\alpha j} U_{\beta j}\} \sin \frac{\Delta m^2_{kj}}{2E} L =$$
$$= \delta_{\alpha\beta} - 4 \sum_{k>j} \mathrm{Re}\{U_{\alpha k} U^*_{\beta k} U^*_{\alpha j} U_{\beta j}\} \sin^2 \frac{\Delta m^2_{kj}}{4E} L -$$
$$- 2 \sum_{k>j} \mathrm{Im}\{U_{\alpha k} U^*_{\beta k} U^*_{\alpha j} U_{\beta j}\} \sin \frac{\Delta m^2_{kj}}{2E} L.$$

Приложение Б

Получим явный вид выражения (5) для осцилляций $\nu_e \to \nu_\mu$:

$$\Delta P_{\nu_e \to \nu_\mu} = 4\mathrm{Im}\{U^*_{\mu 2} U_{e2} U_{\mu 1} U^*_{e1}\} \sin \frac{\Delta m^2_{21}}{2E} L + \tag{Б.1}$$
$$+ 4\mathrm{Im}\{U^*_{\mu 3} U_{e3} U_{\mu 1} U^*_{e1}\} \sin \frac{\Delta m^2_{31}}{2E} L +$$
$$+ 4\mathrm{Im}\{U^*_{\mu 3} U_{e3} U_{\mu 2} U^*_{e2}\} \sin \frac{\Delta m^2_{32}}{2E} L.$$

Выпишем элементы при каждом $\sin \frac{\Delta m^2_{kj}}{2E} L$:

$$\Delta m^2_{21} : U^*_{\mu 2} U_{e2} U_{\mu 1} U^*_{e1} = \tag{Б.2}$$
$$= (c_{12} c_{23} - s_{12} s_{23} s_{13} e^{-i\delta}) \times$$
$$\times s_{12} c_{13} (-s_{12} c_{23} - c_{12} s_{23} s_{13} e^{i\delta}) c_{12} c_{13} =$$
$$= (-c_{12} c^2_{23} s_{12} - c^2_{12} c_{23} s_{23} s_{13} e^{i\delta} +$$
$$+ s^2_{12} c_{23} s_{23} s_{13} e^{-i\delta} + s_{12} c_{12} s^2_{23} s^2_{13}) =$$
$$= c_{12} c^2_{13} s_{12} (c_{23} s_{23} s_{13} (s^2_{12} e^{-i\delta} - c^2_{12} e^{i\delta}) +$$
$$+ s_{12} c_{12} ((s_{23} s_{13})^2 - c^2_{23})) \Longrightarrow$$
$$\Longrightarrow \mathrm{Im}\{U^*_{\mu 2} U_{e2} U_{\mu 1} U^*_{e1}\} =$$
$$= -c^2_{13} c_{12} c_{23} s_{13} s_{12} s_{23} \sin\delta;$$

$$\Delta m^2_{31} : U^*_{\mu 3} U_{e3} U_{\mu 1} U^*_{e1} = \tag{Б.3}$$
$$= s_{23} c_{13} s_{13} e^{-i\delta} (-s_{12} c_{23} - c_{12} s_{23} s_{13} e^{i\delta}) c_{12} c_{13} =$$
$$= c^2_{13} c_{12} s_{23} s_{13} (-s_{12} c_{23} e^{-i\delta} - c_{12} s_{23} s_{13}) \Longrightarrow$$
$$\Longrightarrow \mathrm{Im}\{U^*_{\mu 3} U_{e3} U_{\mu 1} U^*_{e1}\} = c^2_{13} c_{12} c_{23} s_{13} s_{12} s_{23} \sin\delta;$$

$$\Delta m^2_{32} : U^*_{\mu 3} U_{e3} U_{\mu 2} U^*_{e2} = \tag{Б.4}$$
$$= s_{23} c_{13} s_{13} e^{-i\delta} (c_{12} c_{23} - s_{12} s_{23} s_{13} e^{i\delta}) s_{12} c_{13} =$$
$$= s_{23} c^2_{13} s_{13} s_{12} (c_{12} c_{23} e^{-i\delta} - s_{12} s_{23} s_{13}) \Longrightarrow$$
$$\Longrightarrow \mathrm{Im}\{U^*_{\mu 3} U_{e3} U_{\mu 2} U^*_{e2}\} =$$
$$= -c^2_{13} c_{12} c_{23} s_{13} s_{12} s_{23} \sin\delta.$$

Окончательно имеем для перехода ν_e в ν_μ:

$$\Delta P_{\nu_e \to \nu_\mu} = 4 c_{12} c^2_{13} c_{23} s_{13} s_{23} s_{12} \left(\sin \frac{\Delta m^2_{31}}{2E} L - \right. \tag{Б.5}$$
$$\left. - \sin \frac{\Delta m^2_{21}}{2E} L - \sin \frac{\Delta m^2_{32}}{2E} L \right) \sin\delta.$$

Приложение В

Покажем, что произвольная унитарная 3×3-матрица смешивания может быть сделана вещественной при вырождении двух массовых состояний нейтрино. Для этого рассмотрим ее разложение на матрицы W_{ij}: $U = W_{12} W_{23} W_{13}$. Порядок произведения, как и в разд. 3.1, можно выбирать произвольно. Матрицы W_{ij} можно параметризовать одним вещественным углом и тремя комплексными фазами. Возьмем для примера $W_{12}(\theta_{12}, \phi_1, \psi, \delta)$:

$$W_{12} = e^{i\phi_1/2} \begin{pmatrix} e^{i\psi} \cos\theta_{12} & e^{i\delta} \sin\theta_{12} & 0 \\ -e^{-i\delta} \sin\theta_{12} & e^{-i\psi} \cos\theta_{12} & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}. \tag{В.1}$$

Обозначив $\psi = \psi_1 + \delta_1$, $\delta = \psi_1 - \delta_1$, запишем матрицу $W_{12}(\theta_{12}, \phi_1, \psi, \delta) = W_{12}(\theta_{12}, \phi_1, \psi_1, \delta_1)$

следующим образом:

$$W_{12} = e^{i\phi_1/2} \begin{pmatrix} e^{i\psi_1} & 0 & 0 \\ 0 & e^{-i\psi_1} & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \times \tag{B.2}$$

$$\times \begin{pmatrix} \cos\theta_{12} & \sin\theta_{12} & 0 \\ -\sin\theta_{12} & \cos\theta_{12} & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} e^{i\delta_1} & 0 & 0 \\ 0 & e^{-i\delta_1} & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}.$$

Таким образом, мы отделили две фазовые матрицы и одну матрицу поворота вокруг третьей оси. Аналогично проводится параметризация матриц $W_{23}(\theta_{23}, \phi_2, \psi_2, \delta_2)$, $W_{13}(\theta_{13}, \phi_3, \psi_3, \delta_3)$. Как уже отмечалось, унитарная матрица 3×3 имеет шесть независимых фаз и три независимых угла. В нашем разложении матрицы U присутствуют девять фаз и три угла. Отсюда заключаем, что три фазы являются произвольными. Подставим (B.2) в исходное разложение матрицы U, обозначив матрицы поворота на углы θ_{12}, θ_{23}, θ_{13} как R_{12}, R_{23}, R_{13} соответственно:

$$U = e^{i(\phi_1/2+\phi_2/2+\phi_3/2)} \begin{pmatrix} e^{i\psi_1} & 0 & 0 \\ 0 & e^{-i\psi_1} & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \times \tag{B.3}$$

$$\times R_{12} \begin{pmatrix} e^{i\delta_1} & 0 & 0 \\ 0 & e^{-i\delta_1} & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & e^{i\psi_2} & 0 \\ 0 & 0 & e^{-i\psi_2} \end{pmatrix} \times$$

$$\times R_{23} \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & e^{i\delta_2} & 0 \\ 0 & 0 & e^{-i\delta_2} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} e^{i\psi_3} & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & e^{-i\psi_3} \end{pmatrix} \times$$

$$\times R_{13} \begin{pmatrix} e^{i\delta_3} & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & e^{-i\delta_3} \end{pmatrix}.$$

Положим $\psi_2 = \delta_1 = \delta_2 = 0$ и обозначим $\Delta_1 = \psi_3 + \delta_3$, $\Delta_2 = \psi_3 - \delta_3$. Тогда для матрицы U будем иметь:

$$U = e^{i(\phi_1/2+\phi_2/2)} \begin{pmatrix} e^{i\psi_1} & 0 & 0 \\ 0 & e^{-i\psi_1} & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} R_{12} \times \tag{B.4}$$

$$\times R_{23} e^{i\phi_3/2} \begin{pmatrix} e^{i\Delta_1}\cos\theta_{13} & 0 & e^{i\Delta_2}\sin\theta_{13} \\ 0 & 1 & 0 \\ -e^{-i\Delta_2}\sin\theta_{13} & 0 & e^{-i\Delta_1}\cos\theta_{13} \end{pmatrix} =$$

$$= e^{i(\phi_1/2+\phi_2/2)} \begin{pmatrix} e^{i\psi_1} & 0 & 0 \\ 0 & e^{-i\psi_1} & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \times$$

$$\times R_{12} R_{23} W_{13}(\theta_{13}, \phi_3, \Delta_1, \Delta_2).$$

Предположим, что $m_1 = m_3$, т.е. вырождены состояния $|\nu_1\rangle$ и $|\nu_3\rangle$. Тогда, как и в разд. 3.1, появляется $U(2)$-симметрия. Совершим такой поворот полей нейтрино матрицей V_{13}, чтобы $V_{13}^\dagger = W_{13}$. С учетом поворотов полей заряженных лептонов, которые устранят оставшиеся слева фазы в матрице U, окончательно будем иметь: $U = R_{12}R_{23}$. Таким образом, матрица смешивания стала вещественной, и CP-нарушения нет. Очевидно, что данное рассуждение справедливо при вырождении любых двух состояний нейтрино.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. M. Kobayashi and T. Maskawa, Prog. Theor. Exp. Phys. **49**, 652 (1973).
2. M. Tanabashi *et al.* (Particle Data Group), Phys. Rev. D **98**, 030001 (2018) and 2019 update.
3. Carlo Giunti and Chung W. Kim, *Fundamentals of Neutrino Physics and Astrophysics* (Oxford University Press, 2007).
4. C. Jarlskog, Phys. Rev. Lett. **55**, 1039 (1985).
5. В. А. Рубаков, М. Е. Шапошников, УФН **166**, 493 [Phys. Usp. **39**, 461 (1996)].
6. C. Giunti and C. W. Kim, Phys. Rev. D **58**, 017301 (1998).
7. S. De Leo, G. Ducati, and P. Rotelli, Mod. Phys. Lett. A **15**, 2057 (2000).

CP-VIOLATION IN OSCILLATIONS OF THREE NEUTRINO GENERATIONS: THE CASE OF DEGENERATE MASSES

E. K. Karkaryan

NRC "Kurchatov Institute" – ITEP, Moscow, Russia

CP-symmetry is broken in neutrino oscillations in vacuum in the presence of three generations. In the case PMNS-matrix has inherent complex phase. With degeneracy of any two neutrino masses CP-violation vanishes. The mechanism of CP-symmetry recovery in case of two mass states degeneracy is demonstrated.