

ЭФФЕКТЫ РАДИАЦИОННЫХ ПОПРАВОК В ПРОЦЕССЕ ДРЕЛЛА–ЯНА ПРИ СВЕРХВЫСОКИХ ИНВАРИАНТНЫХ МАССАХ ДИЛЕПТОНА

© 2021 г. В. А. Зыкунов^{1),2)*}

Поступила в редакцию 04.10.2020 г.; после доработки 12.12.2020 г.; принята к публикации 12.12.2020 г.

Рассчитаны однопетлевые электрослабые и КХД радиационные поправки в процессе Дрелла–Яна при сверхвысоких энергиях и инвариантных массах лептонной пары. Произведен рефакторинг программы READY, оптимизированы процедура интегрирования и реализация кинематических условий и ограничений. С помощью READY впервые сделан подробный численный анализ эффектов радиационных поправок к наблюдаемым сечениям и асимметрии вперед–назад для эксперимента CMS в режиме Run3/HL Большого адронного коллайдера.

DOI: 10.31857/S0044002721040292

1. ВВЕДЕНИЕ

В своих работах [1, 2] физики С. Дрелл и Д. Ян впервые изучили жесткий процесс рождения лептонной пары в адронных столкновениях (примерно в это же время появилась работа [3] советских ученых на сходную тему). Этот процесс, впоследствии названный именами Дрелла и Яна, впервые был экспериментально исследован в BNL [4]. В результате кварк–партоновая модель (КПМ) получила подтверждение и, более того, квантовая хромодинамика (КХД) заявила о себе как о теории, адекватно описывающей сильные взаимодействия и согласующейся с принципами КПМ.

В настоящее время тестирование нового энергетического масштаба (тысячи ГэВ) в идущих полным ходом экспериментах на Большом адронном коллайдере (Large Hadron Collider, LHC), т.е. поиск на нем явлений Новой физики (НФ), который является одной из главных задач современной физики, будет во многом осуществлено с помощью исследования наблюдаемых величин (сечений и асимметрии вперед–назад) процесса Дрелла–Яна при больших инвариантных массах лептонной пары (дилептона) l^-l^+ .

Среди сценариев Новой физики, существующих на настоящий момент, следует выделить теорию великого объединения (лептоны и кварки рассматриваются в рамках единой группы симметрии), суперсимметрию (SUSY), объединяющую

фермионы и бозоны, а также супергравитацию (описание гравитации на языке SUSY). Имеются и другие интересные идеи, например, струнная теория, рассматривающая элементарные частицы как объекты, совершающие колебания в многомерном пространстве и обладающие (супер)симметрией бозон–фермион (суперструны). В струнной теории получила развитие идея Калуцы–Кляйна о сворачивании пространственных измерений. В результате объединения теории струн и суперсимметрии впоследствии сформировалась перспективная теория миров на бранах (M -теория). Приоритеты будущей экспериментальной физики высоких энергий сосредоточены также на прецизионном изучении свойств бозона Хиггса (Хиггс-фабрики, Higgs-factories), исследовании ароматовой и фундаментальных симметрий (flavour symmetry, fundamental symmetries), поиске частиц-кандидатов на темную материю (dark matter), аксионов (axions, аксионы — это частицы, введение которых в теорию объясняет экспериментально подтвержденное отсутствие нарушения CP -симметрии в КХД) и ультраслабо взаимодействующих частиц (ultra weakly [feebly] interacting particles).

В начале 2022 г. на LHC начнется этап Run3 (предположительно он продлится до конца 2024 г.), в котором будет реализована максимальная запланированная энергия протонов $\sqrt{S} = 14$ ТэВ (в системе их центра масс), собрана статистика до 300 фбн⁻¹ и промерена область по инвариантной массе пары 4.6–5.2 ТэВ. После технологического перерыва (Long Shutdown 3, 2025–2027) с 2027 по 2038 г. (предположительно последний год

¹⁾Объединенный институт ядерных исследований, Дубна, Россия.

²⁾Гомельский государственный университет им. Ф. Скорины, Гомель, Беларусь.

*E-mail: zykunov@cern.ch

работы LHC) планируется собрать статистику в 3000 фбн^{-1} — этот этап работы будет называться High-Luminosity (HL) LHC — и промерить область 5.6–6.2 ТэВ.

Энергия, которая будет достигнута на Run3/HL LHC, с одной стороны, соответствует пределам применимости СМ, а с другой — современным возможностям экспериментальной техники. Несмотря на то, что пока весь существующий набор экспериментальной информации находится в надежном согласии с предсказаниями СМ, существуют указания на то, что в этом диапазоне энергий должна проявиться Новая физика, причем НФ, по всей видимости, проявится не через обнаружение новых частиц и/или новых явлений, а по небольшим отклонениям от предсказаний СМ. Обнаружение новых физических явлений по такому сценарию возможно только в ходе крайне точного (прецизионного) сравнения полученных экспериментальных данных с предсказаниями теории.

Все вышесказанное требует соответствующего улучшения точности теоретического описания исследуемых процессов, протекающих в микромире, и обеспечения экспериментов на Run3/HL LHC надежными и прецизионными программами учета не только лидирующего порядка теории возмущений, но и более высоких ее порядков (назовем их радиационными эффектами или эффектами радиационных поправок). К настоящему моменту имеется большое количество разнообразных, взаимодополняющих друг друга программ и компьютерных кодов, посвященных этой проблеме, их обзор сделан, например, в работе [5]. В настоящей работе приведено физическое содержание одной из таких программ — READY (Radiative corrections to Large invariant mass Drell-Yan process), разработанной автором. Для общности все формулы даны с учетом продольной поляризации начальных частиц. Последняя версия компьютерного кода (READY 7.0), которая является результатом проведенного рефакторинга, соответствует бесполяризованной версии приведенного в данной работе описания.

2. ОПИСАНИЕ ПРОЦЕССА

Процесс Дрелла–Яна — рождение лептонной пары в столкновении адронов h_A и h_B (см. рис. 1) — описывается формулой

$$h_A + h_B \rightarrow l^- + l^+ + X, \quad (1)$$

где начальные адроны имеют 4-импульсы P_A (первый) и P_B (второй); они имеют равные массы m_N . Будем использовать адронный инвариант $S = (P_A + P_B)^2$, в с.ц.м. адронов (будем ее сокращенно обозначать “с.ц.м.а.”) полная энергия реакции равна, соответственно, \sqrt{S} .

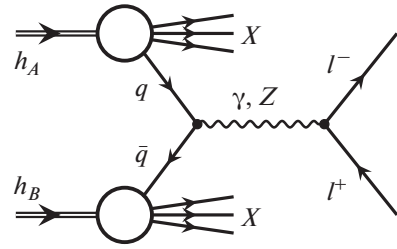


Рис. 1. Процесс Дрелла–Яна. На линиях указаны названия частиц.

Для описания партонных процессов

$$q(p_1) + \bar{q}(p_2) \rightarrow a(q_s) \rightarrow l^-(p_3) + l^+(p_4), \quad (2)$$

$$\bar{q}(p_1) + q(p_2) \rightarrow a(q_s) \rightarrow l^-(p_3) + l^+(p_4) \quad (3)$$

будем пользоваться обычными обозначениями 4-импульсов для s -канала и бозонным индексом $a = \gamma, Z$. Фейнмановские диаграммы, соответствующие процессам (2), (3) в борновском приближении, приведены на рис. 2. Обозначения на диаграмме рис. 2а следующие: p_1 — 4-импульс первого кварка с ароматом q и массой m_q ; p_2 — 4-импульс второго кварка (с тем же ароматом и массой); их сумма: $q_s = p_1 + p_2$; p_3 (p_4) — 4-импульс конечного лептона l^- (l^+) с массой m ; $q_{s1} = p_3 + p_4$ — 4-импульс a -бозона с массой m_a (инвариантная масса дилептонной пары $M = \sqrt{q_{s1}^2}$), для определенности будем рассматривать в качестве лептона мюон, т.е. $l = \mu$. Для безрадиационной кинематики нет различия между q_s и q_{s1} , в этой ситуации помним, что $q = q_s = q_{s1}$.

Будем рассматривать общий случай продольно поляризованных адронов и частный случай неполяризованных адронов. В ультрарелятивистском приближении (УРП) векторы продольной поляризации адронов связаны с 4-векторами соотношениями:

$$\eta_N^A = p_N^A \frac{P_A}{m_N}, \quad \eta_N^B = p_N^B \frac{P_B}{m_N}. \quad (4)$$

Здесь вводятся p_N^A, p_N^B — степени поляризации первого и второго адрона соответственно, которые принимают значения ± 1 . В случае неполяризованного адрона $p_N^{A,B} = 0$.

Вектор поляризации адрона и вектор поляризации партона со спиральностью $r_{1,2}$, участвующего в реакции, связаны соотношениями:

$$\eta^{r1} = r_1 \cdot \eta_N^A, \quad \eta^{r2} = r_2 \cdot \eta_N^B, \quad (5)$$

благодаря которым [и с учетом (4)] получаем простое правило:

$$\eta^{r1} = r_1 p_N^A \cdot \frac{p_1}{m_q}, \quad \eta^{r2} = r_2 p_N^B \cdot \frac{p_2}{m_q}. \quad (6)$$

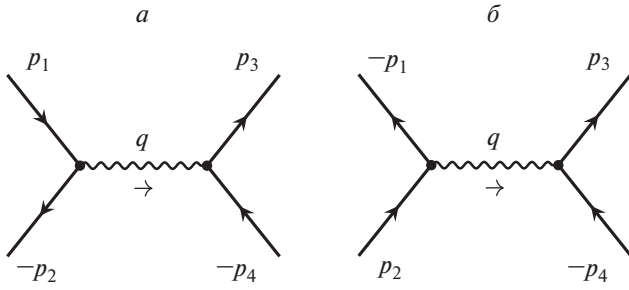


Рис. 2. Фейнмановские диаграммы процессов $q\bar{q} \rightarrow l^-l^+$ и $\bar{q}q \rightarrow l^-l^+$. Внутренней волнистой линией на этой и последующих диаграммах обозначены фотон или Z -бозон.

Полученные выражения работают в рамках КПМ, согласно ей 4-импульсы адрона и партона пропорциональны:

$$p_1 = x_1 P_A, \quad p_2 = x_2 P_B. \quad (7)$$

Коэффициенты пропорциональности — это так называемые доли импульса, которые забирают партоны от своего (родительского) адрона.

3. КОНВОЛЮЦИЯ

Чтобы получить в рамках КПМ сечение процесса Дрелла–Яна, нужно просуммировать все возможности образования дилептона из адронов, т.е. учесть все возможные подпроцессы (допустимые законами сохранения заряда, момента и т.д.) и отобрать те конфигурации, которые возможны кинематически. Таким образом становится возможным применение подхода, использующегося при формулировке теоремы полной вероятности, которая в применении к данной физической ситуации называется конволюционной формулой (или просто конволюцией) и имеет следующий вид:

$$d\sigma_V^h = \frac{1}{3} \sum_{q=u,d,s,\dots} \sum_{r_1,r_2} dx_1 dx_2 \cdot \Theta \times \quad (8)$$

$$\times \left(f_q^{r_1,A}(x_1) f_{\bar{q}}^{r_2,B}(x_2) d\hat{\sigma}_V^{q\bar{q}} + f_{\bar{q}}^{r_1,A}(x_1) f_q^{r_2,B}(x_2) d\hat{\sigma}_V^{\bar{q}q} \right),$$

где $d\sigma_V^h$ — сечение процесса (1), $d\sigma_V^{q\bar{q}}$ — сечение процесса (2), $d\sigma_V^{\bar{q}q}$ — сечение процесса (3).

Все сечения в (8) приведены в полностью дифференциальной форме. Чтобы получить наблюдаемое сечение, нужно проинтегрировать по необходимым переменным с учетом фактора Θ , который отвечает за определение области фазового объема допускаемой кинематикой реакции. Математически он представляет собой произведение θ -функций, каждая из которых будет подробно обсуждаться ниже.

Символом “ $\hat{\cdot}$ ” (шляпка) обозначен оператор замены аргументов по правилам КПМ (7). Индексом V (virtual) обозначаются вклады, соответствующие безрадиационной кинематике: борновский и виртуальные однопетлевые. Множитель $\frac{1}{3}$ называется “цветовым” фактором и учитывает тот факт, что только три из девяти вариантов пар цветов кварков (одна треть) смогут прореагировать, чтобы образовать бесцветный дилептон.

Символом $f_q^{r,h}(x)$ обозначаются функции партонных распределений (parton distribution function, PDF), которые имеют следующий (вероятностный) смысл: $f_q^{r,h}(x)dx$ — это вероятность нахождения в адроне h кварка аромата q со спиральностью r и долей импульса от x до $x + dx$. Стоящее в адронном сечении суммирование по q предполагает все шесть ароматов: $q = u, d, s, c, b, t$ (по нарастанию массы), однако (слишком массивный) t -кварк в расчет не берется. Следует заметить, что в функциях партонных распределений имеется также явная зависимость от Q^2 — энергетического масштаба (resolution scale) реакции. Для краткости записи его часто опускают, так что можно эквивалентно записать

$$f_q^{r,h}(x) \equiv f_q^{r,h}(x, Q^2). \quad (9)$$

Обычно Q^2 определяют так: $Q^2 = q_s^2$ для s -канальных реакций, $Q^2 = -q_t^2$ для t -канальных. Для процесса Дрелла–Яна естественный выбор для Q такой: $Q = \sqrt{(p_3 + p_4)^2} = M$.

4. БЕЗРАДИАЦИОННАЯ КИНЕМАТИКА

Определим набор переменных Мандельштама для партонного subprocessa (партонные инварианты). Даже в безрадиационном случае для последующего корректного перехода к адронному сечению следует различать все шесть инвариантов, приведем их для полноты изложения:

$$s = (p_1 + p_2)^2, \quad t = (p_1 - p_3)^2, \quad (10)$$

$$u = (p_2 - p_3)^2,$$

$$s_1 = (p_3 + p_4)^2 = M^2, \quad t_1 = (p_2 - p_4)^2, \quad (11)$$

$$u_1 = (p_1 - p_4)^2.$$

Под действием оператора замены переменных согласно КПМ (7) партонные инварианты в УРП приобретают вид:

$$\hat{s} = \frac{s}{x_1 x_2}, \quad \hat{t} = \frac{t}{x_1}, \quad \hat{u} = \frac{u}{x_2}, \quad (12)$$

$$\hat{s}_1 = M^2, \quad \hat{t}_1 = \frac{t_1}{x_2}, \quad \hat{u}_1 = \frac{u_1}{x_1}. \quad (13)$$

Кроме этого, будем иметь в виду очевидное простое соотношение

$$\hat{s} = S. \quad (14)$$

Найдем все нужные величины (энергии, углы и т. п.) в с.ц.м.а. с применением УРП. Поступаем так: сначала вычисляем нужную комбинацию инвариантов в системе центра масс кварков (обозначаем ее как “с.ц.м.к.”), затем делаем переход в нужную систему, в данном случае в с.ц.м.а., с помощью замен (7). Итак, в с.ц.м.к.:

$$\begin{aligned} t + u &= -2(p_1 + p_2)p_3 = & (15) \\ &= -4p_{10}p_{30} = -2\sqrt{s} \cdot p_{30}, \\ t_1 + u_1 &= -2(p_1 + p_2)p_4 = \\ &= -4p_{10}p_{40} = -2\sqrt{s} \cdot p_{40}. \end{aligned}$$

Тогда энергии конечных частиц такие:

$$p_{30} = -\frac{t + u}{2\sqrt{s}}, \quad (16)$$

$$p_{40} = -\frac{t_1 + u_1}{2\sqrt{s}} \quad (\text{в с.ц.м.к.}),$$

$$p_{30} = -\frac{\hat{t} + \hat{u}}{2\sqrt{\hat{s}}}, \quad (17)$$

$$p_{40} = -\frac{\hat{t}_1 + \hat{u}_1}{2\sqrt{\hat{s}}} \quad (\text{в с.ц.м.а.}).$$

Теперь вычислим нужные углы (обозначения приведены на рис. 3). В с.ц.м.к. имеют место уравнения:

$$\begin{aligned} t &= -2p_1p_3 = -2p_{10}p_{30}(1 - \cos \theta) = \\ &= (t + u)(1 - \cos \theta)/2, \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} u_1 &= -2p_1p_4 = -2p_{10}p_{40}(1 - \cos \alpha) = \\ &= (t_1 + u_1)(1 - \cos \alpha)/2, \end{aligned}$$

решая которые, получим углы:

$$\cos \theta = \frac{u - t}{u + t}, \quad (18)$$

$$\cos \alpha = \frac{t_1 - u_1}{t_1 + u_1} \quad (\text{в с.ц.м.к.}),$$

$$\cos \theta = \frac{\hat{u} - \hat{t}}{\hat{u} + \hat{t}}, \quad (19)$$

$$\cos \alpha = \frac{\hat{t}_1 - \hat{u}_1}{\hat{t}_1 + \hat{u}_1} \quad (\text{в с.ц.м.а.}).$$

Теперь нетрудно получить поперечные и продольные компоненты 3-импульсов в с.ц.м.а.:

$$p_{3T} = p_{30} \sin \theta = \sqrt{\hat{t}\hat{u}/\hat{s}}, \quad (20)$$

$$p_{4T} = p_{40} \sin \alpha = \sqrt{\hat{t}_1\hat{u}_1/\hat{s}},$$

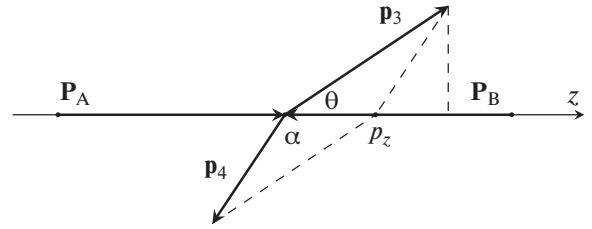


Рис. 3. Конфигурация 3-импульсов дилептонной пары в с.ц.м.а. в условиях безрадиационной кинематики.

$$p_{3z} = p_{30} \cos \theta = \frac{\hat{t} - \hat{u}}{2\sqrt{\hat{s}}}, \quad (21)$$

$$p_{4z} = p_{40} \cos \alpha = \frac{\hat{u}_1 - \hat{t}_1}{2\sqrt{\hat{s}}}.$$

Для вычисления быстроты пары (pair rapidity) в с.ц.м.а. нужны выражения для суммарной энергии $E = p_{30} + p_{40}$ и продольной компоненты 3-импульса пары (см. рис. 3):

$$\begin{aligned} p_z &= p_{30} \cos \theta + p_{40} \cos \alpha = & (22) \\ &= \frac{1}{2\sqrt{\hat{s}}}(\hat{t} - \hat{u} - \hat{t}_1 + \hat{u}_1). \end{aligned}$$

С учетом вычисленных выше выражений получим для быстроты пары

$$y = \frac{1}{2} \ln \frac{E + p_z}{E - p_z} = \frac{1}{2} \ln \frac{\hat{t}_1 + \hat{u}}{\hat{t} + \hat{u}_1}. \quad (23)$$

В случае безрадиационного процесса имеем: $t = t_1$, $u = u_1$, так что выражение для быстроты пары существенно упрощается:

$$y = \frac{1}{2} \ln \frac{x_1(t_1 + u)}{x_2(t + u_1)} = \frac{1}{2} \ln \frac{x_1}{x_2}. \quad (24)$$

Зная p_z , нетрудно найти p_T — поперечную составляющую 3-импульса пары (в безрадиационном случае она равна нулю, это хорошо видно на рис. 3):

$$\begin{aligned} p_T^2 &= |\mathbf{p}_3 + \mathbf{p}_4|^2 - p_z^2 = & (25) \\ &= (p_{30} + p_{40})^2 - M^2 - p_z^2 = \\ &= \frac{(\hat{t} + \hat{u}_1)(\hat{t}_1 + \hat{u})}{\hat{s}} - M^2. \end{aligned}$$

Наконец, рассчитаем величины, нужные для A_{FB} — асимметрии вперед-назад. Стандартным образом асимметрия A_{FB} определяется как отношение разности сечений рассеяния дилептона вперед и назад к их сумме (см., например, формулы (35)–(38) из [6]). Ключевая формула для угла вылета пары в системе Коллинза–Сопера (покоя дилептона) имеет вид [7]

$$\cos \theta^* = \frac{|p_z|}{p_z} \frac{2}{M \sqrt{M^2 + p_T^2}} \times \quad (26)$$

$$\times [p^+(l^-)p^-(l^+) - p^-(l^-)p^+(l^+)],$$

где

$$p^\pm(l^-) = \frac{1}{\sqrt{2}}(p_{30} \pm p_{3z}), \quad (27)$$

$$p^\pm(l^+) = \frac{1}{\sqrt{2}}(p_{40} \pm p_{4z}).$$

После подстановки и упрощения получим

$$\cos \theta^* = \text{sgn}[x_2(t + u_1) - x_1(t_1 + u)] \times \quad (28)$$

$$\times \frac{tt_1 - uu_1}{M\sqrt{s(u + t_1)(u_1 + t)}}.$$

В безрадиационном случае выражение для $\cos \theta^*$ приобретает особенно простой вид

$$\cos \theta^* = \text{sgn}[x_1 - x_2] \frac{u - t}{s} = \quad (29)$$

$$= \text{sgn}[x_2 - x_1] \cos \theta.$$

Теперь покажем, какие значения принимает асимметрия вперед-назад при характерных ограничениях эксперимента CMS LHC. На рис. 4 показаны результаты измерений асимметрии (так называемые “Born unfolded measurements”, unfolding — это процедура последовательной коррекции данных), собранные при энергии $\sqrt{S} = 7$ ТэВ со светимостью 5 фбн^{-1} [8] (наложены четыре стандартных набора ограничений на быстроту $\mu^+\mu^-$ -пары). Были использованы: программа READY и партонные распределения [9] и [10] (видно, что для асимметрии влияние выбора распределений незначительно, поскольку они входят сходно в числитель и знаменатель и подавляются в отношении).

5. СЕЧЕНИЯ ПАРТОННЫХ ПОДПРОЦЕССОВ В ВЕДУЩЕМ ПРИБЛИЖЕНИИ

Для расчета $d\sigma_V^{q\bar{q}}$ — сечения процесса (2), изображенного на левой диаграмме рис. 2 [сечение $d\sigma_V^{q\bar{q}}$ от (3) обсудим ниже] — применяется стандартная техника: записываем амплитуды, используя правила Фейнмана из [11], затем квадривируем. Получим результат в духе работ [12, 13], в котором следует различить фермионные индексы $f = (q, l)$, где q — кварк в начальном состоянии, l — лептон в конечном состоянии. Кроме этого следует осуществить замену:

$$\lambda_1 \rightarrow r_1 p_N^A, \quad \lambda_2 \rightarrow r_2 p_N^B. \quad (30)$$

Тогда, используя фазовый объем двухчастичного конечного состояния, выраженный через инвариант t ,

$$d\Phi_2 = \frac{\pi |\mathbf{p}_3|}{4p_{40}} d \cos \theta = \frac{\pi}{2s} \sqrt{1 - \frac{4m^2}{s}} dt, \quad (31)$$

получим

$$d\sigma_0^{q\bar{q}} = \frac{\pi\alpha^2}{s^2} \sum_{a,c=\gamma,Z} \Pi^{ac} R_q^{aac} \cdot dt. \quad (32)$$

Функция R_q (обозначавшаяся в [12], как S_{ss} , теперь уберем несущественное более обозначение канала [других каналов, кроме s , нет] и введем индекс “ q ”) получается из расчета такой комбинации (расчет делается в УРП, индексы a и b различаются для будущего использования в BSE и вершинном вкладе ЭСП, для борновского и боксовского вкладов они равны):

$$R_q^{abc} = \text{Sp}[\gamma_\mu \Gamma_q^a U_1 \Gamma_q^{c+} \gamma_\nu U_2] \times \quad (33)$$

$$\times \text{Sp}[\gamma_\mu \Gamma_l^b U_4 \Gamma_l^{c+} \gamma_\nu U_3] =$$

$$= \text{Sp}[\gamma_\mu \frac{1}{4}(v_{q\lambda}^{ac} - a_{q\lambda}^{ac} \gamma_5) \hat{p}_1 \gamma_\nu \hat{p}_2] \times$$

$$\times \text{Sp}[\gamma_\mu (v_l^{bc} - a_l^{bc} \gamma_5) \hat{p}_4 \gamma_\nu \hat{p}_3] =$$

$$= 2t^2(v_{q\lambda}^{ac} v_l^{bc} - a_{q\lambda}^{ac} a_l^{bc}) + 2u^2(v_{q\lambda}^{ac} v_l^{bc} + a_{q\lambda}^{ac} a_l^{bc}).$$

Пропагаторы бозонов образуют следующие комбинации:

$$\Pi^{ac} = D_a(q) D_c^*(q).$$

Используем коммутационные свойства гамма-матриц и подберем удобную сокращенную форму записи констант связи и степеней поляризации. Лептонные комбинации v_l и a_l связаны с представленными ниже выражениями (46) так:

$$v_l^{bc} = v_0^{\gamma bc}, \quad a_l^{bc} = a_0^{\gamma bc}.$$

Обобщим эти формулы на произвольный фермион ($f = q, l$):

$$v_f^{bc} = v_f^b v_f^c + a_f^b a_f^c, \quad a_f^{bc} = a_f^b v_f^c + v_f^b a_f^c. \quad (34)$$

В кварковом случае предоставляется возможность собрать вместе также степени поляризации обоих кварков:

$$v_{q\lambda}^{ac} = v_q^{ac}(1 - \lambda_1 \lambda_2) - a_q^{ac}(\lambda_1 - \lambda_2), \quad (35)$$

$$a_{q\lambda}^{ac} = a_q^{ac}(1 - \lambda_1 \lambda_2) - v_q^{ac}(\lambda_1 - \lambda_2).$$

Возможна и другая форма записи:

$$R_q^{abc} = T_q^{abc} + U_q^{abc}, \quad (36)$$

где функции T_q и U_q выглядят так:

$$T_q^{abc} = 2t^2([1 - \lambda_1 \lambda_2] f_q^{abc} + [\lambda_1 - \lambda_2] g_q^{abc}), \quad (37)$$

$$U_q^{abc} = 2u^2([1 - \lambda_1 \lambda_2] f_q^{abc} - [\lambda_1 - \lambda_2] g_q^{abc}),$$

а комбинации констант связи и степеней поляризации имеют вид

$$f_{q\pm}^{abc} = \lambda_{q+}^{ac} \lambda_{l+}^{bc} \pm \lambda_{q-}^{ac} \lambda_{l-}^{bc},$$

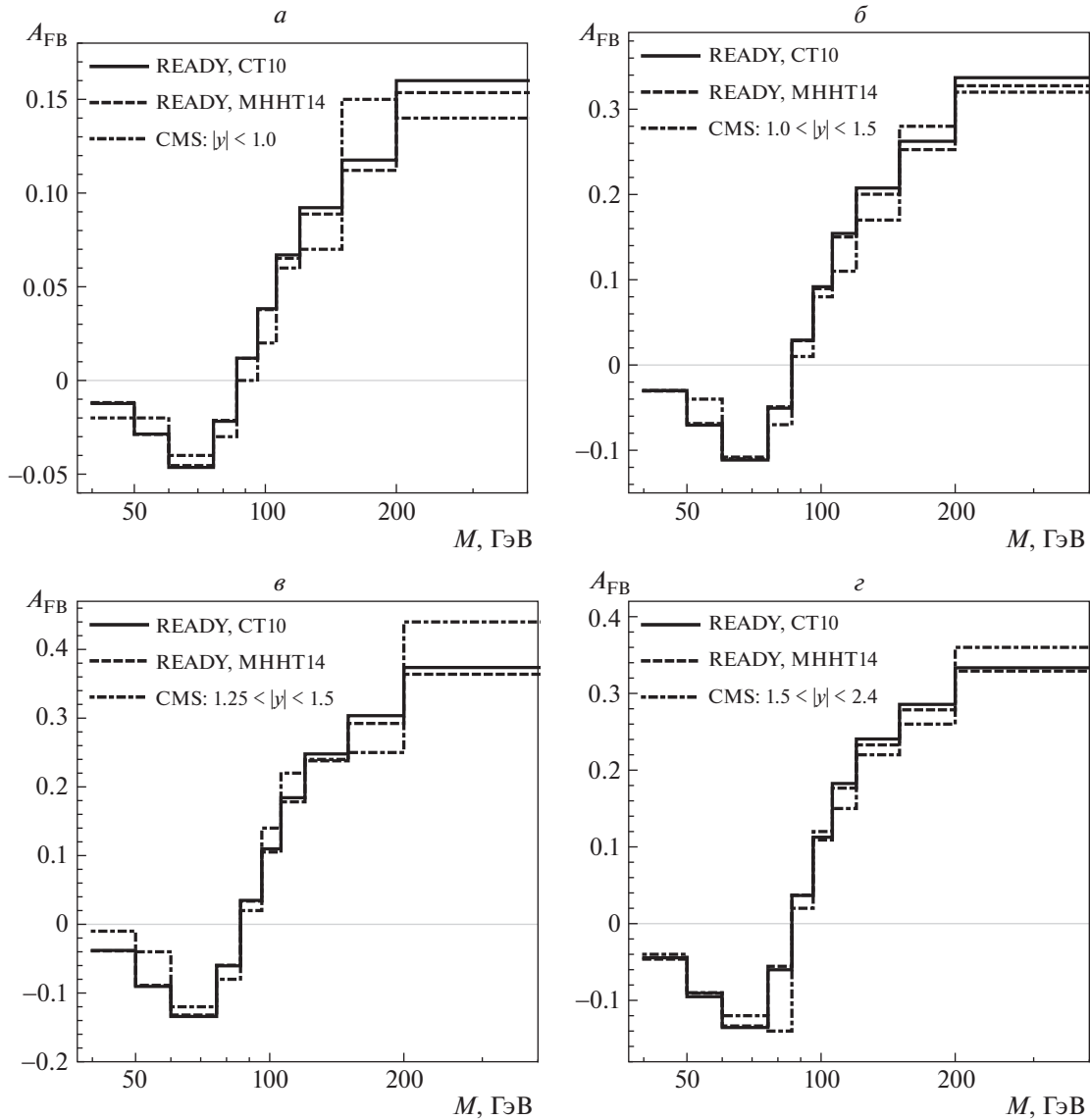


Рис. 4. Измерения асимметрии A_{FB} (unfolded, борновский уровень) при энергии $\sqrt{S} = 7$ ТэВ и светимости 5 фбн^{-1} и соответствующие предсказания кода READY.

$$g_{q\pm}^{abc} = \lambda_{q+}^{ac} \lambda_{l-}^{bc} \pm \lambda_{q-}^{ac} \lambda_{l+}^{bc}.$$

Видно, что теперь (по сравнению с [12]) используются новые обозначения для комбинаций констант связи (вместо $g_{V,A}$ теперь $\lambda_{f+,f-}$ с фермионным индексом f):

$$\lambda_{f+}^{ab} = v_f^a v_f^b + a_f^a a_f^b, \quad \lambda_{f-}^{ab} = v_f^a a_f^b + a_f^a v_f^b. \quad (38)$$

6. ОДНОПЕТЛЕВЫЕ БЕЗРАДИАЦИОННЫЕ ВКЛАДЫ

Сечение вклада бозонных собственных энергий ($V = \text{BSE}$) (см. рис. 5а) получаем по методике, уже использованной для борновского вклада, в виде

$$\frac{d\sigma_{\text{BSE}}^{q\bar{q}}}{dt} = \frac{2\pi\alpha^2}{s^2} \sum_{a,b,c=\gamma,Z} \Pi^{abc} R_q^{abc}, \quad (39)$$

где

$$\Pi^{abc} = -D_a(q) \hat{\Sigma}_T^{ab}(s_1) D_b(q) D_c^*(q)$$

содержит перенормированную поперечную часть собственных энергий бозонов $\hat{\Sigma}_T^{ab}$. Все существенные моменты касательно ее расчета содержатся в [11].

Сечение вершинных вкладов ($V = \text{Ver}$) (см. рис. 5б, 5в) имеет вид

$$\frac{d\sigma_{\text{Ver}}^{q\bar{q}}}{dt} = \frac{2\pi\alpha^2}{s^2} \sum_{a,b=\gamma,Z} \Pi^{ab} (R_q^{F_a ab} + R_q^{a F_a b}), \quad (40)$$

где снова используются перенормированные вершинные формфакторы в качестве эффективных

констант связи. Лептонные и кварковые вершинные формфакторы приведены в [11].

Все сказанное в двух предыдущих разделах касалось кваркового подпроцесса с начальной конфигурацией $q\bar{q}$. Пересчитывать соответствующие сечения процесса с конфигурацией $\bar{q}q$ не нужно, достаточно произвести очевидную кроссинговую замену $p_1 \leftrightarrow p_2$, которая приведет в случае безрадиационной кинематики к замене инвариантов $t \leftrightarrow \bar{t}$, а также поменять поляризации: $\lambda_1 \leftrightarrow \lambda_2$.

Вклады в сечение от различных боксов ($V = \text{Box} = \gamma\gamma, \gamma Z, ZZ, WW$) (см. рис. 6) определяются общей формулой:

$$\frac{d\sigma_{\text{Box}}^{q\bar{q}}}{dt} = \frac{1}{2^3\pi s^2} \sum_{c=\gamma, Z} \left(M_{s,D}^{\text{Box}} + M_{s,C}^{\text{Box}} \right) M_s^{c+}. \quad (41)$$

Поступаем для начала так, как было сделано в [12], — найдем выражения для общего случая ($ab = \gamma\gamma, \gamma Z, ZZ, WW$) в приближении малых масс бозонов. Получим для прямых s -канальных боксов:

$$\begin{aligned} M_{s,D}^{ab} M_s^{c+} &= \quad (42) \\ &= + \frac{2C_s}{s} \left[2C_{3+4,q}^{abc} l_{st} s u + C_{3,q}^{abc} l_{st}^2 (3t^2 + u^2) + \right. \\ &\quad \left. + C_{4,q}^{abc} l_{st}^2 (u^2 - t^2) \right] - 2C_s t \Pi_3^{ab}(q_s) H_{ss,q}^{abc}, \end{aligned}$$

для перекрестных s -канальных боксов:

$$\begin{aligned} M_{s,C}^{ab} M_s^{c+} &= \quad (43) \\ &= - \frac{2C_s}{s} \left[C_{3,q}^{abc} l_{su}^2 (t^2 + 3u^2) + C_{4,q}^{abc} l_{su}^2 (u^2 - t^2) + \right. \\ &\quad \left. + 2C_{3-4,q}^{abc} l_{su} s t \right] + 2C_s u \Pi_4^{ab}(q_s) H_{ss,q}^{abc}. \end{aligned}$$

Как видно, эти выражения представляют собой модифицированный вариант формул из [12] — добавлен существенный теперь кварковый индекс q . Используются обозначения для логарифмов:

$$L_{rf} = \ln \frac{|r|}{m_f^2}, \quad l_{r_1 r_2} = \ln \frac{|r_1|}{|r_2|} \quad (44)$$

и следующие сокращения:

$$\begin{aligned} C_{3,q}^{abc} &= (v_{1,q}^{abc} + \lambda_2 a_{1,q}^{abc}) v_{0,l}^{abc}, \quad (45) \\ C_{4,q}^{abc} &= (a_{1,q}^{abc} + \lambda_2 v_{1,q}^{abc}) a_{0,l}^{abc}, \\ H_{ss,q}^{abc} &= 2 \left[C_{3,q}^{abc} (u^2 + t^2) + C_{4,q}^{abc} (u^2 - t^2) \right], \end{aligned}$$

в которых константы связи и степени поляризации “упакованы” немного сложнее, чем в [12] — снова следует различать индексы q и l (используем $f = q, l$):

$$\begin{aligned} v_{1,f}^{abc} &= v_{0,f}^{abc} - \lambda_1 a_{0,f}^{abc}, \quad a_{1,f}^{abc} = a_{0,f}^{abc} - \lambda_1 v_{0,f}^{abc}, \quad (46) \\ v_{0,f}^{abc} &= v_f^a v_f^b v_f^c + v_f^a a_f^b a_f^c + a_f^a v_f^b a_f^c + a_f^a a_f^b v_f^c, \end{aligned}$$

$$a_{0,f}^{abc} = a_f^a a_f^b a_f^c + a_f^a v_f^b v_f^c + v_f^a a_f^b v_f^c + v_f^a v_f^b a_f^c.$$

Наконец, перед пропагаторными структурами факторизуются трехточечные функции (см. [12]):

$$\Pi_3^{ab}(q_s) = \quad (47)$$

$$= H_0^a(p_1, p_3) D_b(q_s) + D_a(q_s) H_0^b(p_1, p_3),$$

$$\Pi_4^{ab}(q_s) = H_0^a(p_1, p_4) D_b(q_s) + D_a(q_s) H_0^b(p_1, p_4).$$

Сечение, соответствующее $\gamma\gamma$ -боксу, получается подстановкой индекса $ab = \gamma\gamma$ в выражения (42), (43) [естественно, они работают при любых энергиях]. Нетрудно убедиться, что сумма (42) и (43) не содержит фермионных масс, а ИКР сосредоточена в последних слагаемых (причина этого подробно объяснена в [12]). Выпишем в явном виде ИКР-части $\gamma\gamma$ -бокса:

$$M_{s,D}^{\gamma\gamma} \mathcal{M}_s^{c+} |^{\text{IR}} = \quad (48)$$

$$= -16\pi\alpha^3 Q_q Q_l \cdot D_\gamma(q) D_c^*(q) \cdot R_q^{\gamma c} \cdot t H_0^\gamma(p_1, p_3),$$

$$M_{s,C}^{\gamma\gamma} \mathcal{M}_s^{c+} |^{\text{IR}} =$$

$$= +16\pi\alpha^3 Q_q Q_l \cdot D_\gamma(q) D_c^*(q) \cdot R_q^{\gamma c} \cdot u H_0^\gamma(p_1, p_4),$$

где “борновское” R_q (аналог S_{ss} из [12]) имеет вид

$$R_q^{ac} = 2 \left[C_{3,q}^{a\gamma c} (u^2 + t^2) + C_{4,q}^{a\gamma c} (u^2 - t^2) \right]. \quad (49)$$

ИКР-части γZ -бокса такие же по форме, как выражения (48):

$$M_{s,D}^{\gamma Z} \mathcal{M}_s^{c+} |^{\text{IR}} = \quad (50)$$

$$= -8\pi\alpha^3 Q_q Q_l \cdot D_Z(q) D_c^*(q) \cdot R_q^{Zc} \cdot t H_0^\gamma(p_1, p_3),$$

$$M_{s,C}^{\gamma Z} \mathcal{M}_s^{c+} |^{\text{IR}} =$$

$$= +8\pi\alpha^3 Q_q Q_l \cdot D_Z(q) D_c^*(q) \cdot R_q^{Zc} \cdot u H_0^\gamma(p_1, p_4).$$

Понятно, что ИР-части $Z\gamma$ -бокса дадут такой же вклад (при $k \rightarrow q$, как объяснено в [12]) и, следовательно, в сумме удвоение.

Выражения (42) и (43) дают возможность получить асимптотический результат для всех боксов в НЕ-режиме, достаточно подставить вместо ab необходимый индекс ($\gamma Z, ZZ$ или WW). Интегралы $H_0^{Z,W}$ в УРП приведены в работе [12]. Не забываем выключить в случае WW -боксов те диаграммы, которые запрещены законом сохранения электрического заряда: для процессов с начальным состоянием $u\bar{u}$ и $d\bar{d}$ нет прямых боксов, а для процессов с конфигурацией $d\bar{d}$ и $\bar{u}u$ нет перекрестных боксов.

Соответствующие сечения процесса с конфигурацией $\bar{q}q$, в принципе, можно не пересчитывать, а подобрать соответствующие замены в $q\bar{q}$ -выражениях: очевидную кроссинговую замену $p_1 \leftrightarrow p_2$ (что даст $t \leftrightarrow u$), поменять поляризации:

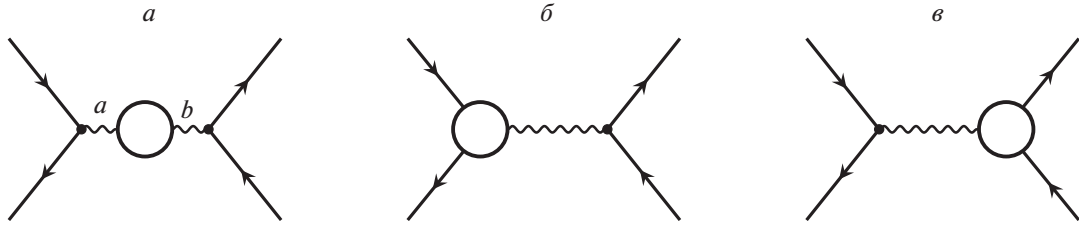


Рис. 5. Фейнмановские диаграммы вкладов BSE и вершин в процесс $q\bar{q} \rightarrow l^-l^+$.

$\lambda_1 \leftrightarrow \lambda_2$ и сменить топологию диаграммы (прямую с перекрестной). Понятно, что это чрезвычайно запутывает результат и усложняет программирование, поэтому автор предпочел пересчитать конфигурацию $\bar{q}q$ в уже апробированных и, как кажется, удобных обозначениях. Результат превзошел ожидание — оказывается, для того чтобы из $q\bar{q}$ -случая получить $\bar{q}q$ -случай, требуется всего лишь заменить знак перед C_3 :

$$d\sigma_{\text{Box}}^{\bar{q}q} = d\sigma_{\text{Box}}^{q\bar{q}} |_{C_3 \rightarrow -C_3}.$$

Численный анализ наблюдаемых величин на партонном уровне важен, поскольку позволяет понять структуру и масштаб радиационных поправок в отсутствие неопределенности, связанной с функциями распределения кварков. Для этого было проделано отдельное исследование [14] (с использованием одинаковых предписаний и параметров CM), в ходе которого получено хорошее согласие с результатами ZGRAD [6] и SANC [15] для всех вкладов в ЭСП.

7. АДРОННОЕ СЕЧЕНИЕ БЕЗРАДИАЦИОННЫХ ВКЛАДОВ

В случае неполяризованных начальных адронов, применяя конволюционную формулу и суммируя по спиральностям (далее рассматриваем только этот случай), получаем более простое выражение:

$$d\sigma_V^h = \frac{1}{3} \sum_q dx_1 dx_2 \cdot \Theta \times \quad (51)$$

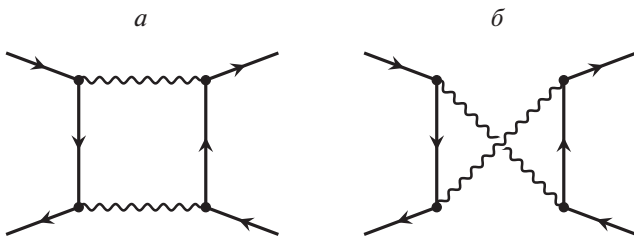


Рис. 6. Диаграммы двухбозонных вкладов в процесс $q\bar{q} \rightarrow l^-l^+$. Волнистой линией обозначен фотон, Z-бозон или W-бозон.

$$\times \left(f_q^A(x_1) f_{\bar{q}}^B(x_2) d\hat{\sigma}_{V,u}^{q\bar{q}} + f_{\bar{q}}^A(x_1) f_q^B(x_2) d\hat{\sigma}_{V,u}^{\bar{q}q} \right),$$

где запись

$$f_q^h(x) = \sum_r f_q^{r,h}(x) = f_q^{+,h}(x) + f_q^{-,h}(x)$$

означает функцию распределения неполяризованных кварков; нижний индекс “u” в кварковом сечении означает отсутствие поляризации у начальных адронов (unpolarized hadrons) и требует выполнения операции $\lambda_{1,2} \rightarrow 0$. Аналогичным образом строятся сечения в случае поляризованных адронов, очевидно, что при суммировании по кварковым спиральностям возникает и вторая комбинация партонных распределений:

$$\Delta f_q^h(x) = \sum_r r f_q^{r,h}(x) = f_q^{+,h}(x) - f_q^{-,h}(x)$$

– функция распределения продольно поляризованных кварков.

Перейдем к адронному сечению, сначала используем самый общий вид — трижды дифференциальное сечение (fully differential cross section). Задача: осуществить замену переменных

$$(x_1, x_2, t) \rightarrow (M, y, C),$$

где $C = \cos \theta$ в с.ц.м.а. (для этой системы используется заглавная C). Данный переход легко осуществить с помощью якобиана J_N :

$$dx_1 dx_2 dt = |J_N| \cdot dM dy dC. \quad (52)$$

Сначала получим из (12) и (14) уравнение $x_1 x_2 = s/S$, а из (24) уравнение $x_1/x_2 = \exp(2y)$. Решая их в системе, получим известные соотношения, соответствующие безрадиационной кинематике (напомним, что в этом случае $s = s_1 = M^2$):

$$x_1 = \frac{M}{\sqrt{S}} e^y, \quad x_2 = \frac{M}{\sqrt{S}} e^{-y}. \quad (53)$$

Кварковый инвариант t выражается из уравнений (12) и (24) так:

$$t = -\frac{M^2(1-C)}{1-C+(1+C)e^{-2y}}. \quad (54)$$

Вычисляя частные производные и затем определитель, получим якобиан, соответствующий безрадиационной кинематике, в виде

$$J_N = \frac{D(x_1, x_2, t)}{D(M, y, C)} = \begin{vmatrix} \frac{\partial x_1}{\partial M} & \frac{\partial x_1}{\partial y} & \frac{\partial x_1}{\partial C} \\ \frac{\partial x_2}{\partial M} & \frac{\partial x_2}{\partial y} & \frac{\partial x_2}{\partial C} \\ \frac{\partial t}{\partial M} & \frac{\partial t}{\partial y} & \frac{\partial t}{\partial C} \end{vmatrix} = -\frac{4M^3 e^{2y}}{S[1 + C + (1 - C)e^{2y}]^2}. \quad (55)$$

В результате трижды дифференциальное сечение от безрадиационных вкладов в процесс Дрелла–Яна с неполяризованными адронами приобретает вид

$$\frac{d^3 \sigma_V^h}{dM dy dC} = \frac{1}{3} |J_N| \Theta \sum_q \left(f_q^A(x_1) f_{\bar{q}}^B(x_2) \frac{d\hat{\sigma}_{V,u}^{q\bar{q}}}{dt} + f_{\bar{q}}^A(x_1) f_q^B(x_2) \frac{d\hat{\sigma}_{V,u}^{\bar{q}q}}{dt} \right). \quad (56)$$

8. ТОРМОЗНОЕ ИЗЛУЧЕНИЕ В ПРОЦЕССЕ ДРЕЛЛА–ЯНА

При расчете вклада тормозного излучения в процессе Дрелла–Яна будем последовательно пользоваться результатами, полученными в работе [13]. Теперь нужно удерживать в фотонной вершине заряд: Q_q — в случае излучения из кварковой линии, и Q_l — в случае излучения из лептонной, и позаботиться об обеих ситуациях: $q\bar{q}$ и $\bar{q}q$. Так, процессы с излучением тормозного фотона на кварковом уровне имеют вид

$$q(p_1) + \bar{q}(p_2) \rightarrow l^-(p_3) + l^+(p_4) + \gamma(p), \quad (57)$$

$$\bar{q}(p_1) + q(p_2) \rightarrow l^-(p_3) + l^+(p_4) + \gamma(p). \quad (58)$$

Фейнмановские диаграммы подпроцессов (57) приведены на рис. 7. Диаграммы *a* и *б* на нем формируют амплитуду $R_3^{q\bar{q},a}$, а диаграммы *в* и *г*, соответственно, дают $R_4^{q\bar{q},a}$:

$$R_3^{q\bar{q},a} = -ie_\rho(p) Q_q D_a(q_{s_1}) \times \bar{u}(-p_2) (\Gamma_3^a)^{\mu\rho} u(p_1) \cdot \bar{u}(p_3) \gamma_\mu \Gamma^a u(-p_4), \\ R_4^{q\bar{q},a} = -ie_\rho(p) Q_l D_a(q_s) \times \bar{u}(-p_2) \gamma_\mu \Gamma^a u(p_1) \cdot \bar{u}(p_3) (\Gamma_4^a)^{\mu\rho} u(-p_4),$$

где $(\Gamma_3^a)^{\mu\rho}$ и $(\Gamma_4^a)^{\mu\rho}$ берем из [13]. Аналогично формируются амплитуды для $\bar{q}q$ -случая:

$$R_3^{\bar{q}q,a} = -ie_\rho(p) Q_q D_a(q_{s_1}) \times$$

$$\times \bar{u}(-p_1) (\Gamma_5^a)^{\mu\rho} u(p_2) \cdot \bar{u}(p_3) \gamma_\mu \Gamma^a u(-p_4),$$

$$R_4^{\bar{q}q,a} = -ie_\rho(p) Q_l D_a(q_s) \times \bar{u}(-p_1) \gamma_\mu \Gamma^a u(p_2) \cdot \bar{u}(p_3) (\Gamma_4^a)^{\mu\rho} u(-p_4),$$

где $(\Gamma_5^a)^{\mu\rho} = (\Gamma_3^a)^{\mu\rho}|_{p_1 \leftrightarrow p_2}$.

Дифференциальное сечение процесса (57) имеет вид

$$d\sigma_R^{q\bar{q}} = \frac{\alpha^3}{\pi^2 s} \sum_{a,b=\gamma,Z} \sum_{j=3}^4 \sum_{k=3}^4 R_j^{q\bar{q},a} R_k^{q\bar{q},b+} d\Phi_3, \quad (59)$$

где $d\Phi_3$ — фазовый объем реакции. Сечение процесса (58) строится аналогично, достаточно в обозначениях произвести замену: $q \leftrightarrow \bar{q}$.

Выражения для квадрированных амплитуд запишем в виде

$$R_3^{q\bar{q},a} R_3^{q\bar{q},b+} = -Q_q^2 \cdot D_a(q_{s_1}) D_b^*(q_{s_1}) T_{33}, \quad (60)$$

$$T_{33} = \text{Sp}[\Gamma_3^{\mu\rho} U_1^{ab} \Gamma_3^{\nu\rho+} U_2] \text{Sp}[\gamma_\mu U_4^{ab} \gamma_\nu U_3],$$

$$R_4^{q\bar{q},a} R_4^{q\bar{q},b+} = -Q_l^2 \cdot D_a(q_s) D_b^*(q_s) T_{44}, \quad (61)$$

$$T_{44} = \text{Sp}[\Gamma_4^{\mu\rho} U_4^{ab} \Gamma_4^{\nu\rho+} U_3] \text{Sp}[\gamma_\mu U_1^{ab} \gamma_\nu U_2],$$

$$R_3^{q\bar{q},a} R_4^{q\bar{q},b+} = -Q_q Q_l \cdot D_a(q_{s_1}) D_b^*(q_s) T_{34}, \quad (62)$$

$$T_{34} = \text{Sp}[\Gamma_3^{\mu\rho} U_1^{ab} \gamma_\nu U_2] \text{Sp}[\gamma_\mu U_4^{ab} \Gamma_4^{\nu\rho+} U_3],$$

$$R_4^{q\bar{q},a} R_3^{q\bar{q},b+} = -Q_q Q_l \cdot D_a(q_s) D_b^*(q_{s_1}) T_{43}, \quad (63)$$

$$T_{43} = \text{Sp}[\Gamma_4^{\mu\rho} U_4^{ab} \gamma_\nu U_3] \text{Sp}[\gamma_\mu U_1^{ab} \Gamma_3^{\nu\rho+} U_2].$$

Выражения U из этих формул выведены в [13], их можно использовать сразу в УРП:

$$U_1^{ab} = \frac{1}{2} [\lambda_{q+}^{ab} (1 + \lambda_1 \gamma_5) - \lambda_{l-}^{ab} (\lambda_1 + \gamma_5)] \hat{p}_1, \quad (64)$$

$$U_2 = \frac{1}{2} (1 - \gamma_5 \lambda_2) \hat{p}_2,$$

$$U_3 = \hat{p}_3, \quad U_4^{ab} = (\lambda_{l+}^{ab} - \lambda_{l-}^{ab} \gamma_5) \hat{p}_4.$$

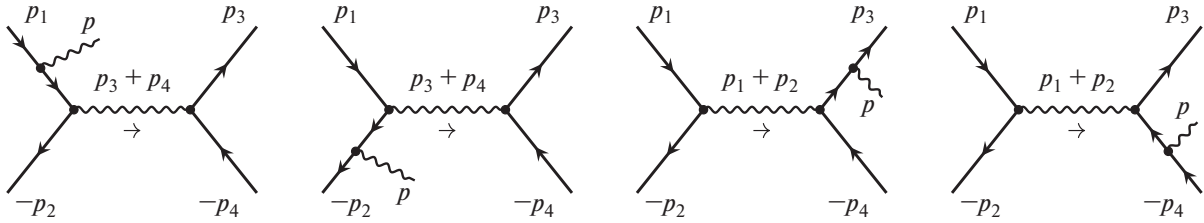
Для конфигурации $\bar{q}q$ квадрированные амплитуды выглядят так:

$$R_3^{\bar{q}q,a} R_3^{\bar{q}q,b+} = -Q_q^2 \cdot D_a(q_{s_1}) D_b^*(q_{s_1}) \times \text{Sp}[\Gamma_5^{\mu\rho} U_2^{ab} \Gamma_5^{\nu\rho+} U_1] \text{Sp}[\gamma_\mu U_4^{ab} \gamma_\nu U_3],$$

$$R_4^{\bar{q}q,a} R_4^{\bar{q}q,b+} = -Q_l^2 \cdot D_a(q_s) D_b^*(q_s) \times \text{Sp}[\Gamma_4^{\mu\rho} U_4^{ab} \Gamma_4^{\nu\rho+} U_3] \text{Sp}[\gamma_\mu U_2^{ab} \gamma_\nu U_1],$$

$$R_3^{\bar{q}q,a} R_4^{\bar{q}q,b+} = -Q_q Q_l \cdot D_a(q_{s_1}) D_b^*(q_s) \times \text{Sp}[\Gamma_5^{\mu\rho} U_2^{ab} \gamma_\nu U_1] \text{Sp}[\gamma_\mu U_4^{ab} \Gamma_4^{\nu\rho+} U_3],$$

$$R_4^{\bar{q}q,a} R_3^{\bar{q}q,b+} = -Q_q Q_l \cdot D_a(q_s) D_b^*(q_{s_1}) \times \text{Sp}[\Gamma_4^{\mu\rho} U_4^{ab} \gamma_\nu U_3] \text{Sp}[\gamma_\mu U_2^{ab} \Gamma_5^{\nu\rho+} U_1].$$


 Рис. 7. Фейнмановские диаграммы процесса $q\bar{q} \rightarrow l^-l^+\gamma$.

Новое выражение U_2^{ab} из этих формул в УРП имеет вид

$$U_2^{ab} = \frac{1}{2} [\lambda_{q+}^{ab} (1 - \lambda_2 \gamma_5) - \lambda_{l-}^{ab} (-\lambda_2 + \gamma_5)] \hat{p}_2. \quad (65)$$

Таким образом видно, что случаи $q\bar{q}$ и $\bar{q}q$ отличаются лишь заменами: $p_1 \leftrightarrow p_2$, $\lambda_1 \leftrightarrow -\lambda_2$. Так как результат содержит только две комбинации степеней поляризации:

$$P_1^- = \lambda_1 - \lambda_2, \quad P_2^- = 1 - \lambda_1 \lambda_2,$$

то на результат в УРП вторая замена не влияет. Результат представляется в виде (других комбинаций констант связи в УРП нет)

$$T_i = P_2^- \left(\lambda_{q+}^{ab} \lambda_{l+}^{ab} \cdot T_i^{(1)} + \lambda_{q-}^{ab} \lambda_{l-}^{ab} \cdot T_i^{(2)} \right) + P_1^- \left(\lambda_{q+}^{ab} \lambda_{l-}^{ab} \cdot T_i^{(3)} + \lambda_{q-}^{ab} \lambda_{l+}^{ab} \cdot T_i^{(4)} \right),$$

где индекс i пробегает значения: $i = (33, 44, 34, 43)$. Непосредственным расчетом можно показать равенство интерференционных вкладов $T_{34} = T_{43}$, это поможет ускорить численное интегрирование.

Выражения T_i довольно громоздки, но есть возможность их представить в более-менее обзримом виде, поскольку они содержат симметричные комбинации. Приведем их в УРП, замечая, что массу требуется сохранять только в следующих комбинациях:

$$I_1 = \frac{m_q^2}{z_1^2}, \quad I_2 = \frac{m_q^2}{v_1^2}, \quad I_3 = \frac{m_l^2}{z^2}, \quad I_4 = \frac{m_l^2}{v^2}.$$

Итак, ISR-слагаемые имеют вид:

$$T_{33}^{(1)} = -T_{33}^{(4)} = \frac{4s}{z_1 v_1} (2tt_1 + tv + t_1 z) - \frac{4}{z_1} (tt_1 - 2tu_1 + uu_1 + uv + t_1 z) - 8I_1 (tt_1 + uu_1 + uv + t_1 z) + (p_1 \leftrightarrow p_2), \quad (66)$$

$$T_{33}^{(2)} = -T_{33}^{(3)} = -\frac{4s}{z_1 v_1} (2tt_1 + tv + t_1 z) + \frac{4}{z_1} (tt_1 - uu_1 - uv + t_1 z) + 8I_1 (tt_1 - uu_1 - uv + t_1 z) - (p_1 \leftrightarrow p_2). \quad (67)$$

FSR-слагаемые такие же по форме и присутствующей симметрии:

$$T_{44}^{(1)} = -T_{44}^{(4)} = \quad (68)$$

$$= \frac{4}{zv} (2ts_1 t_1 - ts_1 v_1 - s_1 t_1 z_1) + \frac{4}{z} (-tu + tt_1 - t_1 z_1) + \frac{4}{v} (tt_1 - tv_1 - t_1 u_1) + 8I_3 (-tt_1 + t_1 z_1) + 8I_4 (-tt_1 + tv_1) + (p_1 \leftrightarrow p_2),$$

$$T_{44}^{(2)} = -T_{44}^{(3)} = \quad (69)$$

$$= \frac{4}{zv} (-2ts_1 t_1 + ts_1 v_1 + s_1 t_1 z_1) + \frac{4}{z} (-tt_1 + t_1 z_1) + \frac{4}{v} (-tt_1 + tv_1) + 8I_3 (tt_1 - t_1 z_1) + 8I_4 (tt_1 - tv_1) - (p_1 \leftrightarrow p_2).$$

Интерференционные слагаемые имеют противоположную симметрию:

$$T_{34}^{(1)} = -T_{34}^{(4)} = \frac{2}{z_1 z} (sts_1 - stt_1 - \quad (70)$$

$$- 2sut_1 - suu_1 - ss_1 t_1 + ss_1^2 + s^2 s_1 + tuu_1 - ts_1 t_1 - tt_1^2 - t^2 t_1 - us_1 u_1 - 3ut_1 u_1 - 2s_1 t_1 u_1) + \frac{2}{z_1 v} (stt_1 + sus_1 + 2sut_1 + suu_1 - ss_1 u_1 - ss_1^2 - s^2 s_1 + 2tus_1 + 3tut_1 + ts_1 t_1 - tt_1 u_1 + us_1 u_1 + uu_1^2 + u^2 u_1) - (p_1 \leftrightarrow p_2),$$

$$T_{34}^{(2)} = -T_{34}^{(3)} = \frac{2}{z_1 z} (sts_1 - stt_1 + \quad (71)$$

$$+ 2sut_1 - suu_1 + 3ss_1 t_1 + ss_1^2 + s^2 s_1 + tuu_1 - ts_1 t_1 - tt_1^2 - t^2 t_1 - us_1 u_1 + ut_1 u_1 + 2s_1 t_1 u_1) + \frac{2}{z_1 v} (-stt_1 + 3sus_1 + 2sut_1 - suu_1 + ss_1 u_1 + ss_1^2 + s^2 s_1 + 2tus_1 + tut_1 - ts_1 t_1 + tt_1 u_1 - us_1 u_1 - uu_1^2 - u^2 u_1) + (p_1 \leftrightarrow p_2).$$

Наконец, используя конволюцию, запишем выражение для сечения процесса Дрелла-Яна с из-

лучением одного тормозного фотона:

$$d\sigma_R^h = \frac{1}{3} \sum_q \sum_{r_1, r_2} dx_1 dx_2 \cdot \Theta_R \times \quad (72)$$

$$\times \left(f_q^{r_1, A}(x_1) f_{\bar{q}}^{r_2, B}(x_2) d\hat{\sigma}_R^{q\bar{q}} + \right.$$

$$\left. + f_{\bar{q}}^{r_1, A}(x_1) f_q^{r_2, B}(x_2) d\hat{\sigma}_R^{q\bar{q}} \right),$$

где фактор Θ_R отвечает за определение области фазового объема, допускаемой (радиационной) кинематикой реакции.

8.1. Вклад мягких фотонов

Отдельно вычислим сечение тормозного излучения мягких фотонов в партонной реакции, которое имеет вид

$$\frac{d\sigma_{\text{soft}}^{q\bar{q}}}{dt} = \delta_{\text{soft}}^{q\bar{q}} \frac{d\sigma_0^{q\bar{q}}}{dt}, \quad (73)$$

где

$$\delta_{\text{soft}}^{q\bar{q}} = -\frac{\alpha}{2\pi^2} \int_{|\mathbf{p}| < \omega} \frac{d^3p}{2p_0} \left[Q_q \left(\frac{p_1^p}{pp_1} - \frac{p_2^p}{pp_2} \right) - \quad (74)$$

$$- Q_l \left(\frac{p_3^p}{pp_3} - \frac{p_4^p}{pp_4} \right) \right]^2,$$

здесь p — 4-импульс тормозного фотона, прочие обозначения и методические приемы вычислений такие же, как в [13]. Снимаем интеграл, тогда поправка (74), содержащая массу фотона λ и максимальную энергию тормозного фотона ω в с.ц.м.к., приобретает вид

$$\delta_{\text{soft}}^{q\bar{q}} = \frac{\alpha}{\pi} \left(\ln \frac{4\omega^2}{\lambda^2} \left[Q_q^2 (L_{sq} - 1) + \quad (75)$$

$$+ Q_l^2 (L_{sl} - 1) + 2Q_q Q_l l_{tu} \right] + \right.$$

$$+ Q_q^2 \left(L_{sq} - \frac{1}{2} L_{sq}^2 - \frac{\pi^2}{3} \right) +$$

$$+ Q_l^2 \left(L_{sl} - \frac{1}{2} L_{sl}^2 - \frac{\pi^2}{3} \right) +$$

$$\left. + 2Q_q Q_l \left(\text{Li}_2 \left[-\frac{t}{u} \right] - \text{Li}_2 \left[-\frac{u}{t} \right] \right) \right).$$

Обратим внимание на знак перед интерференционным слагаемым: он отличается от приведенного в предыдущих работах автора, так как в них рассматривался процесс с противоположным конечным состоянием ($l^- l^+ \leftrightarrow l^+ l^-$). Отличие (при безрадиационной кинематике) проявляется в кроссинговой перестановке $t \leftrightarrow u$, которая и дает разницу в знаке.

Не составляет труда сложить инфракрасно-расходящиеся части сечений и проверить, что λ в

сумме сокращается, т.е. ИКР устраняется. Докажем это, применив тождественное преобразование:

$$\sigma \equiv [\sigma - \sigma|_{\lambda \rightarrow \sqrt{s}}] + \sigma|_{\lambda \rightarrow \sqrt{s}} = \sigma^{\text{IR}} + \sigma^F.$$

Тогда вершинная IR-часть выглядит так:

$$\frac{d\sigma_{\text{Ver}}^{q\bar{q}, \text{IR}}}{dt} = \frac{\alpha^3}{2s^2} \times \quad (76)$$

$$\times \sum_{a, c = \gamma, Z} \Pi^{ab} R_q^{ac} (Q_q^2 \Lambda_{1,q}^{\gamma, \text{IR}} + Q_l^2 \Lambda_{1,l}^{\gamma, \text{IR}}),$$

где

$$\Lambda_{1,f}^{\gamma, \text{IR}} = \Lambda_{1,f}^{\gamma} - \Lambda_{1,f}^{\gamma}|_{\lambda \rightarrow \sqrt{s}} = -2 \ln \frac{s}{\lambda^2} (L_{sf} - 1).$$

IR-часть боксовских диаграмм такая:

$$\frac{d\sigma_{\text{Box}}^{q\bar{q}, \text{IR}}}{dt} = -\frac{2\alpha^3}{s^2} Q_q Q_l \times \quad (77)$$

$$\times \sum_{a, c = \gamma, Z} \Pi^{ab} R_q^{ac} \left[t H_0^{\gamma, \text{IR}}(p_1, p_3) - (t \leftrightarrow u) \right],$$

где

$$t H_0^{\gamma, \text{IR}}(p_1, p_3) = \ln \frac{s}{\lambda^2} \ln \frac{-t}{m_q m_l}.$$

Складываем вершинный и боксовский вклады, получаем:

$$\frac{d\sigma_V^{q\bar{q}, \text{IR}}}{dt} = \quad (78)$$

$$= \frac{\alpha}{\pi} \frac{d\sigma_0^{q\bar{q}}}{dt} \ln \frac{\lambda^2}{s} \left[Q_q^2 (L_{sq} - 1) + \right.$$

$$\left. + Q_l^2 (L_{sl} - 1) + 2Q_q Q_l l_{tu} \right].$$

Видно, что в сумме с вкладом мягкого фотонного излучения (73) параметр λ сокращается.

Попутно убеждаемся, что в сумме виртуальной и мягкой частей отсутствуют двойные коллинеарные логарифмы (остается только первая степень), а кварковая коллинеарная сингулярность, приводящая в силу неопределенности кварковой массы к неудовлетворительному результату, выделяется в точности в том виде, который позволяет адсорбировать ее в функции партонных распределений в полном соответствии, например, с $\overline{\text{MS}}$ -схемой КХД [16]. Этот вопрос будет рассмотрен подробно ниже в разд. 9.

8.2. Радиационная кинематика процесса Дрелла–Яна

Лоренц-инварианты, описывающие радиационный процесс, имеют вид

$$z_1 = 2p_1 p, \quad v_1 = 2p_2 p, \quad (79)$$

$$z = 2p_3 p, \quad v = 2p_4 p,$$

а s_1, t_1, u_1 описываются формулами (10). Соотношения, которые их связывают, отличаются лишь тем, что массы частиц конечного и начального состояний не одинаковы:

$$\begin{aligned} z_1 + v_1 &= z + v, \\ s + t + u &= 2m_q^2 + 2m_l^2 + v. \end{aligned} \quad (80)$$

Интересно и такое соотношение:

$$s_1 + t_1 + u_1 = 2m_q^2 + 2m_l^2 - v. \quad (81)$$

Инвариант s в радиационном случае следует пересчитать, так как для процесса Дрелла–Яна он не является заданным параметром реакции, а определяется из других соображений. Рассмотрим в с.ц.м.к. связь между партонами инвариантами $s_1 = s - z_1 - v_1$, откуда получим соотношение $M^2 = s - 2\sqrt{s}p_0$. Решаем его относительно s , тогда, отбрасывая нефизический корень, получим

$$s = \left(p_0 + \sqrt{p_0^2 + M^2} \right)^2. \quad (82)$$

В каком-то смысле это ключевая формула, она показывает, что кварковый инвариант s при данном M зависит только от энергии фотона и не зависит от полной энергии реакции и $x_{1,2}$. Хотя, как и прежде, имеет место соотношение $s = x_1 x_2 S$, но надо понимать, что именно комбинация $x_1 x_2$ “подстраивается” под s и S по формуле $x_1 x_2 = s/S$. Используя эту формулу и соотношение (23) [оно введено в начале раздела, но легко модифицируется в случае радиационной кинематики, так как p_z вычисляется в случае радиационной кинематики по той же формуле (22)]:

$$y = \frac{1}{2} \ln \frac{\hat{t}_1 + \hat{u}}{\hat{t} + \hat{u}_1} = \frac{1}{2} \ln \frac{x_1(z_1 + M^2)}{x_2(v_1 + M^2)},$$

получим

$$\begin{aligned} x_1 &= \frac{p_0 + \sqrt{p_0^2 + M^2}}{\sqrt{S}} \sqrt{\frac{v_1 + M^2}{z_1 + M^2}} e^y, \\ x_2 &= \frac{p_0 + \sqrt{p_0^2 + M^2}}{\sqrt{S}} \sqrt{\frac{z_1 + M^2}{v_1 + M^2}} e^{-y}. \end{aligned} \quad (83)$$

Якобиан, соответствующий радиационной кинематике, имеет вид

$$J_R = \frac{D(x_1, x_2)}{D(M, y)} = -\frac{2M}{S} \frac{p_0 + \sqrt{p_0^2 + M^2}}{\sqrt{p_0^2 + M^2}}. \quad (84)$$

Интегрирование по углу рассеяния лептона остается в фазовом объеме Φ_3 , который вычисляется в [13]. Наконец, инвариант t в радиационном случае в с.ц.м.к. вычисляется по формуле

$$t = \frac{1}{2} \left(2m_q^2 + 2m_l^2 - s + v + \right. \quad (85)$$

$$\left. + \cos \theta \cdot \sqrt{1 - \frac{4m_q^2}{s}} \sqrt{(s - v)^2 - 4m_l^2 s} \right).$$

Радиационный u выглядит так же, но с другим знаком при $\cos \theta$.

9. РЕШЕНИЕ ПРОБЛЕМЫ КВАРКОВОЙ МАССОВОЙ СИНГУЛЯРНОСТИ

Теперь нужно решить проблему кварковой массовой сингулярности, т.е. добиться независимости результатов от кварковых масс. Для этого используем \overline{MS} -схему [16] и процедуру линеаризации, которая была обоснована в работе [15]. После всех предписанных манипуляций часть дифференциального сечения, которую следует вычесть для решения проблемы, имеет вид (аббревиатура QS означает “кварковая сингулярность”, quark singularity)

$$d\sigma_{QS} = \frac{1}{3} \sum_q dx_1 dx_2 \times \quad (86)$$

$$\begin{aligned} &\times \int_0^{1 - \frac{2\omega}{M}} \left[(q(x_1) \Delta \bar{q}(x_2, \eta) + \right. \\ &\left. + \Delta q(x_1, \eta) \bar{q}(x_2)) d\sigma_0^{q\bar{q}} + (q \leftrightarrow \bar{q}) \right] \cdot \Theta \cdot d\eta. \end{aligned}$$

Используются следующие сокращенные обозначения для функций партоновых распределений:

$$q(x) \equiv q(x, Q^2) \equiv f_q(x, Q^2)$$

и вводится нетривиальная комбинация:

$$\Delta q(x, \eta) = \quad (87)$$

$$\begin{aligned} &= \frac{\alpha}{2\pi} Q_q^2 \left[\frac{1}{\eta} q\left(\frac{x}{\eta}, M_{sc}^2\right) \theta(\eta - x) - q(x, M_{sc}^2) \right] \times \\ &\times \frac{1 + \eta^2}{1 - \eta} \left(\ln \frac{M_{sc}^2}{m_q^2} - 2 \ln(1 - \eta) - 1 \right), \end{aligned}$$

где M_{sc} — масштаб факторизации (factorization scale) [16].

10. РАДИАЦИОННЫЕ КХД-ПОПРАВКИ

Кратко опишем происхождение и структуру однопетлевых радиационных КХД-поправок (NLO QCD corrections) для процесса Дрелла–Яна.

Существуют два типа диаграмм, первый из них (по терминологии КХД — процесс qq -типа, идущий в несинглетном канале) приведен на рис. 8. Результат для этой части может быть получен из вклада

соответствующих диаграмм с фотоном с использованием замены постоянной тонкой структуры α на константу сильного взаимодействия α_s :

$$Q_q^2 \alpha \rightarrow \sum_{a=1}^{N^2-1} t^a t^a \alpha_s = \frac{N^2-1}{2N} I \alpha_s \rightarrow \frac{4}{3} \alpha_s, \quad (88)$$

где $2t^a$ — матрицы Гелл-Мана, а $N = 3$ — число поколений кварков. Процессы второго типа (qg -типа, так называемый синглетный канал) обычно называются инверсным глюонным излучением (IGE, inverse gluon emission), они приведены на рис. 9. Вклад первого типа рассчитан автором в работе [17], а второго — в работе [18].

11. ЧИСЛЕННЫЕ ОЦЕНКИ

Для численных оценок этой работы принимается набор предписаний, соответствующий экспериментальной постановке CMS LHC [19]:

1. исследуемая реакция (1) с начальными неполяризованными протонами суммарной энергии $\sqrt{S} = 14$ ТэВ (с.ц.м. протонов, Run3/HL LHC) и конечными состояниями $\mu^- \mu^+$ и $e^- e^+$;
2. электрослабые параметры SM, лептонные массы и массу хиггсовского бозона SM, которые соответствуют современным значениям из [20];
3. учитываем все ароматы валентных и “морских” кварков в протоне, кроме t ;
4. разделитель мягких и жестких фотонов $\omega = 0.1$ ГэВ; массы кварков как регуляторов коллинеарной сингулярности полагаем $m_q = m_u$ (тесты независимости результата от параметров ω и m_q проводятся аналитически и численно);
5. набор функций кварковых распределений CT10 [9];
6. стандартные экспериментальные ограничения на угол вылета детектируемого лептона l^- : $-\zeta^* \leq \cos \theta \leq \zeta^*$ [используется обозначение: $\zeta = \cos \theta$] или на его быстроту: $|y(l)| \leq y(l)^*$; связь между этими переменными следующая:

$$y(l) = -\ln \tan \frac{\theta}{2}; \quad (89)$$

$$\zeta = \frac{1-A}{1+A}, \quad A = e^{-2y(l)};$$

для экспериментов на детекторе CMS ζ^* и $y(l)^*$ принимают значения:

$$y(l)^* = 2.5, \quad \zeta^* \approx 0.986614; \quad (90)$$

для l^+ используются такие же ограничения;

7. используется второе стандартное экспериментальное ограничение детектора CMS: $p_T(l^\pm) \geq 20$ ГэВ;
8. применяется так называемая чистая схема (“bare” setup) требований идентификации лептонов: не принимается во внимание “размазывание” (smearing) и не учитываются условия рекомбинации детектируемого лептона и радиационного фотона (“calo” setup).

Фактор Θ , который отвечает за определение области фазового объема, допускаемой кинематикой реакции в соответствии с геометрией детектора, представляет собой произведение θ -функций, опишем его подробнее:

$$\Theta = \Theta(\zeta^* - \cos \theta) \Theta(\zeta^* + \cos \theta) \times \quad (91)$$

$$\times \Theta(\zeta^* - \cos \alpha) \Theta(\zeta^* + \cos \alpha) \times$$

$$\times \Theta(p_T(l^-) - p_T^{\min}) \Theta(p_T(l^+) - p_T^{\min}).$$

Все величины из этого выражения приведены выше, использовать их нужно в зависимости от кинематики (безрадиационная или радиационная).

Будут рассматриваться три варианта сечений:

1. дважды дифференциальные сечения (по переменным M и y) $\frac{d\sigma}{dM dy}$,
2. дифференциальные сечения по инвариантной массе дилептона $\frac{d\sigma}{dM}$, проинтегрированные в заданном интервале по переменной y ,
3. полные сечения σ , проинтегрированные в заданном интервале по M и y .

По прочим переменным, входящим в сечения, также делается интегрирование в пределах согласующихся с кинематическими условиями CMS LHC, как описано в этом разделе выше. Так как распределение по y симметрично относительно нуля в случае процесса протон-протонных столкновений, будет показана область только положительных y . В эксперименте [21] используется факт симметрии этого распределения, а именно — для уменьшения статистической ошибки измеряется распределение по абсолютной величине $|y|$.

Численное интегрирование осуществляется с помощью программы VEGAS [22]. Значительную

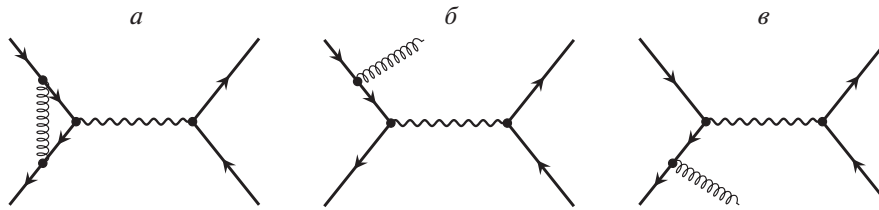


Рис. 8. Фейнмановские диаграммы для процесса с глюонной вершинной функцией и глюонным тормозным излучением для начального состояния $q\bar{q}$.

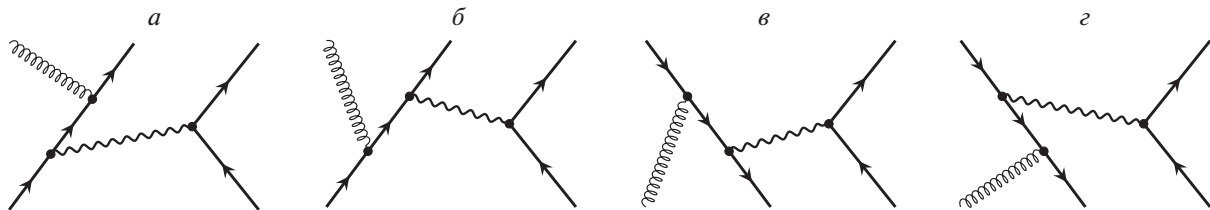


Рис. 9. Фейнмановские диаграммы процессов инверсного глюонного излучения с начальным состоянием gq (а и б) и qg (в и г).

трудность для интегрирования представляет пиковое поведение сечения жесткого тормозного излучения. Для иллюстрации пикового поведения на рис. 10 показано сечение (59) процесса (57). В формуле (59) для простоты взято только одно слагаемое, соответствующее так называемому z -пику (ситуация, в которой фотон излучается почти коллинеарно лептону и в которой инвариант z мал). Конкретно в (59) сделана замена $\sum \sum \sum RR^+ \rightarrow \rightarrow \frac{s}{zv}$. Взяты реальные значения лептонных масс и кинематических переменных, соответствующих области сверхвысоких инвариантных масс. Рассмотрены два случая: а) $M = 1$ ТэВ, $\sqrt{s} = 1001.15$ ГэВ, $p_0 = 1.15$ ГэВ и б) $M = 5$ ТэВ, $\sqrt{s} = 5001.61$ ГэВ, $p_0 = 1.60$ ГэВ [связь величин согласно формуле (82)]. Полярные углы излучающего лептона и фотона равны 60° , сечение жесткого тормозного излучения построено в зависимости от азимутального угла фотона φ_p в окрестности нулевого угла ($\theta_p = 0^\circ$) (именно под таким углом рассеивается лептон). Видно, что в случае меньшей массы лептона (электрон легче мюона примерно на три порядка) происходит резкое сужение пика и увеличение его высоты. Этот факт экстремально повышает внимание к вопросу точности численного интегрирования в случае рождения диэлектрона при сверхвысоких энергиях и инвариантных массах.

Сравнение оценок READY с результатами аналогичных расчетов, проведенных другими группами (приведенных в работе [23]) для полного сечения, дифференциальных сечений и асимметрии вперед-назад в области M до 2 ТэВ, рассчитанных с помощью программных комплексов ведущих мировых групп: HORACE [24], SANC [15], ZGRAD2 [6], а

также программы FEWZ [25] (считается официальной программой CMS LHC) проделано в [26]. Для сравнения были выбраны те же условия детектирования частиц и электрослабых параметров, что и в [23] (они в основном совпадают с приведенными выше). Относительные поправки к сечениям определяются следующим образом:

$$\delta^C = \frac{\sigma^h_C}{\sigma^h_0}, \quad C = \text{EW, QCD, NLO}, \quad (92)$$

$$\text{NLO} = \text{EW} + \text{QCD}$$

(приведена запись для полных сечений, для дифференциальных сечений относительные поправки определяются аналогично). Полученные результаты для относительных поправок ($l = \mu$, “bare” setup) от всех перечисленных программ совпадают с точностью примерно 1%.

Следует сказать, что подходы к расчету электрослабых и КХД-поправок в вышеперечисленных программных комплексах в основном совпадают. Используются схема перенормировки на массовой поверхности, схема “с постоянной шириной”, фиксированный угол смешивания, использование эффективных кварковых масс при учете поляризации вакуума, полный учет излучения жестких фотонов (в программе FEWZ применяется оригинальный метод — так называемый метод секторной декомпозиции [sector decomposition]) и т.д. В основе используемых технических приемов программирования также лежит один метод — метод Монте-Карло, хотя активно используются и приемы аналитического интегрирования, что дает возможность построить некоторые важные дифференциальные распределения (в READY, например, имеются все

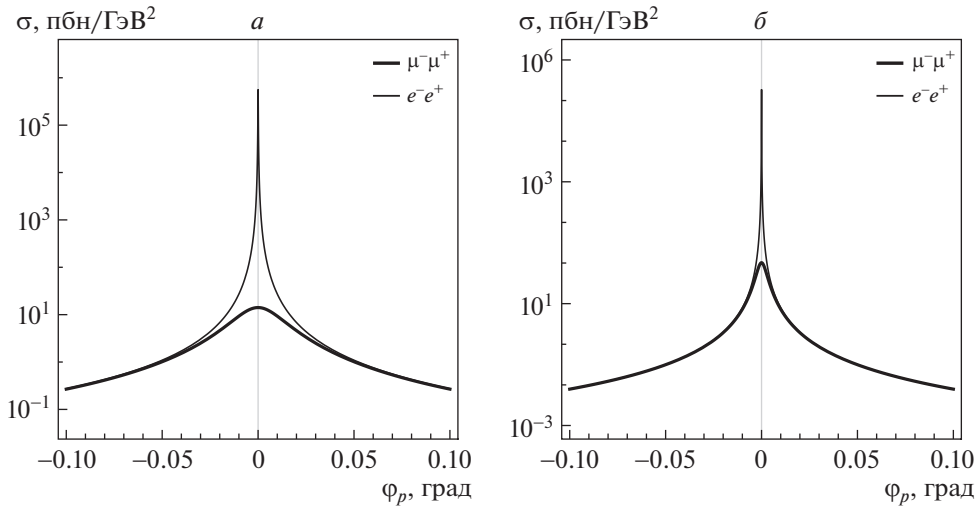


Рис. 10. Зависимость сечения жесткого тормозного излучения от азимутального угла фотона φ_p при фиксированных полярных углах излучающего лептона и фотона 60° : *a* — $M = 1$ ТэВ, *б* — $M = 5$ ТэВ. Случай излучения фотона из мюона (электрона) обозначен толстой (тонкой) линией.

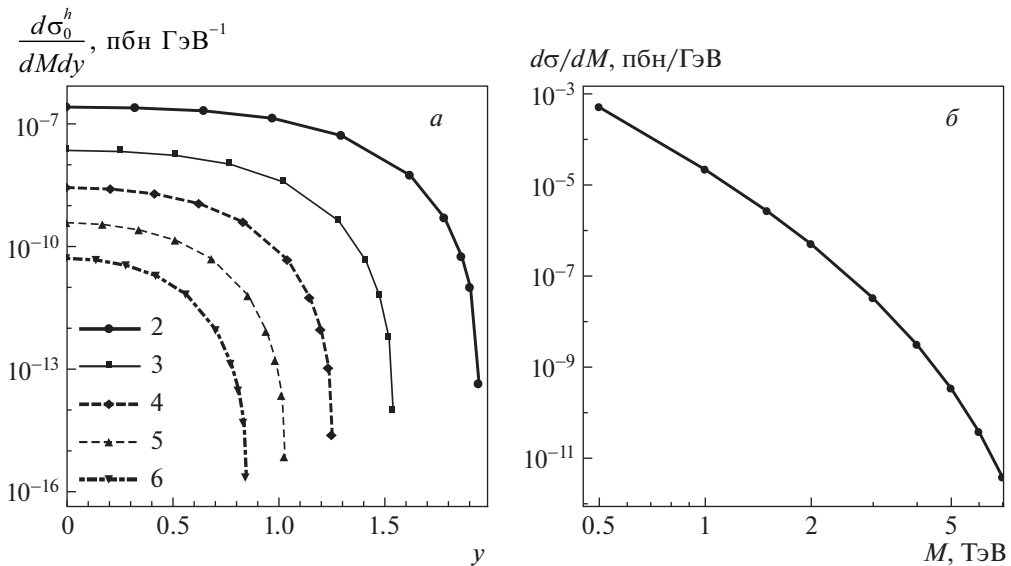


Рис. 11. *a* — дважды дифференциальное сечение $\frac{d^2\sigma}{dMdy}$ в зависимости от y при различных значениях M (в ТэВ, обозначены цифрами на рисунке). *б* — дифференциальное сечение по инвариантной массе $\frac{d\sigma}{dM}$ в зависимости от M .

четыре опции для анализа — от полного до трижды дифференциального сечения). Однако уникальной особенностью и ключевым преимуществом программы **READY** является концентрация на области больших инвариантных масс. Так, при учете слабой поправки автором использовался асимптотический метод [14] для выделения СЛ из важнейшей по величине эффекта боксовской части: этот подход чрезвычайно сильно упрощает формулы и ускоряет счет за счет быстрой сходимости интегралов, но начинает удовлетворительно работать только при

достаточно больших $M \geq 0.5$ ТэВ (с ростом M точность, естественно, улучшается).

На рис. 11 показаны борновские дифференциальные сечения процесса Дрелла–Яна для эксперимента **CMS LHC** с конечными состояниями $\mu^- \mu^+$ и $e^- e^+$ (на борновском уровне в УРП различие между этими состояниями незначительно). Интервал изменения переменных на этом и всех последующих рисунках соответствует области **Run3/HL LHC**. Рисунок 11*a* иллюстрирует дважды дифференциальные сечения $\frac{d^2\sigma}{dMdy}$ в зависи-

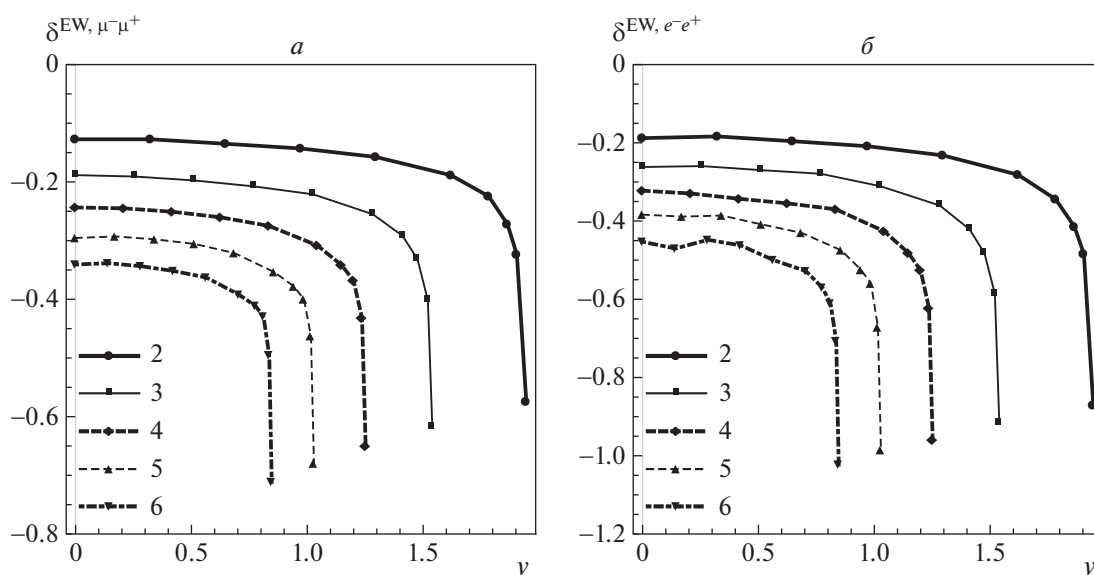


Рис. 12. Относительные электрослабые поправки к дважды дифференциальному сечению $\frac{d\sigma}{dMdy}$ в зависимости от y при различных M : a — случай рождения димюона, b — диэлектрона.

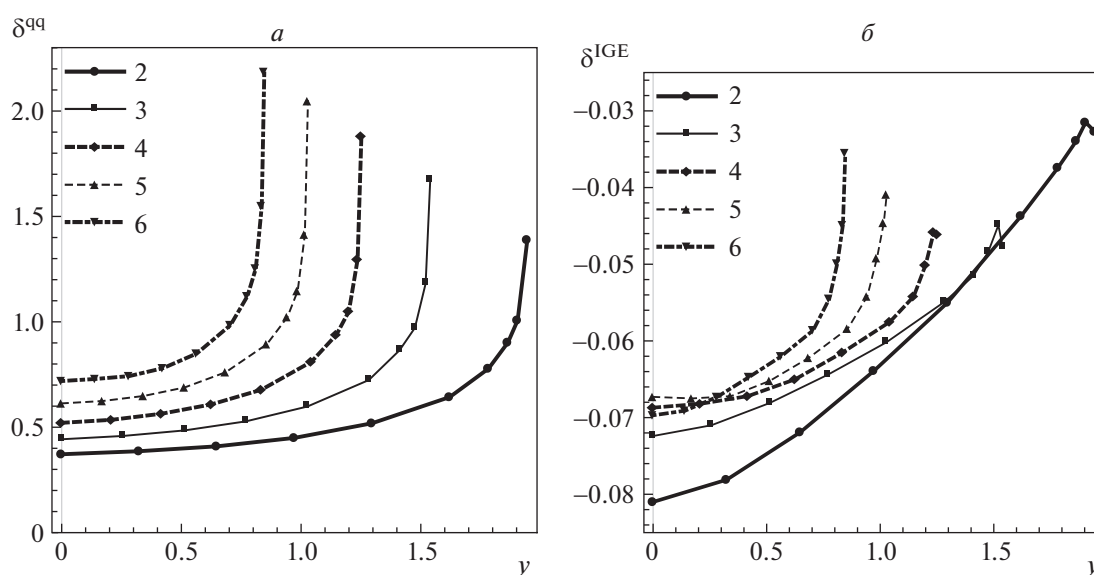


Рис. 13. Относительные КХД-поправки к дважды дифференциальному сечению $\frac{d\sigma}{dMdy}$ в зависимости от y при различных M : a — случай с начальным кварковым состоянием, b — случай инверсного глюонного излучения.

мости от y при разных M , а рис. 11б — дифференциальное сечение по инвариантной массе $\frac{d\sigma}{dM}$. Сечения резко уменьшаются с ростом как M , так и y , этот факт говорит о сложности экспериментального измерения на краю кинематической области. Тем не менее НФ может проявиться именно там, поэтому ее прецизионное изучение представляется крайне необходимым.

На рис. 12 приведены относительные электрослабые радиационные поправки к дважды диффе-

ренциальным (по переменным M и y) сечениям процесса Дрелла–Яна. Рисунок 12а иллюстрирует случай конечного состояния $\mu^- \mu^+$, а рис. 12б — случай конечного состояния $e^- e^+$. Относительные поправки отрицательны во всей исследованной области и весьма значительны по абсолютной величине, на краю области (с ростом как M , так и y) она быстро растет. Значительная разница масс электрона и мюона обуславливает отличие в эффектах электромагнитной части электрослабой поправки для разных конечных состояний: поправка в случае

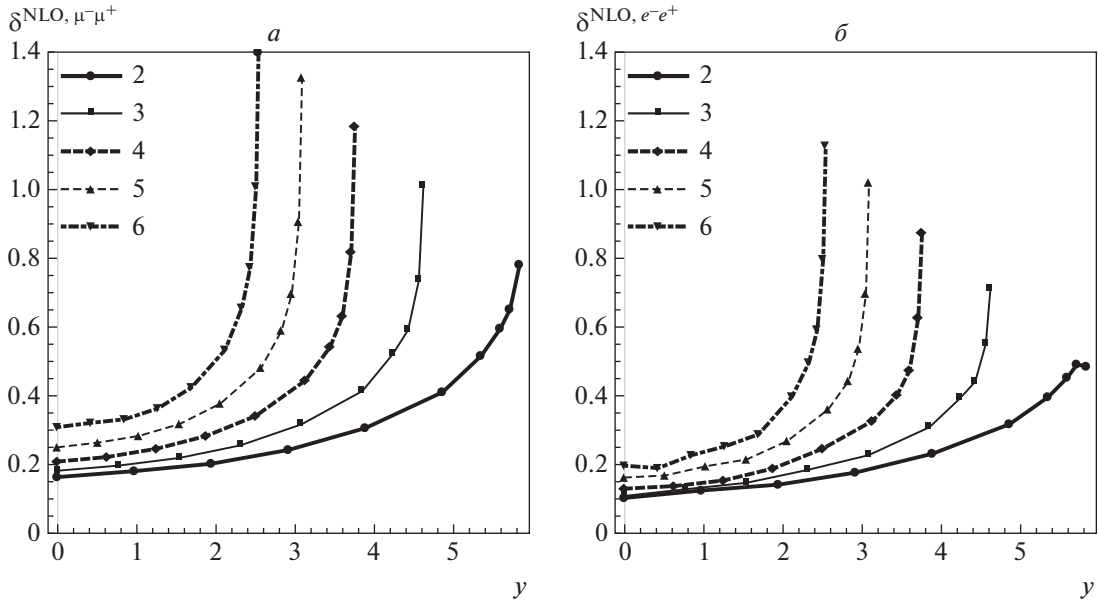


Рис. 14. Полные относительные электрослабые и КХД-поправки к дважды дифференциальному сечению $\frac{d\sigma}{dMdy}$ в зависимости от y при различных M : *a* — случай рождения димюона, *б* — диэлектрона.

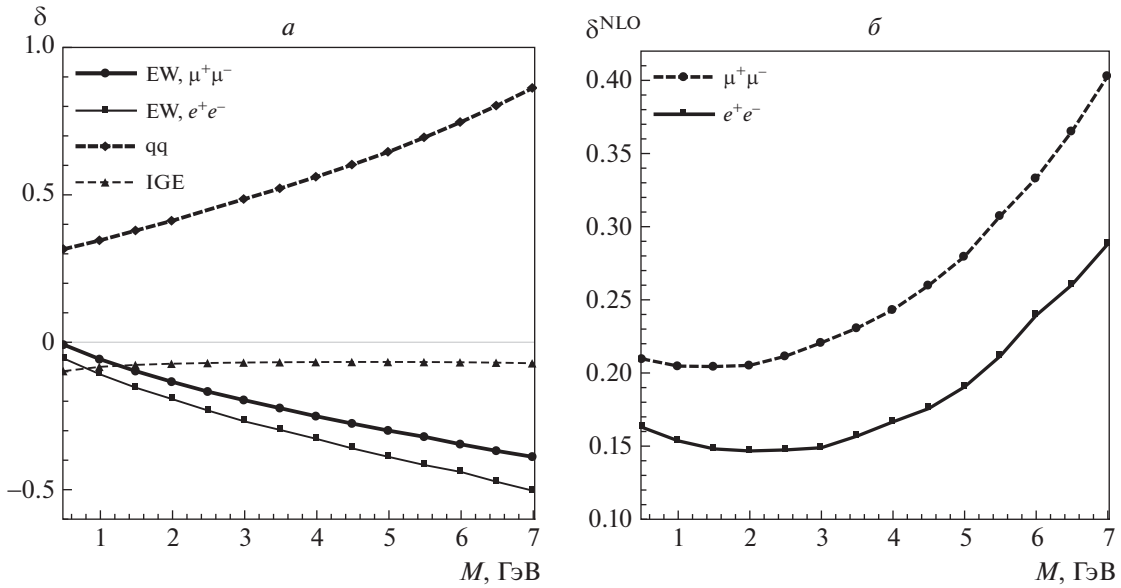


Рис. 15. Относительные поправки к дифференциальному сечению по инвариантной массе $\frac{d\sigma}{dM}$ в зависимости от M : *a* — электрослабые и QCD-поправки, *б* — полные однопетлевые поправки.

диэлектрона по сравнению с димюоном более значительно понижает сечение. Так, при $M = 2$ ТэВ разница между ними находится в интервале от -0.06 (в центральной области по y) до -0.3 (на краю области по y). С ростом M эта разница немного увеличивается, так, при $M = 6$ ТэВ она лежит в интервале от -0.11 (в центральной области по y) до -0.31 (на краю области по y).

Рисунок 13 иллюстрирует относительные КХД радиационные поправки к дважды дифференци-

альным (по переменным M и y) сечениям процесса Дрелла–Яна: на рис. 13а учтены вклады от процессов qq -типа, на рис. 13б — вклады инверсного глюонного излучения. Относительные поправки от вкладов первого типа положительны во всей исследованной области и весьма значительны по абсолютной величине, на краю области (с ростом как M , так и y) она быстро растет. Относительные поправки от IGE отрицательны и значительно меньше по абсолютной величине, на краю области

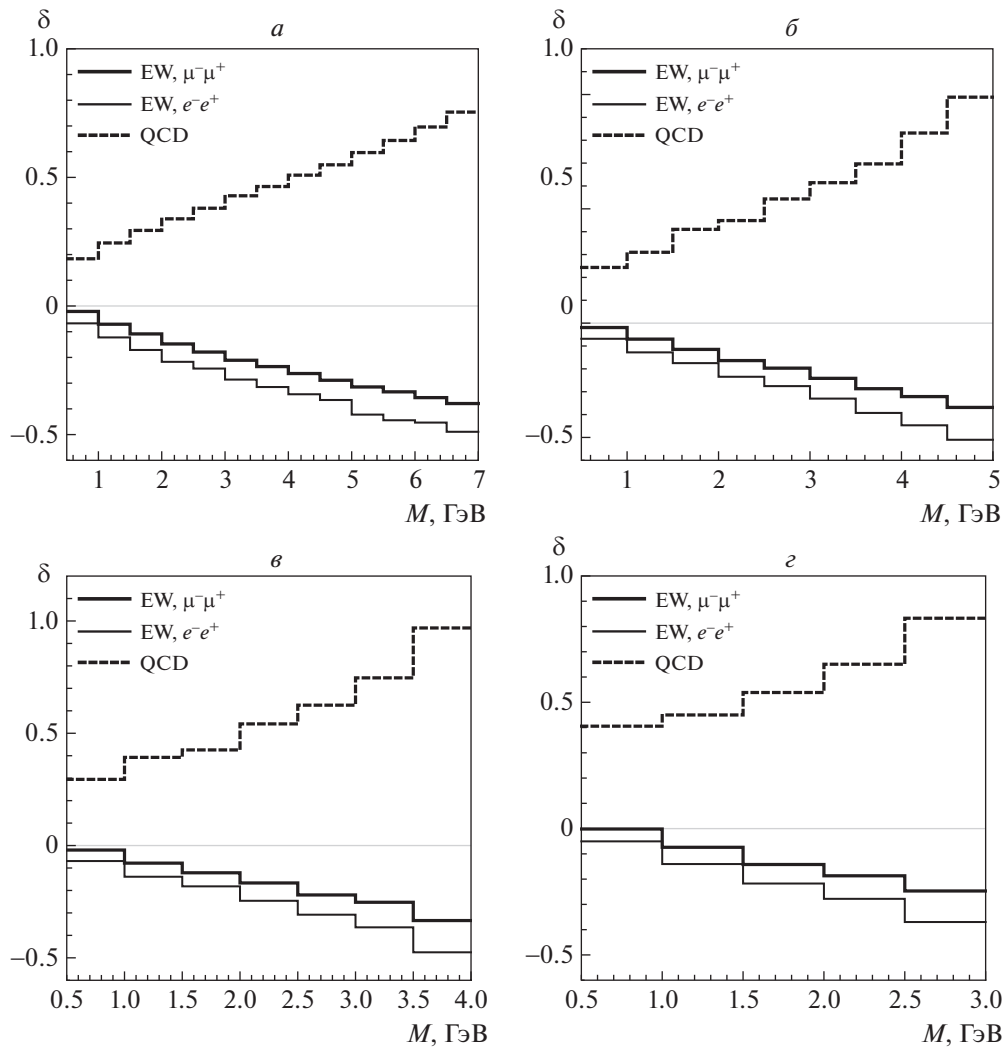


Рис. 16. Относительные поправки к полному сечению в условиях CMS LHC процесса Дрелла–Яна для четырех стандартных интервалов по быстрой паре y : $a - |y| < 1$, $б - 1 < |y| < 1.25$, $в - 1.25 < |y| < 1.5$, $г - 1.5 < |y| < 2.5$.

по y есть существенный рост. Наконец, на рис. 14а и 14б изображены полные однопетлевые относительные радиационные поправки к дважды дифференциальным (по переменным M и y) сечениям процесса Дрелла–Яна с конечными состояниями $\mu^- \mu^+$ и $e^- e^+$ соответственно (разница в величине поправок для случаев объяснена выше).

На рис. 15 приведены относительные радиационные поправки к дифференциальному (по переменной M) сечению процесса Дрелла–Яна. Рисунок 15а соответствует электрослабому вкладу и КХД-вкладу, рис. 15б иллюстрирует полную однопетлевую поправку. Интегрирование по y произведено по всей области CMS LHC. Рассмотрены оба случая конечных состояний ($\mu^- \mu^+$ и $e^- e^+$), разница между ними при $M = 1$ ТэВ порядка -0.05 , видно, что она довольно плавно увеличивается с ростом M и при $M = 6$ ТэВ достигает

значения -0.12 . Имеются изменения направления выпуклости линий для обоих случаев $\mu^- \mu^+$ и $e^- e^+$, более выражена эта черта в случае рождения диэлектрона.

Рисунок 16 иллюстрирует относительные ЭСП- и КХД-поправки к полному сечению (проинтегрированному в пределах 500 ГэВ-ного бина по M) при характерных ограничениях эксперимента CMS LHC в режиме Run3/HL. Наложены четыре стандартных набора ограничений на быструю лептонную пару: $|y| < 1$, $1 < |y| < 1.25$, $1.25 < |y| < 1.5$, $1.5 < |y| < 2.5$. Поведение всех поправок сходно по характеру, наблюдается плавный, практически линейный рост абсолютной величины с увеличением границ интегрирования по M .

Наконец, на рис. 17 и 18 показаны численные предсказания для асимметрии вперед-назад A_{FB} с учетом ЭСП- и КХД-поправок при характерных ограничениях эксперимента CMS LHC в

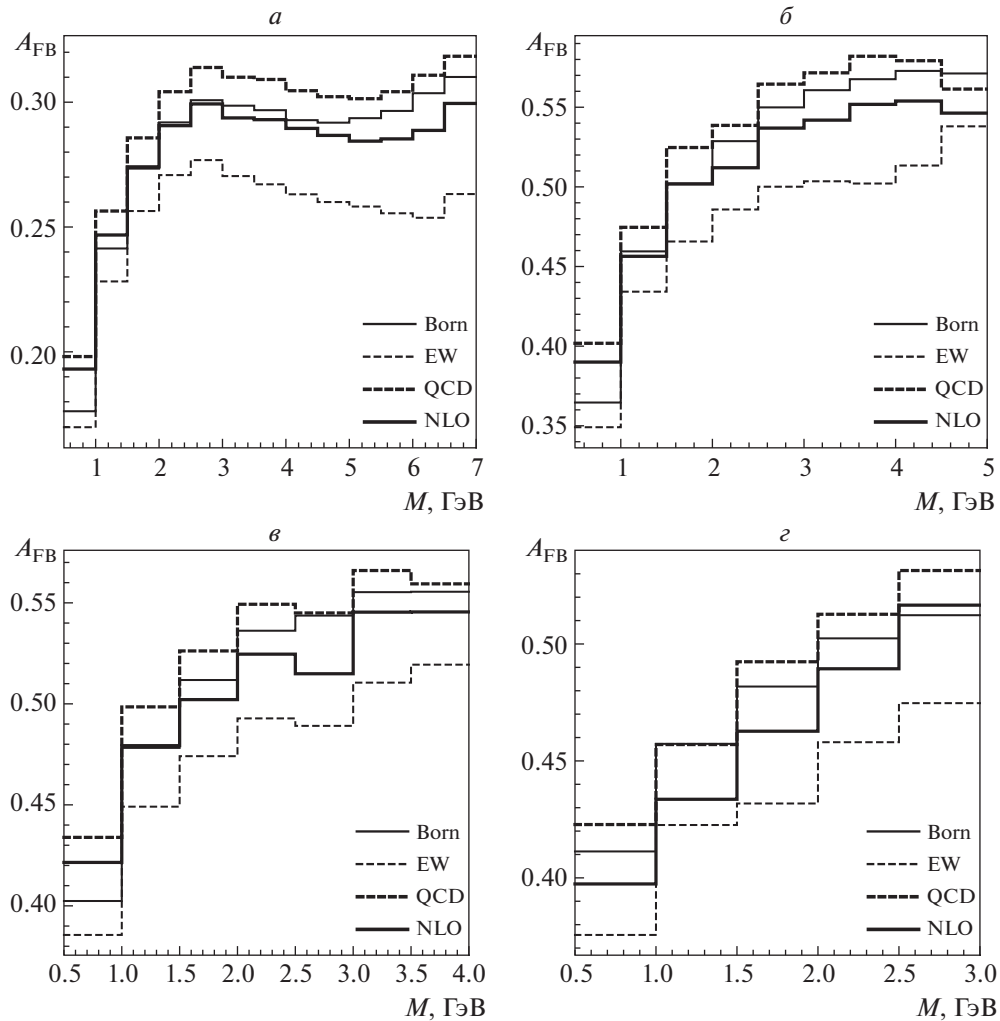


Рис. 17. Асимметрия вперед-назад A_{FB} в условиях CMS LHC процесса Дрелла–Яна с рождением димюона. Обозначения такие же, как на рис. 16.

режиме Run3/HL. Для обоих случаев (как рождения дилептона, так и диэлектрона) характерны следующие закономерности влияния эффектов радиационных поправок на асимметрию. Электрослабые поправки понижают асимметрию, а КХД-поправки — повышают. Полная однопетлевая поправка, являясь результатом частичной компенсации электрослабых и КХД-эффектов, тем не менее существенно понижает асимметрию вперед-назад для обоих случаев, особенно эффект заметен при больших M и $|y| < 1$.

12. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В работе приведен детальный расчет однопетлевых электрослабых и КХД радиационных поправок в процессе Дрелла–Яна при сверхвысоких энергиях и инвариантных массах дилептона. С помощью программы READY впервые сделан

подробный численный анализ эффектов радиационных поправок к наблюдаемым сечениям и асимметрии вперед-назад для эксперимента CMS в режиме Run3/HL Большого адронного коллайдера. Полученные теоретические эффекты однопетлевых электрослабых и КХД радиационных поправок (безотносительно к величине статистических и систематических [экспериментальных] погрешностей, которые ожидаются быть такого же уровня, что и теоретические) необходимо будет учитывать в предстоящей экспериментальной программе CMS LHC в режиме Run3/HL.

Работа выполнена при поддержке Государственной программы научных исследований Республики Беларусь “Конвергенция” (подпрограмма “Микромир, плазма и Вселенная”). Автор признателен коллегам по группе RDMS CMS за обсуждение и магистранту М.П. Бугаевской за тестирование кода READY. Численный расчет

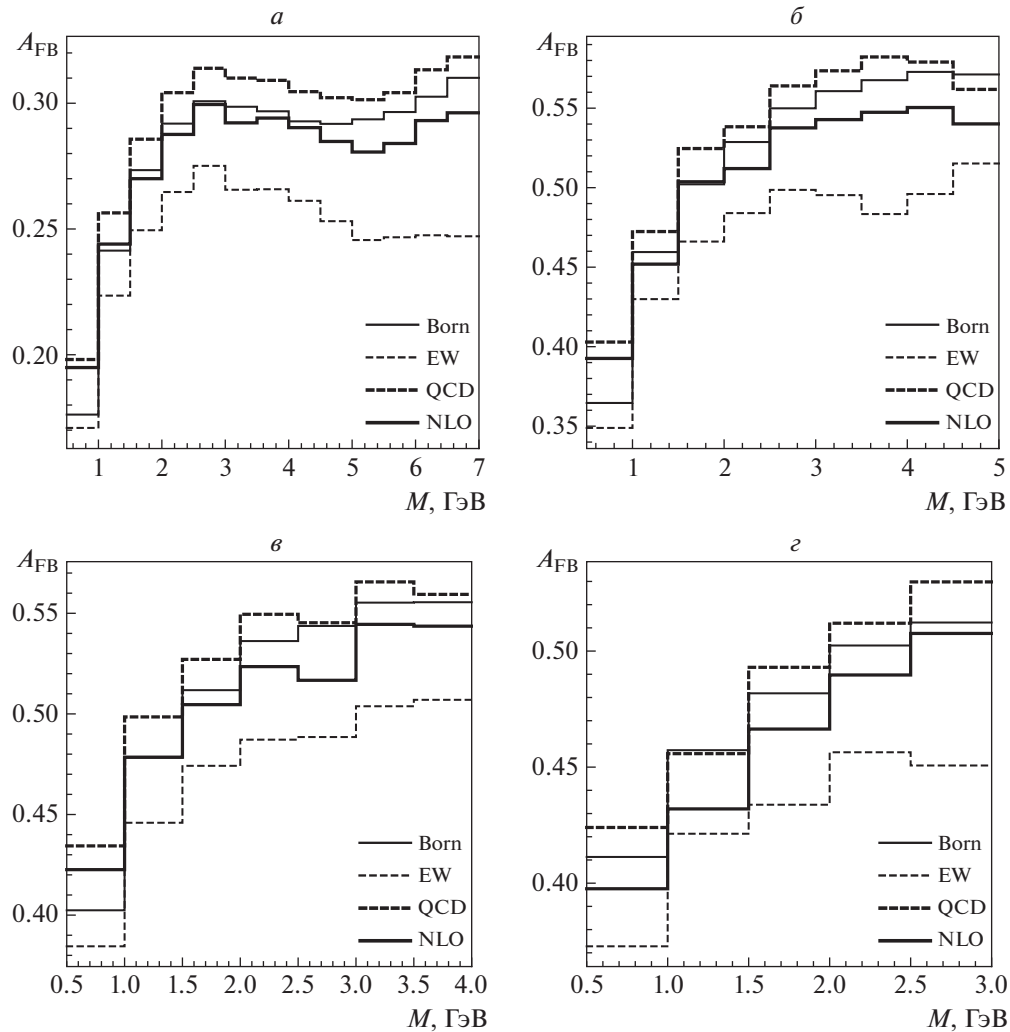


Рис. 18. Асимметрия вперед-назад A_{FB} в условиях CMS LHC процесса Дрелла–Яна с рождением диэлектрона. Обозначения такие же, как на рис. 16.

наблюдаемых величин в режиме Run3/HL LHC проведен на Гетерогенной платформе HybriLIT Лаборатории информационных технологий ОИЯИ.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. S. D. Drell and T. M. Yan, SLAC-PUB-0755 (1970), Phys. Rev. Lett. **25**, 316, 902 (Erratum) (1970).
2. S. D. Drell and T. M. Yan, Ann. Phys. (N. Y.) **66**, 578 (1971).
3. В. А. Матвеев, Р. М. Мурадян, А. Н. Тавхелидзе, Препринт №P2-4543, ОИЯИ (Дубна, 1969).
4. J. H. Christenson, G. S. Hicks, L. M. Lederman, P. J. Limon, B. G. Pope, and E. Zavattini, Phys. Rev. D **8**, 2016 (1972).
5. В. А. Зыкунов, ЯФ **82**, 177 (2019) [Phys. At. Nucl. **82**, 183 (2019)].
6. U. Baur, O. Brein, W. Hollik, C. Schappacher, and D. Wackerroth, Phys. Rev. D **65**, 033007 (2002) [hep-ph/0108274].
7. J. C. Collins and D. E. Soper, Phys. Rev. D **16**, 2219 (1977).
8. S. Chatrchyan *et al.* (CMS Collab.), Phys. Lett. B **718**, 752 (2013); CMS-EWK-11-004, CERN-PH-EP-2012-187; arXiv: 1207.3973.
9. J. Gao, M. Guzzi, J. Huston, Hung-Liang Lai, Z. Li, P. Nadolsky, J. Pumplin, D. Stump, and C.-P. Yuan, Phys. Rev. D **89**, 033009 (2014) [arXiv: 1302.6246 [hep-ph]].
10. L. A. Harland-Lang, A. D. Martin, P. Motylinski, and R. S. Thorne, Eur. Phys. J. C **75**, 204 (2015) [arXiv: 1412.3989 [hep-ph]].
11. M. Böhm, H. Spiesberger, and W. Hollik, Fortschr. Phys. **34**, 687 (1986).
12. А. Г. Алексеев, С. Г. Барканова, Ю. М. Быстрицкий, В. А. Зыкунов, ЯФ **83**, 159 (2020) [Phys. At. Nucl. **83**, 307 (2020)].
13. А. Г. Алексеев, С. Г. Барканова, Ю. М. Быстрицкий, В. А. Зыкунов, ЯФ **83**, 246 (2020) [Phys. At. Nucl. **83**, 463 (2020)].

14. V. A. Zykunov, Phys. Rev. D **75**, 073019 (2007) [hep-ph/0509315].
15. A. Andonov, A. Arbuzov, D. Bardin, S. Bondarenko, P. Christova, L. Kalinovskaya, G. Nanava, and W. von Schlippe, Comput. Phys. Commun. **174**, 481 (2006) [hep-ph/0411186].
16. W. A. Bardeen, A. J. Buras, D. W. Duke, and T. Muta, Phys. Rev. D **18**, 3998 (1978).
17. В. А. Зыкунов, ЯФ **73**, 1269 (2010) [Phys. At. Nucl. **73**, 1229 (2010)].
18. В. А. Зыкунов, ЯФ **74**, 72 (2011) [Phys. At. Nucl. **74**, 72 (2011)].
19. G. L. Bayatian *et al.* (CMS Collab.), J. Phys. G **34**, 995 (2007).
20. P. A. Zyla *et al.* (Particle Data Group), Prog. Theor. Exp. Phys. **083C01**, 1 (2020).
21. S. Chatrchyan *et al.* (CMS Collab.), JHEP **1312**, 030 (2013); CMS-SMP-13-003, CERN-PH-EP-2013-168; arXiv: 1310.7291.
22. P. G. Lepage, J. Comput. Phys. **27**, 192 (1978).
23. C. Buttar, J. D'Hondt, M. Kramer, G. Salam, M. Wobisch, N. E. Adam, V. Adler, A. Arbuzov, D. Bardin, U. Baur, A. A. Bhatti, S. Bondarenko, V. Buge, J. M. Butterworth, and M. Cacciari, *in Proceedings of the Workshop on Physics at TeV Colliders, Les Houches, 2007*, p. 121 [arXiv: 0803.0678 [hep-ph]].
24. C. M. Carloni Calame, G. Montagna, O. Nicrosini, and A. Vicini, JHEP **0710**, 109 (2007) [arXiv: 0710.1722 [hep-ph]].
25. R. Gavin, Ye Li, F. Petriello, and S. Quackenbush, Comput. Phys. Commun. **182**, 2388 (2011) [arXiv: 1011.3540 [hep-ph]].
26. Е. В. Дыдышко, В. Л. Ермольчик, В. А. Зыкунов, Х. Г. Суарес, С. В. Шматов, ЭЧАЯ **49**, 1267 (2018) [Phys. Part. Nucl. **49**, 722 (2018)].

EFFECTS OF RADIATIVE CORRECTIONS IN THE DRELL–YAN PROCESS AT ULTRA-HIGH INVARIANT MASS OF DILEPTON

V. A. Zykunov^{1),2)}

¹⁾*JINR, Dubna, Moscow region, Russia*

²⁾*Francisk Skorina Gomel State University, Belarus*

One-loop electroweak and QCD radiative corrections in the Drell–Yan process at ultra-high energies and invariant mass of lepton pair are calculated. The refactoring of code READY is implemented. The integration procedure, the kinematical requirement and restriction realization are optimized. Using READY for the first time the detailed numerical analysis of radiative corrections effects to observable cross sections and forward–backward asymmetry for CMS experiment at Run3/HL regime of Large Hadron Collider is performed.